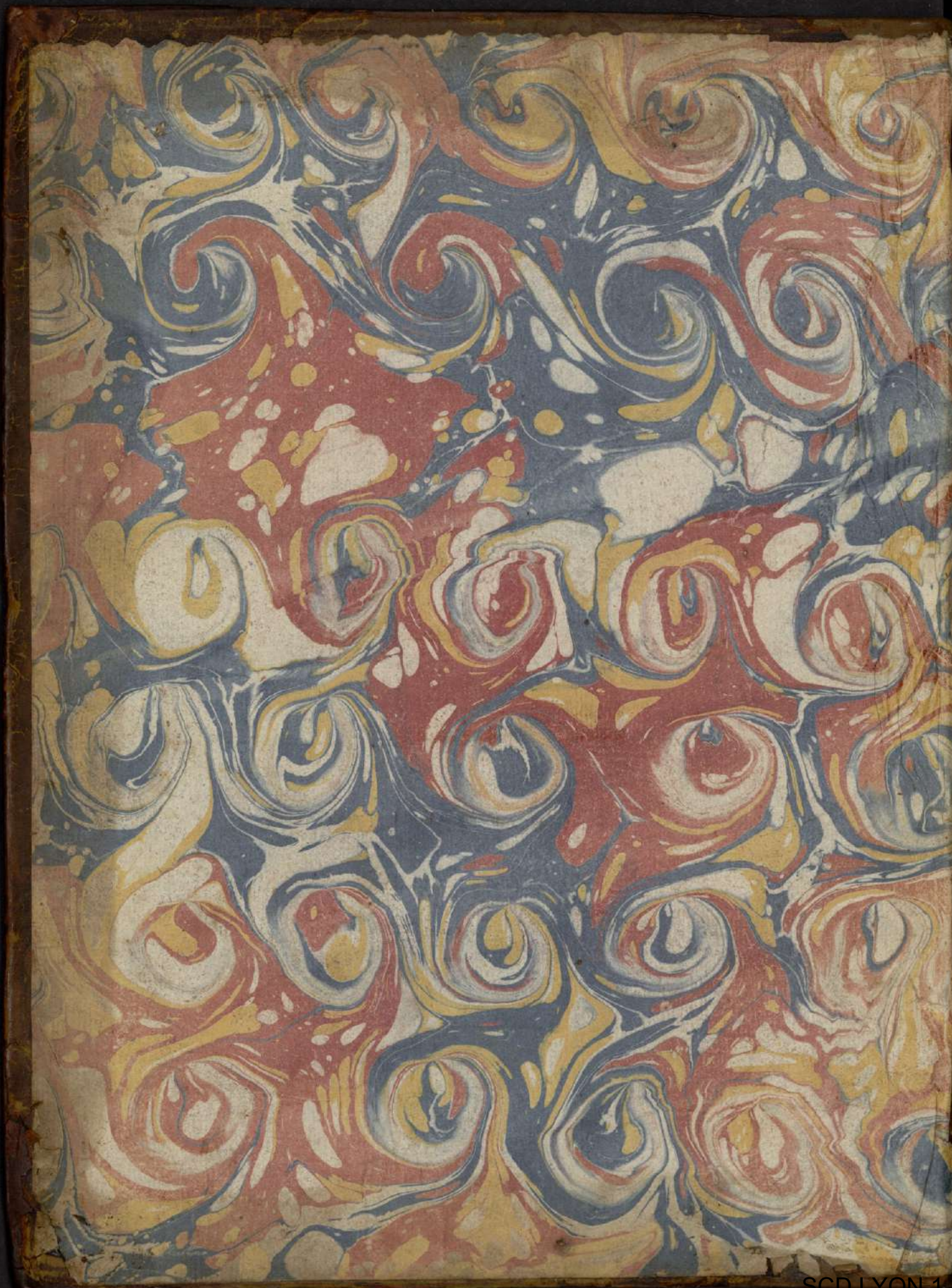
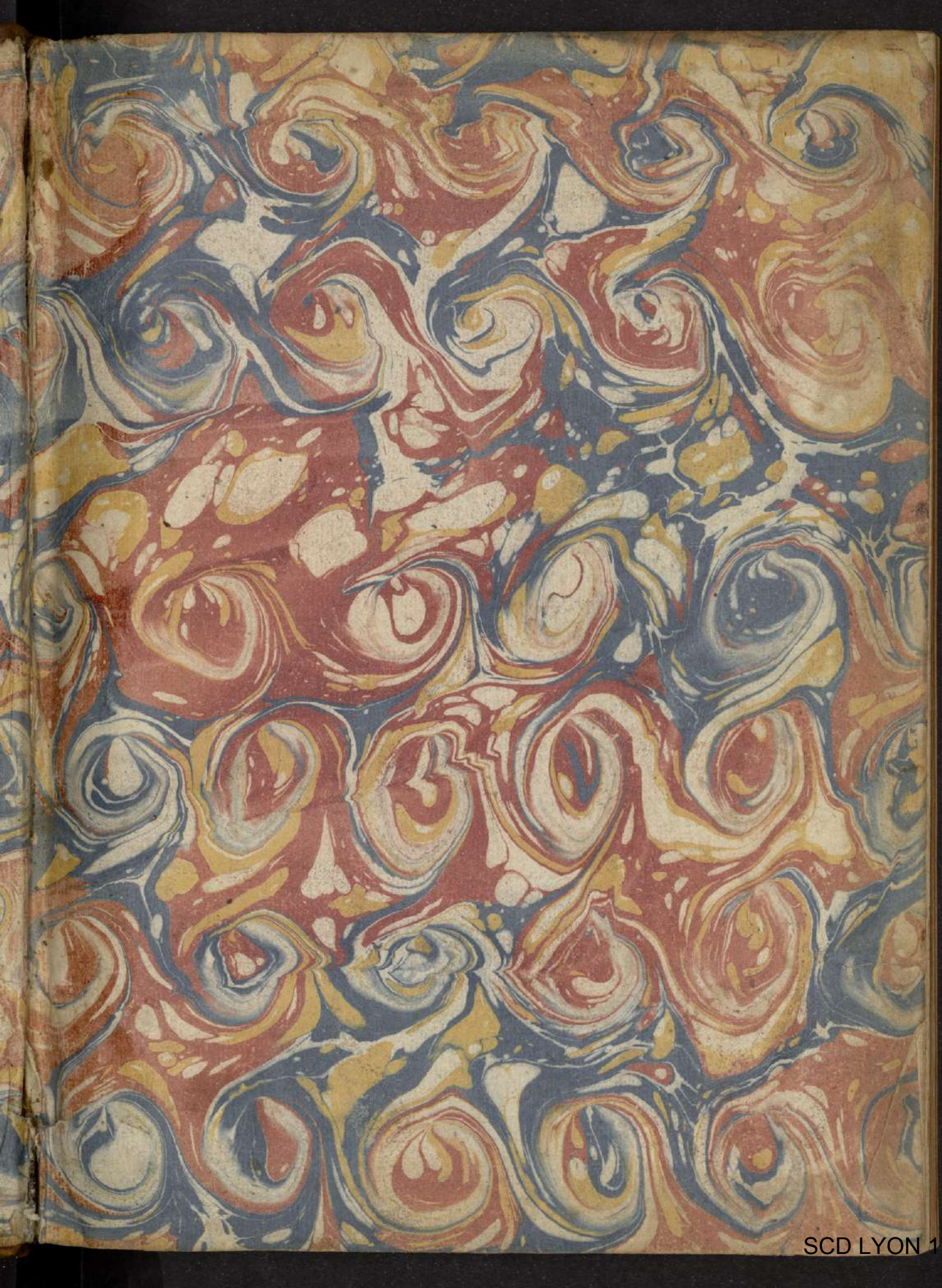
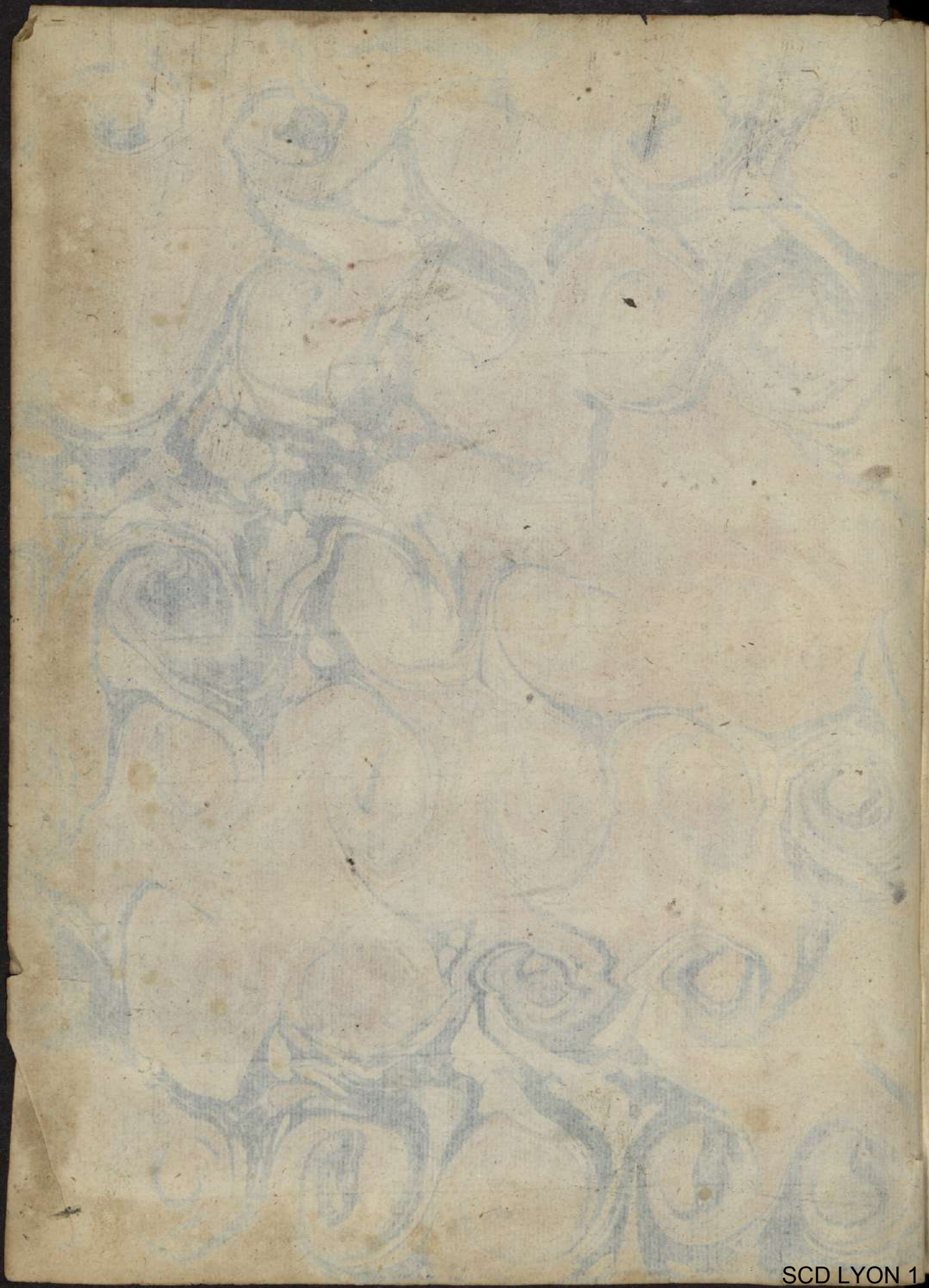
SCD LYON


SCD LYON 1


SCD LYON 1


SCD LYON 1

ITARD 050

SCD LYON 1

SCD LYON 1

NOUVEAUX ELEMENS
DES
MATHEMATIQUES
OU
PRINCIPES GENERAUX
DE
TOUTES LES SCIENCES
Qui ont les grandeurs pour objet.

SECONDE EDITION, PLUS AMPLE ET MIEUX DIGERE'E.

PREMIER VOLUME

Qui comprend la ſcience des Nombres & l'Algébre, ou l'art de comparer toute ſorte de grandeurs par le moyen des chiffres & des lettres.

Et où tout eſt démontré dans un ordre naturel & facile, & les choſes expliquées plus à fond, & pouſſées plus loin que l'on n'a fait juſqu'ici.

Par JEAN PRESTET *Prêtre, ci-devant Profeſſeur des Mathématiques dans les Univerſitez d'Angers & de Nantes.*

A PARIS,
Chez ANDRE' PRALARD, ruë ſaint Jacques, à l'Occaſion.

M. DC. LXXXIX.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

SCD LYON 1

SCD LYON 1

AU

SOUVERAIN SEIGNEUR,

DES SCIENCES,

SOURCE, PERE, ET PRINCIPE

DES LUMIERES,

ET DE TOUTE VERITE'.

EIGNEUR,

Il eſt bien juſte, puiſque ceux qui traitent des Sciences humaines viennent tous les jours

SCD LYON 1

dédier leurs ouvrages aux enfans des hommes, qu'il s'en trouve au moins quelques-uns qui consacrent les leurs à VOTRE DIVINE MAJESTE'. Il est bien juste qu'il y en ait qui luy rendent hommage, & en leur nom, &

a. 1. Cor. 4. & 1. Thess. 5. *même au nom de tous, pour ce qu'ils* [a] *tiennent tous uniquement d'Elle. Car c'est VOTRE SAGESSE qui les éclaire* [b] *& qui les instruit,*

b. Joa. 1. *qui se répand sur leur belles &* [c] *sçavantes*

c. Prov. 8. *pensées, & qui préside aux* [c] *jugemens éxacts qu'ils forment en eux-mêmes. Et la gloire n'ap-*

d. 1. Reg. 2. *partient qu'à VOUS seul d'être le* [d] *Seigneur,*

e. Ps. 39. 10. *& le* [e] *Maître, & le Dieu* [d] *des Sciences; & le Pére de toutes les* [f] *lumiéres. Il est vrai que*

f. Jac. 1. *l'honneur de VOUS faire une consécration si publique & si générale appartiendroit plus justement à d'autres qu'à moy. Mais la dignité de mon ministére, qui me permet d'offrir à VOTRE ETERNELLE GRANDEUR ce qu'elle a de plus cher, & ce qu'il y a de plus Saint dans la Religion, me donne quelque droit d'entreprendre ce qui ne s'est presque encore jamais fait chez les Sçavans du siécle. J'espére que la piété de ceux qui liront ceci, bien loin de me desavoüer, approuvera mon zéle; & j'ose croire que s'unis-*

g. Ps. 33. 4. *sant de cœur avec moy, ils glorifieront* [g] *cette SAGESSE SOUVERAINE, qui est*

c. Prov. 8. *la source des* [c] *belles connoissances, & qu'ils luy*

SCD LYON 1

rendront de justes & d'humbles actions de graces [h] *pour toutes celles qu'Elle aura bien voulu leur communiquer. Je sçai que mes ouvrages ne méritent pas d'être offerts à UNE SI HAUTE MAJESTE'; Car qui* [i] *suis-je? & que sont tous les hommes en sa Présence, pour luy faire un présent de ce qui est* [i] *tout à Elle, & de ce qu'ils empruntent de sa Liberalité? Mais je sçai aussi que les cœurs sincéres & reconnoissans luy sont agréables,* [i] *& qu'Elle aime la simplicité. Je sçai que ses Yeux Divins, qui voyent avec mépris & comme de fort loin tout ce que la vaine présomption des esprits altiers &* [k] *superbes élêve devant Elle, abbaissent doucement leurs regards favorables sur ceux qui sentent & reconnoissent avec* [k] *humilité qu'ils n'ont rien d'eux-mêmes qui soit digne d'Elle. C'est ce qui me donne, O MON DIEU, une confiance secrette que VOTRE INEFFABLE BONTE' agréera le dessein qu'Elle m'a inspiré de luy dédier le fruit de mes travaux, & que même Elle voudra bien considérer la consécration que j'en fais à sa gloire comme une marque publique, perpétuelle, & ineffaçable, que je me* [l] *mets entiérement sous son heureuse* [m] *& sainte Protection. Accordez-la, SEIGNEUR, à mon instante & humble priére. Que Vôtre Main Libérale & Toute-puissante m'y tienne*

h. 1. *Thess.* 5.

i. 1. *Paral.* 29.

k. *Ps.* 137.

l. *Ps.* 56.

m. *Ps.* 16. & *Ps.* 30.

toûjours à couvert ; & que rempliſſant mes déſirs, elle me faſſe entrer enfin quelque jour dans cet
n. *Pſ.* 35. *abîme* [n] *de lumiéres, où ſans travail, ſans peine, ſans ennui, ſans dégoût, nous ſerons éternelle-*
o. *Pſ.* 16. *ment nourris & [o] raſſaſiez de la contemplation de la VERITE', & où avec une ſoif délicieuſe*
p. *Pſ.* 35. *& toûjours nouvelle nos eſprits ſeront toûjours enivrez [p] du torrent de ces voluptez toutes pures, qui ſurpaſſent infinîment les plaiſirs terreſtres &*
q. 1. *Cor.* 2. *groſſiers que l'on peut goûter ici-bas, & [q] tout ce qu'on pourroit même y déſirer ou s'y figurer de plus agréable.*

r. *Pſ.* 85. *Fac mecum ſignum* [r] *in bonum...*

O DOMINE! Quia ego ſervus
t. *Pſ.* 115. *tuus, & filius* [t] *ancillæ tuæ.*

SCD LYON 1

PREFACE.

IL ſemble qu'aprés tant d'ouvrages anciens & modernes que nous avons ſur les Mathématiques, il vaudroit mieux me taire que d'en venir augmenter le nombre, & qu'au moins je devrois me contenter des anciens *Elemens des Mathématiques* que je publiai autresfois, ſans les changer & les renverſer pour en produire aujourd'hui de nouveaux ; puis que ce premier eſſai à receu du public un accueil que je n'oſois eſperer.

Mais ce qui auroit dû m'impoſer ſilence, ou me diſpenſer de rien dire de plus, eſt cela même qui m'engage à écrire. J'ai reconnu par beaucoup d'expériences, & reſſenti par la mienne propre une partie des peines qu'on eſſuie, lors que ſans avoir aſſez de ſecours, on veut ſçavoir un peu le fond des choſes. Et ce que j'ai ſouffert m'a fait rechercher les moyens d'épargner aux autres une partie de ce qu'ils viendroient à ſouffrir à leur tour, s'ils n'étoient un peu mieux ſecourus.

Car les Anciens recherchant moins, ce me ſemble, la ſuite naturelle des choſes, qu'à prouver à leur gré les unes par les autres, juſques à déduire en diverſes rencontres les plus ſimples des plus compoſées, ne peuvent pas toûjours préſenter à l'eſprit une juſte idée de l'ordre, comme d'habiles gens l'ont judicieuſement remarqué ; outre que leur méthode aſſez difficile & trop limitée n'eſt plus au goût d'un ſiécle où l'on eſt mieux inſtruit, & où ſans s'arrêter, comme on le faiſoit autresfois, à une admiration preſque ſuperſtitieuſe de tous leurs ouvrages, on ſçait les eſtimer leur prix, & s'en ſervir avantageuſement & ſans ingratitude pour avancer plus loin, ou pour mieux ſuivre l'ordre.

SCD LYON 1

D'autre part il s'en trouve peu parmi les modernes, qui veüillent apporter tous les ſoins, & donner tout le temps néceſſaire pour découvrir les raiſons naturelles des choſes, pour les rapporter avec ordre à leurs véritables principes, & pour les étendre & pouſſer auſſi loin qu'il eſt néceſſaire.

Car en premier lieu ceux qui n'écrivent que par l'envie d'écrire & de ſe faire un nom, ſe contentent d'expoſer au hazard quelques légéres productions, ou ne font preſque autre choſe que ſuivre ou coppier ce qu'on a déja fait, ſans donner aucun nouveau jour, & ſans rien apporter du leur qui en vaille la peine. Et ceux, qu'un interêt ſordide érige en Autheurs, en uſent volontiers de la même ſorte. Ou s'ils ſont un peu plus habiles, ils ſont bien aiſes quelquesfois de ſe rendre obſcurs, & de cacher à deſſein des choſes qu'ils eſtiment, & qu'il leur ſeroit auſſi facile d'éclaircir, que d'en faire enviſager & ſentir les difficultez; ſe ſouciant moins de payer la juſte attente d'un Lecteur ſtudieux, ou de montrer qu'ils eſtiment le jugement du public, que de faire une vaine oſtentation de leur ſuffiſance, & même peut-être dans des choſes qu'ils ont plûtôt acquiſes par hazard & ſans régles que par une méthode réguliére & ſuivie. La pluſpart même ſe contentent d'une pratique aveugle ou ſans preuves; ce qui eſt peu propre à ſatisfaire ceux qui cherchent la lumiére, & qui ne veulent rien faire, dont ils ne ſçachent la raiſon.

D'autres qui ſe ſont une fois remplis de l'eſprit de polymathie, & qui s'efforcent d'acquérir à quelque prix que ce ſoit la rare qualité de grands faiſeurs de Livres, dans l'impuiſſance de bien remplir tous leurs grands projets, empruntent à la hâte & ſans façon de tous les côtez ce qui les accommode, & s'empreſſent de donner quelque forme & je ne ſçai quel air de nouveauté à de petits recueils, qu'ils pouſſent & font paſſer à force d'amis ou d'intrigues, & en décreditant d'une maniére adroite & pleine d'artifices ce qui leur fait ombrage, quoi qu'ils en faſſent cas, & que peut-être même ils en tirent ce qu'ils ont de meilleur & de mieux digéré.

Quelques-uns des plus officieux ne cherchant qu'à flatter la molleſſe de ceux qui fuyent trop le travail, & voulant s'épargner la peine à eux-mêmes d'approfondir beaucoup les

composée, ou de la résolution des égalitez qui ont plusieurs degrez. Et on donne au neuviéme des régles générales & les plus abbrégées qu'il se peut pour les résolutions des égalitez du troisiéme & du quatriéme degré. Et on marque ensuite comment on peut se conduire, lors qu'on veut découvrir des régles générales pour les autres degrez, où les diviseurs du dernier terme ne peuvent servir à donner la résolution.

Si on s'imagine que ce volume soit trop ample, quoi qu'il soit court pour la multitude des matiéres que l'on y comprend; il sera facile de l'abbréger, en ne lisant d'abord que ce qui est préciſément néceſſaire, c'est-à-dire le premier Livre, qu'il faut étudier avec soin, & les questions des Livres suivans où l'on verra le mot de *principe*. Il est bon de voir encore quelque chose du second, laissant si l'on veut ce qu'on y trouvera de plus difficile, car il y a des questions où le calcul est rude. Aprés cela on pourra passer au huitiéme Livre, & continuer jusqu'à la page 432e, où le neuviéme est presque fini. Le reste servira d'exercice à ceux qui désireront de temps en temps en apprendre quelque chose, ou cultiver ce qu'ils sçauront déja, & mettre leurs régles en pratique. Ils pourront même faire choix des questions remarquables, qu'une main désigne au commencement, & ils passeront ce qu'ils voudront des autres. Car quoi que les questions soient rassemblées avec ordre, & selon leurs divers genres depuis le second Livre jusqu'au huitiéme; elles sont néanmoins comme détachées les unes des autres, en telle sorte qu'on a la liberté de s'appliquer à celles qu'on voudra, sans que cela fasse aucun préjudice à l'intelligence des autres.

Au reste qu'on ne soit pas surpris, si je n'entreprens point de faire ici une histoire de l'Algébre & de l'Analyse. C'est, ce me semble, sans aucun fondement légitime que Monsieur Wallis prétend me chicaner & m'intenter un procés là-dessus, lors qu'il avance dans son grand ouvrage de *l'Algébre historique & pratique*, que mes premiers *Elemens des Mathématiques*, qu'il attribuë à une personne plus habile que moy, sont un recuëil de tous ou de la pluspart des Ecrivains de ce genre, mais où le Lecteur n'est point interrompu par le récit des noms de ces divers Autheurs, dont il suppose que je me suis servi, excepté de deux de ma nation, pour user de ses termes, qui sont Messieurs Descartes & Viéte. Il

en pouvoit bien ajoûter quelques-uns, à qui je rends juſtice dans les occaſions.

Il eſt pourtant vrai qu'alors javois lû peu d'Auteurs ſur l'Algébre, & que Mr Deſcartes eſtoit preſque l'unique ſur qui je me fuſſe formé. Il n'y avoit pas quatre ans, quand on commença d'imprimer mon Livre, que j'avois commencé d'étudier les premiers principes de l'Analyſe & de la Géométrie. Et ainſi il n'eſt pas vrai-ſemblable que j'euſſe pû lire & digérer en ſi peu de temps une foule de Livres, que l'ancienne méthode fait ordinairement paroître obſcurs & difficiles juſques dans les moindres choſes. Je n'étois pas même en état d'en raſſembler une bibliothéque, quand je l'euſſe ſouhaité; & deux ou trois, qui m'étoient par hazard tombez entre les mains, m'avoient fait perdre entiérement l'envie d'en rechercher & d'en lire d'autres. Lors même qu'on m'avertit du Livre de Monſieur Wallis, je ne ſçavois que le nom d'un ſeul des Auteurs Anglois qu'il y nomme, & la grande réputation de ſon Harriot n'étoit pas encore venuë juſqu'à moi.

Mais il importe peu d'informer ici le public de ce qui me regarde en particulier; ou plûtôt je dois avoüer que je ſuis redevable à ce ſçavant homme du témoignage obligeant qu'il rend à mes écrits, en prétendant qu'ils ſont un aſſemblage de ce que tous ou la pluſpart des Auteurs ont écrit ſur cette matiére. On peut bien croire qu'il eſt bon connoiſſeur, puis qu'il y a plus de 50 ans qu'il a commencé de s'appliquer aux Mathématiques, qu'il en a employé pluſieurs avec beaucoup de ſuccez & de gloire à les enrichir de divers ouvrages, & qu'il en a ſoigneuſement étudié l'hiſtoire. Il eſt vrai que je le prierois volontiers de m'apprendre où l'on trouve les régles que je donne pour la réſolution des troiſiéme & quatriéme degrez, dont quelques-unes mêmes ont parû impoſſibles à Mr Deſcartes. Mais j'aime mieux luy donner gain de cauſe, puis que j'eſtime ſon mérite, que d'entrer en diſpute avec luy ſur ce qui me regarde. Et je veux bien qu'on croye qu'il y a peu de mon invention, non ſeulement dans mon premier ouvrage, mais même en celuy-ci; pourvû qu'il ſoit facile d'y voir clairement & dans un bon ordre, & d'y apprendre à fond ce qu'on verroit peut être avec moins d'étenduë & d'enchaînement comme démembré & diſperſé dans un grand nombre d'autres, dont il ſeroit difficile de percer les obſcuritez; & qu'on ſe puiſſe épar-

SCD LYON 1

gner par là beaucoup de dépenſe, de temps, & de peine, qu'il en coûteroit néceſſairement, ſi l'on avoit envie de rechercher & de lire avec ſoin tant de différens voulumes. J'ajoûterai qu'il m'eſt bien glorieux que les ouvrages de Monſieur Deſcartes & mes Elemens ſoient les ſeuls en particulier, qui ayent couru chez cet illuſtre Anglois une même fortune. C'eſt peut-être une marque que mon premier eſſai n'a pas mal reüſſi. Ce qui me donne un nouveau ſujet d'eſperer que celuy-ci n'aura pas un mauvais ſuccez.

Je me perſuade au reſte qu'on mettra bien de la différence entre les foibles raiſons que cet Auteur apporte & répéte ſi ſouvent & ſi mal-à-propos dans ſon Livre, pour faire croire que Mr Deſcartes a tiré d'Harriot l'art de ſon Analyſe, & celles qui peuvent convaincre du contraire. Et ſi on éxamine attentivement l'étrange différence & la diſproportion toute entiére qui ſe trouve entre leurs ouvrages; on ſera ſurpris de voir qu'un habile homme les oſe comparer enſemble, & qu'il ne craigne point de mettre en paralléle deux génies, dont l'un eſt ſi fort élevé au deſſus de l'autre.

Mais afin qu'on ne penſe pas qu'en voulant conſerver la réputation d'un Auteur, qui fait chez les Etrangers mêmes un des plus beaux ornemens de la France, je veüille en rien diminuer celle des ſçavans d'Angleterre; je dirai de bonne foi & ſincérement que j'eſtime beaucoup la vivacité de leur génie, & leur pénétration; & que je ſerai toûjours diſpoſé à leur rendre juſtice, & à préférer leurs lumiéres à celles de tout autre, quand je les croirai meilleures. Je dirai même en particulier à la loüange de Mr Wallis que j'ay peu vû de Mathématiciens qui ſçachent joindre comme luy la clarté & la netteté à une érudition tres-profonde, & que la juſteſſe de Mr Barovv m'a toûjours beaucoup plû. Je ne nomme que ceux-ci, parce que j'en ay peu lû d'autres ſur les Mathématiques qui ayent embraſſé des ſujets un peu vaſtes, ou qui ayent fait de grandes découvertes.

TABLE
DES MATIERES
Qui sont compriſes dans les neuf Livres de ce ſecond volume.

LIVRE I.

DE la méthode d'inventer les ſciences, ou de l'Analyſe en général.

LIVRE II.

DE l'Analyſe ſimple & déterminée.

LIVRE III.

DE l'Analyſe ſimple & indéterminée.

LIVRE IV.

DE la réſolution des doubles égalitez.

LIVRE V.

DE l'Analyſe indéterminée des queſtions, où l'on demande au moins trois divers quarrez.

LIVRE VI.

DE l'Analyſe indéterminée, des queſtions, où l'on cherche ou propoſe au moins quelques cubes, ou d'autres puiſſances plus élevées.

LIVRE VII.

DE l'Analyſe indéterminée des triangles rectangles.

LIVRE VIII.

DE l'Analyſe compoſée en général, ou de la réſolution en général des problêmes & des égalitez de pluſieurs degrez.

LIVRE IX.

DE la reſolution des égalitez ſelon leurs différens degrez.

LIVRE AJOUTE'.

POur les Tables des quarrez des nombres depuis 1 *juſques à* 10000, *& des cubes depuis* 1 *juſques à* 1000, *& des nombres ſimples ou premiers plus petits que* 10000.

NOUVEAUX

SCD LYON 1

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQVES.

LIVRE PREMIER.

DE LA METHODE GENERALE

DES MATHEMATICIENS ET DES GEOMETRES.

LE deſſein que j'ay eü d'écrire pour ceux même qui n'ont aucune teinture des ſciences, m'engage à expliquer tellement toutes choſes, qu'un eſprit raiſonnablement attentif puiſſe eſtre diſpenſé de rien ſuppoſer. Et c'eſt afin d'y mieux réüſſir que j'ay voulu expoſer ici dés le commencement d'une maniére claire & tres-abbregée les régles & l'ordre du raiſonnement que preſcrivent les Mathématiques, & que les Mathématiciens & les Géométres ſe croyent obligez d'obſerver inviolablement, pour éviter toutes les ſurpriſes de l'erreur & les fauſſes lueurs de la vrai-ſemblance.

PREMIERE REGLE GENERALE.

1. La régle généralement établie comme la premiére & fondamentale, eſt que les idées ſoient nettes & diſtinctes, & leurs expreſſions claires & ſans équivoque.

EXPLICATION.

Je nomme *idée* l'objet ſpirituel ou intelligible que l'ame enviſage d'un regard intérieur. Et *les expreſſions des idées* ſont les ſignes exterieurs &

SCD LYON 1

ſenſibles, qui réveillent en nous ces mêmes idées, ou qui les rendent préſentes à l'eſprit.

Il eſt vrai que les idées de l'eſprit n'ont par elles-mêmes aucun rapport aux paroles ou aux ſignes ſenſibles, dont on ſe ſert pour les exprimer, puiſque la penſée différe eſſentiellement des ſons qui frappent l'oreille, & des images ou figures qui ſe forment dans l'œil. Mais encore que la liaiſon de choſes ſi différentes & ſi diſproportionnées, ou qui ont entr'elles ſi peu de rapport, ſoit purement arbitraire, elle eſt néanmoins abſolument néceſſaire aux hommes, afin qu'ils ſe puiſſent mutuellement communiquer leurs penſées & ſe lier entr'eux par l'eſprit, comme ils ſont unis par le corps. Quelque déſir qu'on euſt de ſe faire entendre, on ſeroit toûjours inintelligible, ſi la Sageſſe ſouveraine de Dieu n'avoit fourni un moyen aux hommes de ſe manifeſter leurs penſées par les ſignes ſenſibles, auſquels ils ſe ſont accoûtumez à lier leurs idées, lors qu'ils ont appris à parler & à lire.

Toute idée eſt *ſimple* ou *compoſée*. Elle eſt ſimple, ſi l'objet que l'eſprit enviſage, eſt ſimple; & compoſée, s'il eſt compoſé. Et pareillement toute expreſſion d'une idée eſt *ſimple* ou *compoſée*. Elle eſt ſimple, lors qu'on n'y employe qu'un terme; & compoſée, lors qu'il en faut emploier pluſieurs.

Et nous dirons auſſi que l'idée eſt *nette* & *diſtincte*, ſi l'eſprit pénétre pleinement ſon objet, ou s'il l'enviſage diſtinctement dans toutes ſes parties, ou par tous ſes différens côtez. Mais l'idée n'eſt *qu'obſcure* ou *confuſe*, ſi l'eſprit n'enviſage pas ſon objet dans ſon jour, ou n'en apperçoit pas aſſez clairement les diverſes parties ou les divers côtez. Et les expreſſions ſont *claires* & *ſans équivoque*, lorſqu'on les prend généralement dans un même ſens, & que les idées qu'elles répréſentent ſont nettes & diſtinctes.

Si parmi diverſes expreſſions claires d'une certaine idée, on choiſit la plus courte, & que la même idée ſoit exprimée plus confuſément par un terme ſeul, l'expreſſion claire *définit* ou explique ou éclaircit ce terme plus obſcur, & on dit qu'elle en eſt *la définition*.

DEFINITIONS
DE QUELQUES TERMES GENERAUX.

On définira *les Mathématiques*, en diſant qu'elles ſont la ſcience éxacte des grandeurs. Et on dira que *la grandeur* en général eſt tout ce qui eſt capable du plus & du moins, ou ce qui peut recevoir quelque augmentation ou diminution. Il y a deux ſortes de grandeurs, les unes *intelligibles* que nous n'appercevons que par la penſée, comme les nombres; & les autres *ſenſibles*, comme les corps & les mouvemens. Et on dit encore que les unes comme les nombres ſont *diſcrétes* ou *non continuës*, & les autres *concrétes* ou *continuës*.

Quoique les Mathématiques ſoient nommées la ſcience éxacte des grandeurs, on ne prétend pas pourtant y connoître ce que ſont les grandeurs abſolument & en elles-mêmes, mais ſeulement ce qu'elles ſont les

SCD LYON 1

unes à l'égard des autres. On peut bien connoître que la grandeur d'un pied surpasse la grandeur d'un pouce, qu'elle a onze pouces de plus, ou qu'elle la contient au juste douze fois; mais on ne prétend pas pour cela connoître la grandeur du pouce ou celle du pied absolument & en elle-même.

Pour connoître ce que sont les grandeurs les unes à l'égard des autres, on les compare ensemble, ce qui suppose toûjours au moins deux grandeurs. Deux grandeurs étant comparées, on dit qu'elles sont *les termes* de la comparaison, qui se fait ou selon l'excés dont l'une est plus grande que l'autre, comme si l'on considére que 13 excéde 8 de 5, ce qu'on appelle *différence*; ou selon ce que l'une est contenuë dans l'autre ou la peut contenir, comme si l'on considére que 8 est deux fois dans 16, ou que 16 renferme 2 fois 8, ce qu'on nomme simplement *un rapport*, pour le distinguer de la différence. Ainsi chaque différence ou chaque rapport aura au moins deux termes. La différence de 13 à 8 ou 13 moins 8 aura deux termes 13 & 8; & le rapport de 16 à 8 ou de 8 à 16 aura deux termes 16 & 8 ou les deux 8 & 16.

Si les grandeurs comparées sont égales, leur rapport est *d'égalité*. Et il est d'*inégalité*, lors qu'elles sont inégales. Le rien qu'on nomme *zéro*, est comme un terme ou un point fixe par lequel on commence à régler leur mesure, ou duquel on procede à leur comparaison. On les nomme *réelles*, *positives*, ou *vraies*, lorsqu'elles surpassent le zéro, ou lui sont ajoûtées & valent plus que rien. Et on dit qu'elles sont *défectives*, *négatives*, ou *fausses*, si leur valeur est moindre que rien, ou qu'elles soient retranchées de zéro. La somme de mille écus est une grandeur réelle ou positive ou vraie, & la debte des mêmes mille écus pour un homme insolvable & qui n'a rien du tout, est une grandeur défective ou négative ou fausse. Ce qu'il est aisé de concevoir même dans le langage ordinaire, lorsqu'on dit d'un homme qui n'a rien & qui doit mille écus, qu'il s'en faut mille écus qu'il n'ait un soû.

Lorsqu'on veut connoître les grandeurs ou régler leur comparaison, il faut avoir une régle qui puisse mesurer la distance ou l'éloignement qu'elles ont du zéro. Celle qu'on emploie généralement est l'unité. Et afin d'en concevoir distinctement la nature, il est à propos de faire attention sur les deux idées que nous avons de l'unité & de la multitude. On ne peut douter que ces deux idées ne soient directement opposées l'une à l'autre. L'idée de l'unité détruit l'idée de la multitude, & l'idée de la multitude détruit l'idée de l'unité. L'unité est conceuë comme simple & indivisible & sans composition de parties, & la multitude au contraire comme composée de diverses parties.

Si l'unité étoit divisible ou qu'elle eût des parties, l'idée de la multitude luy conviendroit, & l'unité ne seroit plus unité. On ne fait pas assez, ce me semble, de réflexion sur cette vérité. Nôtre esprit fait souvent un faux mélange des véritables idées qui sont en luy. Nous nous sommes accoûtumez à considérer presqu'en toute rencontre que chacu-

SCD LYON 1

ne des grandeurs étoit divisible en une multitude nombreuse de diverses parties. L'union de toutes ces parties n'est qu'une participation, ou pour parler plus proprement, qu'une représentation grossiére & tres-imparfaite de la véritable unité; parce que chacune de ces parties est actuellement distinguée de chaque autre, qu'elle n'en dépend point pour subsister, & qu'elles n'ont toutes aucune liaison essentielle ou nécessaire les unes avec les autres; & néanmoins cette union ou cette liaison que nôtre esprit imagine dans les grandeurs, & qu'il n'y conçoit que confusément, nous a fait regarder chaque grandeur comme véritablement une, & l'unité comme véritablement divisible. C'est ainsi que nous nous sommes accoûtumez assez mal à propos à répandre l'idée de l'unité sur chaque grandeur, & à confondre celle de la grandeur avec l'idée de l'unité véritable.

Nous verrons facilement en réfléchissant sur nos connoissances, que nous n'en avons point de plus claire & de plus distincte que celle de l'unité, puisque sa nature & ses proprietez sont d'être indivisible & simple ou sans composition. Elle n'a point d'autre régle ou mesure qu'elle-même, & elle est seule la mesure ou la régle immuable & la plus naturelle à laquelle on rapporte toute sorte de nombres. Et en ce sens l'unité & les nombres intelligibles sont des idées claires, qui sont présentes à nos esprits, & qui n'ont aucune éxistence réelle dans les grandeurs sensibles, dont elles servent à régler la mesure, lorsque les unes peuvent être mesurées par les autres, comme ces nombres intelligibles sont mesurez par l'unité ou par d'autres nombres.

On choisit pour cela entre diverses grandeurs comparées & d'un même genre, quelqu'une qui tienne la place de l'unité, ou qui la représente & reçoive son nom. Il arrive néanmoins ordinairement que l'unité étant ainsi déterminée, on prend encore pour unité une autre grandeur différente de la premiére. Si cette nouvelle surpasse la premiére & la contient plusieurs fois au juste ou sans reste, elle sera multitude à l'égard de l'autre. Aiant pris pour unité la grandeur d'un pouce, & ensuite aussi pour unité la grandeur d'un pied, cette unité nouvelle est multitude à l'égard de la premiére. Et si la nouvelle est moindre que la premiére, & qu'elle y soit contenuë plusieurs fois sans reste, la premiére est multitude à l'égard de la nouvelle. Mais si par une abstraction, que l'imagination suppose ordinairement, on considére l'unité nouvelle, comme faisant seulement partie de l'autre grandeur prise pour unité, on conçoit alors que la premiére est une unité divisible, comme lorsqu'un pied qui contient douze pouces est pris pour unité. Ces sortes d'unitez étant divisibles en des multitudes sans nombre de diverses parties, ne sont jamais parfaitement connuës telles qu'elles sont en elles-mêmes. Et lorsqu'on les nomme connuës, ce n'est que conditionellement ou par supposition & seulement pour juger des autres par rapport à elles.

Si l'unité supposée & une grandeur qu'on lui veut comparer peuvent avoir une mesure commune, ou qu'une grandeur étant appliquée cer-

SCD LYON 1

taines fois sur elles puisse mesurer chacune au juste & sans reste, on dit que la grandeur est *commensurable*. Et si elles n'ont point de mesure commune, ou que nulle grandeur ne puisse mesurer l'une & l'autre au juste ou sans reste, la grandeur est nommée *incommensurable*.

Il est, ce me semble, assez inutile de disputer avec Stevin pour sçavoir si l'unité doit estre mise au rang des divers nombres. On n'a qu'à expliquer ce qu'on entend par nombres. Si en s'arrêtant à l'étimologie du terme, on veut que chaque nombre soit une énumeration de plusieurs unitez, l'unité ne sera pas un nombre. Et si par nombres on entend les idées intelligibles qui servent à régler la mesure des grandeurs, ou les quantitez mêmes que l'on veut choisir pour répréſenter ces idées, on pourra mettre alors l'unité dans le rang des nombres. Et c'est en l'un de ces deux sens, ou selon l'un & l'autre, que l'usage a voulu que l'unité fût aussi comprise sous ce terme général des nombres, puisqu'on dit ordinairement que les grandeurs commensurables entre lesquelles on met l'unité la premiére, sont entr'elles comme nombre à nombre.

Si l'unité supposée étant appliquée certaines fois sur une grandeur la peut mesurer au juste ou sans reste, la grandeur est nommée *entiére*, parce que l'unité supposée la mesure de la même sorte que l'unité intelligible mesure un certain nombre. Ayant pris pour unité la grandeur d'un pied, celle de quatre pieds est une grandeur entiére, parce qu'elle est mesurée quatre fois sans reste par celle d'un pied, comme le nombre intelligible 4 par l'unité simple. Et si l'unité supposée ne mesure pas la grandeur au juste, & qu'une de leurs différentes parties mesure l'une & l'autre sans reste, comme l'unité simple mesure deux nombres intelligibles, la grandeur est nommée *fraction* ou *portion de grandeur* ou *grandeur rompuë*, comme les trois quarts d'un pied, parce que le quart d'un pied est 4 fois dans un pied & 3 fois dans les trois quarts d'un pied, comme l'unité est 4 fois dans 4 & 3 fois dans 3. Nous parlerons par ordre de toutes ces diverses espéces de grandeurs.

SECONDE REGLE GENERALE.

2. Lorsque l'esprit apperçoit ses idées d'une vûë nette & distincte, & qu'elles sont exprimées clairement & sans équivoque, on les compare entr'elles selon les rapports qu'elles peuvent avoir d'égalité ou d'inégalité, & lorsqu'on apperçoit ces rapports tels qu'ils sont en eux-mêmes, on conçoit des véritez. Et s'ils ne sont point tels, ce qu'on croit voir est faux. Il y a un rapport d'égalité entre 2 fois 3 & 6, & d'inégalité entre 2 plus 3 & 6. Et j'apperçois une vérité, quand je conçois que 2 fois 3 font 6, ou que 2 plus 3 ne font pas 6. Mais je ne verrois qu'une fausseté, si je m'imaginois que 2 fois 3 ne font pas 6, ou que 2 plus 3 font 6.

DEFINITIONS.

Les expressions ou les expositions sensibles des rapports d'égalité ou d'inégalité qu'on apperçoit entre deux idées sont appellées *propositions*;

vraies, ſi les rapports ſont vrais ou réels: & *fauſſes*, s'ils ſont imaginaires ou faux. Les Mathématiciens & les Géométres diſtinguent principalement leurs propoſitions en certaines eſpéces, dont voici les noms & l'explication.

Axiome eſt une propoſition dont la connoiſſance eſt ſi claire que l'on ne peut la révoquer en doute. De ſorte qu'elle n'a beſoin d'aucune preuve, tout homme raiſonnable étant forcé d'en tomber d'accord, comme ſi l'on dit qu'un tout ſurpaſſe une de ſes parties.

Suppoſition ou *demande* eſt une propoſition un peu moins générale qu'un axiome & moins évidente, mais qu'on ne peut raiſonnablement ni conteſter ni refuſer. Et ainſi on demande qu'on l'accorde, afin de n'être pas inutilement obligé de prouver qu'elle eſt véritable, ou qu'il eſt aiſé d'éxécuter ce qu'on veut que l'on faſſe.

Problême ou *queſtion* eſt une propoſition qui demande qu'on découvre quelque vérité cachée, & qu'on démontre qu'elle eſt découverte.

Lemme eſt une propoſition qui n'eſt au lieu où elle eſt que pour ſervir de preuve à d'autres qui la ſuivent.

Corollaire ou *conſéquence* eſt une propoſition déduite ou tirée naturellement d'une autre, & qui la ſuit de prés.

Comme les idées ne ſont pas toutes également ſimples, les propoſitions ſont auſſi plus ou moins compoſées, & leurs véritez plus ou moins difficiles à connoître, ſelon que les deux idées principales dont ces propoſitions expriment le rapport, renferment & ſuppoſent plus ou moins d'idées ſimples.

TROISIEME REGLE.

3. Toutes les ſciences ont pour premiers principes & pour fondemens les propoſitions les plus ſimples & les plus générales, & qui ſont toûjours les axiomes ou notions communes dont elles dépendent plus univerſellement. Et les fondemens ou les principes généraux d'une ſcience étant une fois poſez, voici ce qu'on obſerve pour la déduction des véritez qui en dépendent.

En premier lieu on conſidére attentivement & d'une vûë nette & diſtincte, & on exprime clairement les idées qui tiennent plus de la ſimplicité & de l'univerſalité de celles dont les axiomes expoſent les rapports. On compare enſuite avec beaucoup d'ordre & d'éxactitude ces mêmes idées, & on marque clairement les rapports les plus ſimples & les plus généraux ſelon leſquels ils approchent plus des axiomes ou les touchent de plus prés. On applique enfin à ces nouveaux rapports ou aux propoſitions qui les expriment, les axiomes mêmes ſelon qu'ils leur conviennent. Et cette application étant juſte & bien réglée fait naître la connoiſſance des véritez ſimples & générales qui ſuivent de plus prés les axiomes. On déduit en même ſorte de celles-ci les plus ſimples & les plus générales de celles qui les ſuivent. Et on tire toûjours dans un même ordre les véritez les unes des autres ſelon qu'elles ſont plus compoſées

SCD LYON 1

& plus particulières. Divers exemples éclairciront ces régles dans le corps entier de tout cet ouvrage, & quelques-uns même dés la fin de ce premier Livre.

QUATRIEME REGLE.

4. Toutes les diverſes applications des véritez plus ſimples & plus générales ſur d'autres qui le ſont moins, ſe peuvent régler en cette ſorte. Si la vérité d'une propoſition eſt évidente par elle-même, elle eſt comme une eſpéce d'axiome ou de ſuppoſition, & la preuve en eſt inutile, puiſqu'on n'en doute pas. Ainſi on ſe contente de l'énoncer par des termes clairs. Mais ſi la propoſition a beſoin de preuve, ou que la vérité n'en paroiſſe pas aſſez clairement, on la prouve en ſe ſervant avec choix & par ordre des définitions, des axiomes ou ſuppoſitions qui ſont accordées, des theorêmes, des problêmes, des lemmes, & des corollaires dont les véritez ont été déja démontrées.

EXPLICATION.

Chacune de ces applications en particulier d'une vérité ſur une autre eſt comme un rapport d'égalité de l'une avec l'autre. 4 eſt un tout, & 2 en eſt partie. Le tout eſt plus grand que ſa partie. Voilà deux véritez; ſi j'applique la ſeconde qui eſt plus générale ſur l'autre qui l'eſt moins, en concevant que le tout 4 eſt plus grand que ſa partie 2, il eſt viſible que cette application égale en un ſens ces deux véritez, je dis en un ſens, parce qu'il y a cette différence que l'une eſt particuliére à l'égard de l'autre. Et on découvre de la même ſorte que chaque vérité d'un ordre inférieur eſt égale en un ſens à chacune des ordres ſupérieurs, dont les diverſes applications auront pû ſervir à les découvrir.

Quand de l'application d'une verité ſur une autre, on déduit ou conclut une troiſiéme vérité, cela s'appelle *un raiſonnement*, comme dans l'éxemple qui précéde. 4 eſt un tout & 2 en eſt partie. Mais le tout eſt plus grand que ſa partie. Le tout 4 eſt donc plus grand que ſa partie 2.

Les raiſonnemens ſucceſſifs ſont comme autant de divers degrez par leſquels on deſcend avec ordre des véritez les plus ſimples & les plus générales aux véritez particuliéres & plus compoſées. Ainſi on ne peut jamais découvrir une verité nouvelle & particuliére, que l'on ne connoiſſe au moins deux véritez, l'une plus compoſée, & l'autre qui l'eſt moins, & qu'on ne puiſſe égaler enſuite la premiére avec la ſeconde. On ne peut découvrir que 17 eſt la différence des nombres 86 & 69, qu'on ne ſçache déja ces deux véritez, la premiére que 86 ſurpaſſe 69, & la ſeconde que ſi une moindre grandeur eſt retranchée d'une autre, ce retranchement laiſſe leur différence, & qu'on n'égale enſuite ces deux véritez, en jugeant que 17 qu'on découvre en retranchant 69 de 86 eſt la différence de 86 & 69.

Il eſt vrai que l'application de ces véritez plus générales & plus ſim-

ples sur celles qui le sont moins & qu'on leur égale, se fait tres-souvent implicitement plûtôt qu'explicitement, je veux dire par une opération tacite & secrette, comme si on ne réfléchissoit pas même qu'on y pense. L'esprit fait cette application avec tant de promptitude & de facilité, que la vérité qu'il en tire lui paroît claire & évidente par elle-même, & comme n'ayant aucun rapport aux axiomes, ou plûtôt comme si elle étoit elle-même un axiome.

L'esprit éxamine si peu la source des jugemens qu'il forme, & l'ordre qu'il suit en les formant, qu'il croit le plus souvent appercevoir d'une vûë immédiate ce qui n'est en lui que la suite de quelque raisonnement que l'expérience des sens ou une vûë claire de certaines véritez font faire à tous les hommes, & qu'une fréquente habitude leur fait réïterer si souvent qu'à la fin ils n'y pensent plus, & qu'ils regarderoient même comme un amusement inutile le soin d'ordonner un raisonnement pour déduire quelqu'une de ces véritez.

En jugeant par éxemple que 2 est la différence qui se trouve entre 6 & 4, on s'imagine que c'est une vérité si claire & si connuë par elle-même qu'elle ne dépend ou ne suit d'aucune autre. On s'avise alors fort peu de considérer distinctement & l'une aprés l'autre ces deux véritez, la premiére que 6 surpasse 4, & la seconde qu'ayant ôté une moindre grandeur d'une autre plus grande, le retranchement laisse leur différence, ny d'égaler ensuite la premiére avec la seconde, en jugeant que 2 qu'on trouve lorsqu'on ôte 4 de 6, est la différence qui est entre ces deux nombres. Et s'il est vrai qu'on ne puisse s'empêcher de considérer cette verité particuliére que 6 surpasse 4, on la considére néanmoins si conjointe & unie de si prés avec celle qu'on propose d'abord, qu'on les confond ensemble comme si ce n'étoit qu'une même proposition.

L'extrême facilité avec laquelle on apperçoit ces sortes de véritez est cause qu'on ne les regarde point comme une suite de celles dont elles dépendent véritablement. D'où vient qu'on se contente de les énoncer sans se mettre en peine d'en chercher les preuves ou d'en marquer la liaison avec les premiers principes, comme on fait pour les autres qui leur sont semblables, & qui suivent comme elles des mêmes principes & dans un même ordre, mais qu'on ne découvre pas si facilement, comme s'il s'agissoit de trouver la différence de deux nombres fort grands. Afin donc d'embrasser généralement les preuves de toutes les véritez particuliéres qui sont semblables & de la même espéce, on est obligé d'exposer clairement les véritez générales dont elles ont toutes une égale dépendance, se réservant la liberté de supprimer toutes les applications explicites de ces véritez, lorsque l'esprit y peut aisément suppléer par des implicites.

CINQVIEME REGLE.

5. Si ceux à qui l'on parle sont convaincus de la vérité d'une proposition, on peut se contenter de la proposer simplement, pour ménager le

le temps & la peine qu'on perdroit en la leur prouvant. Si on conteſte la propoſition, il faut montrer l'égalité qu'elle a avec une autre plus ſimple & plus claire. Si on conteſte encore celle-ci, on en fait voir en même ſorte l'égalité avec une autre encore plus ſimple & plus générale qu'elle. On égale en un même ordre cette troiſiéme propoſition avec une quatriéme qui eſt auſſi plus ſimple & plus claire, & pareillement cette quatriéme avec une cinquiéme, & ainſi de ſuite en remontant toûjours juſqu'aux premiers principes. Et ſi toutes les égalitez ſont faites avec juſteſſe, la vérité de la propoſition eſt prouvée invinciblement, & quiconque auroit appercu cette application avec une évidence entiére & parfaite, ne pourroit plus refuſer de conſentir à cette vérité.

Les Mathématiciens & les Géométres ſe conduiſant ordinairement, comme s'ils ſuppoſoient qu'on leur conteſtera chacune des propoſitions qu'ils avancent, excepté les premiers principes, ils s'engagent auſſi toûjours à les démontrer en ſe ſervant de ces ſeuls principes & des véritez ſeules qu'ils en ont déduites. Ils n'emploient pour cela que deux ſortes de preuves ; les unes *poſitives* & *directes* ou qui découvrent à fond la nature & toutes les raiſons de ce que l'on avance : & les autres *indirectes* ou *tirées de l'abſurde*, & qui dépendent de cette notion commune ; qu'une même propoſition priſe ſeulement en un ſens ne peut pas être tout enſemble véritable & fauſſe. Ce qui arriveroit pourtant néceſſairement, ſi celle qu'on avance, & qu'un eſprit oppoſé conteſte, n'étoit pas véritable.

Ces deux ſortes de véritez ont cela de commun qu'elles convainquent l'une & l'autre, & forcent la raiſon à donner ſon conſentement. Mais la directe a cet avantage ſur l'autre qu'elle éclaire encore & ſatisfait l'eſprit pleinement, ne laiſſant rien échapper à ſa connoiſſance. Ainſi les preuves directes ſont incomparablement plus eſtimables que les indirectes, & doivent ſi fort leur être préferées, que l'on n'emploie jamais les indirectes, lors qu'on en peut trouver de directes.

DEFINITIONS.

Il y a trois voies générales qui peuvent conduire à la découverte des diverſes véritez ou à la reſolution des queſtions qu'on propoſe. La premiére eſt nommée *voie Synthétique* ou *de compoſition* ou ſimplement *Synthéſe*, la ſeconde *analytique* ou *de réſolution* ou ſimplement *Analyſe*, & la troiſiéme eſt mixte ou participe des deux autres.

La Synthéſe établit d'abord ſes principes, elle en déduit enſuite avec ordre diverſes conſéquences qu'elle renoüe avec leurs principes, & par là elle fait voir dans certaines formations générales ou dans les diverſes compoſitions des véritez toutes les idées ou les parties ſimples qu'elles embraſſent. Elle en diſtingue éxactement les différences & les rapports, & détermine ce qui doit réſulter de leurs divers mélanges ou de certains aſſemblages que l'on en peut faire ; & enfin ce que la variété de leurs conjonctions ou disjonctions peut ou doit produire : &

SCD LYON 1

par la connoiſſance qu'elle donne de ces ſortes de véritez compoſées, elle apprend à expliquer & à réſoudre toutes celles qui leur ſont ſemblables & d'un même genre. De même qu'un homme qui marquant en particulier la figure & l'uſage de chacun des reſſorts ou de chacune des rouës & des diverſes parties qui compoſent une certaine pendule, apprendroit enſuite les rapports & les communications différentes de tant de diverſes parties, feroit en même temps connoître la nature & la conſtruction ou la compoſition de diverſes pendules.

Et l'Analyſe réduit les queſtions à certaines égalitez qui marquent clairement les rapports connus d'où dépend leur réſolution, & compare enſuite tellement les deux idées principales ou les deux termes de ces égalitez, en faiſant ſur chacun divers changemens égaux de part & d'autre, qu'elle découvre enfin les véritez dont elle tente la recherche.

Ces deux voies ſont fort différentes. La Synthétique ſuppoſe beaucoup plus que l'analytique. Elle eſt plus propre pour inſtruire & conduire les autres que pour s'inſtruire & ſe conduire par ſoi-même. Ceux qui ſont éclairez & qui prétendent éclairer les autres doivent s'en ſervir dans les commencemens juſques à ce qu'ils aient clairement fait comprendre l'uſage de l'analytique. Mais lors qu'on eſt une fois entré dans la voie analytique & qu'on la peut ſuivre, on découvre bien plus aiſément les véritez cachées. Cette voie n'a rien de forcé dans ſes raiſonnemens. Ils y ſont ordonnez d'une maniére toute ſimple, ils ſont faciles, toûjours uniformes & déterminez, & ne demandent pas ces efforts & cette application penible, qu'éxigent les raiſonnemens de la Synthétique lorſqu'on veut inſtruire. Cette voie cependant n'eſt pas moins féconde ni moins lumineuſe dans ſes découvertes qu'elle eſt ſimple & facile à ſuivre dans ſes raiſonnemens, & on a raiſon de la conſidérer comme une ſource inépuiſable des découvertes les plus vaſtes & les plus ſublimes des Mathématiques, & comme l'inſtrument le plus propre non ſeulement pour les apprendre à fond, mais auſſi pour les inventer.

Jamais la Synthéſe des Géométres n'auroit pû s'élever à un ſi haut point qu'elle l'a fait dans ce ſiécle, ſi l'Analyſe des modernes ne l'avoit ſoûtenuë, & n'avoit expoſé au jour une infinité de belles découvertes inconnuës aux plus ſçavans hommes de l'antiquité. En effet il eſt impoſſible de raiſonner d'une maniére qui ſoit tout enſemble plus ingénieuſe, plus méthodique, plus profonde ou ſçavante, & plus abbrégée. Les expreſſions des lettres qui ſervent à ſon uſage ſont tout à fait ſimples & familiéres, & on ne peut rien fournir à l'eſprit qui luy ſoit d'un ſi grand ſecours pour découvrir les véritez ; parce qu'elles diminuent ſon travail, & ménagent addroitement ſon application. Elles le fixent & le rendent attentif ſur l'objet de ſes recherches, elles luy en marquent commodément toutes les parties, elles ſoûtiennent l'imagination, elles renouvellent & épargnent ou ménagent la mémoire autant

SCD LYON 1

qu'il eſt poſſible ; en un mot elles réglent & conduiſent parfaitement l'eſprit & le partagent ou l'occupent néanmoins ſi peu par les ſens, qu'elles luy laiſſent une liberté entiére d'employer dans ſes recherches tout ce qu'il a de vigueur & d'activité. De ſorte que rien ne peut échapper à ſa vûë, & la juſteſſe ou la netteté de ſes raiſonnemens luy découvre d'ordinaire par la plus courte voie les véritez dont il tente la recherche, ou les milieux qui luy manquent pour y arriver, lorſqu'elles paſſent ſa portée.

Il eſt vrai que la maniére d'énoncer ſes penſées eſt entiérement arbitraire. Mais l'importance qu'il y a de ne pas employer mal à propos les forces & la capacité de nôtre ame, nous oblige à choiſir des expreſſions ſimples, familiéres, & en petit nombre ; & d'éviter celles qui ſont trop barbares, ou qui ne reſſentent qu'une vaine érudition : comme celles où l'on n'affecte que de parler en grec & par citations. Les termes obſcurs embarraſſent l'imagination, les expreſſions trop diffuſes ou extraordinaires fatiguent ou effarouchent la mémoire. L'eſprit veut être ménagé, il n'aime pas qu'on le diſſipe. On doit retrancher tout ce qui l'occupe inutilement, ce qui le détourne de ſon application, & ce qui empêche ou trouble ſon activité. Il ne faut rien employer, & ſur tout dans les ſciences qui paſſent pour abſtraites, qui ne ſoit préciſément néceſſaire pour le rendre attentif & pour bien régler ſes penſées.

Or l'Analyſe a cet avantage qu'elle exprime ordinairement en fort peu de lignes & d'une maniére tres-ſenſible tous les diſcours & les raiſonnemens dont la Géométrie ſe verroit obligée de remplir des pages entiéres. D'où vient que l'eſprit ſe fatigue & ſe rebutte aiſément dans la Géométrie, lorſqu'elle eſt un peu trop compoſée, s'il ne prend l'analyſe pour guide ; au lieu qu'il reſſent une ſecrette joie lorſqu'il voit dans l'analyſe beaucoup d'idées & de véritez réünies d'une maniére ſenſible & tres-abbregée. Et cette vûë luy eſt d'autant plus agréable qu'il ſent moins de peine à ſe les répréſenter, & qu'il les peut embraſſer & pénétrer plus facilement.

Le mouvement de l'eſprit ſe fait avec une incroyable vîteſſe. Sa vûë perce, pénétre, & parcourt ſouvent en un inſtant beaucoup plus de choſes que la plume & la langue n'en peuvent exprimer en des heures entiéres. Ainſi la lenteur des expreſſions le peine & le fatigue, & il eſt dans une impatience inquiéte, lorſque la multiplicité, la longueur & l'embarras des termes ne peuvent tout enſemble répondre à l'étenduë de ſes penſées & ſuivre la rapidité de ſon mouvement. Et il reſſent au contraire beaucoup de plaiſir & de ſatisfaction, lorſqu'il peut proportionner en quelque ſorte les caractéres & les ſignes ſenſibles à ſes conceptions intelligibles, & marquer par un petit nombre d'expreſſions courtes & faciles tous les divers abbrégemens de ſes idées & de ſes connoiſſances.

SCD LYON 1

DEFINITIONS
PROPRES EN GEOMETRIE.

APRES avoir prescrit & expliqué dans ce premier Livre les régles & l'ordre du raisonnement, on a jugé à propos d'y joindre une exposition des premiers principes du corps entier des Mathématiques & de la Géometrie; & de fixer les idées des termes les plus généraux dont on se sert en Géométrie, & celles des parties principales que l'on y doit traitter.

Géométrie est la science qui a pour objet la mesure des corps, ou des diverses extrémitez & dimensions que l'on y considére.

Surface ou *superficie* est une extrémité d'un corps conceuë comme indivisible selon la dimension qu'on nomme *épaisseur* ou *profondeur*.

Ligne est une extrémité du corps ou d'une surface, & qui est conceuë comme indivisible selon deux dimensions qu'on nomme *profondeur* & *largeur*.

Point Mathématique ou simplement *point* est une extrémité d'un corps ou d'une surface ou celle d'une ligne, & qui est conceuë comme indivisible ou sans dimension, ou comme n'ayant ny *profondeur*, ny *largeur*, ny *longueur*.

On ne prétend pas que le point, la ligne & la surface puissent subsister séparément, ou se trouver réellement distinguées des corps. On prétend avoir seulement droit d'éxaminer à part chaque dimension ou chacune des surfaces des corps sans penser aux autres, comme lorsqu'on mesure la longueur d'un chemin sans considérer sa largeur, ou l'étenduë d'une plaine ou d'un champ sans penser à sa profondeur.

Grandeur géométrique est tout espace solide, ou chacune de ses surfaces ou de ses dimensions.

Figure 1. *Ligne droite* ou *simplement ligne* est celle comme ABZ, dont les extrémitez ne peuvent point terminer une ligne plus courte. Ou c'est la longueur ou la distance la plus courte qui puisse se trouver entre deux points A & Z.

Fig. 1. *Ligne courbe* est celle, comme AGZ, dont les extrémitez A & Z peuvent terminer quelque ligne plus courte.

Fig. 2. 3. 4. 5. 6. *Surface droite* ou *platte* ou *applanie* ou *plane* ou simplement *plan* est toute surface, comme ABC, sur qui l'on peut tirer une ligne droite de chacun de ses points à chaque autre.

Fig. 3. 4. 5. 6. *Surface courbe* est celle, comme ABZY, sur qui l'on ne peut pas tirer une ligne droite de chacun de ses points à chaque autre.

AXIOMES OU NOTIONS COMMUNES,
ET PRINCIPES GENERAUX DU CORPS ENTIER DES MATHEMATIQUES.

6. Toute grandeur surpasse une de ses parties.
7. L'assemblage entier des parties rend le tout, ou luy est égal.

SCD LYON 1

8. Plusieurs riens sont égaux à un rien. Ou plusieurs fois rien & une fois rien sont des expressions qui n'ont qu'un même sens.

9. Si à grandeurs égales on ajoûte une même grandeur ou des grandeurs égales, les touts sont égaux.

10. Si de grandeurs égales on ôte une même grandeur ou des grandeurs égales, les restes sont égaux.

11. Si à grandeurs inégales on en ajoûte d'égales ; ou de plus grandes à celles qui sont déja plus grandes, & de moindres aux plus petites, les touts sont inégaux. Et les plus grands sont ceux où sont les plus grandes de ces inégales.

12. Si de grandeurs inégales on en ôte d'égales, ou si on ôte moins des plus grandes que des plus petites, les restes sont inégaux. Et les plus grands sont ceux que l'on tire des plus grandes inégales.

13. Et si de grandeurs égales on en ôte d'inégales, les restes sont inégaux. Et les plus grands sont ceux que laisse le retranchement des moindres de ces inégales.

14. Si des grandeurs sont égales, toute autre aussi grande ou plus grande, ou moindre que l'une d'entr'elles est pareillement aussi grande, ou plus grande, ou moindre que chaque autre.

15. Une même proposition prise seulement en un sens ne peut pas être tout ensemble véritable & fausse.

16. Si la conséquence légitime & naturelle d'une proposition est absurde ou fausse, la proposition est pareillement fausse, & sa contradictoire véritable.

AXIOMES OU NOTIONS COMMUNES,
ET PRINCIPES GENERAUX DU CORPS ENTIER DE LA GEOMETRIE.

17. On peut tirer une ligne droite & on ne peut en tirer qu'une seule d'un point fixe ou déterminé A sur un point fixe ou déterminé Z. Et on la peut prolonger de part & d'autre autant qu'on voudra. *Fig.* 1.

18. Si deux grandeurs géométriques B & Y peuvent s'ajuster parfaitement ensemble, ou se rencontrer dans toutes leurs parties, ou convenir au juste en tous leurs points, elles sont parfaitement égales. *Fig.* 7. 8. *&* 9. 10. *&* 11. 12.

19. L'espace ABC que peuvent former toutes les lignes droites tirées continuëment du point A sur tous ceux d'une ligne droite BC est luy seul le plus court que les extrémitez AB & AC & BC puissent terminer. *Fig.* 13.

Pour concevoir distinctement la formation de cet espace ou quelle est sa nature, on peut s'imaginer qu'une ligne droite AZ ayant toûjours son extrémité A sur un même point fixe est mûë continuëment de B vers C sur la droite BC, parce que l'espace entier qu'elle aura formé ou parcouru entre BC & le point A immobile, sera celui que pourroient former toutes les lignes droites tirées continuëment du point A sur tous ceux de BC, ou pareillement du point B sur tous ceux de la droite AC, ou du point C sur tous ceux de l'autre droite AB.

SCD LYON 1

Premier Corollaire.

Fig. 14. 20. Toute partie AB d'une droite AZ eſt une ligne droite. Car la droite AZ eſt [a] plus courte que toute autre AYBZ. Et ôtant de part & d'autre la même partie BZ, la partie AB qui reſte d'une part eſt plus courte [b] que toute autre AYB qui peut reſter de l'autre. D'où il eſt évident que cette partie AB eſt une ligne [a] droite. Ce qu'il falloit démontrer.

a. définition
b. 12.

Second Corollaire.

Fig. 15. 16. 21. Si deux droites BC & *bc* ſont égales, elles peuvent s'ajuſter parfaitement enſemble ſans rompre leur droiture. Car tranſportant *bc* & appliquant l'extrémité *b* ſur l'extrémité B, on pourra mouvoir *bc*, l'extrémité *b* demeurant toûjours immobile ſur B, juſques à ce que l'extrémité *c* rencontre un point X ſur BC. Et les deux points *b* & *c* étant les mêmes alors que les deux B & X, & une droite ſeule pouvant être [a] tirée de *b* ou B ſur *c* ou X, la droite BX eſt la même que *bc* ou que [b] ſon égale BC. Et *bc* & BC s'ajuſtent en tous leurs points ſans rompre leur droiture. Ce qu'il falloit démontrer.

a. 17.
b. 18.

Troisieme Corollaire.

22. Si deux points B & C ſont fixes ou déterminez, une droite ſeule BCD peut paſſer par ces points.

Fig. 17. 18. Car une droite *bd* qui luy eſt égale, peut ſans rompre ſa droiture s'ajuſter [a] parfaitement ſur l'entiére BCD, ou la partie *bc* ſur une partie BC, & l'autre partie *cd* ſur la partie CD, & en même temps ſur la [a] partie CG de telle droite BCG qu'on voudra qui pourra paſſer par BC & égaler BD. De ſorte que *d* tombera ſur D ou G, & la droite BCG ſera toûjours l'unique BCD qui paſſe par B & C. Ce que j'avois à démontrer.

a. 21.

Quatrieme Corollaire.

Fig. 19. 23. Deux diverſes lignes droites ne peuvent ſe rencontrer ou ſe couppper qu'en un point. Et ſi quelque point C de l'une des deux ne peut ſe trouver ſur l'autre ZY prolongée s'il eſt neceſſaire, elles ne peuvent avoir au plus qu'un point commun. Parceque celles qui pourroient avoir deux points communs, s'ajuſteroient [a] auſſi ſur tous les autres, ou ne formeroient qu'une même ligne.

a. 22.

Cinquieme Corollaire.

Fig. 20. 24. Si un point A eſt hors d'une droite BC prolongée s'il eſt néceſſaire, tout l'eſpace ABC formé par les lignes droites tirées continuëment du point A ſur BC eſt une ſurface plane ou droite.

a. 19. Car ayant pris ſur elle deux tels points D & E qu'on voudra. De toutes
b. 20. les droites tirées du point A ſur BC, une AF doit [a] paſſer par D, & une autre AG par E, & les droites AF & AG & la ligne FG, qui [b] eſt droite, terminent l'eſpace AFG le plus court [a] qu'elles puiſſent terminer, ou celuy que pour-

SCD LYON 1

roient aussi former les droites tirées continuëment du point F sur AG. De sorte qu'on peut tirer sur l'espace AFG ou sur l'autre ABC dont il est partie, une droite FE du point F au point E. Et pareillement dans le plus court AEF que puissent terminer les droites EA & EF, & la partie AF qui est [b] droite, ou qui est formé par toutes les droites tirées [a] continuëment du point E sur AF, on peut tirer une droite ED du point E au point D. Comme donc on peut tirer de chaque point E à chaque autre D une droite ED dans l'espace AEF ou dans l'autre ABC, cet espace ABC doit estre une surface [c] droite ou un plan. Et c'est ce que j'avois à démontrer. c. *définition.*

SIXIEME COROLLAIRE.

25. Deux lignes droites BE & CF tirées l'une de B sur la droite AC, & l'autre de C sur la droite AB, s'entrecouppent en un certain point D. Car chacune traversant le plan ABC ou s'y trouvant [a] toute, elles ne peuvent pas passer l'une au dessous de l'autre. Et comme CF ne [b] rencontre CB & CA qu'en C, elle passe sur le plan ABC entre les extrémitez B & E de la droite BE, qu'elle couppe par conséquent sur un certain point D. *Fig.* 22. a. 24. b. 23.

SEPTIEME COROLLAIRE.

26. Si deux points B & C d'une droite BC sont sur un même plan, cette ligne BC prolongée aussi loin qu'on voudra, sera toute entiére sur ce plan étendu plus loin s'il est nécessaire. Car prenant un point arbitraire A du plan, qui ne puisse estre un des points de BC, & supposant BC prolongée jusqu'en D, on pourra tirer [a] sur ce plan des droites du point A sur tous ceux de BC. De sorte que le plan comprend déja [b] comme une de ses parties la surface droite ABC, & pareillement [b] comme une autre partie la surface droite ACD que formeroient les droites tirées continuëment du point A sur le prolongement CD de BC. Et ainsi la droite entiére BCD est sur le même plan sur qui sont déja ses deux points B & C. Et c'est ce qu'il falloit démontrer. *Fig.* 22. a. 24. b. *définition.*

HUITIEME COROLLAIRE.

27. Deux droites AB & AC qui se rencontrent en A, & toutes celles qui rencontrent l'une & l'autre hors du point commun A sont entiérement sur un même plan. Car les droites AB & AC sont [a] entiérement chacune sur le plan ABC sur qui sont les deux points A & B de l'une & les deux A & C de l'autre, & chaque droite qui rencontre AB & AC hors du point commun A, aiant déja deux points sur le plan ABC s'y trouve toute [a] entiére. *Fig.* 23. a. 26.

NEUVIEME COROLLAIRE.

28. Si trois points fixes ou déterminez A & B & C ne sont pas chacun sur une même ligne prolongée s'il est nécessaire, un seul plan ABC passera par ces points. Parce que les droites tirées continuëment du point A *Fig.* 24.

SCD LYON 1

ſur BC, ou de B ſur AC, ou de C ſur AB, & prolongées juſqu'où l'on
a. 26. voudra, ſeront toûjours entiérement chacune [a] ſur tel plan qu'on voudra concevoir paſſant par A, B, C. De ſorte que le cours de ces lignes étant toûjours fixe & déterminé, le plan entier qu'elles forment enſemble eſt déterminé, & le ſeul ABC eſt ce plan même qu'elles peuvent former ou déterminer, ou qui peut paſſer par les trois points déterminez A & B & C.

DEFINITIONS.

Les plans ſont nommez *rectilignes*, qui ne ſont terminez que par des lignes droites; *curvilignes*, qui ne ſont terminez que par des lignes courbes; & *mixtes*, qui ſont en partie terminez par des droites, & en partie par des courbes.

Fig. 25. Lorſqu'une droite CA immobile en ſon extrémité C eſt mûë ſur un plan juſques à ſon retour d'où elle étoit partie, l'eſpace entier qu'elle aura parcouru ou décrit ſur le plan eſt nommé *cercle* ou *plan circulaire*. Et l'extrémité fixe ou immobile C *le centre du cercle* ou ſimplement *le centre*. Et la droite CA le *raion du cercle* ou ſimplement *le raion*. Et ſi elle paſſe hors du cercle, on la nomme *ſécante* ou *couppante*.

Fig. 25. L'extrémité du cercle ou la ligne courbe AA qui le termine, eſt appellée *ligne circulaire* ou *circonférence*. Et chaque partie de la circonférence a receu le nom d'arc.

On a coûtume de concevoir chaque circonférence diviſée en trois cent ſoixante arcs égaux qu'on appelle *degrez*; & chaque degré en ſoixante arcs égaux, qui s'appellent *minutes* ou *premières*; & chaque minute en ſoixante autres égaux, qui s'appellent *ſecondes*; chaque ſeconde en ſoixante *troiſiémes*; & ainſi du reſte.

Fig. 26. L'inſtrument dont on ſe ſert pour tirer une ligne droite, & pour la prolonger de part & d'autre autant qu'on voudra, eſt celui qu'on nomme *régle*. Et on nomme *compas* l'inſtrument qui ſert à décrire les circonférences. Et c'eſt la longueur de ſon ouverture, ou la ligne droite terminée par ſes pointes, qui marque ou détermine la longueur du raion.

Tout ce qu'on peut tracer ou meſurer au juſte avec la régle & le compas ou avec des lignes droites & des circulaires, ſe rapporte à la Géométrie qu'on nomme *ordinaire* ou *commune*, & tout le reſte ſe rapporte à celle qu'on nomme *compoſée* ou *Géométrie des ſolides*.

La Géométrie commune que l'on ſubdiviſe ordinairement en *plane* & *ſolide* ſera ſubdiviſée dans cet ouvrage en *lineaire* ou *ſimple*, en *plane*, en *celle des ſurfaces ſphériques*, *coniques & cilindriques*, & en *ſolide*.

La Géométrie linéaire eſt celle où l'on ne conſidérera que les rencontres ou diſtances & les rapports des lignes droites & des circulaires.

La plane ſera celle où l'on s'appliquera à conſidérer, à décrire, & à comparer, ou à meſurer tous les divers plans terminez ſeulement par des lignes droites & des circulaires, ou les rencontres & les diſtances de ces mêmes plans.

La

Celle que je nomme des ſurfaces courbes ſphériques, coniques & cilindriques, tentera la meſure, la comparaiſon, & la deſcription des ſurfaces courbes ſur qui l'on peut décrire par chacun de leurs points des circonférences en tous ſens, ou une circonférence ſeulement en un ſens & une ligne droite.

Je nommerai auſſi Géométrie ſolide celle où l'on s'arrêtera à conſidérer & à comparer, ou à conſtruire & à meſurer tous les corps ſolides, lorſqu'on le peut faire avec la régle & le compas, ou avec des lignes droites & des circulaires.

La Géométrie qu'on nomme ici ſolide, différe de la compoſée à qui on a voulu donner le nom de Géométrie des ſolides. Ces diverſes parties de la Géométrie ſeront expliquées chacune en ſon lieu.

DEFINITIONS
DE CERTAINES LONGUEURS.

La meſure qu'on nomme *un pied géométrique* ou ſimplement *un pied* ou *un pied linéaire*, eſt celle des longueurs à laquelle on rapporte ordinairement les autres.

La douziéme partie du pied eſt appellée *pouce*. Et ſa ſeiziéme eſt ce qu'on nomme *un doit*. Et on nomme *ligne* la douziéme partie du pouce, ou la neuviéme du doit, ou la partie cent quarante-quatriéme du pied linéaire.

La paûme en travers de la main contient trois pouces ou le quart d'un pied, & la paûme étenduë en contient les trois quarts ou neuf pouces.

La coudée ordinaire eſt d'un pied & demi. Et celle du Temple eſtoit de ving & un pouces.

Le pas géométrique eſt de cinq pieds. La toiſe ou la braſſe eſt de ſix. Et l'aûne à peu prés de trois pieds & ſept ou huit pouces.

La verge eſt ordinairement de dix ou douze pieds. Et la perche de dix-huit ou de ving, & quelquefois de ving-deux ou de ving-cinq.

La ſtade des Romains étoit de cent ving-cinq pas, ou de ſix cent ving-cinq pieds. Et la ſtade des Grecs de cent ving pas ou de ſix cent pieds.

Le mille d'Italie vaut huit ſtades, ou mille pas, ou cinq mille pieds.

Et la lieuë commune de France ou d'une heure de chemin eſt de trois mille pas, ou de quinze mille pieds.

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE SECOND.

DE LA SCIENCE GENERALE *DES NOMBRES.*

DEFINITIONS, ET EXPLICATION DES CARACTERES.

LA meſure la plus ſimple des nombres eſt celle qu'on nomme *unité*. Et ſa nature eſt d'eſtre ſimple en elle-même & indiviſible ou ſans compoſition de parties. Et l'idée qui la répréſente eſt oppoſée à celle de la multitude, chacune de ces idées ne pouvant ſubſiſter avec l'autre.

On nomme *nombres entiers* ou *naturels* ou ſimplement *nombres* tous les divers aſſemblages de pluſieurs unitez, ou les idées que nous avons de diverſes multitudes. Et l'uſage a voulu que l'unité même fuſt compriſe ſous ce nom général des nombres entiers.

La ſcience qui a les nombres pour objet, & qui eſt vulgairement nommée *Arithmétique* ſera nommée ſimplement *la ſcience des nombres*. Et ſa principale partie, ou celle dont l'application découvre tout le reſte, ſera nommée *la ſcience générale des nombres*.

Le caractére 1 exprime & marque l'unité; 2 ſignifie l'aſſemblage de deux unitez ou le nombre de deux; & 3 celuy de trois; & 4 ſignifie quatre; & 5 cinq; & 6 ſix; & 7 ſept; & 8 huit; & 9 neuf; & la marque ou le caractére 0, que l'on nomme un *Zéro*, ſignifie ce qui n'a ni grandeur ni proprieté, c'eſt à dire le rien.

SCD LYON 1

1. Ces dix caractéres empruntez des Arabes, & qu'on nomme *des chiffres*, changent encore leurs noms & leurs valeurs selon la varieté de leurs dispositions ou arrangemens, parce qu'en les disposant consécutivement ou selon divers rangs contez de droite à gauche, on les fait valoir dix fois autant en chaque rang que dans celuy qui les précéde immédiatement.

Tout chiffre écrit au premier rang qui est plus à la droite de celuy qui lit ou qui écrit, ne marque simplement que ses unitez; mais il marque au second autant de dixaines ou autant de fois dix qu'il a d'unitez; c'est à dire une dixaine ou dix s'il y a 1, & 2 dixaines ou ving s'il y a 2, & 3 dixaines ou 30 s'il y a trois, & quarante, ou cinquante, ou soixante, ou soixante & dix, ou quatre-ving, ou quatre-ving-dix; s'il y a 5, ou 6, ou 7, ou 8, ou 9. Pour ménager l'imagination & faciliter en cela les opérations que l'on fait sur les nombres, on dira septante, & huitante, & nonante, sans consulter l'usage & la délicatesse ou la pureté de la langue, au lieu de soixante & dix, quatre-ving, & quatre-ving-dix.

Tout chiffre écrit au troisiéme rang vaut aussi autant de dix dixaines ou de centaines qu'il a d'unitez; & au quatriéme autant de dix centaines ou de mille; au cinquiéme autant de dix mille; au sixiéme autant de cent mille; au septiéme autant de dix cent mille ou de millions; au huitiéme autant de dix millions; au neuviéme autant de cent millions; au dixiéme autant de dix cent millions, ou de milliars; à l'onziéme autant de dix milliars; au douziéme autant de cent milliars; au treiziéme autant de dix cent milliars, ou de mille milliars; & au quatorziéme autant de dix mille milliars; &c. au dix-neuviéme autant de milliars de milliars, ou de *bilions*, comme quelques-uns les nomment; &c. au ving-huitiéme autant de milliars des milliars de milliars, ou de *trilions*; &c. au trente-septiéme autant de milliars des milliars de milliars des milliars, ou de *quadrilions*; & ainsi de suite jusques à l'infini.

&c.
32e rang.
31e rang.
30e rang.
29e rang. &c.
28e rang. milliars des milliars de milliars
27e rang.
26e rang.
25e rang. millions des milliars de milliars
24e rang.
23e rang.
22e rang. mille des milliars de milliars
21e rang. centaines des milliars de milliars
20e rang. dixaines des milliars de milliars
19e rang. milliars de milliars
18e rang. centaines des millions de milliars
17e rang. dixaines des millions de milliars
16e rang. millions de milliars
15e rang. centaines des mille de milliars
14e rang. dixaines des mille de milliars
13e rang. mille de milliars
12e rang. centaines de milliars
11e rang. dixaines de milliars
10e rang. milliars
9e rang. centaines de millions
8e rang. dixaines de millions
7e rang. millions
6e rang. centaines de mille
5e rang. dixaines de mille
4e rang. mille
3e rang. centaines
2d rang. dixaines
1er rang. unitez

I COROLLAIRE ET PROBLEME I.

2. Pour lire un nombre écrit, comme 345467983425. On en ſuppoſera tous les chiffres tranchez ou ſéparez de trois en trois par des points ou par de petites lignes & de droite à gauche, & liſant dans la tranche V trois cent quarante-cinq, on ajoûtera milliars; & liſant enſuite dans la tranche X quatre cent ſoixante-ſept, on ajoûtera millions; & liſant pareillement dans la tranche Y neuf cent quatre ving-trois, on ajoûtera mille; & pour la tranche Z on lira ſimplement quatre cent ving-cinq. De ſorte que ces chiffres ainſi diſpoſez expriment tous enſemble le nombre trois cent quarante-cinq milliars, quatre cent ſoixante-ſept millions, neuf cent quatre ving-trois mille, quatre cent ving-cinq.

milliars	millions	mille	
345	467	983	425
V	X	Y	Z

Et on verra de la même ſorte que les chiffres expoſez ici expriment tous enſemble le nombre ving mille & cent ving-trois milliars de milliars, cinq cent millions huit cent quatre ving-dix mille & quatre cent huit milliars, ſoixante-ſept millions, cinq cent ſoixante & quatorze mille, deux cent trente.

mille	milliars de milliars	milliars	millions	mille	milliars	millions	mille	
20	123	500	890	408	067	574	230	
Q	R	S	T	V	X	Y	Z	

II COROLLAIRE ET PROBLEME II.

3. Pour écrire le nombre ving mille & cent ving-trois milliars de milliars, cinq cent millions huit cent quatre vingt-dix mille & quatre cent huit milliars; ſoixante-ſept millions, cinq cent ſoixante & quatorze mille, deux cent trente. On ſuppoſera divers rangs marquez ſi l'on veut par de petits points, & tranchez de trois en trois & de droite à gauche. Et aſſignant le terme mille à la tranche Y, & celuy de millions à la tranche X, & de milliars à la tranche V; & de nouveau celuy de mille à la tranche T, & de millions à la tranche S, & de milliars des milliars à la tranche R, & de mille à la tranche Q: on écrira dans les deux rangs de la tranche Q les 20 mille des milliars de milliars, & les 123 milliars de milliars dans les trois rangs de la tranche R, & les 500 millions de milliars dans les trois de la tranche S, & les 890 mille milliars dans les trois de la tranche T, & les 408 milliars dans les trois de la tranche V, & les 67 millions dans les trois de la tranche X, rempliſſant pour cela d'un zéro le rang des centaines de millions, que 67 millions ne peuvent occuper. Enfin on écrira les 574 mille dans les trois rangs de la tranche Y, & les 230 unitez dans les trois de la tranche qui reſte. Et tous ces chiffres ainſi
2. 1. diſpoſez expriment [a] enſemble tout le nombre au juſte qu'on propoſe.

mille	milliars de milliars	milliars	millions	mille	milliars	millions	mille	
20	123	500	890	408	067	574	230	
Q	R	S	T	V	X	Y	Z	

III COROLLAIRE ET PROBLEME III.

POUR L'ADDITION DES NOMBRES.

4. *POur ajoûter enſemble pluſieurs nombres, ou n'en faire qu'un ſeul, ou pour trouver leur ſomme.*

On les diſpoſe avec ſoin & dans un tel ordre les uns ſous les autres que les unitez répondent aux unitez, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, les mille aux mille, & ainſi du reſte. Et enſuite on ajoûte ſucceſſivement & par ordre tout ce qui eſt en chaque rang en commençant par le premier où ſont les unitez, & écrivant ſous le rang ce qui luy appartient, on réſerve autant d'unitez que l'on y a trouvé de dixaines, & on les tranſporte au rang qui ſuit immédiatement. Et ce qu'on trouve à la fin écrit ſous les rangs exprime la ſomme ou le nombre entier qu'on cherche. Les exemples éclairciront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les deux nombres 432 & 245. Je les diſpoſe ainſi l'un ſous l'autre. J'écris 5 qui vaut 5 unitez ſous 2 qui vaut 2 unitez, & 4 qui vaut 4 dixaines ſous 3 qui vaut 3 dixaines, & 2 qui vaut 2 centaines ſous 4 qui vaut 4 centaines. Et je dis enſuitte au premier rang : 2 unitez & 5 unitez font 7 unitez, & j'écris 7 ſous le rang des unitez. Et venant au ſecond où ſont les dixaines, je dis : 3 dixaines & 4 dixaines font 7 dixaines, & j'écris 7 ſous le rang des dixaines. Et je dis pareillement au troiſiéme rang, où ſont les centaines : 4 centaines & 2 centaines font 6 centaines, & j'écris 6 ſous le rang des centaines. Et le nombre entier 677 eſt au juſte la ſomme ou l'aſſemblage des deux que l'on propoſe.

```
 432
 245
somme 677
```

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble 459 & 565. Je les diſpoſe comme au premier exemple. Et je dis au premier rang : 5 & 9 font 14 unitez, ou 1 dixaine & 4 unitez. Ainſi j'écris les 4 unitez ſous le rang des unitez, & tranſportant 1 dixaine au rang des dixaines, je dis : 1 dixaine & 5 dixaines font 6 dixaines, & encore 6 dixaines font 12 dixaines, c'eſt à dire 1 fois 10 dixaines ou 1 centaine & encore 2 dixaines. J'écris donc 2 ſous le rang des dixaines ; & tranſportant 1 centaine à celuy des centaines, je dis : 1 & 4 font 5 & 5 font 10 centaines ou 1 mille, & n'ayant aucun reſte pour le rang des centaines, je remplis ce rang d'un zéro en y écrivant 0, & j'avance 1 mille ſous le rang des mille. Et le nombre 1024 eſt au juſte la ſomme ou l'aſſemblage entier des deux que l'on propoſe.

```
 459
 565
somme 1024
```

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les cinq nombres 850700, 790900, 940800, 670600, 760500. Je les diſpoſe comme aux exemples précédens. Et je

dis au premier rang que tous les zéro qui s'y trouvent ne valent tous ensemble aucune unité ou sont égaux à rien. Et ainsi j'écris 0 sous le rang des unitez, & encore 0 sous le rang des dixaines pour la même raison. Et venant au troisiéme, je dis: 7 & 9 font 16, & 8 font 24, & 6 font 30, & 5 font 35 centaines, ou 3 mille & encore 5 centaines. J'écris donc 5 sous le rang des centaines, & transportant 3 à celuy des mille, je dis: 3 & tous les zéro qui rempliſſent ce rang valent seulement 3 que j'écris sous le même rang. Je dis ensuitte au cinquiéme rang: 5 & 9 font 14, & 4 font 18, & 7 font 25, & 6 font 31. J'écris 1 sous ce rang, & je retiens 3. Et enfin je dis au sixiéme: les 3 réservez & 8 font 11, & 7 font 18, & 9 font 27, & 6 font 33, & 7 font 40. J'écris 0, & j'avance 4. Et le nombre ou la somme 4013500 résout la question.

AUTRES EXEMPLES.

850700					
790900	4567	15563	50034	398765	22070
940800	7919	2078	12016	179648	120228
670600	3488	24516	8742	806937	147191
760500	6896	98071	76399	421618	1806968
Sommes 4013500.	22870.	140228.	147191.	1806968.	2096457.

DEMONSTRATION.

L'opération rassemble successivement & par ordre toutes les diverses parties des nombres proposez selon les rangs qui leur conviennent, toutes les unitez au rang des unitez, toutes les dixaines au rang des dixaines, toutes les centaines au leur, & ainsi du reste en rejettant toûjours au rang qui suit immédiatement ce qui est propre à son espéce. Et ainsi le nombre entier qui comprend toutes ces diverses parties, & qu'on découvre en suivant les régles, est au juste [a] égal à tous ceux qu'on propose.

2. 7. 1.

4567		
7929		
3488		
5796		
7685		
35	*unitez*	*ou* 35
33 .	*dixaines*	*ou* 330
31 . .	*centaines*	*ou* 3100
26 . . .	*mille*	*ou* 26000
5		*ou* 5
6 .	*dixaines*	*ou* 60
4 . .	*centaines*	*ou* 400
9 . . .	*mille*	*ou* 9000
2	*dixain. de mille*	*ou* 20000
29465	*somme*	29465

Et cela se peut voir même sensiblement dans cette exposition nouvelle de l'éxemple qu'on propose ici, où l'on trouve au premier rang, 7 & 9 & 8 & 6 & 5 ou 35 unitez; & au second, 6 & 2 & 8 & 9 & 8 ou 33 dixaines; & au troisiéme, 5 & 9 & 4 & 7 & 6 ou 31 centaines; & au quatriéme & dernier rang, 4 & 7 & 3 & 5 & 7 ou 26 mille. Et rassemblant en même sorte ces nouvelles sommes, qui sont toutes ensemble égales à tous les nombres qu'on propose, on trouve 5 unitez au premier rang; & au second 3 & 3 ou 6 dixaines; & au troisiéme 3 & 1 ou 4 centaines; & au quatriéme 3 & 6 ou 9 mille; & enfin 2 dixaines de mille ou 20 mille au cinquiéme. Et tous ces nouveaux

nombres étant écrits ou disposez par ordre & chacun en son rang, donnent la somme entiére 29465, que l'on découvre aussi, mais plus promtement, en observant les régles.

COROLLAIRE ET PROBLEME.

Pour ne point se broüiller dans l'opération, lorsqu'on veut rassembler une grande multitude de nombres, on en fera divers partages que l'on reünira [a] chacun en une somme, & rassemblant toutes ces sommes en une seule, on aura [b] celle de tous les nombres qu'on aura proposez. Comme s'il y avoit trente nombres à ajoûter ensemble, on pourroit en faire trois partages de dix chacun; & alors rassemblant en une somme chacun des trois partages, & les trois sommes ensuitte en une seule, on auroit la somme entiére des trente nombres qu'on auroit proposez.

a. 4.
b. 7. 1.

IV COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

POUR LA SOUSTRACTION DES NOMBRES.

5. *POur ôter un moindre nombre d'un autre plus grand, ou pour trouver l'excez dont l'un surpasse l'autre.*

On dispose le petit sous le grand comme si c'étoit pour l'addition; les unitez sous les unitez, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, & ainsi du reste. Et on retranche successivement & par ordre ce qui est en chacun des rangs du petit de ce qui est au même rang du grand, ou d'une dixaine empruntée au suivant, s'il est nécessaire; & rassemblant le reste, on l'écrit au dessous, ou zéro s'il ne reste rien. Et ce qu'on trouve à la fin écrit sous les rangs est le reste ou l'excez ou la différence qu'on cherche. Les exemples éclairciront ces régles.

PREMIER EXMPLE.

Pour ôter 244246 de 879346. je dispose ainsi le moindre sous l'autre. J'écris 6 sous 6, & 4 sous 4 & 2 sous 3, & 4 sous 9, & 4 sous 7, & 2 sous 8. Et je dis au premier rang: 6 moins 6 ne laisse aucun reste, & j'écris rien ou o sous ce même rang. Et venant au second, je dis pareillement: 4 moins 4, le reste est encore un zéro, & j'écris encore o sous ce rang. Et au troisiéme, je dis: 3 moins 2, le reste est 1 que j'écris sous ce rang. Et au quatriéme: 9 moins 4, le reste est 5, que j'écris sous ce rang. Et au cinquiéme: 7 moins 4, le reste est 3 que j'écris sous ce rang. Et enfin au sixiéme: 8 moins 2, le reste est 6, que j'écris sous ce rang. Et le nombre 635100 est l'excez ou le reste ou la différence qu'on cherche.

De 879346
ôter 244246
Reste 635100

SECOND EXEMPLE.

Pour ôter 405489 de 842678. Je dispose le moindre sous l'autre comme à l'ordinaire. Et je dis au premier rang: 8 moins 9 ou ôter 9 de 8 suppose l'impossible, puisqu'un nombre plus grand ne peut pas être retranch. d'un moindre. Ainsi j'emprunte 1 dixaine au second sur les 7 dixaines qu

s'y trouvent, y marquant par un point qu'elles en doivent une, ou n'en valent que 6. Et retournant au premier rang avec la dixaine empruntée, je dis : les 10 unitez empruntées moins 9 unitez, le reste est 1 que j'ajoûte aux 8 unitez, ce qui fait 9 que j'écris sous le rang des unitez. Aprés cela je dis au second rang : De 7 moins 1 ou 6 si l'on veut ôter 8, on suppose l'impossible; & ainsi j'emprunte du rang qui suit immédiatement une dixaine de dixaines, en marquant par un point sur 6 qu'il n'en vaut plus que 5. Et retournant au second, je dis : les 10 dixaines empruntées moins 8 dixaines, le reste est 2, que j'ajoûte aux 7 moins 1 ou 6 pris dans le même second rang. Cela fait 8, & j'écris 8 sous ce rang. Et au troisiéme je dis : De 6 moins 1 ou 5 si l'on veut ôter 4, le reste est 1 que j'écris sous ce rang. Et au quatriéme : 2 moins 5 suppose l'impossible, & j'emprunte une dixaine au cinquiéme, y marquant par un point sur 4 qu'il n'y vaut plus que 3 ; & je dis en retournant au quatriéme : 10 empruntez moins 5, le reste est 5 qui joint à 2 fait 7 que j'écris sous ce rang. Et au cinquiéme, je dis : De 4 moins 1 ou 3 si l'on veut ôter 0 ou rien, le reste est 3 que j'écris sous ce rang. Et au sixiéme : 8 moins 4 vaut 4 que j'écris sous ce rang. Et le nombre 437189 est l'excez ou le reste ou la différence qu'on cherche.

	. . .
De	842678
ôter	405489
Reste	437189

Troisieme exemple.

Pour ôter le nombre 489326 du nombre 678000. Je disposé comme à l'ordinaire le moindre sous le plus grand. Et je dis au premier rang : 0 ou rien moins 6 ou ôter 6 de rien suppose l'impossible, puis qu'avec rien on ne peut pas payer 6 ; & ainsi j'emprunte 1 dixaine au second rang, y marquant par un point que le zéro qui s'y trouve doit 1. Et je dis ensuitte au premier rang : les 10 empruntez moins 6 valent 4 que j'écris sous le rang des unitez. Et voyant au second que 0 n'a rien & qu'il doit 1, j'emprunte 1 centaine ou 10 dixaines du troisiéme, y marquant encore par un point que zéro qui le remplit doit 1. Et je dis au second : Les 10 dixaines empruntées moins 1 dixaine qui est dûë sur 0, ne valent plus que 9, dont j'ôte encore les 2 dixaines écrites sous 0, & j'écris 7 qui reste sous ce même rang. Et voyant de la même sorte au troisiéme que 0 n'a rien & qu'il doit 1, j'emprunte 1 mille ou 10 centaines du quatriéme, & marquant par un point sur 8 qu'il n'y vaut plus que 7. Et je dis au troisiéme : Les 10 centaitaines empruntées moins une qui est dûë sur 0 n'en valent plus que 9, dont j'ôte les 3 écrites sous 0, & le reste est 6 que j'écris sous ce rang des centaines. Et au quatriéme, je dis : De 8 moins 1 ou 7 si l'on veut ôter 9, c'est vouloir l'impossible, & ainsi j'emprunte 10 mille au cinquiéme, y marquant par un point sur 7 qu'il n'en vaut plus que 6. Et retournant au quatriéme, je dis : Les 10 empruntées moins 9, le reste est 1, que j'ajoûte à 8 moins 1 ou à 7, ce qui donne 8 que j'écris sous le quatriéme rang. Et voyant au cinquiéme que de 7 moins 1 ou 6 on ne peut ôter 8, j'emprunte du sixiéme 10 dixaines de mille ; & je dis au cinquiéme : 10 moins 8 valent 2, & 7 moins 1

	. . . . .
De	678000
ôter	489326
Reste	188674

ou 6

ou 6 font 8 que j'écris sous ce rang. Et au sixiéme : De 6 moins 1 ou 5 si l'on ôte 4, le reste est 1 que j'écris sous ce rang. Et le nombre 188674 est le reste ou l'excez ou la différence qu'on cherche.

AUTRES EXEMPLES.

. . . .	. . . .	. . . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . . .
De 63050	242017	3498108	7643217	40190370	978013451
ôter 46671	155306	1599116	6932328	23180426	897115372
Reste 16379	86711	1898992	710889	17009944	80898079

DEMONSTRATION.

L'opération retranche successivement & par ordre toutes les parties du plus petit nombre de toutes les parties du plus grand, selon les rangs qui conviennent à ces mêmes parties, à quoi servent les diverses unitez qu'empruntent les rangs les uns sur les autres, parce que fournissant toûjours 10 à ceux qui les empruntent, il y a toûjours assez dans les rangs du plus grand pour payer ce qui est dans ceux du plus petit. Mais il est égal de retrancher successivement toutes les parties d'un tout de toutes les parties d'un autre, ou d'ôter tout d'un coup l'un de l'autre. Et ainsi le nombre qui comprend tous les restes successifs, & qu'on découvre en observant les régles, est [a] au juste le reste ou l'excez ou la différence qu'on cherche. [a] 7. 1.

Et cela paroît sensiblement dans cette exposition nouvelle de l'éxemple qu'on propose ici ; où si les parties du plus grand des deux nombres sont tellement distribuées & disposées par ordre, en empruntant des unitez d'un rang à un autre, lorsqu'il est nécessaire, que les parties du moindre puissent en être retranchées par ordre & chacune en son rang ; toutes les parties du grand seront 16 unitez, & 12 dixaines, & 9 centaines, & 4 mille, & 5 dixaines de mille. Et toutes celles du plus petit seront 8 unitez, & quatre dixaines, & 3 centaines, & 2 mille, & 4 dixaines de mille. Otant donc successivement & par ordre les 8 unitez des 16 unitez, & les 4 dixaines des 12 dixaines, & les trois centaines des 9 centaines, & les 2 mille des 4 mille, & les 4 dixaines de mille des 5 dixaines de mille ; les restes seront 8 unitez, & 8 dixaines, & 6 centaines, & 2 mille, & 1 dixaine de mille. Et tous ces restes écrits de suitte & chacun en son rang forment [a] le reste ou la différence dont le grand nombre surpasse le moindre, & que l'on trouve aussi, mais plus promtement, en suivant les régles.

. . .
De 55036
ôter 42348
Reste 12688

ou De
16 *unitez*
12 . *dixaines*
9 . . *centaines*
4 . . . *mille*
5 . . . . *dixaines de mille*

ôter
8 *unitez*
4 . *dixaines*
3 . . *centaines*
2 . . . *mille*
4 . . . . *dixaines de mille*

Reste
8 *unitez*
8 . *dixaines*
6 . . *centaines*
2 . . . *mille*
1 . . . . *dixaine de mille*

Reste 12688

COROLLAIRE ET PROBLEME.

Si de plusieurs nombres on en veut retrancher un seul ou plusieurs, ou si d'un seul on en veut retrancher plusieurs. On prendra les deux sommes, l'une de tous ceux que l'on veut ôter; & l'autre de tous ceux dont on les veut ôter: & retranchant ensuitte la moindre de l'autre, le reste ou l'excez que l'on trouvera résoudra la question. Comme pour ôter 68386 des deux nombres ensemble 35782 & 53436, on prendra la somme 89218 de ces deux nombres, & ôtant alors 68386 de la somme, le reste 20832 qu'on trouve en observant les régles, résoût la question.

De 35782
53436
ou de 89218
ôter 68386
Reste 20832

DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES.

Definitions.

6. SI les nombres ajoûtez ensemble sont égaux, on peut considérer deux choses; la premiere est l'un de ces nombres égaux, & la seconde celuy qui marque combien de fois au juste il se trouve dans la somme: auquel cas la somme est nommée *le produit* des deux nombres, & les deux nombres sont nommez *racines* ou *costez* du produit. Et l'addition, dont les régles sont alors abbrégées, reçoit le nom de *multiplication*.

Comme si chacun des nombres égaux est 2, & que la somme doive renfermer au juste 4 de ces nombres égaux, les nombres 2 & 4 sont les deux racines ou les deux côtez du produit ou de la somme 8. Et la multiplication de 2 par 4 est une addition abbrégée, dans laquelle au lieu de conter 4 fois 2 sur ses doits, ou au lieu de l'écrire 4 fois, pour dire ensuitte: 2 & 2 font 4, & 2 font 6, & 2 font 8, on se contente de dire tout d'un coup: 4 fois 2 font 8.

COROLLAIRE.

7. Si on multiplie deux nombres le premier par le second, ou le second par le premier, le produit est toûjours le même. Comme si on multiplie 4 par 2 ou 2 par 4. Car le produit ou la somme 8 contient autant de fois 2 qu'il y a d'unitez dans 4. Mais il y a 2 unitez dans 2; & par conséquent 2 fois 4 unitez ou simplement 2 fois 4 dans tous les quatre égaux 2, 2, 2, 2, ou dans leur somme 8. C'est à dire que la somme 8 qui contient 2 fois autant de fois qu'il y a d'unitez dans 4, contient pareillement autant de fois 4 qu'il y a d'unitez dans 2. Ou ce qui revient au même, il est égal de prendre 4 fois 2 ou 2 fois 4.

1. 2 *ou* 1 & 1
unité 1. *autre* 2 *ou* 1 & 1
répétée 1. *racine* 2 *ou* 1 & 1
1. *répétée* 2 *ou* 1 & 1
1ere *racine* 4. *Produit* 8 *ou* 4 & 4.

unité 1. 2de *racine* 4 *ou* 1 & 1 & 1 & 1
repetée 1. *répétée* 4 *ou* 1 & 1 & 1 & 1
1ere *racine* 2. *Produit* 8 *ou* 2 & 2 & 2 & 2.

SCD LYON 1

DEFINITIONS.

8. On définira généralement *la Multiplication*, en disant qu'elle est l'addition ou la position d'une grandeur déterminée dans une que l'on cherche, égale à l'addition ou à la position de l'unité dans une grandeur pareillement déterminée.

9. Cette idée convient en général à toute sorte de multiplications, pourvû seulement si les grandeurs ne sont pas des nombres, qu'on prenne pour unité quelque grandeur arbitraire du même genre qu'elles, si le produit doit être encore du même genre. Comme si l'on veut multiplier une longueur A par une longueur B, & que la longueur I d'un pied soit prise pour unité, le produit C des longueurs A & B sera une certaine longueur qui contiendra au juste autant de fois ou de la même sorte la longueur A ou B que l'autre B ou A contiendra la longueur ou l'unité déterminée I. *Fig. 27.*

V COROLLAIRE ET PROBLEME V.

10. *Pour multiplier l'un par l'autre deux des neuf premiers nombres.*

On cherche l'un au rang AB & l'autre au rang AC dans la premiére table, & considérant la cellule qui répond à ces deux, on y trouve le produit ou le nombre qu'on cherche. *1ere Table.*

Pour sçavoir par éxemple combien font 6 fois 7, on prend au rang AB la cellule 6, & l'autre 7 dans l'autre rang AC; ou 7 au rang AB, & 6 au rang AC: & considérant la cellule qui répond au juste à ces deux, on y trouve 42 qui vaut 6 fois 7, ou 7 fois 6. On trouve en même sorte que 9 fois 7, ou 7 fois 9 font 63; & que 8 fois 8 font 64; & que 8 fois 9 font 72.

La raison de cela est qu'en formant la table, on applique immédiatement à chaque cellule du rang AB celle qui la contient 2 fois, comme 2 à 1, & 4 à 2, & 6 à 3, & 8 à 4, &c. Ce qui forme un second rang. Et faisant répondre de la même sorte à chaque cellule du rang AB celle qui la contient 3 fois, comme 3 à 1, & 6 à 2, & 9 à 3, & 12 à 4, &c. On forme un nouveau rang. Et on en formera de la même sorte un quatriéme, & ensuitte un cinquiéme, & aprés celuy-ci un sixiéme, dont chaque cellule contiendra 4 fois, ou 5 fois, ou 6 fois, celle du rang à AB qui luy répond, & ainsi du reste. Mais les premiéres cellules de ces divers rangs comprennent successivement l'unité, la premiere 1 fois, la seconde 2 fois, la troisiéme 3 fois, &c. Et toutes les secondes comprennent successivement 2 de la même sorte, & pareillement toutes les troisiémes 3, & les quatriémes 4, & ainsi du reste. D'où il est visible que le rang AC qui comprend les premiéres est entiérement le même que le rang AB, & le second rang appliqué au premier AC le même que le second qui est appliqué au premier AB, & pareillement le troisiéme qui répond au premier AC est le même que le troisiéme qui répond au premier AB, & ainsi du reste, mêmes jusques à l'infini, si l'on vouloit infiniment continuer la table. De sorte que si deux nombres sont pris l'un au rang AB & l'autre au rang AC, celuy qui répond à chacun est le produit des deux.

SCD LYON 1

COROLLAIRE.

11. Et la formation de la même table continuée si l'on veut jusques à l'infini, peut fournir une nouvelle preuve [a] semblable à la premiére ; que si on
a. 7. multiplie deux nombres l'un par l'autre, comme les deux nombres 2 & 4, le produit du premier 2 par le second 4 ou du second 4 par le premier 2 sera toûjours le même. Car la cellule ou le nombre 2 du premier rang AB est 4 fois au juste dans la seconde 8, qui luy répond au quatriéme rang. Et la cellule ou le nombre 4 du premier rang AB est au juste 2 fois dans la quatriéme 8, qui luy répond aussi au second rang.

VI COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

12. *Pour multiplier deux nombres l'un par l'autre, ou pour trouver le produit de deux nombres.*

On les écrit ou dispose au juste l'un sous l'autre ordinairement le petit sous le grand, & en telle sorte que les unitez répondent aux unitez, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, & ainsi du reste. Et on multi-
a. 10. plie [a] successivement & par ordre chaque chiffre de l'un par le premier des chiffres de l'autre, & ensuitte par le second, & aprés cela par le troisiéme, &c. Et on écrit sous chaque rang ce qui luy appartient, comme dans l'addition. Et on rassemble enfin en une somme tous les produits particuliers qu'on a découverts. Et cette somme est le produit des nombres proposez. Les éxemples éclairciront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier 840 par 26, ou pour sçavoir combien font 26 fois 840. Je dispose 26 sous 840. Et tirant une petite ligne, je commence par 6 qui se trouve au premier rang, & je dis pour le premier rang de 840 où se trouve un zéro : 6 fois 0, le produit est nul ou 0, & j'écris 0 sous le rang des unitez ; & venant au second rang où est 4, je dis : 6 fois 4 dixaines font 24 dixaines, & j'écris 4 sous le rang des dixaines, & je reserve 2 pour celuy des centaines ; Et venant à ce rang, je dis : 6 fois 8 font 48, & les 2 que j'avois reservé font 50 ; j'écris donc 0 sous ce rang, & j'avance 5 sous le quatriéme. Aprés cela je multiplie 840 par les 2 dixaines de 26, en disant : 2 dixaines de fois 0 font 0 que j'écris sous le rang des dixaines ; & 2 fois 4, ou 2 dixaines de fois 4 dixaines font 8 centaines, & j'écris 8 sous le rang des centaines ; & 2 fois 8 font 16, ou 2 dixaines de fois 8 centaines font 16 mille ; j'écris donc 6 sous le quatriéme rang, & j'avance 1 sous le cinquiéme. Et rassemblant alors les deux produits 5040 & 16800, leur somme 21840 est le produit des nombres 840 & 26, ou marque combien valent 26 fois 840.

Multiplier 840
par 26
5040
1680.
Produit 21840

SECOND EXEMPLE.

Pour sçavoir combien valent 15 fois 400. Je dispose 15 sous 400, ou 400 sous 15, si c'est le plus commode ; & en sorte que 0 du rang des uni-

SCD LYON 1

tez soit sous 5, & l'autre 0 du rang des dixaines sous 1. Et tirant une ligne, je dis au premier rang: 0 multiplié par 5 & mesme par 15 ou 15 fois 0, le produit est nul ou 0; & j'écris 0 sous le rang des unitez. Et venant au second rang, je dis encore: 0 par 15 ou 15 fois 0 le produit est 0, que j'écris sous le rang des dixaines. Et venant au troisiéme, je dis: 4 fois 5 font 20, j'écris 0 sous 4 & je reserve 2. Et enfin je dis encore: quatre fois 1 font 4 & les 2 réservez font 6, & j'écris 6 sous le rang des mille. Et le nombre 6000 est le produit des deux que l'on propose, ou vaut au juste 15 fois 400, ou 400 fois 15.

Multiplier 15
par 400
Produit 6000

Troisieme exemple.

Pour multiplier 3436 par 279. J'écris comme à l'ordinaire le petit sous le grand; & tirant une ligne, je commence par 9, & je dis au premier rang: 9 fois 6 font 54, j'écris 4 & je réserve 5. Et au second: 9 fois 3 font 27, & les 5 réservez font 32, j'écris 2 & je réserve 3. Et au troisiéme: 9 fois 4 font 36, & les trois réservez font 39; j'écris 9 & je réserve encore 3. Et au quatriéme: 9 fois 3 font 27 & les 3 réservez font 30; j'écris 0 & j'avance 3. Aprés cela venant aux 7 dixaines, je dis au premier rang: 7 fois 6 font 42, & j'écris 2 sous 7, & je réserve 4. Et au second: 7 fois 3 font 21, & 4 réservez font 25; j'écris 5 & je réserve 2. Et au troisiéme: 7 fois 4 font 28, & les 2 réservez font 30; j'écris 0 & je réserve 3. Et au quatriéme: 7 fois 3 font 21, & les 3 réservez font 24; j'écris 4 & j'avance 2. Et pareillement pour les 2 centaines, je dis au premier rang: 2 fois 6 font 12, j'écris 2 sous les 2 centaines, & je réserve 1. Et au second: 2 fois 3 font 6 & 1 réservé font 7 que j'écris. Et au troisiéme: 2 fois 4 font 8, & j'écris 8. Et au quatriéme: 2 fois 3 font 6 que j'avance. Et rassemblant alors ces trois produits, leur somme ou le nombre 958644 est le produit des deux que l'on a proposez.

Multiplier 3436
par 279
30924
24052.
6872..
Produit 958644

Quatrieme exemple.

Supposant 25312500 personnes vivantes dans la France, & 400 fois autant dans tout le monde, & la terre toûjours également peuplée, & renouvellée de 15 en 15 années, & la fin des siécles aprés 400 renouvellemens; on demande le nombre des personnes qui comparoîtroient alors au jugement. Pour résoudre la question, je dispose 400 sous 25312500 comme aux éxemples précédens. Et considérant 0 qui est au rang des unitez, je dis: 0 multiplié par 0 & même par le nombre entier Z ne peut rien donner au produit, & j'écris 0 sous le rang des unitez. Et considérant encore 0 qui est au second rang, je dis encore 0 par 0 ou par le nombre Z, le produit est 0, que j'écris sous 0 du second rang. Et ensuitte considérant 4 qui est au rang des centaines, je dis au premier rang: 4 fois 0 le produit est 0, & j'écris 0 sous 4 au troisiéme rang. Et au second: 4 fois 0, le produit est 0 que j'écris au quatriéme, & au troisiéme: 4 fois 5 font 20, j'écris 0 & je réserve 2. Et

Voyez la page suivante.

SCD LYON 1

au quatriéme : 4 fois 2 font 8, & 2 réservez font 10, j'écris 0 & je reserve 1. Et au cinquiéme : 4 fois 1 font 4 & 1 réservé font 5, & j'écris 5. Et au sixiéme : 4 fois 3 font 12, j'écris 2 & je réserve 1. Et au septiéme : 4 fois 5 font 20 & 1 font 21 ; j'écris 1 & je réserve 2. Et au huitiéme : 4 fois 2 font 8, & 2 font 10 ; j'écris 0 & j'avance 1. De sorte que selon deux des suppositions, il y auroit au monde jusques à dix milliars & cent ving-cinq millions de personnes vivantes. Et ce nombre étant pris 400 fois selon les mêmes régles, à cause des 400 renouvellemens, il y auroit selon toutes les suppositions jusques à 4 mille & cinquante milliars de personnes au pied du Thrône souverain de nôtre Sauveur.

Personnes en France Z 25312500
par 400
Personnes en tout le monde 10125000000
Renouvellemens 400
Personnes à la fin du monde 4050000000000

CINQUIEME EXEMPLE.

Salomon receut du Roy son Pere pour bâtir le Temple jusques à 103000 talens d'or & 1007000 talens d'argent, & des Grands de l'Etat jusques à 5000 talens d'or & 10000 soûs d'or & 10000 talens d'argent, 18000 de cuivre, & 100000 de fer. Chaque talent d'or vaudroit environ 54000 liv. de la monnoie de France, celuy d'argent environ 4500, & le soû d'or à peu prés 6 liv. le talent d'airain ou de cuivre 57 liv. & celuy de fer 7. On demande le prix de toutes les masses différentes de ces divers métaux. Chaque espéce étant multipliée par son prix, & les produits réduits en une somme, on trouve que ces diverses masses valoient environ jusques à 10410286000 livres. Ce qui monte si haut, qu'on ne lit point qu'aucun thrésor en ait jamais approché. Et ce qu'Alexandre trouva dans tous ceux de Darius n'en égaleroit pas la quatorziéme partie. Car il ne trouva d'argent qu'environ 3100 talens attiques dans Damas, 4000 dans Arbelle en Assyrie, 50000 à Suse avec 9000 d'or, 120000 à Persépolis, 6000 à Pasagarde, & 26000 au dernier camp de Darius, & environ 8000 que les Gardes déroberent. Ce qui ne fait en tout que 217100 talens d'argent attiques, & 9000 d'or. Mais le prix du talent attique en argent est environ de 2250 livres, & celuy d'or de 27000 livres.

108000 *talens d'or* à 54000 *livres chacun*	1017000 *d'argent* à 4500 *livres chacun*	18000 *de cuivre* à 57 *liv. chacun*
432000000 *livres*	508500000	126000
540000....	4068000...	90000.
5832000000 *livres*	4576500000 *livres*	1026000 *livres*

10000 *soûs d'or* à 6 *livres chacun*	100000 *talens de fer* à 7 *livres*
60000 *livres*	700000 *livres*

60000 *livres*
700000 *livres*
4576500000 *livres*
5832000000 *livres*

Prix entier des métaux que receut Salomon 10410286000 *livres*
moins 14 *fois ce qu'Alexandre pilla sur Darius* 10240650000 *livres*
Il reste encore 169636000 *livres*

SCD LYON 1

De sorte que tous ces divers thréſors ne vaudroient environ que 731475000 livres. Et 14 fois ce prix monteroit ſeulement à 10240650000 livres, ce qui n'arrive pas au prix des richeſſes que receut Salomon, quoiqu'on n'y conte pas d'autres talens ſans nombre de cuivre & de fer que la grandeur du poids ne permettoit pas de conter, ni toutes les perles, & les pierreries que les Grands & le peuple apportérent en foule, ni la prodigieuſe quantité des marbres les plus beaux & des pierres rares, des cédres & des bois, de l'écarlate, de la pourpre, du lin, des parfums, & de diverſes choſes que David avoit préparées & que la pieté des peuples conſacra au ſervice ou à la conſtruction & à la décoration du Temple.

AUTRES EXEMPLES.

Multiplier	4598796	95986477	599867 87	7869543
	par 596	*par* 879	*par* 968	*par* 689
	27592776	863878293	479894296	70825887
	41389164.	671905339.	3599207 22.	62956344.
	22993980..	767891816..	539881083..	47217258..
Produit	2740882416	84372113283	580672098 16	5422115127

DEMONSTRATION.

L'opération raſſemble ſucceſſivement & par ordre autant de fois chaque partie de l'un des deux nombres qu'il y a d'unitez dans l'autre, puiſque chaque chiffre d'une part eſt multiplié dans ſon rang par chaque chiffre de l'autre pris auſſi dans ſon rang. Mais deux nombres étant propoſez, il eſt égal de prendre ſucceſſivement & par ordre toutes les parties de l'un autant de fois qu'il y a d'unitez dans toutes les parties de l'autre [a], ou de prendre tout d'un coup l'un autant de fois qu'il y a d'unitez dans l'autre. Et ainſi la ſomme qui contient tous les divers produits trouvez ſucceſſivement & par ordre, & qui eſt enfin découverte en obſervant les régles eſt néceſſairement le produit des deux que l'on propoſe. a. 7. 1.

Et cela même paroît ſenſiblement dans cette expoſition nouvelle de l'éxemple qu'on propoſe ici, où multipliant ſucceſſivement & par ordre chaque chiffre du nombre 3456 premiérement par 9, on prend 9 fois 6 ou 54 unitez; & 9 fois 5 dixaines ou 45 dixaines; & 9 fois 4 centaines ou 36 centaines; & 9 fois 3 mille ou 27 mille. Et multipliant auſſi ſucceſſivement & par ordre chaque chiffre du nombre 3456 par les 7 dixaines ou par 70, on prend 7 dixaines de fois 6, ou 42 dixaines; & 7 dixaines de fois 5 dixaines, ou 70 fois 50 ou 35 centaines; & 7 dixaines de fois 4 centaines ou 70 fois 400 ou 28 mille; & 7 dixaines de fois 3000, ou 70 fois 3000 ou 21 dixaines de mille. Et multipliant encore ſucceſſivement & par ordre chaque chiffre de 3456 par les 2 centaines, on prend 2 cent fois 6, ou 12 centaines; & 200 fois 5 dixaines, ou 100 fois 100 ou 10 mille; & 200 fois 400 ou 8 dixaines de mille; & 2 cent fois 3 mille, ou 6 centaines de mille. Et raſſemblant tous ces divers nombres en un ſeul, ou prenant les trois ſommes, 31104 qui vaut 9 fois 3456; & 241920 qui le vaut 70 fois; & 691200 qui le vaut 200 fois; & *Voyez la page ſuivante.*

rassemblant toutes les trois en une, le nombre entier 964224 contient au juste 279 fois 3456 ou 3456 fois 279.

3456 *pris*
279 *fois*

54 *unitez*		54	
45 · *dixaines*	*ou*	450	31104
36 .. *centaines*		3600	
27 ... *mille*		27000	
42 . *dixaines*		420	
35 .. *centaines*	*ou*	3500	241920
28 ... *mille*		28000	
21 .... *dixaines de mille*		210000	
12 .. *centaines*		1200	
10 ... *mille*	*ou*	10000	691200
8 .... *dixaines de mille*		80000	
6 ..... *centaines de mille*		600000	
964224	*Produit*	964224	964224

COROLLAIRE VII.

13. *LE produit de deux nombres a dans ses derniers rangs le produit de l'un des deux par le chiffre de l'autre qui est au dernier rang, plus dans ceux qui avancent d'un rang le produit du même nombre par le chiffre de l'autre qui avance pareillement d'un rang, plus dans ceux qui avancent encore d'un nouveau rang le produit du même nombre par le chiffre de l'autre qui avance aussi d'un nouveau rang, & ainsi du reste.*

Le produit par éxemple des nombres B & C a dans son troisiéme rang & dans ceux qui le suivent ou aux quatre derniers [a] un produit 6912 du nombre B par 2, & au second & dans ceux qui le suivent ou aux cinq derniers [a] un produit 24192 du nombre B par 7, & au premier & dans ceux qui le suivent [a] un produit 31104 du nombre B par 3. Et le même produit 964224 a aussi dans son quatriéme rang & dans ceux qui le suivent ou aux trois derniers [a] un produit 837 du nombre C par 3, & au troisiéme & dans ceux qui le suivent ou aux quatre [a] derniers un produit 1116 du nombre C par 4, & au second & dans ceux qui le suivent [a] un produit 1395 du nombre C par 5, & au premier & dans ceux qui le suivent [a] un produit 1674 du nombre C par 6.

a. 12.

		Multiplier C 279
Mult. B 3456		*par* B 3456
par C 279		1674
31104		1395 ·
24192 ·		1116 ..
6912 ..		837 ...
Produit 964224		*Produit* 964224

DE

DE LA DIVISION DES NOMBRES.

Definitions.

14. Les deux racines ou les deux côtez d'un produit en ſont auſſi nommez *diviſeurs*. Et ſi une ſeule de ces deux racines eſt connuë & qu'on cherche l'autre, on dira que la connuë eſt le diviſeur du produit, & l'autre ou l'inconnuë recevra le nom d'*expoſant*, parce qu'elle expoſe combien de fois ou de quelle ſorte le diviſeur eſt dans le produit; comme 4 qui expoſe que le diviſeur 2 eſt 4 fois au juſte dans 8. Et 2 qui expoſe auſſi que 4 eſt au juſte 2 fois dans 8.

On nomme *diviſion* la ſouſtraction abbrégée qui cherche & trouve l'expoſant. Et pour la définir, ou pour en donner une idée qui ſoit juſte, on dira que *la diviſion* eſt l'addition ou la poſition de l'unité dans une grandeur qu'on cherche, égale à l'addition ou à la poſition d'une grandeur connuë ou déterminée dans une grandeur pareillement connuë.

2	1			
Diviſeur 2	*unité* 1		*Diviſeur* 4	*unité* 1
répété 2	*répétée* 1		*répété* 4	*répétée* 1
2	1			
Produit 8.	*Expoſant* 4		*Produit* 8.	*Expoſant* 2

15. Et cette idée convient en général à toutes ſortes de diviſions, pourvû ſeulement (ſi les grandeurs ne ſont pas des nombres) qu'on prenne pour unité quelque grandeur arbitraire de même genre qu'elles, lorſqu'on veut un expoſant de leur même genre. Comme s'il faut diviſer une longueur C par une longueur B, & que la longueur I d'un pied ſoit priſe pour unité, l'expoſant de la diviſion ſera une certaine longueur A qui contiendra autant de fois ou de la même ſorte la longueur ou l'unité déterminée I, que la longueur C contient la longueur B. Ou ſi on le veut encore, l'expoſant de la diviſion ſera un certain nombre *c*, qui contiendra 1 autant de fois au juſte ou de la même ſorte que la longueur C contient l'autre B. *Fig.* 27.

VIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

16. *Pour diviſer un nombre par un autre, ou pour trouver l'expoſant, lorſque le diviſeur ne ſurpaſſe point* 9 *ni le produit* 89, *& que l'expoſant ne doit avoir qu'un chiffre.*

On prend le diviſeur dans l'une des cellules du rang AB ou du rang AC, & dans une de celles qui répondent à la même cellule le produit, ou le nombre qui en approche plus ſans le ſurpaſſer, s'il n'y eſt pas au juſte. Et cherchant la cellule qui répond à celle-ci dans l'autre rang A C ou AB, on y trouve l'expoſant qu'on cherche, ou le nombre entier qui en approche plus, ſi le produit n'eſt pas au juſte dans l'autre cellule. Tout cela[a] n'eſt qu'une ſuitte naturelle de la formation de la table même. 1ere *Table.* a. 10.

Ainſi pour trouver l'expoſant de 42 à 6, ou pour ſçavoir combien 6 eſt

de fois dans 42, je prens 6 au rang AB & sous 6 dans le rang qui luy répond la cellule ou le nombre 42; & la cellule 7 qui répond à 42 dans le rang AC, est l'exposant de 42 à 6, ou marque que 6 est au juste 7 fois dans 42. Et pour diviser 68 par 9, je prens 9 au rang AB & sous 9 dans le rang qui luy répond la cellule ou le nombre 63 qui approche plus de 68; & la cellule 7 qui répond à 63 dans le rang AC, expose que 9 est au juste 7 fois dans 63, ou 7 fois dans 68 avec un reste 5. Et je trouve de la même sorte que 8 est au juste 9 fois dans 72. Et que 7 est 8 fois dans 59, avec un reste 3. Et que 8 est au juste 8 fois dans 64. Et que 9 est 9 fois dans 89 avec un reste 8.

IX COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

17. *Pour diviser un nombre par un autre, ou pour trouver l'exposant du plus grand au moindre, ou pour sçavoir combien de fois le moindre est dans le plus grand.*

Ayant écrit le moindre sous un demi-cercle à côté du grand, on marque autant de points sous les derniers rangs du plus grand, que son diviseur a de chiffres, en sorte néanmoins que le diviseur n'excéde pas ce qui est dans ces
a. 16. rangs; & on cherche combien [a] le dernier chiffre du diviseur est de fois dans
b. 10. le rang où est le dernier point, & dans ceux qui le suivent, & on [b] multi-
c. 5. plie le diviseur par l'exposant, ou par le nombre entier qu'on trouve & qui n'a qu'un chiffre: Et si le produit surpasse ce qui est dans les rangs sous qui sont les points, on [b] écrit un nouveau produit du diviseur par l'exposant diminué de l'unité; ou de 2 unitez, si celuy-ci est encore trop grand; & ainsi de suitte jusques à ce qu'on en trouve un qui ne soit point trop grand. Et on écrit alors au demi-cercle l'exposant ou le nombre qui a enfin servi, & [c] on ôte le produit du diviseur par ce même exposant, de ce qui est écrit dans les rangs sous qui sont les points.

On joint ensuitte au reste le chiffre du produit qui avance d'un rang en le disposant en son même rang, & marquant de nouveau sous ce rang & sous ceux du reste qui le suivent autant de points qu'il y a de chiffres au diviseur, on opére comme auparavant; & on écrit aussi au demi-cercle dans un rang plus à droite l'exposant ou le chiffre nouveau qu'on trouve.

On joint encore de la même sorte au nouveau reste & dans son rang le chiffre du produit qui avance encore d'un rang, & on opére encore comme auparavant. Et réïtérant toûjours la même chose jusques à ce que les points ayent parcouru tous les rangs du produit, ce qu'on trouve enfin écrit au demi-cercle est l'exposant qu'on cherche. Les éxemples éclairciront ces régles.

Premier exemple.

Pour sçavoir combien de fois 34 est dans 8670. Je dispose le diviseur 34 sous le demi-cercle à côté du produit 8670, & marquant deux points sous 86 pour y représenter les chiffres 3 & 4, je dis: 3 est 2 fois dans 8 sous qui est 1: point qui représente 3; & j'écris l'exposant 2 sous le diviseur, & plus bas sous une petite ligne 2 fois 34, ou le produit 68 du diviseur par 2. Et comme ce produit qui vaut 2 fois 34, ne surpasse point 86 sous qui sont

les deux points, 34 est 2 fois dans 86. Ainsi j'écris l'exposant 2, qui n'est point trop grand, dans le demi-cercle; & j'ôte le produit 68 ou 2 fois 34 de 86. Et le reste est 18.

J'efface ensuitte 7 qui est au second rang ou qui est plus avancé d'un rang que 86, & je l'écris sous luy-même & dans son même rang à la droite du reste 18; & marquant les deux points l'un sous 7 & l'autre sous 8 ou sous 18, (chaque point étant considéré non seulement sous le rang qui luy répond, mais aussi sous ceux qui le suivent ou qui sont à sa gauche) je dis: 3 est 6 fois dans 18 sous qui est le dernier des deux points, ou celuy qui représente 3; & j'écris l'exposant 6 sous le diviseur 34, & plus bas le produit 204 de 34 par 6. Et comme ce produit qui vaut 6 fois 34 surpasse 187 sous qui sont les deux points, 34 n'est pas 6 fois dans 187; & ainsi je suppose qu'il y est seulement 5 fois, & prenant 6 moins 1 ou 5 au lieu de l'exposant 6 que je trouve trop grand, je l'écris sous 34, & leur produit 170 sous 5. Et comme ce produit qui vaut 5 fois 34 ne surpasse point 187 sous qui sont les points, 34 est 5 fois dans 187. Et ainsi j'écris l'exposant 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 170 ou 5 fois 34 de 187.

Aprés cela j'efface encore le caractere 0 qui est écrit dans le premier rang, ou qui est plus avancé d'un rang que 867, & je l'écris sous luy-même & dans son même rang à la droite du reste 17; & marquant les deux points l'un sous 0 & l'autre sous 7 ou sous 17, je dis: 3 est 5 fois dans 17 sous qui est le point qui représente 3; & comme j'ay déja écrit 5 sous 34, & leur produit 170 qui vaut 5 fois 34, je considére seulement ce produit, & voyant qu'il ne surpasse point 170 sous qui sont les deux points, je suis assûré que 34 est 5 fois dans 170 sous qui sont ces mêmes points. Et ainsi j'écris l'exposant 5 au demi cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte le produit 170 des 170 sous qui sont les points. Et comme il ne reste rien & que les points ont parcouru tous les rangs du produit, il n'y a plus rien à faire, & je trouve au demi cercle que 34 est au juste 255 fois dans 8670.

Nombre à diviser ou produit	*Exposant*
8 6 7 0	(255
. .	
ôter 6 8	*Diviseur* 34
Reste 1 8 7	*par* 2
	68
. .	*par* 6
ôter 1 7 0	204
Reste 1 7 0	*par* 5
. .	170
ôter 1 7 0	
Reste 0 0 0	

SECOND EXEMPLE.

Pour diviser 2141920 par 352. J'écris 352 sous le demi-cercle, & voyant qu'il surpasse 214 écrit aux trois derniers des rangs de 2141920, j'avance les trois points d'un rang, les écrivant sous 141 ou sous 2141 pour y représenter les chiffres du diviseur 352. Et je dis: 3 est 7 fois dans 21 sous qui est le point qui représente 3, & j'écris 7 sous le diviseur 352, *Voyez la page suivante.* & plus bas leur produit 2464. Et comme ce produit, qui vaut 7 fois 352, surpasse 2141 sous qui sont les trois points, je prens seulement 7 moins 1 ou 6 pour exposant, & l'écrivant sous 352, & plus bas leur produit 2112,

je voi que ce produit qui vaut 6 fois 352, ne surpasse point 2141 sous qui sont les points, & ainsi j'écris au demi-cercle l'exposant 6, & j'ôte 2112 de 2141.

J'efface ensuitte 9 qui est plus avancé d'un rang que 2141, & je l'écris dans son rang à la droite du reste 29; & marquant les trois points sous 299, c'est à dire le premier sous 9 ajoûté, & les deux autres sous les rangs qui le suivent, je dis: 3 n'est aucune fois dans 2, sous qui est le point qui le représente, l'exposant 1 seroit donc trop grand, & ainsi je prens pour exposant 1 moins 1 ou 0. Et comme le produit de 352 par 0 est 0, qui ne surpasse pas 299 sous qui sont les points, j'écris au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite; & je retranche le produit 0 ou rien de 299, ce qui laisse le reste entier 299.

J'efface en même sorte le chiffre 2 écrit au second rang, ou qui est plus avancé d'un rang que 21419, & je l'écris en son rang à la droite du reste 299; & marquant le premier point sous 2, & les deux autres sous les rangs qui suivent, je dis: 3 est 9 fois dans 29 sous qui est le point qui représente 3, & j'écris 9 sous 352, & plus bas leur produit 3168 qui surpasse 2992, ce qui m'oblige à prendre 9 moins 1 ou 8 pour exposant. J'écris donc 8 sous 352, & plus bas leur produit 2816 qui n'est point tropgrand. Ainsi j'écris au demi-cercle l'exposant 8 dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 2816 de 2992, & le reste est 176.

J'efface enfin 0 qui est au premier rang, & je l'écris en son rang à la droite du reste 176; & marquant le premier point sous 0, & les deux autres ensuitte, je dis: 3 est 5 fois dans 17, & j'écris 5 sous 352, & plus bas leur produit 1760 qui n'est point trop grand. J'écris donc 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & je retranche le produit 1760 de 1760 sous qui sont les points. Il ne reste rien, & les points ont parcouru tous les rangs: Et par conséquent le nombre 6085 écrit au demi-cercle est l'exposant que je cherchois, ou m'expose combien de fois au juste 352 est dans 2141920.

Nombre à diviser ou produit 2141920	*Exposant* (6085
ôter 2112	*Diviseur* 352
Reste 29|9	*par* 7
ôter 000	2464
Reste 299|2	*par* 6
ôter 2816	2112
Reste 176|0	*par* 9
ôter 1760	3168
Reste 0000	*par* 8
	2816
	par 5
	1760

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'exposant de 9342458 à 194. J'écris le diviseur sous le demi-cercle, & marquant les trois points sous 934, je dis: 1 est 9 fois dans 9, & j'écris 9 sous 194, & plus bas leur produit 1746 qui surpasse 934. J'écris donc 9 moins 1 ou 8 sous 194, & plus bas leur produit 1552 qui est encore trop grand. C'est pourquoy j'écris encore 8 moins 1 ou 7 sous 194, & plus bas leur produit 1358 qui est aussi trop grand. J'écris donc de nouveau 7 moins 1 ou 6 sous 194, & plus bas leur produit 1164 qui est pareil-

lement trop grand. Ainſi j'écris ſeulement 5, & plus bas le produit 970 de 194 par 5, ce qui eſt encore trop grand. J'écris donc 4 ſous 194, & plus bas leur produit 776 qui n'eſt point trop grand. Ainſi j'écris l'expoſant 4 au demi-cercle, & j'ôte le produit 776 de 934.

J'efface enſuitte 2, & je l'écris en ſon même rang à la droite du reſte 158; & marquant le premier point ſous 2 & les deux autres enſuitte, je dis: 1 eſt 15 fois dans 15, mais parce que l'expoſant ne peut avoir qu'un chiffre, je prens ſeulement 9. Et le conſidérant déja écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1746 qui ſurpaſſe 1582; je ne prens que 8, & le conſidérant auſſi déja écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1552, qui n'eſt point trop grand, j'écris 8 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 1552. de 1582.

J'efface en même ſorte 4, & je l'écris à la droite du reſte 30; & marquant le premier point ſous 4 & les deux autres enſuitte, je dis: 1 eſt 3 fois dans 3, & jugeant aiſément que 3 eſt trop grand, j'écris ſeulement 2 ſous 194 & plus bas leur produit 388 qui eſt encore trop grand. J'ôte donc 1 de 2, & conſidérant 1 qui reſte & ſon produit par 194 qui eſt le nombre même 194, je voi qu'il n'eſt point trop grand; & ainſi j'écris 1 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 194 ou 1 fois 194 de 304.

J'efface enſuitte 5, & je l'écris à la droite du reſte 110; & marquant le premier point ſous 5 & les autres enſuitte, je dis: 1 doit être pris dans 11 tout au plus 9 fois. Et conſidérant déja 9 écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1746 qui eſt de beaucoup trop grand; je prens ſeulement 8, & le conſidérant encore écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1552 qui eſt auſſi trop grand; je ne prens que 7, & le conſidérant auſſi ſous 194, & plus bas leur produit 1358 qui eſt pareillement trop grand; je prens 6, & le conſidérant à ſon tour ſous 194, & plus bas leur produit 1164 qui eſt trop grand; je prens 5, & le conſidérant encore ſous 194, & plus bas leur produit 970 qui n'eſt point trop grand; j'écris 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 970 de 1105.

Enfin j'efface 8, & je l'écris à la droite du reſte 135, & je dis: 1 ne peut être pris plus de 9 fois dans 13. Et

Nombre à diuiſer ou produit 9342458	*Expoſant* (48157
...	
ôter 776	*Diviſeur* 194
Reſte 1581|2	*par* 9
...	1746
ôter 1552	*par* 8
Reſte 304	1552
...	*par* 7
ôter 194	1358
Reſte 1105	6
...	1164
ôter 970	5
Reſte 135|8	970
...	4
ôter 1358	776
Reſte 0000	2
	388
	1
	194

considérant que le produit 1746 de 194 par 9 est trop grand, & son produit 1552 par 8 encore trop grand, & que son produit 1358 par 7 n'est point trop grand, j'écris 7 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 1358 de 1358 sous qui sont les points. Et comme il ne reste rien & que tout est fini, le nombre 48157 écrit au demi-cercle est l'exposant de 9342458 à 194, ou marque combien de fois au juste 194 est dans 9342458.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviser 73394475 par 179. J'écris sous le demi-cercle le diviseur 179, & les trois points sous 733; & je dis: 1 est 7 fois dans 7 sous qui est le point qui représente 1, & j'écris 7 sous 179, & plus bas leur produit 1253 qui surpasse 733; ce qui m'oblige à n'écrire que 6 sous 179, & plus bas leur produit 1074 qui est encore trop grand. J'écris donc 5 sous 179, & plus bas leur produit 895 qui est encore trop grand. Je n'écris donc que 4 sous 179, & plus bas leur produit 716 qui n'est point trop grand. Et ainsi j'écris 4 au demi-cercle, & j'ôte 716 de 733.

J'efface ensuitte 9, & je l'écris à la droite du reste 17; & marquant le premier point sous 9 & les deux autres ensuitte, je dis: 1 est 1 fois dans 1. Et comme 1 fois 179 n'est point trop grand, j'écris 1 au demi-cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte une fois 179 de 179.

J'efface alors 4, & je l'écris à la droite du reste 0; & marquant un point sous 4 & les deux autres ensuitte, je dis: 1 n'est aucune fois dans 0, & j'écris au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite. Et j'efface encore 4 qui est plus avancé d'un rang, & je l'écris à la droite du reste 004 ou 04; & marquant les trois points sous 044, je dis encore: 1 n'est aucune fois dans 0 sous qui est le point qui représente 1, & j'écris encore au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite. Après cela j'efface encore 7, & je l'écris à la droite du reste 44, & marquant le premier point sous 7 & les autres ensuitte, je dis: 1 est 4 fois dans 4. Mais voyant que le produit 716 de 179 par 4 est trop grand, & son produit 537 par 3 pareillement trop grand, & son produit 538 par 2 qui n'est pas trop grand, j'écris 2 au demi-cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte le produit 358 de 447.

Enfin j'efface 5, & je l'écris à la droite du reste 895 & marquant le premier point sous 5 & les autres ensuitte, je dis: 1 est 8 fois dans 8. Et voyant que le produit 1253 de 179 par 7 est trop grand, je juge à plus forte raison que 8 est de beaucoup trop grand. Et parce que le produit 1074

Nombre à diviſer ou produit	*Expoſant*
7 3 3 9 4 4 7 5 (	410025
. . .	
ôter 7 1 6	*Diviſeur* 179
Reſte 1 7 9	*par* 7
. . .	1253
ôter 1 7 9	*par* 6
Reſte 0 0 0 4	1074
. . .	*par* 5
ôter 0 0 0	895
Reſte 0 4 4 7	*par* 4
. . .	716
. . .	*par* 3
ôter 3 5 8	537
Reſte 8 9 5	*par* 2
. . .	358
ôter 8 9 5	
Reſte 0 0 0	

SCD LYON 1

de 179 par 6 est encore trop grand, & que son produit 895 ne l'est point trop, j'écris 5 au demicercle dans un rang plus à droite; & j'ôte 895 de 895. Et comme il ne reste rien, & que tout est fini, le nombre écrit au demi-cercle expose que 179 est au juste 410025 fois dans 73394475.

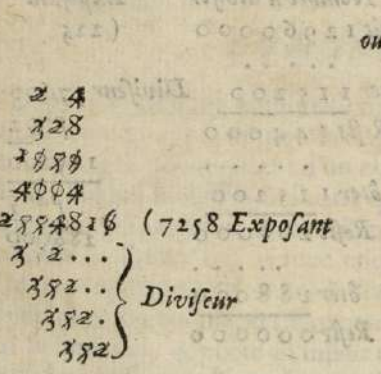
CINQUIEME EXEMPLE.

Pour diviser 2554816 par 352, j'observe comme aux éxemples précédens les régles du problême. Ou s'il est plus commode, je les abbrége ainsi. J'écris 352 sous 2554, & je dis 3 est 8 fois dans 25 sous qui il est écrit, & jugeant aisément que 8 est trop grand, je n'écris que 7 au demi-cercle, & je dis: 7 fois 3 font 21, & 25 moins 21 valent 4; j'efface 25 & 3, & j'écris 4 sur 5. Et 7 fois 5 font 35, & 45 moins 35 valent 10, j'efface 45 & 5 écrit sous 5, & j'écris 10 sur 45. Et 7 fois 2 font 14, & 104 moins 14 font 90; j'efface 104 & 2 écrit sous 4, & j'écris 90 sur 04.

J'avance ensuitte 352 d'un rang, & je dis: 3 est 3 fois dans 9. Et jugeant aisément que 3 est trop grand, j'écris seulement 2 au demi-cercle dans un rang plus à droite. Et je dis: 2 fois 3 font 6, & 9 moins 6 font 3; j'efface 9 & 3 écrit sous luy, & j'écris 3 sur 9. 2 fois 5 font 10, 30 moins 10 font 20; j'efface 3 & 5 écrit sous 0, & j'écris 2 sur 3 laissant 0 où il est. Et 2 fois 2 font 4, & 8 moins 4 font 4; j'efface 8 & 2 écrit sous 8, & j'écris 4 sur 8.

J'avance encore d'un rang 352, & je dis: 3 est 6 fois dans 20; Et jugeant que 6 est trop grand, j'écris 5 au demi-cercle, & je dis: 5 fois 3 font 15, & 20 mois 15 font 5; j'efface 20 & 3 écrit sous 0, & j'écris 5 sur 0. Et 5 fois 5 font 25, & 54 moins 25 font 29; j'efface 54 & 5 écrit sous 4, & j'écris 29 sur 54. Et 5 fois 2 font 10, & 91 moins 10 valent 81; j'efface 9 & 2 écrit sous 1, & j'écris 8 sur 9 laissant 1 où il est.

J'avance enfin d'un rang 352, & je dis: 3 est 9 fois dans 28, & jugeant que 9 est trop grand, j'écris seulement 8 au demi-cercle, & je dis: 8 fois 3 font 24, & 28 moins 24 font 4, j'efface 28 & 3 écrit sous 8, & j'é-



Nombre à diviser ou produit 2554816 (7258 *Exposant*

ôter 2464	*Diviseur* 352	
Reste 90|8	*par* 8	
	2816	
ôter 704	*par* 7	
Reste 204|1	2464	
	par 2	
ôter 1760	704	
Reste 281|6	*par* 6	
	2112	
ôter 2816	5	
0000	1760	

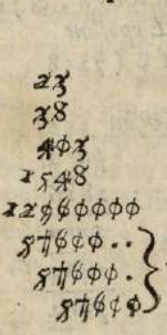
cris 4 sur 8. Et 8 fois 5 font 40, & 41 moins 40 laissent 1; j'efface 4 & 5 écrit sous 1, & je laisse 1 où il est. Et 8 fois 2 font 16, & 16 moins 16, il ne reste rien; j'efface 16 & 2. Et tout étant fini, je trouve au demi-cercle l'exposant 7258, qui marque combien 352 est de fois au juste dans 2554816.

Sixiéme exemple.

Salomon donna la valeur de 12960000 livres pour le prix en gros de 57600 chevaux, on demande l'un portant l'autre à combien chacun revenoit. Je fais la division selon les régles ordinaires, ou je l'abbrege ainsi, si c'est le plus commode. J'écris 57600 sous 29600 ou sous 129600, & je dis: 5 est 2 fois dans 12 sous qui 5 est écrit. C'est pourquoi j'écris 2 au demi-cercle, & je dis: 2 fois 5 font 10, & 12 moins 10 font 2; j'efface 1 & 5 écrit sous 2, & je laisse 2 où il est. Et 2 fois 7 font 14, & 29 moins 14 font 15; j'efface 29 & 7 écrit sous 9, & j'écris 15 sur 29. Et 2 fois 6 font 12, & 56 moins 12 valent 44; j'efface 56 & 6 écrit sous 6, & j'écris 44 sur 56 laissant 1 où il est.

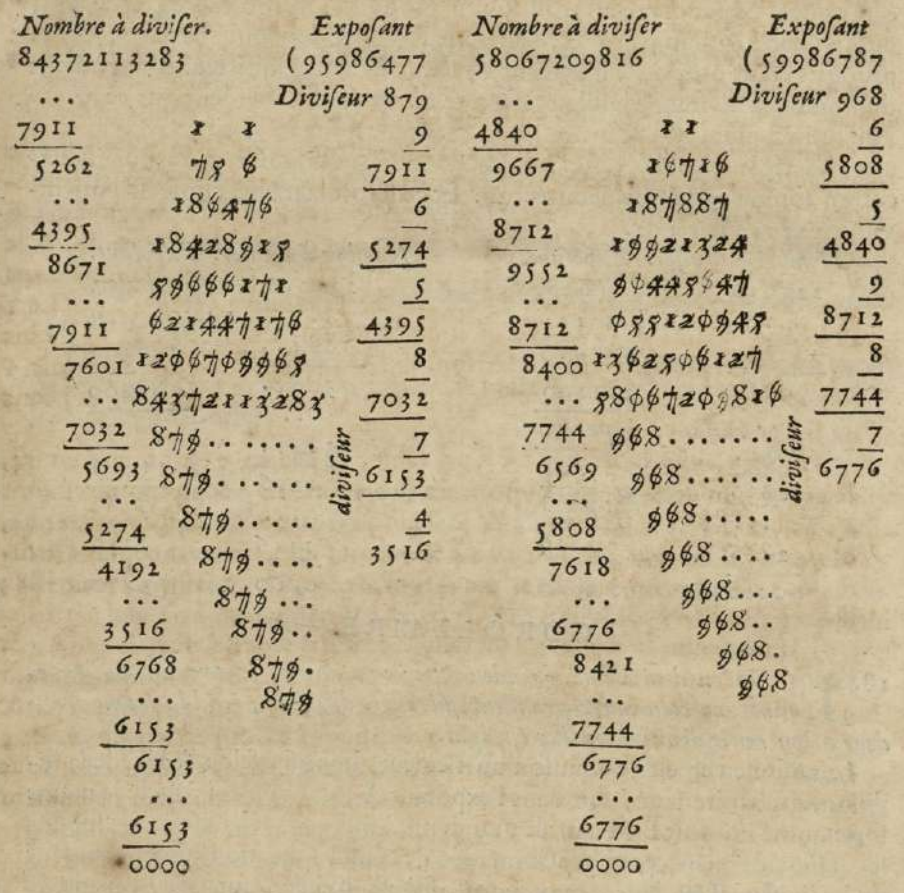
J'avance ensuitte le diviseur d'un rang, & je dis: 5 est 2 fois dans 14, & j'écris 2 au demi-cercle. Et je dis: 2 fois 5 font 10, & 14 moins 10 font 4; j'efface 1 & 5 écrit sous 4, & je laisse 4 où il est. Et 2 fois 7 font 14, & 44 moins 14 font 30; j'efface 44 & 7 écrit sous 4 qui avance plus à droite, & j'écris 30 sur 44. Et 2 fois 6 font 12, & 300 moins 12 font 288; j'efface 300 & 6 écrit sous 0, & j'écris 288 sur 300.

J'avance enfin le diviseur d'un rang, & je dis: 5 est 5 fois dans 28, & j'écris 5 au demi-cercle. Et je dis: 5 fois 5 font 25, & 28 moins 25 font 3; j'efface 28 & 5 écrit sous 8, & j'écris 3 sur 8. Et 5 fois 7 font 35, & 38 moins 35 font 3; j'efface 38 & 7 écrit sous 8, & j'écris 3 sur 8. Et 5 fois 6 font 30, & 30 moins 30, il ne reste rien; j'efface 30 & 6 écrit sous 0. Et tout étant fini, je trouve au demi-cercle que les chevaux revenoient chacun l'un portant l'autre à 225 livres.



Nombre à diviser ou produit	*Exposant*
12960000	(225
.....	
ôter 115200	*Diviseur* 57600
Reste 1440000	*par* 2
.....	115200
ôter 115200	*par* 5
Reste 288000	288000
.....	
ôter 288000	
Reste 000000	

Autres exemples.



DEMONSTRATION.

Le produit de deux nombres a toûjours aux derniers de ſes rangs un produit de l'un de ces deux nombres par le chiffre du dernier rang de l'autre, plus dans ceux qui avancent d'un rang le produit de la même racine ou du même côté par le chiffre de l'autre qui avance pareillement d'un rang, plus dans ceux qui avancent encore d'un rang le produit de la même racine par le chiffre de l'autre qui avance encore d'un rang. Et ainſi du reſte.

Mais propoſant un nombre à diviſer & ſon diviſeur ou l'une des racines, l'opération découvre ſucceſſivement & par ordre tous ces divers produits qui le forment, & porte en même temps au demi-cercle & dans un même ordre les chiffres de l'expoſant ou de l'autre racine. Et par conſéquent, en obſervant les régles, on trouve au demi-cercle le nombre ou l'expoſant qu'on cherche.

SCD LYON 1

Et cela se peut voir sensiblement dans cette exposition nouvelle de l'exemple qu'on propose ici, où divisant 221056 par 628, on découvre successivement & par ordre les trois divers produits 211200, & 7040, & 2816, du diviseur 352 l'un par 600, l'autre par 20, & le troisiéme par 8. Et ces produits étant ôtez successivement & selon les rangs qui leur conviennent du nombre à diviser ne laissent aucun reste. D'où il est évident que ce même nombre est un produit du diviseur 352 par le nombre entier 628 que forment les trois ensemble 600 & 20 & 8, écrits ou disposez par ordre & chacun en son rang dans le demi-cercle. Et ce seroit la même chose si l'on divisoit 221056 par 352.

Nombre à diviser.	*Exposant.*
221056	(628
...	*Diviseur* 352
2112..	*par* 600
985.	211200
...	*par* 20
704.	7040
2816	*par* 8
...	2816
2816	
0000	

Nombre à diviser.	*Exposant.*
221056	(352
...	*Diviseur* 628
1884..	*par* 300
3265.	188400
...	*par* 50
3140.	31400
1256	*par* 2
...	1256
1256	
0000	

COROLLAIRE.

18. *Lorsqu'on divise une grandeur par une autre, le produit de l'exposant par cette autre grandeur qui est le diviseur, rend la même grandeur qu'on avoit divisée, ou luy est égal.*

La raison en est claire, puisqu'on ne peut supposer selon l'idée de la division, que l'unité 1 ou I soit dans l'exposant A autant de fois ou de la même sorte que le diviseur B est dans la grandeur C qu'on aura divisée; sans supposer aussi de la même maniére selon l'idée de la multiplication, que la grandeur ou le diviseur B est dans la grandeur C qui est divisée, autant de fois ou de la même sorte que l'unité 1 ou I est dans l'exposant A. De sorte que le produit du diviseur B par l'exposant A ou de l'exposant A par le diviseur B est [a] égal à la grandeur C dont B est diviseur, ou rend cette même grandeur.

Fig. 27.

a. 9 & 15.

X COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

19. *Pour changer certaines espéces de grandeurs en d'autres plus petites, ou de moindre valeur.*

On multiplie les grandes par le nombre qui marque combien de fois chacune renferme la petite. Comme pour changer 478 livres en soûs. Parce que chaque livre vaut 20 soûs, on multipliera 478 par 20, & le produit 9560 est le nombre des soûs que valent les 478 livres.

SCD LYON 1

XI COROLLAIRE ET PROBLEME X.

20. *Pour réduire des moindres espéces à d'autres plus grandes, ou d'une valeur plus haute.*

On divise les moindres par le nombre qui marque combien de fois chacune est dans la plus grande. Comme pour sçavoir combien il faut de piéces de 15 soûs chacune pour faire 9560 soûs, on divise ce nombre par 15, & le nombre 637 est celuy des piéces de 15 soûs qui résout la question. Et le reste 5 marque qu'il y a encore 5 soûs de surplus à ajoûter. On réserve à parler ailleurs de ces restes qu'on trouve en finissant les divisions.

XII COROLLAIRE ET PROBLEME XI.

21. *Pour ajoûter ensemble des grandeurs de diverses espéces, ou pour retrancher les unes des autres.*

On réduit par ordre les moindres aux espéces des grandes, & on change les espéces des grandes en celles des moindres, & le reste s'achéve selon les régles ordinaires.

Premier exemple.

Pour réduire en une somme diverses espéces de monnoies, comme des livres, des soûs, des deniers. Je place les deniers sous les deniers, les soûs ensuitte sous les soûs, & les livres sous les livres; & considérant que 12 deniers font 1 soû, & 20 soûs une livre; je dis en commençant par les deniers: 4 & 10 font 14 deniers, ou 1 soû & 2 deniers, & je marque par un point à côté de 10 que je réserve 1 soû, & je dis les 2 deniers reservez & 8 en font 10, & 7 font 17, ou 1 soû 5 deniers; & je marque un point à côté de 7 pour 1 soû réservé; & j'écris les 5 deniers qui restent sous les deniers. Et reprenant les 2 points ou 2 soûs, je viens au rang des soûs; & je dis: les 2 réservez & 8 font 10, & 9 font 19, & 7 font 26; j'écris 6 & je réserve 2. Et au rang suivant, les 2 réservez & 1 font 3, & 1 font 4 dixaines de soûs, dont la moitié font 2 vintaines de soûs ou 2 livres, que je joins avec les autres livres. Et achevant le reste selon les regles ordinaires, je trouve enfin que la somme entiére des monnoies proposées est de 593 livres, 6 soûs, 5 deniers. Pour abbréger, on marque dans les livres de conte ou de recepte & dépense les deniers par une lettre *d*, les soûs par la lettre *ſ* ou par le caractére *ß*, & les livres par la lettre *l* ou par le caractére ℔.

livres	*soûs*	*deniers*
56	10	4
78	17	10.
11	9	8
23	8	7.
593 ℔	6 ß	5 d

Second exemple.

Pour réduire en une somme des degrez, des minutes, des secondes, des troisiémes, des quatriémes, &c. je les place par ordre les unes sous les autres. Et considérant que 60 quatriémes font une troisiéme, & 60 troisiémes une seconde, & 60 secondes une minute ou premiére, & 60 minutes un degré; je dis en commençant aux quatriémes: 8 & 9 font 17, & 7 font 24, & 6 font 30; j'écris 0 je reserve 3. Et au rang suivant: les 3 réservez & 3 font 6, & 5 font

11, & 4 font 15, & 5 font 20 dixaines, ou 3 fois 6 dixaines de quatriémes ou 3 troiſiémes, & encore 2 dixaines de quatriémes, que je place en leur rang. Et venant aux troiſiémes, je dis les 3 réſervez & 6 font 9, & 9 font 18, & 5 font 23, & 2 font 25; j'écris 5 troiſiémes, & je réſerve 2. Et au rang ſuivant les 2 réſervez & 5 font 7, & 4 font 11, & 3 font 14 dixaines de troiſiémes, ou 2 fois 6 dixaines ou 2 ſecondes, & encore 2 dixaines de troiſiémes, que je place en leur rang. Et joignant de la même ſorte les 2 ſecondes avec les ſecondes, & continuant dans un même ordre & ſelon les régles ordinaires, je trouve enfin que la ſomme entiére eſt de 154 degrez, 37 minutes, 3 ſecondes, 25 troiſiémes, & 20 quatriémes. Pour abbréger on marque chez les Aſtronomes les degrez par la lettre *d*, & les minutes, ſecondes, troiſiémes, quatriémes, &c. par les caractéres $'$, & $''$, & $'''$, & $''''$ ou ^{IV}, & ^{V}, &c.

25^d	$59'$	$34''$	$56'''$	$38''''$	
64	30	47	9	59	
28	48	55	45	47	
35	17	45	32	56	
154^d	$37'$	$3''$	$25'''$	$20''''$	

TROISIEME EXEMPLE.

Pour réduire en une ſomme diverſes eſpéces de longueurs, comme des perches, des pieds, des pouces, & des lignes. Je les place par ordre les unes ſous les autres. Et conſidérant que 12 lignes font un pouce, & 12 pouces un pied, & que 18 pieds font la perche à Paris & dans l'Iſle de France; je dis en commençant aux lignes: 11 & 6 font 17, & 10 font 27, & 7 font 34 ou 2 fois 12 lignes ou 2 pouces, & encore 10 lignes que j'écris ſous les lignes. Et venant aux pouces, je dis: les 2 réſervez & 10 font 12, & 11 font 23, & 10 font 33, & 9 font 42, ou 3 fois 12 pouces ou 3 pieds, & encore 6 pouces que j'écris ſous les pouces. Et tranſportant les 3 pieds réſervez aux rangs où ſont les pieds, je trouve 57 pieds, ou 3 fois 18 pieds ou 3 perches, & encore 3 pieds, que j'écris ſous les pieds. Et joignant les 3 perches aux perches, & achevant comme à l'ordinaire, je connois que la ſomme eſt 1260 perches, 3 pieds, 6 pouces, & 10 lignes; en ſuppoſant 18 pieds pour la perche. Et ſi elle a 20, ou 22, ou 25 pieds, comme en divers endroits, il y aura ſeulement dans la ſomme 1259 perches, 17 pieds, &c. ou 1259 perches, 13 pieds, &c. ou 1259 perches, 7 pieds, &c.

354 *perches*	10 *pieds*	10 *pouces*	11 *lignes*
272	15	11	6
64	9	10	10
557	13	9	7
1260 *perches*	3 *pieds*	6 *pouces*	10 *lignes.*

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ôter 199 livres 18 ſoûs 10 deniers, de 257 livres 15 ſoûs 8 deniers. Je les diſpoſe avec ordre comme à l'ordinaire. Et je dis en commençant aux deniers: 8 moins 10 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte 1 ſoû ſur 5 ſoûs, en marquant par un point ſur 5 qu'il n'en vaut plus que 4. Et retournant aux deniers avec le ſoû emprunté, je dis 1 ſoû ou 12 deniers moins 10, il en reſte 2, leſquels étant joints aux 8 en font 10, que j'écris ſous les deniers. Et venant aux ſoûs, je dis: 15 moins 1 ou 14 ſoûs moins 18 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte 1 livre ſur 7, en marquant par un point ſur 7 qu'il

SCD LYON 1

n'en vaut plus que 6. Et retournant aux soûs, je dis une livre empruntée ou 20 soûs moins 18, le reste est 2 soûs, lesquels étant joints à 15 moins 1 ou à 14 soûs, font 16 soûs que j'écris en leur rang. Et venant aux livres, je retranche selon les régles ordinaires. Et je trouve enfin qu'il doit rester au juste 57tb 16ß 10₰.

De	257tb	15ß	8₰
ôter	199tb	18ß	10₰
Reste	57tb	16ß	10₰.

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour ôter 348 degrez, 49 minutes, 58 secondes, 56 troisiémes, 37 quatriémes; de 359 degrez, 47 minutes, 35 secondes, 48 troisiémes, 15 quatriémes. Je les dispose comme à l'ordinaire. Et commençant aux quatriémes, je dis: 15 moins 37 suppose l'impossible, & j'emprunte 1 troisiéme ou 60 quatriémes sur 8 troisiémes, en marquant par un point sur 8 qu'il n'en vaut plus que 7. Et retournant aux quatriémes; je dis: 1 troisiéme ou 60 quatriémes empruntées moins 37 quatriémes, valent 23 quatriémes, lesquelles étant ajoûtées aux 15 quatriémes font 38 quatriémes, que j'écris en leur rang. Et venant aux troisiémes, je dis: 48 moins 1 ou 47 troisiémes moins 56 troisiémes suppose l'impossible; & j'emprunte 1 seconde sur 5 secondes, en marquant sur 5 par un point qu'il n'en reste que 4. Et retournant aux troisiémes, je dis: 1 seconde empruntée ou 60 troisiémes, le reste est 4 troisiémes, lesquelles étant jointes aux 48 moins 1 ou aux 47 troisiémes, font 51 troisiémes que j'écris dans leur rang. Et continuant le reste de la même sorte; je trouve enfin qu'il reste 10 dégrez, 57 minutes, 36 secondes, 51 troisiémes, 38 quatriémes.

De	359 *d*	47′	35″	48‴	15⁗
ôter	348	49	58	56	37
Reste	10 *d*	57′	36″	51‴	38⁗

SIXIEME EXEMPLE.

Pour ôter 13 perches, 17 pieds, 11 pouces, 10 lignes; de 24 perches, 16 pieds, 10 pouces, 6 lignes. Je les dispose à l'ordinaire, & je dis en commençant aux lignes, 6 moins 10 suppose l'impossible, & j'emprunte 1 point sur 10, en marquant par un point sur 0 que 10 ne vaut plus que 9. Et retournant aux lignes, je dis: 1 pouce emprunté ou 12 lignes moins 10 lignes, le reste est 2 lignes, lesquelles étant jointes aux 6 en font 8 que j'écris sous les lignes. Et venant aux pouces, je dis: les 10 moins 1 ou 9 moins les 11 suppose l'impossible, & j'emprunte 1 pied sur 6 pieds, en marquant par un point sur 6 qu'il n'y reste que 5. Et retournant aux pouces, je dis: 1 pied ou 12 pouces empruntez moins 11, le reste est 1 qui étant joint aux 10 moins 1 ou à 9 pouces, on aura 10 pouces que j'écris sous les pouces. Et venant aux pieds, je dis encore que 16 moins 1 ou 15 moins les 17 suppose l'impossible, & j'emprunte une perche en marquant par un point sur 4 qu'il n'y en aura que 3. Et retournant aux pieds, je dis une perche ou 18 pieds empruntez moins 17 le reste est 1 pied que je

De	24 *perches*	16 *pieds*	10 *pouces*	6 *lignes*
ôter	13	17	11	10
Reste	70 *perches*	16 *pieds*	10 *pouces*	8 *lignes.*

SCD LYON 1

joints aux 15 ou aux 16 moins 1, ce qui fait 16 pieds. Et achevant le reste; je connois enfin qu'il doit rester au juste 10 perches, 16 pieds, 10 pouces, 8 lignes.

DEFINITIONS
DE CERTAINES ESPECES DE GRANDEURS.

DE DIVERSES MESURES DES TEMPS.

LE jour est la mesure du temps la plus naturelle, sur laquelle on régle les autres. Et nous appellons *jour* toute la durée du temps qui s'écoule pendant une révolution entiére du Soleil à l'entour de la terre.

L'Europe presque entiére conserve la coûtume qu'elle a receuë des anciens Romains de commencer chaque jour à minuit. Les peuples de l'Egypte le commençoient de la même sorte. L'Italie, la Boheme, & la Silesie le commencent au lever du Soleil, comme les Juifs & les Athéniens le faisoient autrefois. Et quelques peuples au contraire le commencent au coucher du Soleil, & suivent en cela la coûtume antique des Perses & des Babyloniens. Mais les Astronomes ou ceux qui mesurent les mouvemens céleſtes, le commencent les uns à minuit, & les autres à midy.

On partage ordinairement chaque jour en 24 parties égales, qu'on appelle *des heures*. Et chaque heure encore en 60 égales, qu'on nomme *des minutes* ou *premiéres*. Et chaque premiére en 60 *secondes*. Et chaque seconde en 60 *troisiémes*. Et ainsi du reste, comme on l'a déja dit.

On nomme *semaine* la durée de sept jours. L'Egliſe a nommé *Dimanche* ou *le jour du Seigneur* le premier des jours de la semaine, pour marquer qu'il est consacré au culte divin, & à la gloire de la Résurrection du Sauveur. Ensuitte elle a nommé le second des sept jours *la ferie seconde*, & le troisiéme *la ferie troisiéme*, & ainsi des autres jusques au septiéme, auquel elle a conservé le nom *de Samedy* ou *de jour du Sabbath*.

Les Payens semblent avoir dédié ces jours aux sept planétes, nommant le premier *le jour du Soleil*, & le second *Lundy* ou *le jour de la Lune*, le troisiéme *Mardy* ou *le jour de Mars*, le quatriéme *Mercredy* ou *le jour de Mercure*, le cinquiéme *Jeudy* ou *le jour de Jupiter*, le sixiéme *Vendredy* ou *le jour de Venus*, & le septiéme *le jour de Saturne*.

On nomme *mois lunaire* toute la durée du temps qui s'écoule depuis une rencontre de la Lune avec le Soleil, jusques à ce qu'elle le rencontre de nouveau. Et ces nouvelles rencontres sont ce qu'on appelle *les nouvelles Lunes*. Le mois lunaire est de 29 jours, & 12 heures, & un peu plus de 44 minutes. Pour faire un conte un peu plus rond, tous les deux mois lunaires étoient pris autrefois alternativement, l'un de 29 jours, & l'autre de 30 jours.

Mais le mois qu'on appelle *solaire ou astronomique* est de 30 jours, 10 heures, 29 minutes, & 5 secondes. Et 12 de ces mois composent le temps

SCD LYON 1

qu'on nomme *année solaire* ou *tropique* ou *astronomique*, & qui est de 365 jours, 5 heures, & 49 minutes.

Et pour conter plus facilement, le premier des 12 mois ou celuy de Janvier a receu 31 jours, & le second ou Février en a receu seulement 28. Et le troisiéme ou Mars en a receu 31. Et Avril 30. Et May 31. Et Juin 30. Et Juillet 31. Et Aoust 31. Et Septembre 30. Et Octobre 31. Et Novembre 30. Et Décembre 31. Et l'année civile ou l'assemblage entier de ces 12 mois en a receu 365. Mais pour compenser ce qui manque, chaque quatriéme année reçoit un jour de plus ou comprend 366 jours. Et tous les 400 ans, on passe trois années centiémes qui n'ont chacune que 365 jours, comme les années 1700, & 1800, & 1900, & 2100, & 2200, & 2300, & 2500, & les autres semblables, dont les centaines ne peuvent être au juste prises de quatre en quatre, sans en laisser quelques-unes pour reste.

L'Eglise conservant aujourd'huy dans son Calendrier l'ancien usage des Romains, nomme *Calendes* le premier jour du mois, du terme grec qui signifie convoquer, parce que les peuples étoient convoquez dans les Temples au nouvelles Lunes. Elle donne aussi comme eux le nom de *Nones* au septiéme jour de chacun des quatre mois de Mars, de May, de Juillet, & d'Octobre; & au cinquiéme de chacun des 8 mois qui restent. Et elle nomme *Ides* encore avec eux le huitiéme des jours qui suivent les Nones, d'un vieux mot de la Toscane antique qui signifioit diviser, parce que ce jour tombant au quinziéme du mois, ou au treiziéme, le partageoit presque par la moitié.

Le jour qui précéde les Nones ou les Ides est simplement nommé le jour avant les Nones ou avant les Ides, & l'autre qui précéde immédiatement celuy-ci, le troisiéme avant les Nones, ou avant les Ides. Et ainsi du reste, en remontant jusques aux Calendes, ou aux Nones; comme on le voit ici. Et le dernier jour du mois est aussi nommé le jour avant les Calendes de l'autre mois suivant, & le penultiéme jour *le troisiéme avant les Calendes* du même mois suivant. Et ainsi du reste en remontant jusques aux Ides. Et lors qu'on intercale ou qu'on ajoûte un jour de quatre ans en quatre ans, on le place en Février qu'on fait de 29 jours. Et aprés avoir dit pour son ving-quatriéme jour: *le 6e avant les Calendes de Mars*, on dit au ving-cinquiéme: *Pour la seconde fois le 6e avant les Calendes de Mars*, ou en latin *bis sexto Calendas Martii*. Et l'année est alors nommée bissextile.

Voyez la page suivante.

Et les treize premiers jours sont aussi contez au mois de Février, comme ils le sont en Janvier, Avril, Juin, Aoust, Septembre, Novembre, & Décembre. Et pour les Calendes, on dit au quatorziéme jour, le 16e avant les Calendes de Mars. Et tout le reste de Février est continué par ordre jusques au dernier jour, observant seulement ce qu'on a déja dit, lorsque l'année doit être bissextile.

Les Romains ont voulu que ce mois fût plus court ou qu'il s'écoulât plûtôt que les autres, croyant par une imagination ridicule & superstitieuse, que tous les jours en étoient mal-heureux, & préjudicioient par des influences secrettes à la santé des corps.

SCD LYON 1

	Povr Mars, May, Jvillet, & Octobre,	Povr Janvier, Aovst, et Decembre,	Povr Avril, Jvin, Sept. & Novemb.
1	*Calendes.*	*Calendes.*	*Calendes.*
2	6e *avant les Nones*	4e *avant les Nones*	4e *avant les Nones*
3	5e *avant les Nones*	3e *avant les Nones*	3e *avant les Nones*
4	4e *avant les Nones*	*jour de devant les Nones*	*jour de devant les Nones*
5	3e *avant les Nones*	*Nones.*	*Nones.*
6	*jour de devant les Nones*	8e *avant les Ides*	8e *avant les Ides*
7	*Nones.*	7e *avant les Ides*	7e *avant les Ides*
8	8e *avant les Ides*	6e *avant les Ides*	6e *avant les Ides*
9	7e *avant les Ides*	5e *avant les Ides*	5e *avant les Ides*
10	6e *avant les Ides*	4e *avant les Ides*	4e *avant les Ides*
11	5e *avant les Ides*	3e *avant les Ides*	3e *avant les Ides*
12	4e *avant les Ides*	*jour de devant les Ides*	*jour de devant les Ides*
13	3e *avant les Ides*	*Ides.*	*Ides.*
14	*jour de devant les Ides*	19e *avant les Calendes*	18e *avant les Calendes*
15	*Ides.*	18e *avant les Calendes*	17e *avant les Calendes*
16	17e *avant les Calendes*	17e *avant les Calendes*	16e *avant les Calendes*
17	16e *avant les Calendes*	16e *avant les Calendes*	15e *avant les Calendes*
18	15e *avant les Calendes*	15e *avant les Calendes*	14e *avant les Calendes*
19	14e *avant les Calendes*	14e *avant les Calendes*	13e *avant les Calendes*
20	13e *avant les Calendes*	13e *avant les Calendes*	12e *avant les Calendes*
21	12e *avant les Calendes*	12e *avant les Calendes*	11e *avant les Calendes*
22	11e *avant les Calendes*	11e *avant les Calendes*	10e *avant les Calendes*
23	10e *avant les Calendes*	10e *avant les Calendes*	9e *avant les Calendes*
24	9e *avant les Calendes*	9e *avant les Calendes*	8e *avant les Calendes*
25	8e *avant les Calendes*	8e *avant les Calendes*	7e *avant les Calendes*
26	7e *avant les Calendes*	7e *avant les Calendes*	6e *avant les Calendes*
27	6e *avant les Calendes*	6e *avant les Calendes*	5e *avant les Calendes*
28	5e *avant les Calendes*	5e *avant les Calendes*	4e *avant les Calendes*
29	4e *avant les Calendes*	4e *avant les Calendes*	3e *avant les Calendes*
30	3e *avant les Calendes*	3e *avant les Calendes*	*jour de devant les Calendes*
31	*jour de devant les Calendes*	*jour de devant les Calendes*	

Les Grecs nommoient *Olympiade* la durée de 4 années entiéres, à cauſe des jeux Olympiques que l'on célébroit de 4 ans en 4 ans auprés d'Olympie ville ancienne du Péloponéſe.

Les Romains donnoient le nom de *Luſtre* à la durée de 4 ou 5 ans, d'un mot latin qui ſignifie payer, parce qu'on payoit à chaque Luſtre un certain tribut aux Cenſeurs. Mais Conſtantin changea ces coûtumes de conter par Luſtres & par Olympiades, ordonnant que l'on conteroit par *indictions*, qui comprendroient chacune 15 années. Et cette coûtume eſt encore aujourd'huy beaucoup en uſage dans les Bulles des Papes, & dans les Ordonnances Impériales.

On contoit parmi les Hébreux les années par ſemaines. Et la 7e des années qui formoient la ſemaine, étoit appellée *Sabbathique* ou l'année de repos

repos; parce qu'ils étoient obligez de laisser alors reposer la terre, & d'accorder la liberté à tous leurs esclaves. Et les semaines des années étoient aussi contées par d'autres semaines, qui comprenoient chacune 7 fois 7 ou 49 années, dont la derniére ou 49e qui étoit Sabbathique, étoit encore nommée l'année *de Jubilé* ou *de rémission*. Et alors toutes les terres & les possessions aliénées rentroient dans les familles d'où elles étoient sorties.

Les Historiens & la plupart du monde content aujourd'huy par *siécles*, qui sont de 100 années.

La mesure des mouvemens est composée de celles des temps & des espaces que parcourent les corps. Comme lors qu'un homme fait 3 lieuës de chemin dans 2 heures.

DU CYCLE SOLAIRE.

Pour marquer dans chaque année les révolutions des 7 jours de chaque semaine, on est convenu d'attacher la premiére lettre A au premier jour du mois de Janvier, & la seconde B au second du même mois, & la troisiéme C au troisiéme, & D au quatriéme, E au cinquiéme, F au sixiéme, G au septiéme. Et de nouveau A au huitiéme, & B au neuviéme, D au dixiéme; Et ainsi de suitte, en faisant toûjours rouler les mêmes lettres de la même sorte sur les jours successifs de l'année, jusques au dernier du mois de Decembre, sur qui tombe encore la lettre A.

D'où il arrive que les mêmes lettres marquent dans le cours de l'année les mêmes jours des semaines. Et celle qui tombe au Dimanche est nommée *Lettre Dominicale*, & on la marque ordinairement de rouge.

Mais parce que l'année de 365 jours comprend 52 semaines & un jour de surplus, & qu'ainsi l'année commence & finit aussi par un même jour de la semaine; la suivante commence par un autre jour, & reçoit pour lettre Dominicale celle qui précéde l'autre Dominicale. Et l'année bissextile ne conserve la sienne que jusques à la fin de Fevrier, prenant pour tout le reste la lettre précédente.

L'année par exemple 1673, où le premier de Janvier tomba sur un Dimanche, eut la lettre A pour Dominicale. Et parce qu'elle finît aussi par un Dimanche, le premier de Janvier, de 1674, marqué de la lettre A tomba sur un Lundy, & le 7e marqué de la lettre G sur un Dimanche. De sorte que la lettre Dominicale de cette année fut G. Et le premier de Janvier, de 1675, marqué de la lettre A étant tombé de la même sorte sur un Mardy, le 6e marqué de la lettre F tomba sur un Dimanche. Et la lettre F fut alors la Dominicale. Et le 5e jour de l'année bissextile 1676 étant aussi tombé sur un Dimanche, la lettre E fut aussi la Dominicale jusques à la fin de Fevrier, & la lettre D depuis le premier de Mars jusques à la fin de Décembre. Et la lettre C fut la Dominicale de l'année 1677. Et ainsi du reste jusques à l'année 1700, qui auroit C & B pour lettres Dominicales, si c'étoit une année bissextile. Et la révolution des 28 changemens seroit la même ensuitte.

Mais parce que cette année 1700 est une des centiémes qui ne sont point

SCD LYON 1

biſſextiles, elle n'aura qu'une lettre Dominicale C, & les trois ſuivantes les lettres B. A. G. Et la biſſextile 1704 les deux F & E. Aprés quoy les mêmes révolutions des 28 changemens doivent rouler dans le même ordre, juſques à l'année ſans biſſexte 1800 & aux trois ſuivantes, dont les lettres Dominicales ſont E. D. C. B. & les deux de la biſſextile 1804 ſont A & G. Et les mêmes révolutions retournent juſques à l'année ſans biſſexte 1900 & aux trois ſuivantes, dont les lettres Dominicales ſont G. F. E. D. Et les deux de la biſſextile 1904 ſont C & B. Et les 28 changemens ſont enſuitte leurs révolutions ordinaires juſques à l'année 2100. Et ainſi de ſuitte juſques où l'on voudra. Et le nombre des 28 années eſt appellé *Cycle Solaire.*

La premiére révolution des nombres diſpoſez ici ſous la révolution des lettres eſt pour les années biſſextiles. Et la ſeconde révolution des nombres eſt pour la premiére des années centiémes que l'on paſſe enſuitte ſans biſſexte. Et la troiſiéme eſt pour la ſeconde des mêmes années centiémes. Et la quatriéme eſt pour la troiſiéme. Et dans chacune de ces révolutions qui retournent toûjours de la même ſorte, le chiffre 1 marque la premiére année du ſiécle ſuivant ou celle qui ſuit la centiéme année, & ſa lettre dominicale eſt écrite ſur 1. Et 2 marque auſſi la 2e année du ſiécle, & ſa lettre dominicale eſt ſur 2. Et ainſi du reſte, en reprenant de nouveau & continuant la révolution des 28 nombres juſqu'à fin du ſiécle.

Cycle solaire.
Ou révolution perpétuelle des lettres Dominicales.

G. F. E. D. C.	B. A. G. F. E.	D. C. B. A. G.	F. E. D. C. B.	A. G. F. E. D.	C. B. A. G. F.	E. D. C. B. A.
1. 2. 3. 4	5. 6. 7. 8	9. 10. 11. 12.	13. 14. 15. 16.	17. 18. 19. 20.	21. 22. 23. 24.	25. 26. 27. 28.
25. 26. 27. 28.	1. 2. 3. 4	5. 6. 7. 8.	9. 10. 11. 12.	13. 14. 15. 16.	17. 18. 19. 20.	21. 22. 23. 24.
21. 22. 23 24.	25. 26. 27. 28.	1. 2. 3. 4.	5. 6. 7. 8.	9. 10. 11. 12.	13. 14 15. 16.	17 18. 19. 20.
17. . 18 19. 20.	21. 22. 23. 24	25. 26. 27. 28.	1. 2. 3. 4.	5. 6. 7. 8.	9. 10 11. 12.	13 14. 15. 16.

Depuis la réforme du Calendrier faite en 1582 par Grégoire XIII. on a commencé à conter les lettres Dominicales par les lettres C & B ſuivies des deux A & G de l'année biſſextile 1584.

Premier exemple.
Pour trouver les lettres Dominicales.

Et pour trouver par cette table la lettre Dominicale de telle année qu'on voudra, comme de l'année 1709. On diviſera ce nombre par 400. Et laiſſant l'expoſant entier 4, on conſidéra le reſte 109. Et prenant la ſeconde révolution des nombres pour la centiéme année qu'on trouve dans ce reſte, on contera depuis 1 juſques à 9, ſur qui la lettre F marque la dominicale de 1709.

Second exemple.

Et pour trouver la lettre Dominicale de l'année 1695. On diviſera ce nombre par 400. Et laiſſant l'expoſant entier 4, on conſidéra le reſte 95 qui n'a point de centaine. Et ainſi on prendra la premiére révolution des nombres,

SCD LYON 1

ou celle des années centiémes biſſextiles. Et contant depuis 1 juſques à 84 par trois révolutions entiéres des 28 nombres, & enſuitte juſques à 95 qui tombera ſur 11, on trouvera ſur 11 la lettre dominicale B de l'année 1695.

DU CYCLE LUNAIRE.

Quoique les nouvelles Lunes arrivent tous les mois, ce n'eſt néanmoins qu'aprés une révolution à peu prés de 19 années, que le Soleil & Lune ſe retrouvent conjoints dans un même point du Ciel. Et c'eſt ce qui a fait donner le nom *de cycle Lunaire* à la révolution des 19 premiers nombres. Et ces mêmes nombres ſont encore appellez *nombres d'or*, ou parce que Méton, qui découvrit le premier cette révolution, les préſenta écrits en lettres d'or à la ville d'Athénes; ou parce que les Romains les conſervoient en caractéres d'or dans leur Capitole ſur un Calendrier d'argent, que ceux d'Alexandrie envoyerent à Rome.

Le premier 1 de ces nombres d'or eſt attribué à l'année 1672, & le ſecond 2 à la ſuivante 1673. Et ainſi de ſuitte en reprenant de nouveau & continuant la révolution des 19 nombres d'or, juſques où l'on voudra. De ſorte que le même nombre 1 ſera le nombre d'or des années 1691, & 1710, & 1729, & 1748, & 1767, & 1786, & 1805, & 1824, & 1843, & 1862. Et ce même nombre 1 ſeroit en rétrogradant le nombre d'or de l'année conſacrée par la Naiſſance infiniment humble de nôtre Sauveur. Et le nombre 2 celuy de la premiére année depuis cette heureuſe Naiſſance.

Cycle lunaire.

Ou révolution perpétuelle des 19 nombres d'or.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
1672.	73.	74.	75.	76.	77.	78.	79.	1680.	81.	82.	83.	84.	85.	86.	87.	88.	89.	1690.

Nombres d'or.
Années.

Premier exemple.

Pour trouver le nombre d'or.

Et pour trouver aiſément le nombre d'or de telle année qu'on voudra, comme de l'année 1693; on luy ajoûte 1, & on diviſe la ſomme 1694 par 19: & ſans conſidérer l'expoſant 89, le reſte 3 eſt le nombre d'or de l'année 1693.

Second exemple.

Et pour trouver le nombre d'or de l'année 1690, on luy ajoûte 1, & on diviſe la ſomme 1691 par 19. Et parce qu'on trouve au juſte ou ſans reſte l'expoſant 89, le diviſeur même 19 eſt le nombre d'or de l'année 1691.

DES EPACTES ET DES NOUVELLE LUNES.

Si les années ſolaire & Lunaire commencent dans un même jour, la Solaire de 365 jours aura 11 jours plus que la Lunaire de 354 jours. Et les nouvelles Lunes de l'année ſuivante arriveront 11 jours plûtôt. Et la Solaire aura encore 2 fois 11 ou 22 jours au delà de la Lunaire. De ſorte que les nouvelles Lunes de la troiſiéme année arriveront 22 jours plûtôt. Et alors la So-

laire aura 33 jours au delà de la Lunaire, c'eſt à dire un mois Lunaire de 30 jours, & 3 jours de ſurplus. D'où il arrivera que les nouvelles Lunes de la quatriéme année n'arriveront que 3 jours plûtôt. Et ainſi du reſte juſques à la 19e année du Cycle Lunaire, à laquelle on ajoûte 11,& 1 de plus,ou 12; pour pouvoir commencer enſuitte à conter par 11 comme auparavant. Et on rejettera toûjours 30, lorſqu'on le trouvera.

Et ſi l'année Solaire commençoit un jour plûs tard que la Lunaire, ou que la nouvelle Lune fût arrivée un jour plûtôt, l'année Solaire auroit 12 jours au delà de la Lunaire. De ſorte que les nouvelles Lunes de l'année ſuivante arriveroient 12 jours plûtôt. Et celles de la troiſiéme 23 jours plûtôt. Et celles de la quatriéme ſeulement 4 jours plûtôt, parce qu'ayant ajoûté 11 à 23, la ſomme 34 comprend un mois Lunaire de 30 jours, qu'on doit rejetter, & 4 jours de ſurplus. Et les nouvelles Lunes de la 5e année arriveroient 15 jours plûtôt. Et ainſi du reſte juſques à la 19e année, dans laquelle elles arriveroient 19 jours plûtôt. Et ajoûtant alors 11 & 1 ou 12, on auroit 31, c'eſt à dire un mois Lunaire de 30 jours, & l'unité de plus, par laquelle on commenceroit la révolution de 19 années comme auparavant.

Et ſi l'année Solaire commençoit 2 jours plus tard que la Lunaire,ou que la nouvelle Lune fût arrivée 2 jours plûtôt, on trouveroit une autre révolution de nombres pour les 19 années. Et encore une autre nouvelle, ſi elle commençoit 4 jours plus tard. Et ainſi du reſte, en rétrogradant toûjours, juſques à ce qu'on ſoit reculé d'un mois entier ou de 30 jours.

Et les derniers nombres de ces révolutions différentes, ſont ce qu'on nomme *épactes* ou *cycles des nouvelles Lunes*. Et il faut obſerver que ſi le nombre 30 s'y rencontre au juſte, on le marque par une étoile *.

La prémiere révolution des épactes, qu'on expoſe ici, ſert pour le ſiécle où nous ſommes, juſques à l'année 1700 qui n'y eſt pas compriſe. Et la ſeconde eſt pour l'année 1700 & les deux ſiécles qui la ſuivent. Et la troiſiéme comprend auſſi l'année 1900 & les trois ſiécles qui la ſuivent. Et la quatriéme comprend de la même ſorte l'année 2200 & le ſiécle ſuivant.

Revolutions des Epactes de divers siecles.

	1.	2.	3.	4	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	
Nombres d'or	7.	18.	29	10.	21.	2.	13.	24.	5.	16.	27.	8.	19.	*.	11.	22.	3.	14.	25.	*jusques à* 1700.
	6.	17.	28.	9.	20.	1.	12.	23.	4.	15.	26.	7.	18.	29	10.	21.	2.	13.	24	*jusques à* 1900.
Epactes	5.	16.	27.	8.	19	*.	11.	22.	3.	14.	25.	6.	17.	28.	9.	20.	1.	12.	23.	*jusques à* 2200.
	4.	15.	26.	7.	18.	29.	10.	21.	2.	13.	24.	5.	16	27.	8.	19.	*.	11.	22.	*jusques à* 2300.

EXEMPLE.

Pour trouver l'Epacte d'une certaine année.

Et pour trouver l'épacte de telle année qu'on voudra de ces divers ſiécles. On cherchera le nombre d'or de la même année, & ſous luy dans la révolution qui appartient au ſiécle, on trouvera l'épacte de l'année propoſée. Et cette épacte eſt l'âge de la Lune au premier de Janvier de la même année.

SCD LYON 1

Comme si on veut sçavoir quel âge aura la Lune au premier de Janvier de l'année 1709. On cherchera son nombre d'or qui est 4. Et sous luy dans la seconde révolution des épactes on trouvera l'épacte 9 de 1709. De sorte que dans cette même année, il y aura environ 9 jours au premier de Janvier que la nouvelle Lune sera arrivée.

Autre exemple.

Pour trouver l'âge de la Lune dans un certain temps.

Et pour trouver à tel jour qu'on voudra de l'année l'âge de la Lune. On prend l'épacte de l'année, & on lui ajoûte les jours écoulez du mois auquel se trouve le jour qu'on propose, & un jour de plus pour le mois de Fevrier ou d'Avril, & rien pour Mars, & 2 jours pour May, & 3 pour Juin, & 4 pour Juillet, & 5 pour Aoust, & 7 pour Septembre, & 8 pour Octobre, & 9 pour Novembre, & 10 pour Décembre; si c'est une année sans bissexte. Mais si elle est bissextile, on ajoûte un jour de plus pour Fevrier, & un pour Mars, & 2 pour Avril, & 3 pour May, & 4 pour Juin, & 5 pour Juillet, & 6 pour Aoust, & 7 pour Septembre, & 8 pour Octobre, & 9 pour Novembre, & 10 pour Décembre. Et la somme entiére résout la question, si elle ne surpasse pas 30. Ou le surplus de 30, si elle est plus grande.

Comme pour trouver quel sera le jour de la Lune au 27e d'Aoust en 1685. Ayant pris l'épacte 30 ou * de cette année, plus 27 à cause du 27e d'Aoust, & encore 5 pour le mois; la somme est 62, dont ayant ôté 2 fois 30, le reste 2 marque que la nouvelle Lune aura déja à peu prés 2 jours au 27e d'Aoust de l'année proposée.

Second exemple.

Et pour trouver quel âge aura la Lune au 31e de May en 1696. Ayant pris l'épacte 2 de cette même année, plus 31 pour le 31e de May, ou simplement 1 en rejettant les 30, plus 3 pour May, parce que l'année est bissextile, la somme 6 sera le nombre des jours de la nouvelle Lune au 31e de May de l'année proposée.

La mesure plus éxacte, & la connoissance distincte & particuliére des temps, suppose la mesure des mouvemens célestes, qu'on ne peut pas expliquer dans une simple exposition des définitions générales. Et ce que j'en ai dit est peut-être même un peu trop approfondi pour ce lieu. On peut passer sans aucun préjudice ce qu'on auroit de la peine à y comprendre, & se dispenser même entiérement de le lire.

DE LA PERIODE JULIENNE.

Si on multiplie le cycle Solaire 28 par le cycle Lunaire 19, on aura un produit 532, qu'on nomme *la période de Denys le Petit*; parce qu'il est le premier qui l'a inventée. Et aprés cette période de 532 années, les cycles Solaire & Lunaire commenceront à rouler de la même sorte.

Et si on multiplie la période 532 par le cycle 15 des Indictions Romaines, on aura un produit 7980, que Scaliger, qui en est l'Inventeur, a nommé *période Julienne*. Et cette période est telle, qu'on ne peut y trouver deux années qui ayent tout ensemble un même nombre d'or, & les mêmes nombres du cycle Solaire & de l'Indiction. Ce qui la rend tres-propre pour

fixer les années des Historiens, & marquer les temps au juste & sans équivoque.

L'année par éxemple 1690 aura le nombre d'or 19, & le nombre 19 du cycle Solaire, & le nombre 13 de l'indiction Romaine. Et le nombre 6403 est le seul de tous ceux de la période Julienne 7980, lequel étant divisé par le cycle lunaire 19 ne laisse aucun reste, ou laisse si l'on veut un reste 19; & étant divisé par le cycle solaire 28, laisse encore un reste 19; & l'étant aussi par le cycle 15 de l'indiction Romaine, laisse un reste 13. De sorte que le nombre 6403 est le seul de tous ceux de la période Julienne, qui puisse répondre à l'année 1690, ou avoir les mêmes nombres ensemble des cycles Lunaire & Solaire & de l'Indiction.

DES EPOQUES.

On nomme *ères* ou *époques* certains temps remarquables par de grands évenemens, depuis lesquels on a conté les temps qui les ont suivis.

La premiére de toutes les époques est la Création du monde, qui peut répondre à l'année 710 de la période 7980, ou qui pouvoit avoir le nombre 7 du cycle Lunaire, & le nombre 10 du cycle Solaire, & le nombre 5 de l'Indiction.

La seconde est la fin du déluge, ou l'année que Noé sortit de l'Arche; c'est à dire l'année 1657 depuis la Création du monde, & celle qui répond à l'année 2367 de la période Julienne.

La troisiéme est la vocation d'Abraham dans l'année 426 depuis la fin du déluge. Et cette année 2083 depuis la Création répond à l'année 2793 de la période Julienne.

La quatriéme est la Pasque miraculeuse des Israëlites, ou leur passage au travers de la mer rouge. Ou la loy donnée à Moyse sur le Mont de Sinaï, 430 ans depuis la vocation d'Abraham, ou 856 depuis le déluge, ou 2513 depuis la Création, ou l'année 3223 de la période Julienne.

La cinquiéme est la fondation du Temple de Jérusalem, l'année 479 depuis la loy receuë, ou 2992 depuis la Création, & 3702 de la période Julienne.

La sixiéme est la délivrance des Juifs captifs en Babylone sous le regne de Cyrus, 476 ans depuis la fondation du Temple, ou 3468 depuis la Création, ou l'année 4178 de la période Julienne.

Et la septiéme, qui nous régle aujourd'huy, est la Naissance Divine de nôtre Seigneur JESUS-CHRIST, l'an 4000 depuis la Création n'étant pas fini, & aprés la fin de l'année 4709 de la période Julienne. Mais par une erreur de quelques Historiens Ecclésiastiques, on la suppose arrivée 4 années plus tard. Et l'année 4003 depuis la Création, ou 4713 de la période Julienne est celle que nous nommons communément *l'êre Chretienne*, ou à laquelle nous fixons le point, d'où l'on commence à conter les années depuis la Naissance de JESUS-CHRIST. Son jour fut le 25e du mois de Décembre.

Il y a d'autres époques fameuses parmi les Payens. Comme celle de Nabonassar Roy des Babyloniens, nommé autrement Baladan, qui com-

SCD LYON 1

mence l'année 3967 de la période Julienne le 26e Février, ou 3257 depuis la Création, & 746 années avant la Naissance du Sauveur. Et celle de Nabopolassar Pére de Nabuchodonosor, & l'un des successeurs de Nabonassar, en l'an 4089 de la période Julienne, ou 3379 depuis la Création. Et la mort d'Alexandre l'an 3680 depuis la Création. Et le commencement de l'Empire d'Auguste l'année 3974 depuis la Création, ou 4684 de la période Julienne, le 31e jour du mois d'Aoust. Et quelques autres que je passe sous silence.

DES POIDS ET DES MONNOYES.

LE poids commun auquel on a coûtume de rapporter les autres, est *la livre* qu'on divise en *16 onces.*

Et la demie-livre ou le poids de 8 onces est ce qu'on nomme *un marc.*

On divise l'once en 8 parties égales, qu'on nomme *dragmes* ou *gros.* Et la dragme en 3 égales, qu'on appelle *scrupules*; & le scrupule en 2 *oboles*; & l'obole en 12 *grains.* Et le gros se divise en *6 deniers*; & le denier en 2 oboles ou en 24 grains. Et quelques-uns divisent encore le grain en 24 *primes*; & la prime en 24 *secondes.*

On pése par *quintaux* les plus grands fardeaux. Et on nomme quintal le fardeau ou la charge ou le poids de 100 livres.

La livre des Romains n'étoit que de 12 onces. Et leur once comparée à celle de Paris, qui contient 576 grains, n'en contenoit que 536, & 9 primes, & un peu plus de 12 secondes.

L'once ancienne étoit divisée en 2 *sicles*, & le sicle en 4 dragmes, ou en 4 deniers, & la dragme ou le denier en 6 oboles, & l'obole en 2 *asses.* Et 25 sicles Attiques composoient le poids que les Grecs appelloient *mine Attique.* Et 60 mines *le talent Attique.* Mais la dragme des Hébreux en pesoit deux Attiques, & leur sicle pareillement deux Attiques, & leur mine aussi deux mines Attiques. Et leur talent deux talents Attiques.

Comme les prix des métaux sont différens chez tous les divers peuples, & qu'ils varient sans cesse dans les mêmes Estats, nous pourrons estimer à peu prés 8 écus ou 24 livres, le marc d'argent ou le poids de 8 onces; & un écu ou 3 livres, celuy d'une once d'argent. Et dans cette supposition, qui seroit assez juste aujourd'huy en France, le sicle Attique vaudroit 30 soûs. Et la dragme Hébraïque 15 soûs. Et la dragme Attique 7 soûs 6 deniers. Et la mine Attique 37 livres 10 soûs. Et l'Hébraïque 75 livres. Et le talent Attique 2250 livres. Et l'Hébraïque 4500 livres. Mais l'obole des Hébreux valoit un soû 6 deniers, & l'Attique un soû 3 deniers.

Et si c'étoit de l'or, on prendroit 12 fois le prix du même poids en argent, comme 18 livres pour le sicle d'or Attique, & 36 livres pour le sicle d'or du Temple ou pour une once d'or. Et 288 livres pour le marc d'or. Et 9 livres pour la dragme d'or du Temple. Et 4 livres 10 soûs pour la dragme d'or Attique. Et 450 livres pour la mine d'or Attique. Et 900

SCD LYON 1

livres pour la mine d'or du Temple. Et 27000 livres pour le talent d'or Attique. Et 54000 livres pour le talent d'or du Temple.

DES MESURES DES GRAINS.

ET DE DIVERS CORPS SECS.

LA mesure des solides ou des corps à laquelle on a coûtume de rapporter les autres est celle qu'on nomme *un pied cubique*. Et son creux ou sa capacité porte un pied de hauteur sur un pied de long & sur un de large, ou sur un pied quarré.

Ou si on l'aime mieux, la premiére & la plus simple des mesures sera celle qu'on nomme *un pouce cubique*. Et son creux ou sa capacité porte aussi un pouce de hauteur sur un pouce de long & sur un de large, ou sur un pouce quarré.

On appelle *litron* la mesure des grains ou de divers corps secs, qui contient au juste 36 pouces cubiques. Et il pêse une livre & demie d'eau de puits.

Et 16 litrons font au juste ce qu'on nomme un boisseau. Il pêse 24 livres d'eau, & 20 livres & 2 tiers de froment.

Les 3 boisseaux font *un minot*. Et 6 boisseaux ou 2 minots *la mine*. Et 4 minots ou 2 mines *un septier*, qui pêse 248 livres de froment. Et 12 septiers font *un muid* de Paris, qui pêse 2976 livres de froment. Et il rend le même poids de farine.

Un septier ou 12 boisseaux de froment rendent 22 boisseaux de farine, c'est à dire 10 boisseaux de pure farine, & 4 d'une plus grossiére, & 8 de son sec. Et le boisseau de farine pure pêse 12 livres, celuy de la grossiére 14 livres, & celuy du son 9 livres.

Un septier de froment rend 170 livres de pain blanc, & 80 livres de pain bis. Ou le muid 2040 livres de blanc, & 960 de bis. Et le boisseau ou les 12 livres de pure farine 17 livres de blanc, & le boisseau ou les 14 livres de farine grossiére 20 livres de pain bis.

Le minot d'avoine est de 4 boisseaux. Et le muid ou les 12 septiers en font 16 du bled. Son poids est environ de 2913 livres.

Le muid de plâtre est de 36 sacs de 4 boisseaux chacun. Et le sac pêse à peu prés 172 livres.

Le muid du charbon est d'un tiers plus grand que celuy d'avoine. Et il se mesure à comble, à la différence du plâtre & des divers grains, dont on couppe ou râcle les mesures.

Le minot de sel pêse 100 livres, lorsqu'on le mesure à la pêle. Mais il pêse moins, de 4 ou de 6 ou de 8 livres, lorsqu'on le mesure en faisant couler le sel par la trémie. Il contient 4 boisseaux ou 64 litrons.

DES MESURES DES LIQUEURS.

La premiére mesure des liqueurs sera celle qu'on nomme simplement *un*

verre

verre d'eau, ou quelques-uns *un poſſon*, & qui comprend 6 pouces cubiques, & pêſe 4 onces d'eau de puits.

Et 2 de ces meſures ou 8 onces d'eau compoſeront *le petit demi-ſeptier* Et 2 petits demi-ſeptiers *la chopine*. Et 2 chopines *une pinte*. Et 2 pintes *une quarte*. Et 4 quartes *un grand ſeptier*. Et 36 grands ſeptiers de vin pur ou 288 pintes font *un muid*, ou 300 pintes comprenant marc & lie.

Mais aujourd'huy le muid ne contient à Paris que 280 pintes. Et le muid & demi ou 420 pintes font *la queuë* de Bourgogne ou celle d'Orleans. Et un muid & un tiers ou 373 pintes font une queuë de Champagne. Et *le quartaut* de Champagne, ou un quart de la queuë vaut un tiers de muid ou 93 pintes.

DE LA MANIERE DE CONTER DES ROMAINS.

LEs Latins marquoient ainſi leurs nombres. Ils écrivoient I pour 1, & II pour 2, & III pour 3, & V pour 5, & X pour 10, & L pour 50, & C pour 100, & IↃ ou D pour 500, & M pour 1000. Et ils n'employoient que ces mêmes lettres, en les diſpoſant en diverſes maniéres, pour exprimer tous les divers nombres. Comme on peut l'obſerver ici.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.
17.	18.	19.	20.	21.	24.	25.	26.	29.	30.	34.					
XVII.	XVIII.	XIX.	XX.	XXI.	XXIV.	XXV.	XXVI.	XXIX.	XXX.	XXXIV.					
40.	41.	42.	44.	45.	46.	49.	50.	51.	54.	55.	56.	59.			
XL.	XLI.	XLII.	XLIV.	XLV.	XLVI.	XLIX.	L.	LI.	LIV.	LV.	LVI.	LIX.			
60.	64.	69.	70.	80.	90.	91.	94.	99.	100.	104.	109.				
LX.	LXIV.	LXIX.	LXX.	LXXX.	XC.	XCI.	XCIV.	XCIX.	C.	CIV.	CIX.				
110.	114.	119.	120.	130.	140.	150.	160.	170.	180.	190.	200.				
CX.	CXIV.	CXIX.	CXX.	CXXX.	CXL.	CL.	CLX.	CLXX.	CLXXX.	CXC.	CC.				
300.	400.	500.	600.	1000.	5000.	10000.	50000.	100000.							
CCC.	CCCC.	IↃ *ou* D.	IↃↃ *ou* DC.	M *ou* CIↃ.	IↃↃ.	CCIↃↃ.	IↃↃↃ.	CCCIↃↃↃ.							

DE LA MANIERE DE CONTER DES GRECS.

LEs Grecs employoient diverſement les lettres de leur Alphabeth pour exprimer tous les divers nombres. Et ils y mêloient auſſi deux ou trois autres caractéres. On peut voir ici la diſpoſition & la valeur de leurs nombres par le moyen des petites lettres.

Ils ſe ſervoient auſſi des lettres capitales pour exprimer les nombres. Et ils écrivoient ordinairement I pour Α, & Π pour 5, & Δ pour 10, & Ε

pour 100, & X pour 1000. Et lorſqu'ils enfermoient un nombre dans Π, ce même nombre enfermé valoit 5 fois plus que s'il eût été ſeul.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
α΄.	β΄.	γ΄.	δ΄.	ε΄.	ϛ΄.	ζ΄.	η΄.	θ΄.	ι΄.	ια΄.	ιβ.	ιγ΄.	ιδ΄.	ιε΄.	ιϛ΄.	ιζ΄.	ιη΄.	ιθ΄.
20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.
κ΄.	κα΄	κβ΄.	κγ΄.	κδ΄.	κε΄.	κϛ΄.	κζ΄.	κη΄.	κθ΄.	λ΄.	λα΄.	λβ΄.	λγ΄.	λδ΄.	λε΄.	λϛ΄.	λζ΄.	λη΄.	λθ΄.
40.	41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.	51.	52.	53.	54.	55.	56.	57.	58.	59.
μ΄.	μα΄.	μβ΄.	μγ΄.	μδ΄.	με΄.	μϛ΄.	μζ΄.	μη΄.	μθ΄.	ν΄.	να΄.	νβ΄.	νγ΄.	νδ΄.	νε΄.	νϛ.	νζ΄.	νη΄.	νθ΄.
60.	61.	62.	63.	64.	65.	66.	67.	68.	69.	70.	71.	72.	73.	74.	75.	76.	77.	78.	79.
ξ΄.	ξα.	ξβ΄.	ξγ΄.	ξδ΄.	ξε΄.	ξϛ΄.	ξζ.	ξη΄.	ξθ΄.	ο΄.	οα΄.	οβ΄.	ογ.	οδ.	οε.	οϛ.	οζ.	οη΄.	οθ΄.
80.	81.	82.	83.	84.	85.	86.	87.	88.	89.	90.	91.	92.	93.	94.	95.	96.	97.	98.	99.
π΄.	πα.	πβ.	πγ΄.	πδ.	πε΄.	πϛ΄.	πζ΄.	πη΄.	πθ΄.	ϟ΄.	ϟα΄.	ϟβ΄.	ϟγ΄.	ϟδ΄.	ϟε΄.	ϟϛ΄.	ϟζ΄.	ϟη΄.	ϟθ΄.
100.	200.	300.	400.	500.	600.	700.	800.	900.	1000.	2000.	3000.	4000.	5000.	6000.				
ρ΄.	σ΄.	τ΄.	υ΄.	φ.	χ.	ψ΄.	ω΄.	ϡ΄.	α,	β,	γ,	δ,	ε,	ϛ,				
10000.	20000.	38947.	100000.	130321.	1000000.	8094096.	10675000.											
α.	β.	γ.ηϡμζ.	ι.	ιγ.τκα.	ρ.	ωϟ.δ,ϟϛ.μυ.αξζ.μονάδεϛε.												

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE TROISIEME.

DE LA SCIENCE GENERALE *DES GRANDEURS.*

DEFINITIONS *Et explications de certaines marques.*

J'APPELLE *science générale des grandeurs*, celle dont l'application ſert le plus à découvrir les véritez cachées. Pluſieurs la nomment ſimplement *Spécieuſe*, parce qu'elle employe les eſpéces des lettres pour marquer les grandeurs. Mais l'uſage a voulu qu'on luy donnât plus communément le nom d'Algébre. On ne ſçait pas au vrai d'où vient ce terme. Quelques-uns prétendent le tirer d'un certain Arabe qu'il leur plaît d'appeller Géber. On pourroit nommer plus proprement cette partie des Mathématiques *une Arithmetique litterale.*

On nomme *grandeur poſitive* ou *réelle* ou *vraie*, toute grandeur qui ajoûte à zéro, ou qui vaut plus que rien; & *grandeur négative* ou *défective* ou *fauſſe*, toute grandeur qui retranche de zéro, ou qui vaut moins que rien; comme la dette de mille écus pour un homme qui n'a rien du tout: parce qu'il s'en faut alors mille écus, qu'il n'ait autant qu'un autre qui n'a rien & qui ne doit rien.

Cette marque + eſt celle d'une grandeur poſitive, & ſignifie plus. Et la marque — eſt celle d'une grandeur défective, & ſignifie moins. Et lors

SCD LYON 1

qu'une grandeur, comme a, n'a point la marque ou le signe $+$ ou $-$, on sous-entend toûjours qu'elle a celuy du $+$; parce qu'on la suppose alors positive ou réelle ou vraie.

Pour comparer les nombres & les grandeurs d'une maniére plus facile, plus générale, & plus abbrégée, on les exprime par des lettres, au lieu des chiffres ou des noms qui les expriment dans le langage ordinaire. On écrit, ou on dit, par exemple, a ou b ou c, ou quelque autre lettre; pour exprimer une longueur de mille, ou dix mille pieds, ou quelque autre grandeur, ou un certain nombre.

On nommera *grandeur litterale* toute grandeur exprimée par lettres, & *grandeur numérique* tout nombre exprimé par des chiffres.

Et toute grandeur, dont le signe $+$ ou $-$ ne lie ou ne sépare aucunes parties, sera encore nommée *grandeur absoluë* ou *grandeur incomplêxe*: comme la grandeur positive $+a$ ou a, ou la négative $-a$. Et toutes les autres seront nommées *grandeurs complêxes*.

J'appelle *unité numérique* ou simplement 1, celle dont les divers assemblages forment les divers nombres; & *unité arbitraire* ou simplement i, la grandeur que l'on détermine, pour luy comparer comme à l'unité certaines grandeurs du même genre qu'elles.

On ne doit point s'embarrasser ici, pour sçavoir plus distinctement la raison de ces abbréviations que l'on fait par lettres. On la connoîtra clairement, & même avec admiration des grands secours que l'on peut tirer de ces expressions abbregées, lorsque nous en découvrirons plus distinctement les usages

I COROLLAIRE ET PROBLEME I.

Pour l'addition des grandeurs litterales.

1. *Pour ajoûter ensemble les grandeurs incomplêxes & réelles.*

On les écrit consécutivement, & précédées chacune de son signe $+$, excepté la premiére.

Comme pour ajoûter les grandeurs a & b, on écrit $a+b$. Et pour ajoûter les grandeurs a & b & c & d, on écrit $a+b+c+d$. Et pour ajoûter a & a, on écrit $a+a$ ou $2a$. Et pour ajoûter $2a$ & $5a$, on écrit $2a+5a$ ou $7a$. Ce qui marque qu'on prend 2 fois plus 5 fois, ou 7 fois la même grandeur a.

II COROLLAIRE ET PROBLEME II.

Pour la soustraction des grandeurs litterales.

2. *Pour ôter les grandeurs incomplêxes les unes des autres, lorsque les unes & les autres sont vraies.*

On écrit celles, dont on ôte les autres, consécutivement & précedées chacune de son signe $+$, excepté la premiére où on le sous-entend; & on écrit ensuitte toutes celles qu'on doit ôter, consécutivement & précédées chacune du signe $-$.

SCD LYON 1

Comme pour ôter la grandeur b de la grandeur a, on écrit $a - b$. Et pour ôter les grandeurs d & e des grandeurs a & b & c. On écrit $a + b + c - d - e$. Et pour ôter a de $2a$, on écrit $2a - a$ ou simplement $1a$. Et pour ôter $2a$ de $7a$, on écrit $7a - 2a$ ou $5a$. Ce qui marque qu'on prend 7 fois moins 2 fois, ou 5 fois seulement, la même grandeur a.

III COROLLAIRE ET PROBLEME III.

POUR L'ADDITION.

3. *Pour ajoûter ensemble des grandeurs complêxes.*

On écrit consécutivement toutes leurs incomplêxes précédées chacune de son signe + ou —. Et si quelqu'une s'y trouve plusieurs fois avec un même signe, on ne l'écrit qu'une fois avec le même signe; marquant seulement par un nombre avant elle, combien elle est prise de fois. Et si quelqu'une s'y trouve plusieurs fois & sous divers signes, on l'efface ou supprime autant de fois qu'elle y est également avec les signes + & —. Et on écrit le reste avec son signe.

Ainsi pour ajoûter ensemble les grandeurs $a + b$ & $c + d$, on écrit $a + b + c + d$. Et pour ajoûter $a - b$ & $c - d + e$, on écrit $a - b + c - d + e$. Et pour ajoûter $3a - 3b$ & $2a - b$, on écrit $5a - 4b$; parce que $3a$ & $2a$ font $5a$, & que $-3b$ & $-b$ font $-4b$. Et pour ajoûter $a - b$ & $b + c$, on écrit $a + c$, sans écrire aucun b; parce que $+b - b$ n'est rien. Mettre mille écus dans une bourse vuide, & les en ôter, la bourse n'aura rien. Et pareillement pour ajoûter ensemble $3a - 2b$ & $4b - 1a$, on écrit $2a + 2b$; parce que $3a - 1a$ font $2a$, & $-2b + 4b$ ou $4b - 2b$ font $2b$.

Autres exemples.

Ajoûter	$a + 3b$ $2a + 2b$	$6a + 1b + 1d + 2d + 3f$ $9a + 7b + 4d + 6e$	$a - 4e + 3f$ $2a + 1e + 2f$
Sommes	$3a + 5b$.	$15a + 8b + 7d + 6e + 3f$.	$3a - 3e + 5f$.

Ajoûter	$2a + 6b$ $3c - 2d$ $2c + e$	$6a - 5d + e$ $3b + 7e - 8a$ $7e - 9d - 2f$	$27a - 12b - 63c - 17e$ $38b - 13a + 37c - 23e$ $53a + 85b + 28c + 39e$
Sommes	$2a + 6b + 5c - 2d + e$.	$3b - 2a - 14d + 15e - 2f$.	$67a + 111b + 2c - 1e$.

Demonstration.

Puisque le signe + est la marque des grandeurs positives, on peut marquer qu'on les ajoûte ensemble, en les joignant avec ce même signe; & employer au contraire l'autre signe — des grandeurs défectives, pour marquer qu'on les ajoûte à d'autres. Ce qui est proprement une soustraction. Comme si l'on dit qu'on donne ou qu'on assigne à un homme qui a 12000 écus une dette de 2000 écus; on conçoit qu'on luy ôte véritablement les 2000 écus qu'on l'engage à devoir, & qu'ainsi il ne luy restera plus que la valeur de 10000 écus.

SCD LYON 1

IV COROLLAIRE ET PROBLEME IV.
POUR LA SOUSTRACTION.

4. *Pour ôter une grandeur complêxe d'une grandeur complêxe ou incomplêxe.*

On change en — chacun des signes +, & en + chacun des signes — de la grandeur qu'on ôte; & on écrit ensuitte les grandeurs consé-
2. 3. cutivement & de la même sorte[a] que dans l'addition.

Comme pour ôter la grandeur $b + c$ de la grandeur a, ou prend $-b-c$ au lieu de $b+c$, & on écrit $a-b-c$. Et pour ôter la grandeur $d+e$ de la grandeur $a+b+c$, on prend $-d-e$ au lieu de $d+e$, & on écrit $a+b+c-d-e$. Et pour ôter la grandeur $d-e$ de l'autre $a-b+c$, on prend $-d+e$ au lieu de $d-e$, & on écrit $a-b+c-d+e$.

Et pour ôter $a+b$ de $3a-b$, ayant changé les signes de la grandeur $a+b$, on écrit $3a-b-a-b$; ou pour abbréger, $2a-2b$: parce que $3a-a$ font $2a$, & $-b-b$ font $-2b$. Et pour ôter $a-9b$ de $3a-5b$, on prend $-a+9b$ au lieu de la grandeur $a-9b$, & on écrit $3a-5b-a-9b$, ou pour abbréger, $2a+4b$.

AUTRES EXEMPLES.

De	$15a+20b.$	$37a-20b+8c.$	$22a-7b+45c.$
ôter	$19a+6b.$	$50b-45a+3c.$	$110a-37b-123c.$
Restes	$14b-4a.$	$82a-70b+5c.$	$30b-88a+168c.$

De	$13a+9b+12c.$	$1238a+4563b-2528c+3640c.$	
ôter	$\left\{\begin{matrix}10c-8a+1b.\\ 3b+12a-6c.\end{matrix}\right.$	$\left\{\begin{matrix}3452c-1845b-2665a-753c.\\ 635a+953b+197c+1549c.\end{matrix}\right.$	
Restes	$9a+5b-4c+12c.$	$3268a+5455b-6177c+2844c.$	

DEMONSTRATION.

Puisque le signe — est la marque des grandeurs défectives, ou signifie moins; on peut employer ce signe, pour marquer qu'une grandeur positive est retranchée d'une autre: ces deux expressions par exemple, 7 moins 3, & $7-3$, ne signifiant qu'une même chose. Et au contraire, on doit employer l'autre signe + des grandeurs positives, pour marquer qu'une grandeur défective est retranchée d'une autre. Ce qui est proprement une addition ou une augmentation; parce que le retranchement du moins & l'addition du plus sont une même chose. Oter une dette de mille écus, ou donner mille écus, c'est la même chose. Si une personne n'a rien & ne doit rien, & qu'une autre la supposant endettée des mille écus, luy veüille ôter sa dette; elle ne pourra le faire, qu'en luy donnant dequoy la payer. Et comme la personne ne les devoit pas, elle aura mille écus alors.

$$\begin{array}{r} +4 \\ -1 \\ \hline +3 \\ -1 \\ \hline +2 \\ -1 \\ \hline +1 \\ -1 \\ \hline +0 \\ -1 \\ \hline -1 \\ -1 \\ \hline -2 \\ -1 \\ \hline -3 \end{array}$$

Et pour rendre encore cecy plus sensible, je dis que la difference, qui est entre 4 & -3, est $4+3$ ou 7. Car pour arriver de $4-3$: on descend déja de 4 unitez, pour venir

SCD LYON 1

de 4 jusques au rien ; & ensuitte encore de 3 unitez, pour venir de 4 à — 3. Il est visible qu'un homme qui a 4000 écus, & qui ne doit rien, est plus riche de 7000 écus qu'un autre qui n'a rien, & qui en doit 3000.

V COROLLAIRE.

5. ON peut recueillir des demonstrations que l'on vient d'exposer; que le retranchement du plus, & l'addition du moins d'une même grandeur, sont une même chose. Ce qu'on exprimera, en disant que — + & + — sont égaux, comme que — + *a* & + — *a* sont la même chose.

6. Et aussi que le retranchement du moins, & l'addition du plus d'une même grandeur, sont une même chose. Ce qu'on exprimera, en disant que — — & + + sont égaux, comme que — — *a* & + + *a* sont la même chose.

Cette expression au reste — + *a* ou + — *a* est différente de l'expression — *a* + *a* & + *a* — *a*; parce que celle-ci signifie simplement, qu'on ôte & qu'on ajoûte, ou qu'on ajoûte & qu'on ôte la même grandeur; ce qui est égal à zéro : au lieu que l'autre signifie, qu'on ôte du rien une grandeur positive, ou qu'on luy en ajoûte une défective; ce qui est moins que rien. Et ces autres expressions — — *a* & + + *a* sont encore différentes des expressions — *a* — *a* & + *a* + *a*, celles-ci signifiant le double d'une grandeur défective ou d'une positive; & les autres qu'on ôte une grandeur défective ou qu'on en met une positive ; ce qui en donne toûjours une positive.

Ces sortes d'expressions nous sont absolument nécessaires. Et l'on s'y doit accoûtumer & se les rendre familiéres, si l'on veut aller vîte, & faire à peu de frais de fort grands progrés dans les Mathématiques.

Ceux à qui cet avis paroîtra d'abord peu de chose, ou même inutile, reconnoîtront facilement dans la suitte, qu'il est encore beaucoup plus important que je ne puis le dire en ce lieu.

DE LA MULTIPLICATION DES GRANDEURS LITTERALES.

VI COROLLAIRE.

7. SI on multiplie l'une par l'autre deux grandeurs positives, ou deux défectives, ou que chacune ait un même signe + ou exprimé ou sous-entendu, ou le même signe —; leur produit aura le signe +, ou sera positif.

Si 2 & 4, par éxemple, sont les deux positives. Comme la racine positive 2 ou 4 contient 1 positivement 2 fois ou 4 fois, le produit doit [a] aussi contenir positivement 2 fois, ou 4 fois, l'autre racine positive + 4, ou + 2; c'est à dire + 4 & + 4, ou 2 + 2 + 2 + 2, ou le nombre [b] positif + 8 ou 8. [a] 2. 7. 2. [b] 2. 6.

		+ 1	+ 2 *autre*
+ 1 *unité*	+ 4 *autre racine*	+ 1 *unité*	+ 2 *racine*
+ 1 *répétée*	+ 4 *positive répétée*	+ 1 *répétée*	+ 2 *positive*
+ 2 *racine positiv.*	+ 8 *produit positif.*	+ 1	+ 2 *répétée*
		+ 4 *racine positive.*	+ 8 *produit positif.*

Et si — 2 & — 4 sont les racines défectives. Comme la défective — 2 ou — 4 contient 2 fois ou 4 fois le retranchement de l'unité, le produit
a. 7. 2. doit aussi [a] contenir 2 fois, ou 4 fois, le retranchement de l'autre défective
b. 6. — 4, ou — 2; c'est [b] à dire 2 fois + + 4, ou 4 fois + + 2, ou le nombre positif 8 ou + 8.

		+ 1	— 2 *autre*
+ 1 *unité*	— 4 *autre racine*	+ 1 *unité*	— 2 *racine*
+ 1 *répétée*	— 4 *défect. répétée*	+ 1 *répétée*	— 2 *défective*
+ 2 *racine défect.*	+ 8 *produit positif.*	+ 1	— 2 *répétée*
		— 4 *racine défect.*	+ 8 *produit positif.*

VII COROLLAIRE.

8. SI on multiplie l'une par l'autre deux grandeurs qui aïent divers signes, ou qui soient l'une défective & l'autre positive, ou l'une positive & l'autre défective; leur produit aura le signe —, ou sera défectif.

Si 2 & — 4, par éxemple, sont les deux qu'on propose. Comme la positive
a. 7. 2. contient 1 positivement 2 fois, le produit doit [a] aussi contenir 2 fois positivement la racine défective — 4; c'est [b] à dire 2 fois + — 4, ou — 4 &
b. 5. — 4, ou le nombre défectif — 8.

		+ 1	+ 2 *autre*
+ 1 *unité*	— 4 *racine défect.*	+ 1 *unité*	+ 2 *racine*
+ 1 *répétée*	— 4 *répétée.*	+ 1 *répétée*	+ 2 *positive*
+ 2 *racine positiv.*	— 8 *produit défect.*	+ 1	+ 2 *répétée*
		— 4 *racine défectiv.*	— 8 *produit défectif.*

Et si les deux racines sont — 2 & + 4. Comme — 2 contient 2 fois le
a. 7. 2. retranchement de l'unité, le produit [a] doit aussi contenir 2 fois le retran-
b. 5. chement de 4; c'est [b] à dire — 4 & — 4, ou le nombre défectif — 8.

		+ 1	— 2 *autre*
+ 1 *unité*	+ 4 *racine positive*	+ 1 *unité*	— 2 *racine*
+ 1 *répétée*	+ 4 *répétée*	+ 1 *répétée*	— 2 *défective*
— 2 *racine défect.*	— 8 *produit défect.*	+ 1	— 2 *répétée*
		+ 4 *racine positiv.*	— 8 *produit défectif.*

VIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

9. *POur multiplier une grandeur par un nombre, ou par une grandeur de son même genre.*

On

On se contente de nommer immédiatement le nombre avant la grandeur, ou la seconde grandeur avant la première. D'écrire par éxemple, ou de dire [a] simplement $4y$, pour signifier d'une maniére abbrégée, que la grandeur y est multipliée [b] par le nombre 4, ou prise 4 fois. a. 1. b. 8. 2.

EXEMPLE.

Et pour multiplier une grandeur y par un certain nombre e; on écrit simplement, ou l'on dit ey. Et ce produit ey signifie, que la grandeur y est prise autant de fois au juste, que le nombre e contient d'unitez; comme 4 fois, si on prend e pour 4; & 100 fois, ou 1000 fois, si on prend e pour 100, ou pour 1000.

Multiplier y. 5 pieds linéaires.
par le nombre e. 4
Produit ey. 20 pieds linéaires.

AUTRES EXEMPLES.

Et pour multiplier en général une grandeur y par une grandeur x de son même genre; on écrit, ou l'on dit de la même maniére xy. Et ce produit xy signifie, que la grandeur y est prise autant de fois au juste, ou de la même [a] sorte, que l'autre x contient l'unité arbitraire i. a. 9. 2.

Et pour multiplier une grandeur y par la même y; on écrit, ou l'on dit simplement yy. Et ce produit yy signifie que la grandeur y est prise autant de fois au juste, ou de la même [a] sorte, qu'elle contient elle-même l'unité arbitraire i.

Multiplier y. 5 pieds linéaires.
par x. 3 pieds linéaires.
Produit xy. 15. pieds linéaires.

Multiplier y. 5 pieds linéaires.
par y. 5 pieds linéaires.
Produit yy. 25 pieds linéaires.

Et pour multiplier la grandeur ou le produit xy par un certain nombre e; on écrit, ou l'on dit exy. Et ce nouveau produit signifie, que l'autre xy est pris autant de fois [b] qu'il y a d'unitez dans e. Et pour multiplier le produit xy par une grandeur v; on écrit vxy. b. 8. 2.

Multiplier xy. 15 pieds linéaires.
par e. 4
Produit exy. 60 pieds linéaires.

MANIERE D'ABBREGER.

Lorsqu'on multiplie une grandeur y par elle-même; au lieu d'écrire yy, on écrit quelquesfois y^2. Et pour multiplier yy ou y^2 par y; on écrit yyy, ou plûtôt y^3, afin d'abbréger. Et pour multiplier y^3 par y, on écrit y^4. Et ainsi du reste. Où il faut remarquer qu'il y a beaucoup de différence entre ce que signifient ces expressions yy ou y^2, & y^3, & y^4, & y^5, & y^6, &c. & ce que signifient ces autres expressions $y+y$ ou $2y$, $3y$, $4y$, $5y$, $6y$, &c. Car $2y$ signifie une somme de deux grandeurs égales y & y ajoûtées l'une à l'autre; & yy un produit de ces deux égales multipliées l'une par l'autre. De sorte que si on prend y pour 9, la valeur de $2y$ sera 2 fois 9 ou 18; mais yy vaudra 9 fois 9 ou 81. Et pareillement $3y$ vaudront 3 fois 9 ou 27; & y^3

vaudra 9 fois 9 fois 9, ou 81 fois 9, ou 243. Et $4y$ vaudront 4 fois 9 ou 36; & y^4 vaudra 9 fois 9 fois 9 fois 9, ou 243 fois 9, ou 2187. Et ainsi du reste.

Multiplier y.	9	Ajoûter y. 9
par y.	9	& y. 9
1er produit yy.	81	1re somme $2y$. 18.
par y.	9	& y. 9
2d produit y^3.	243	2e somme $3y$. 27
par y.	9	& y. 9
3e produit y^4.	2187	3e somme $4y$. 36

IX COROLLAIRE.

10. Si on multiplie une grandeur y par une grandeur x, & le produit xy par un certain nombre e; le nouveau produit exy est le même que l'on trouveroit en multipliant la première y par le produit ex de l'autre x par e. Car xy contient autant de fois au juste, ou de la même sorte [a] la grandeur y, que l'autre x l'unité arbitraire i. Et exy aussi autant de fois [a] au juste la grandeur xy, qu'il y a d'unitez numériques dans e. Et par conséquent exy contient autant de fois au juste ou de la même sorte la seule grandeur y, que l'unité arbitraire i est dans autant de fois l'autre grandeur x, qu'il y a d'unitez numériques dans e. Ou pour énoncer la même chose d'une autre maniére plus facile à entendre, la grandeur seule y est dans exy autant de fois au juste, ou [a] de la même sorte, que l'unité arbitraire i est dans le produit ex de l'autre x par e. Ou, ce qui revient toûjours au même, exy est [b] un produit de la grandeur y par le produit ex de l'autre x par e.

a. 9.
b. 9. 2.

Multiplier y.	5 pieds linéaires.	Multiplier x.	3 pieds linéaires.
par x.	3 pieds linéaires.	par e.	4
Produit xy.	15 pieds linéaires.	Produit ex.	12 pieds linéaires.
par e.	4	Et multiplier y.	5 pieds linéaires.
Produit exy.	60 pieds linéaires.	par ex.	12 pieds linéaires.
Unité arbitraire i.	1 pied linéaire.	Produit exy.	60 pieds linéaires.

X COROLLAIRE.

11. Si l'unité arbitraire i est multipliée par soy-même, le produit ii est la même chose que l'unité i. Car le produit ii contient l'unité i autant de fois au juste qu'elle se [a] contient soy-même, c'est à dire une fois. Et par conséquent le produit ii & l'unité i sont une même chose. Comme si la grandeur i d'un pied est prise pour unité, le produit ii contient une fois au juste la même longueur d'un pied, comme elle se contient au juste elle-même une fois. De sorte que l'unité arbitraire i & le produit ii sont deux expressions, qui ne signifient qu'une seule & même chose, si ce n'est que l'expression ii marque que l'autre expression i est conceuë ou considérée comme étant multipliée par soy-même. Et c'est comme si l'unité arbitraire i mar-

a. 9. 2.

Multiplier l'unité arbitraire i.	1 pied linéaire.
par i.	1 pied linéaire.
Produit ii.	1 pied linéaire.

SCD LYON 1

quoit la numérique 1, & que l'unité *i* ou 1 fût multipliée par *i* ou par 1. Car le produit 1*i* ou *ii* signifieroit une fois *i* ou une fois 1, ce qui fait toûjours 1.

Il y a encore diverſes multiplications des longueurs, où l'unité *i* n'eſt point arbitraire, & où les produits ne ſont pas du même genre des longueurs qui en ſont les côtez. Et quoy que l'idée générale de la multiplication convienne à ces produits, on ne veut pas néanmoins en parler ici, où nous ſuppoſons l'unité arbitraire, & les produits d'une même eſpêce que les racines ou côtez que l'on multiplie; ou au moins d'une même eſpêce que l'une des racines, ſi l'autre eſt un nombre.

XI COROLLAIRE.

12. Si on multiplie un nombre *e* par un nombre *d*, ou le nombre *d* par l'autre nombre *e*; les deux produits *de* & *ed* n'en ſeront qu'un ſeul. Et ces deux expreſſions *de* & *ed* ſignifieront chacune indifféremment, que le nombre *e* ou *d* eſt pris autant de fois au juſte, qu'il y a d'unitez dans l'autre *d* ou *e*; puiſqu'il eſt [a] égal de multiplier deux nombres, le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier. Comme ſi on prend *e* pour 4, & *d* pour 2; le produit *de* ſignifie 2 fois 4, ou 2 pris 4 fois: & le produit *ed* 4 fois 2, ou 4 pris 2 fois. Ce qui eſt toûjours une même choſe. a. 7. 2.

Multiplier	*e.* 4	Multiplier	*d.* 2
par	*d.* 2	par	*e.* 4
Produit	*de.* 8	Produit	*ed.* 8

De même auſſi lorſqu'on multiplie une grandeur *y* par un certain nombre *e*, les deux expreſſions *ey* & *ye* ne marquent qu'un ſeul & même produit, ou ſignifient également chacune autant de fois *y*, qu'il y a d'unitez dans *e*. Comme ſi on prend *e* pour 4, le [a] produit *ey* ſignifie 4 fois *y* ou 4*y*; & le produit *ye* ſignifie qu'une grandeur *y* eſt [a] priſe 4 fois. Ce qui eſt toûjours la même choſe, ou n'expoſe qu'une même idée ſous des expreſſions un peu différentes. a. 9.

Multiplier	*y.* 5 pieds linéaires.	Multiplier	*e.* 4
par	*e.* 4	par	*y.* 5 pieds linéaires.
Produit	*ey.* 20 pieds linéaires.		*ye.* 5 pieds linéaires 4 fois.

XII COROLLAIRE.

13. Et ſi on multiplie une grandeur *y* par un certain nombre *e*, & le produit *ey* par un nombre *d*, le produit *dey* ſera le même que chacun des cinq *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*. Et ces ſix expreſſions ſignifieront chacune indifféremment une même grandeur. Car multipliant la même [a] grandeur *ey* ou *ye* par *d*, ce qui ſe fait [a] en écrivant *d* immédiatement au commencement ou à la fin de chacune des deux expreſſions *ey* & *ye*; les quatre expreſſions *dey*, *dye*, *eyd*, *yed*, ne marquent déja qu'un [a] ſeul & même produit. Et parce que *de* & *ed* expriment [a] un même nombre, les produits *dey* & *edy* ſont une même [a] choſe; & pareillement [a] les deux *yde*, *yed*. Et par conſéquent les ſix expreſſions *dey*, *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*, marquent [b] chacune un a. 12. b. 14. 2.

même produit, ou signifient chacune indifféremment autant de fois au juste la grandeur *ey* ou *ye*, qu'il y a d'unitez dans *d*; ou autant la grandeur *dy* ou *yd*, qu'il y a d'unitez dans *e*; ou encore autant de fois au juste la seule grandeur *y*, qu'il y a d'unitez dans le produit *de* ou *ed* des nombres *e* & *d*. Comme si on prend *e* pour 4, & *d* pour 2; le produit *dey* ou *edy* signifie 2 fois 4*y*, ou 4 fois 2*y*, ou 8*y*. Et le produit *dye* ou *eyd* signifie aussi que la somme de 2, ou de 4 grandeurs *y*, est prise 4 fois, ou 2 fois, ou qu'on prend 8 fois *y*. Et le produit *yde* ou *yed* signifie encore que la grandeur *y* est prise 2 fois 4 fois, ou 4 fois 2 fois, ou 8 fois. Ce qui est toûjours la même chose.

Et si on multiplie de la même sorte par un nombre *b* la grandeur ou le produit précédent, en écrivant immédiatement *b* au commencement ou à la fin de chacune de ses six expressions *dey*, *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*; on aura les 12 nouvelles *bdey*, *bdye*, *bedy*, *beyd*, *byde*, *byed*, *deyb*, *dyeb*, *edyb*, *eydb*, *ydeb*, *yedb*, qui marqueront chacune indifféremment [a] la même grandeur ou le même produit *bdey*. Et parce que *bd* & *db* sont un [b] même produit des nombres *b* & *d*, & encore *be* & *eb* un même des [b] nombres *b* & *e*, & aussi *by* & *yb* un même [b] de la grandeur *y* par le nombre *b*; si on transpose *b* aprés la seconde, & aprés la troisiéme lettre des 6 expressions du produit précédent *dey*, on aura encore les 12 expressions nouvelles *dbey*, *dbye*, *ebdy*, *ebyd*, *ybde*, *ybed*, *deby*, *dybe*, *edby*, *eybd*, *ydbe*, *yebd*, qui marqueront aussi [a] chacune indifféremment la même grandeur ou le même produit *bdey*.

a. 13.
b. 12.

Et si on veut multiplier la grandeur *bdey* par un nombre *a*; on trouvera de la même sorte 5 fois autant, ou 5 fois 24, ou jusques à 120 expressions du même produit *abdey*, en écrivant *a* successivement devant & aprés la premiére lettre, & aprés chaque autre dans chacune des 24 expressions précédentes. Et on trouveroit de la même sorte en suivant le même ordre 6 fois autant, ou 6 fois 120, ou jusques à 720 expressions d'un autre produit de la grandeur *abdey* par un nombre; & 7 fois 720, ou 5040 nouvelles du produit de ce dernier par un certain nombre. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

XIII COROLLAIRE.

14. Si une grandeur *g* est au juste autant de fois dans une grandeur *y*, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *e*; la grandeur *y* est [a] la même que le produit *eg* ou *ge* du nombre *e* par la grandeur *g*, ou de la grandeur *g* par *e*. Puisque ce produit contient pareillement *g* autant de fois [b] au juste qu'il y a d'unitez dans *e*.

a. 14 & 7. 1.
b. 12.

g. 5 pieds au juste 4 fois dans *y*. 20 pieds, comme 1 est 4 fois dans *e*. 4.
g. 5 pieds au juste 4 fois dans *eg*. 20 pieds, comme 1 est 4 fois dans *e*. 4.

XIV COROLLAIRE.

15. Si une grandeur *g* est au juste autant de fois dans une grandeur *y* qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *e*, & encore autant de fois au juste dans une grandeur *x* qu'il y a d'unitez dans un nombre *d*, le produit des deux grandeurs *x* & *y* est indifféremment *xy* ou *yx*. Car *y* & *eg* & *ge* [a] sont une même chose, & *x* & *gd* & *dg* pareillement [a] une même. Et par consé-

a. 14.

quent le produit xy de la premiére y ou eg par la seconde x ou dg ou gd, le même que le produit $gdeg$ de la premiére eg par l'autre gd. Mais de & ed sont [b] un même produit des nombres e & d. Et ainsi écrivant ed pour de dans le produit $gdeg$, les deux expressions $gdeg$ & $gedg$ marqueront indifféremment [c] une même grandeur, ou un même produit xy ou $gdeg$ de la premiére y ou eg par la seconde x ou gd; ou encore un même yx ou $gedg$ de la seconde x ou dg par la premiére y ou ge. D'où il s'ensuit, que le produit des deux grandeurs x & y est [c] indifféremment xy ou yx; ou qu'on doit trouver un même produit en multipliant la premiére y par la seconde x, ou la seconde x par la premiére y. b. 12. c. 9.

g. 5 pieds 4 fois dans y. 20 pieds, comme 1 est 4 fois dans e. 4.
g. 5 pieds 3 fois dans x. 15 pieds, comme 1 est 3 fois dans d. 3.

Multiplier	g.	5 pieds.	Multiplier	g.	5 pieds.
par	e.	4	par	d.	3
Produit	y ou ge ou eg.	20 pieds.	Produit	x ou gd ou dg.	15 pieds.
par	x ou	gd. 15 pieds.	par	y ou	ge. 20 pieds.
Produit	xy ou	$gdeg$. 300 pieds.	ou	yx ou	$gedg$. 300 pieds.

XV COROLLAIRE.

16. Si deux grandeurs y & x d'un même genre sont multipliées la premiére y par la seconde x, & la seconde x par la premiére y, les deux produits xy & yx sont une même chose, ou contiennent chacun indifféremment ou également l'une des deux grandeurs autant de fois au juste, ou de la même sorte, que l'autre l'unité arbitraire i. La démonstration est [a] déja manifeste, si quelqu'une de leurs parties comme g peut être au juste autant de fois dans l'une, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre e; & autant de fois dans l'autre, qu'il y a d'unitez dans un nombre d. a. 15.

Mais si chaque grandeur qui peut être un certain nombre de fois au juste dans l'une, ne peut être une ou plusieurs fois au juste ou sans reste dans l'autre. Prenant dans l'une, comme dans y, une partie si petite qu'on voudra, qui s'y trouve plusieurs fois au juste, cent mille millions de fois par exemple, sans reste; cette partie t étant prise dans x autant de fois qu'on le pourra, laisse [a] un reste s moindre encore que t. Et ainsi $x - s$ est moindre, ou $x + t - s$ plus grande que la grandeur x; mais seulement d'une partie insensible qui vaut moins que t. Mais t est une ou plusieurs fois sans reste dans $x - s$ par la supposition, & une fois de plus dans $x + t - s$, qui ajoûte une partie t à la grandeur $x - s$. Nommant donc r la grandeur $x - s$, & v l'autre $x + t - s$; les deux produits ry & yr n'en [b] sont qu'un seul de la grandeur y par la grandeur r, ou de la grandeur r par la grandeur y; & les deux vy & yv n'en sont aussi qu'un seul [b] de la grandeur y par la grandeur v, ou de la grandeur v par la grandeur y. Comme donc t est arbitraire ou indéterminée, si pour t on supposoit successivement une premiére grandeur e, & ensuitte une seconde moindre de la moitié que la prémiere, & une troisiéme moindre aussi de la moitié que a. *supposition.* b. 15.

la seconde, & ainsi de suitte jusques à l'infini; on trouveroit successivement pour f un premier reste, & ensuitte un second moindre que le premier, & un troisiéme moindre que le second, & un quatriéme moindre que le troisiéme, & ainsi de suitte jusques à l'infini. D'où il est aisé de conclurre que r ou $x - f$ approcheroit toûjours de plus prés de la grandeur x en remontant ou en augmentant, & v ou $x + t - f$ en descendant ou en diminuant; & en telle sorte que la différence des grandeurs r & v seroit moindre ou plus insensible que telle grandeur qu'on pouroit concevoir. Comme donc pour peu qu'on ajoûte à la grandeur x, ou pour peu qu'on
b. 15. en ôte, le produit de la somme v par y est [b] également vy ou yv; & celui du reste r par la même y encore [b] également ry ou yr. On peut s'assûrer [b] par une semblable induction, que le produit de la grandeur x, (qui est plus petite que la grandeur v, & qui surpasse r,) par la grandeur y, est également yx ou xy. Et ainsi il sera toûjours évident, que les deux produits xy & yx sont une même chose, & contiennent chacun indifféremment ou également l'une des deux grandeurs autant de fois ou de la même sorte, que l'autre contient l'unité arbitraire i.

COROLLAIRE GENERAL ET XVI.

17. *L'Ordre des lettres ne change point la valeur des produits.*

a. 16. Car en multipliant y par x ou x par y, le produit est [a] indifféremb. 9. ment xy ou yx. Et multipliant de la même sorte xy ou yx par v, ou v par xy
c. 14. 1. ou par yx, le produit est indifféremment vxy ou vyx ou xyv ou yxv; & comme vx & xv sont [a] une même chose, les grandeurs vxy & xvy sont [b] un même produit, & les deux yxv & yvx pareillement [b] un même. De sorte que les six expressions vxy, vyx, xvy, xyv, yvx, yxv, signifient chacune indifféremment [c] un même produit.

Et si on multiplie par t ce même produit, en écrivant t immédiatement au commencement & à la fin de chacune des six expressions précédentes;
d. 17. on aura les 12 nouvelles $tvxy$, $tvyx$, $txvy$, $txyv$, $tyvx$, $tyxv$, $vxyt$, $vyxt$, $xvyt$, $xyvt$, $yvxt$, $yxvt$, qui marqueront chacune un [d] même produit. Et comme tv & vt sont une [a] même chose, & encore tx & xt une [a] même; si on écrit t aprés la seconde lettre, & aprés la troisiéme, dans chacune des six expressions du produit précédent vxy, on aura encore les 12 expressions nouvelles $vtxy$, $vtyx$, $xtvy$, $xtyv$, $ytvx$, $ytxv$, $vxty$, $vytx$, $xvty$, $xytv$, $yvtx$, $yxtv$, qui marquent pareillement chacune un même produit $tvxy$.

Et écrivant f de la même sorte avant la premiére, & aprés chaque lettre, dans chacune de ces 24 expressions, on en trouvera 5 fois 24, ou 120 autres du même produit $fivxy$. Et on trouveroit pareillement en suivant le même ordre 6 fois 120 ou 720 expressions d'un nouveau produit $rfivxy$. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

XVII COROLLAIRE.

18. Trois grandeurs y, x, v, étant proposées; il est égal de multiplier la premiére y par la seconde x, & le produit xy par la troisiéme v, ou la premié-

SCD LYON 1

re y par la troiſiéme v, & le produit vy par la ſeconde x; ou la ſeconde x par la troiſiéme v, & le produit vx par la premiére y.

Et ſi l'on en propoſe quatre y, x, v, t; il eſt égal de multiplier la premiére y par la ſeconde x, & le produit xy par la troiſiéme v, & le produit vxy par la quatriême t; ou la premiére y par la troiſiéme v & le produit vy par la quatriême t, & le produit tvy par la ſeconde x; ou la premiére y par la ſeconde x, & le produit xy par la quatriême t, & le produit txy par la troiſiéme v; ou la ſeconde x par la troiſiéme v, & le produit vx par la quatriême t, & le produit tvx par la premiére y, ou le produit de deux par celuy des deux autres. Et ce ſeroit la même choſe s'il y avoit plus de quatre grandeurs. Ce corollaire eſt à peu prés le même que le précédent énoncé d'une autre maniére.

XVIII COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

Pour multiplier une grandeur complêxe par une certaine grandeur.

On multiplie chaque partie de l'une par chaque partie de l'autre; les ſignes [a] par les ſignes, les nombres [b] par les nombres, & les lettres [c] par les lettres. Et raſſemblant tous les divers produits, leur ſomme entiére eſt le produit des grandeurs propoſées.

a. 7 & 8. b. 12. 2. c. 9.

Exemples lorsqu'il n'y a que des lettres.

Pour multiplier $a+b$ par c. Je dis: a par c donne ac, & j'écris ac; & $+b$ par c, le produit eſt $+bc$, & j'écris $+bc$. Et la ſomme $ac+bc$ eſt le produit des deux grandeurs $a+b$ & c. Et la grandeur $ac+bc+cc$ ſeroit pareillement le produit des deux grandeurs $a+b+c$ & c.

Multiplier $a+b+c$
par c
Produit $ac+bc+cc$.

Et pour multiplier $a+b$ par $c+d$. Je dis: a par c donne ac, & j'écris ac; & a par $+d$ donne $+ad$, & j'écris $+ad$; & enſuitte $+b$ par c fait $+bc$, & j'écris $+bc$; & $+b$ par $+d$ fait $+bd$, & j'écris $+bd$. Et la ſomme entiére $ac+ad+bc+bd$ de ces divers produits, eſt auſſi le produit des grandeurs $a+b$ & $c+d$. La démonſtration eſt tres-claire, puiſqu'en multipliant le ſigne $+$ par le ſigne $+$, le produit doit [a] toûjours avoir le ſigne $+$ ou exprimé ou ſous-entendu.

Multiplier $a+b$
par $c+d$ a. 7.
Produit $ac+ad+bc+bd$.

Et pour multiplier $a-b$ par $c-d$. Je dis: a par c fait ac, & j'écris ac; & a par $-d$ donne $-ad$, & j'écris $-ad$; & enſuitte $-b$ par c donne $-bc$, & j'écris $-bc$; & $-b$ par $-d$ fait $+bd$. Et la ſomme $ac-ad-bc+bd$ de ces divers produits, eſt auſſi celuy des grandeurs $a-b$ & $c-d$. La démonſtration eſt toute évidente, puiſque ſi on multiplie $+$ par

Multiplier $a-b$
par $c-d$
Produit $ac-ad-bc+bd$.

a. 8. —, ou — par +, le produit doit toûjours [a] avoir le ſigne —. Et ſi on mul-
b. 7. tiplie — par —, le produit aura [b] le ſigne +. Et il eſt viſible que les parties d'un tout doivent être multipliées chacune par les parties de l'autre, ſi l'on veut avoir le produit entier des deux touts.

Et pour multiplier $a - b + c$ par $a + b - c$. Je dis : a par a fait aa, & j'écris aa ; & a par $-b$ fait $-ab$, & j'écris $-ab$; & a par $+c$ fait $+ac$, & j'écris $+ac$. Je dis enſuitte : $+b$ par a fait $+ab$, & j'écris $+ab$; & $+b$ par $-b$ fait $-bb$, & j'écris $-bb$; & $+b$ par $+c$ fait $+bc$, & j'écris $+bc$. Et je dis encore : $-c$ par a fait $-ac$, & j'écris $-ac$; & $-c$ par $-b$ fait $+bc$, & j'écris $+bc$; & $-c$ par $+c$ fait $-cc$, & j'écris $-cc$. Et raſſemblant alors tous ces divers produits, leur ſomme entiére $aa * - bb + 2bc - cc$ eſt le produit des grandeurs $a - b + c$ & $a + b - c$.

Multipl. $a - b + c$
par $a + b - c$
$aa - ab + ac$
$+ ab - bb + bc$
$- ac + bc - cc$
Produit $aa * - bb + 2bc - cc.$

Et pour multiplier $aa - bb$ par $a + b$. Je dis : aa par a donne a^3 que j'écris ; & aa par $+b$ fait $+aab$, & j'écris $+aab$; & $-bb$ par a fait $-abb$, & j'écris $-abb$; & $-bb$ par $+b$ fait $-b^3$, & j'écris $-b^3$. Et la ſomme entiére $a^3 + aab - abb - b^3$ eſt le produit des deux grandeurs $aa - bb$ & $a + b$ qu'on avoit propoſées.

Multiplier $aa - bb$
par $a + b$
Produit $a^3 + aab - abb - b^3.$

Et pour multiplier $aa - bb$ par $aa + bb$. Je dis : aa par aa fait a^4, & j'écris a^4 ; & aa par $+bb$ fait $+aabb$, & j'écris $+aabb$; & enſuitte $-bb$ par aa fait $-aabb$, & j'écris $-aabb$; & $-bb$ par $+bb$ fait $-b^4$, & j'écris $-b^4$. Et la grandeur $a^4 - b^4$, qui comprend ces divers produits, eſt le produit entier des deux grandeurs $aa - bb$ & $aa + bb$ qu'on avoit propoſées.

Multiplier $aa - bb$
par $aa + bb$
$a^4 + aabb$
$- aabb - b^4$
Produit $a^4 * - b^4$

Autres exemples.

Multiplier $aa - ab + bb$
par $a + b$
$a^3 - aab + abb$
$+ aab - abb + b^3$
Produit $a^3 * * + b^3$

Multiplier $a^3 + b^3$
par $aa + ab - bb$
$a^5 + a^4b - a^3bb$
$+ aab^3 + ab^4 - b^5$
Prod. $a^5 + a^4b - a^3bb + aab^3 + ab^4 - b^5.$

Multiplier $a^3 + aab + b^3$
par $a^3 - aab + b^3$
$a^6 + a^5b + a^3b^3$
$- a^5b - a^4bb - aab^4$
$+ a^3b^3 + aab^4 + b^6$
Produit $a^6 * - a^4bb + 2a^3b^3 * + b^6.$

Exemples

EXEMPLES LORSQU'IL Y A DES NOMBRES.

Pour multiplier $2a$ par $3b$. Je dis : 2 fois 3 font 6, & a par b fait ab, & j'écris $6ab$. Car multiplier a par b, & prendre 3 fois le produit ab, ce[a] qui fait $3ab$; c'est[b] multiplier a par $3b$, ou $3b$ par a. Et prendre 2 fois le produit $3ab$, ce qui[a] fait $6ab$; c'est[b] multiplier $3b$ par $2a$, ou $2a$ par $3b$. a. 3. b. 9. 2.

Et pour multiplier $2ab + 3bb$ par $5ab + 8bb$. Je dis : $2ab$ par $5ab$ font 2 fois 5 ou $10aabb$, & $2ab$ par $8bb$ font $16ab^3$; & ensuitte $3bb$ par $5ab$ font $15ab^3$, & $3bb$ par $8bb$ font $24b^4$. Et la somme entiére $10aabb + 31ab^3 + 24b^4$ de ces divers produits que j'ai écrit successivement, est aussi le produit des deux grandeurs que l'on a proposées.

Multiplier $2ab + 3bb$
par $5ab + 8bb$
$10aabb + 16ab^3$
$+ 15ab^3 + 24b^4$
Produit $10aabb + 31ab^3 + 24b^4$.

Et pour multiplier $3aa - 6ab + bb$ par $4aa + 6ab$. Je dis : $4aa$ par $3aa$, le produit est $12a^4$; & $4aa$ par $-6ab$ font $-24a^3b$; & $4aa$ par $+bb$ font $+4aabb$ que j'écris encore; & $+6ab$ par $3aa$ font $+18a^3b$; & $+6ab$ par $-6ab$ font $-36aabb$; & $+6ab$ par $+bb$ font $+6ab^3$. Et la somme $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$ est le produit des grandeurs proposées. On trouvera de la même sorte tous les divers produits des grandeurs entiéres & complêxes.

Multiplier $3aa - 6ab + bb$.
par $4aa + 6ab$
$12a^4 - 24a^3b + 4aabb$
$+ 18a^3b - 36aabb + 6ab^3$
Produit $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$.

AUTRES EXEMPLES.

Multiplier $3aa + 2ab - bb$
par $2a + 5b - c$
$6a^3 + 4aab - 2abb$
$+ 15aab + 10abb - 5b^3$
$- 3aac - 2abc + bbc$
Produit $6a^3 + 19aab + 8abb - 5b^3 - 3aac - 2abc + bbc$.

Multiplier $4a^3 + 3aa - 2a + 1$
par $aa - 5a + 6$
$4a^5 + 3a^4 - 2a^3 + 1aa$
$- 20a^4 - 15a^3 + 10aa - 5a$
$+ 24a^3 + 18aa - 12a + 6$
Produit $4a^5 - 17a^4 + 7a^3 + 29aa - 17a + 6$.

XIX COROLLAIRE.

20. SI on multiplie deux grandeurs égales A & B par une même grandeur G, les produits AG & BG sont[a] égaux; parce que les égales A & B sont l'une dans AG & l'autre dans BG autant de fois au juste ou de la même sorte, que[b] l'unité arbitraire I est dans la même G. a. 14 & 7. 1. b. 9. 2.

XX COROLLAIRE.

21. SI une grandeur G est multipliée par deux inégales B & C, & que B soit la plus grande; le produit BG surpasse l'autre produit CG: parce que G est au juste autant de fois ou de la même sorte dans le produit BG, que l'unité arbitraire I dans[a] la grandeur B; & G aussi autant de fois a. 9. 2.

SCD LYON 1

a. 9. 2. au juste ou de la même[a] sorte dans CG, que l'unité I dans C. Comme
b. *supposition.* donc I est plus contenuë dans la grande B que dans[b] la moindre C, la grandeur G est plus contenuë dans le produit BG que dans l'autre CG. Et ainsi le produit BG surpasse le produit CG.

Multiplier B. 8.	*Multiplier* C. 6.
par G. 2.	I. 1. *par* G. 2.
Produit BG, 16.	*Produit* CG. 12.

DE LA DIVISION DES GRANDEURS LITTERALES.

XXI COROLLAIRE.

22. SI on divise une grandeur positive par une positive, ou une défective par une défective; ou que chacune ait un même signe + exprimé ou sous-entendu, ou un même signe —: l'exposant aura le signe + ou sera positif.

Si par éxemple on divise 8 par 4, ou + 8 par + 4. Comme le nombre positif 8 contient positivement 2 fois son diviseur 4, l'exposant doit
a. 15. 2. contenir aussi 2 fois[a] positivement 1. Ce qui donne le nombre même ou
b. 6. l'exposant[b] positif 2 ou + 2. Et si 8 étoit divisé par + 2, on trouveroit de la même sorte un exposant positif + 4 ou 4.

		+ 2	+ 1
+ 4 *diviseur*	+ 1 *unité*	+ 2 *diviseur*	+ 1 *unité*
+ 4 *répété*	+ 1 *répétée*	+ 2 *répété*	+ 1 *répétée*
+ 8 *produit posit.*	+ 2 *exposant pos.*	+ 2	+ 1
		+ 8 *produit positif.*	+ 4 *exposant posit.*

Et si on divise — 8 par — 4. Comme le nombre défectif — 8 contient 2 fois positivement son diviseur défectif — 4, l'exposant doit contenir aussi 2
a. 15. 2. fois[a] positivement 1. Ce qui donne le nombre même ou l'exposant[b] positif
b. 6. 2 ou + 2. Et si — 8 étoit divisé par — 2, on trouveroit de la même sorte l'exposant positif + 4 ou 4.

		— 2 *diviseur*	+ 1
— 4 *diviseur défect.*	+ 1 *unité*	— 2 *défectif*	+ 1 *unité*
— 4 *répété*	+ 1 *répétée*	— 2 *répété*	+ 1 *répétée*
— 8 *produit défect.*	+ 2 *exposant posit.*	— 2	+ 1
		— 8 *produit défect.*	+ 8 *exposant posit.*

XXII COROLLAIRE.

23. SI on divise une grandeur positive par une défective, ou une défective par une positive; ou que l'[illegible]s signes soit + & l'autre —: l'exposant aura le signe —, ou sera défectif.

Si on divise par éxemple + 8 par — 4. Comme + 8 contient 2 fois le retranchement de son diviseur — 4, l'exposant doit contenir aussi 2
a. 15. 2. fois[a] le retranchement de l'unité. Ce qui donne l'exposant[b] défectif — 2,
b. 5. Et si on divise — 8 par + 4. Comme — 8 contient 2 fois le retranche-

SCD LYON 1

ment de 4, l'exposant contient aussi 2 fois le retranchement de l'unité, c'est à [b] dire — 2. b. 5.

— 4 *diviseur*	+ 1 *unité*	+ 4 *diviseur posit.*	+ 1 *unité*
— 4 *défect. répété*	+ 1 *répétée*	+ 4 *répété*	+ 1 *répétée.*
+ 8 *produit positif.*	— 2 *exposant défect.*	— 8 *produit défect.*	— 2 *exposant défect.*

Et si on divise + 8 par — 2. Comme + 8 contient 4 fois le retranchement de — 2, l'exposant contient [a] aussi 4 fois le retranchement de l'unité. Ce qui donne — 4. Et ce seroit la même chose, si on [b] divisoit — 8 par le nombre positif + 2. a. 15. 2. b. 5.

— 2 *diviseur*	+ 1	+ 2 *diviseur*	+ 1
— 2 *défectif*	+ 1 *unité*	+ 2 *positif*	+ 1 *unité*
— 2 *répété*	+ 1 *répétée*	+ 2 *répété*	+ 1 *répetée*
— 2	+ 1	+ 2	+ 1
+ 8 *produit posit.*	— 4 *exposant défect.*	— 8 *produit défect.*	— 4 *exposant defect.*

XIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

24. *POur diviser une grandeur incomplexe par une grandeur incomplexe, lorsqu'il n'y a que des lettres.*

On efface de celle qu'on divise toutes les lettres de son diviseur, & on écrit pour exposant ce qui reste précédé du signe + ou — qui luy est propre, lorsqu'il est necessaire.

Pour diviser par éxemple *ab* par *b*. On efface *b* de la grandeur *ab*, & écrivant la lettre *a* qui reste, on trouve [b] l'exposant. Car *ab* étant un produit des grandeurs *a* & *b*; il est visible que *b* est dans *ab*, comme l'unité arbitraire *i* est [c] dans *a*: & qu'ainsi la grandeur *a* est [d] l'exposant de la division de la grandeur *ab* par la grandeur *b*. b. 9. c. 9. 2. d. 15. 2.

De même aussi pour diviser *ab* par *a*. Effaçant *a* dans *ab*, on aura *b* pour exposant. Et si on divise — *ab* par — *b*, on trouvera l'exposant + *a* ou *a* qui est positif; parce qu'en divisant — par —, l'exposant est [e] toûjours positif. Et *b* ou + *b* par la même raison est l'exposant de la division de la grandeur défective — *ab* par la défective — *a*. e. 22.

Et la grandeur défective — *b* est l'exposant de la division de la grandeur positive *ab* ou + *ab* par [f] la défective — *a*, ou de la défective — *ab* par la positive *a* ou + *a*. Et — *a* pareillement de la division de la grandeur positive *ab* par [f] la défective — *b*, ou de la défective — *ab* par la [f] positive + *b*. f. 23.

Produit	+ *ab* positif.	— *ab* défectif.	+ *ab* positif.	— *ab* défectif.
Diviseur	+ *b* positif.	— *b* défectif.	— *b* défectif.	+ *b* positif.
Exposant	+ *a* positif.	— *a* positif.	— *a* défectif.	— *a* défectif.

Produit	+ *ab* positif.	— *ab* défectif.	+ *ab* positif.	— *ab* défectif.
Diviseur	+ *a* positif.	— *a* défectif.	— *a* défectif.	+ *a* positif.
Exposant	+ *b* positif.	+ *b* positif.	— *b* défectif.	— *b* défectif.

SCD LYON 1

Autres exemples.

Pour diviſer *aab* par *a*. On efface *a* dans *aab*, & on écrit *ab* pour expoſant. Et ſi on diviſe *abc* par *ab*, l'expoſant eſt *c*. Et ſi on diviſe a^3bbc par *aab*, l'expoſant eſt *abc*; comme il eſt aiſé de juger, ayant effacé *aab* dans a^3bbc.

XIV COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

25. *Et pour faire la diviſion, ſi quelques nombres précédent les grandeurs.*

b. 22 & 23. On diviſe [b] les ſignes par les ſignes, les nombres [c] par les nombres, & les lettres [d] par les lettres.

c. 17. 2. d. 24. Comme pour diviſer $6ab$ par $3b$. On diviſe $+6$ ou 6 par $+3$ ou par 3, & *ab* par *b*; & on écrit l'expoſant numérique 2 avant celuy des lettres, qui eſt *a*. Ce qui donne $2a$ pour expoſant. Et ſi on diviſe de la même ſorte $15a^3b$ par $5ab$, l'expoſant ſera $3aa$; parce que 3 eſt l'expoſant de 15 à 5, & *aa* l'expoſant de la diviſion [c] de la grandeur a^3b par *ab*.

c. 24.

XV COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

26. *Pour diviſer une grandeur complexe par une certaine grandeur.*

a. 24 & 25. On diviſe [a] par une partie du diviſeur quelque partie de la grandeur que l'on veut diviſer, & on écrit l'expoſant au demi-cercle. On prend

b. 9 & 19. aprés cela le produit du diviſeur [b] par l'expoſant, & on ôte ce produit de la grandeur que l'on veut diviſer. On réïtére enſuitte ſur le reſte une ſemblable opération, & encore une autre ſemblable ſur le nouveau reſte, & une nouvelle ſur le reſte qu'on trouve. Et ainſi de ſuitte juſques à ce qu'il n'y ait plus de reſte, ou qu'on ne puiſſe plus continuer. Et alors ce qu'on trouve au demi-cercle eſt l'expoſant qu'on cherche, ou la grandeur entiére qui en approche plus. Les éxemples éclairciront ces régles.

Premier exemple.

Pour diviſer $ac + ad$ par $c + d$. Je dis: *ac* diviſé par *c* donne *a* pour expoſant, & j'écris *a* dans le demi-cercle. Et multipliant le diviſeur $c+d$ par l'expoſant *a*, le produit eſt $ac + ad$, & je l'ôte de la grandeur $ac + ad$ que je dois diviſer. Et comme il ne reſte rien; la grandeur *a* écrite au demi-cercle, eſt le juſte expoſant de la diviſion.

Produit	$ac + ad$	(*a Expoſant*
	$-ac - ad$	($c + d$ *Diviſeur*
Reſte	0 0	

Et pour diviſer $ac + bc + ad + bd$ par $c + d$. Je dis: *ac* diviſé par *c*, l'expoſant eſt *a* que j'écris au demi-cercle. Et multipliant le diviſeur $c + d$ par l'expoſant *a*, le produit eſt $ac + ad$ que j'ôte de la grandeur que je dois diviſer. Et conſidérant le reſte $bc + bd$, je dis: $+bc$ diviſé par *c*, l'expoſant eſt $+b$ que j'écris encore au demi-cer-

Produit	$ac + bc + ad + bd$	($a + b$ *Expoſant*
	$-ac \quad -ad$	
	$-bc \quad -bd$	($c + d$ *Diviſeur*
Reſte	0 0 0 0	

SCD LYON 1

cle. Et multipliant le diviſeur $c+d$ par l'expoſant $+b$, j'ôte du reſte le produit $bc+bd$ qui eſt la même choſe. Et comme il ne reſte plus rien, je connois que la grandeur $a+b$, qui eſt au demi-cercle, eſt l'expoſant entier que je cherche.

SECOND EXEMPLE.

Pour diviſer $aa-bb$ par $a-b$. Je dis: aa diviſé par a, l'expoſant eſt a que j'écris au demi-cercle; & multipliant $a-b$ par a, j'ôte le produit $aa-ab$ de la grandeur $aa-bb$, ce qui laiſſe le reſte $ab-bb$. Je dis enſuitte: $+ab$ diviſé par a, l'expoſant eſt $+b$ que j'écris au demi-cercle. Et multipliant $a-b$ par $+b$, j'ôte le produit $ab-bb$ du reſte qui eſt la même choſe. Et comme il ne reſte plus rien, la grandeur $a-b$, qui eſt au demi cercle, eſt au juſte l'expoſant de la diviſion.

Produit $aa-bb$ ($a+b$ *Expoſant*
$-aa+ab$ ($a-b$ *Diviſeur*
Reſte $+ab-bb$
$-ab+bb$
Reſte 0 0

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviſer a^3-b^3 par $a-b$. Je dis: a^3 diviſé par a, l'expoſant eſt aa que j'écris au demi-cercle; & multipliant $a-b$ par aa, le produit eſt a^3-aab que j'ôte de la grandeur a^3-b^3, ce qui laiſſe un reſte $aab-b^3$. Je dis enſuitte: aab diviſé par a, l'expoſant eſt $+ab$ que j'écris au demi-cercle; & multipliant $a-b$ par ab, le produit eſt $aab-abb$ que j'ôte du reſte $aab-b^3$. Ce qui laiſſe un nouveau reſte $abb-b^3$. Ainſi je dis encore: abb diviſé par a, l'expoſant eſt $+bb$ que j'écris au demi-cercle. Et multipliant $a-b$ par bb, le produit eſt $abb-b^3$ que j'ôte du reſte $abb-b^3$. Ce qui ne laiſſe rien. Et la grandeur $aa+ab+bb$ écrite au demi-cercle, eſt le juſte expoſant qu'on vouloit connoître. Et on trouveroit de la même ſorte que la diviſion de la grandeur $a^3+3aab+3abb+b^3$ par $a+b$ donne au juſte $aa+2ab+bb$ pour expoſant.

Produit a^3-b^3 *Expoſant*
$-a^3+aab$ ($aa+ab+bb$
Reſte $+aab-b^3$ *Diviſeur*
$-aab+abb$ ($a-b$
Reſte $+abb-b^3$
$-abb+b^3$
Reſte 0 0

Produit $a^3+3aab+3abb+b^3$ *Expoſant*
$-a^3-aab$ ($aa+2ab+bb$
Reſte $*+2aab+3abb+b^3$ *Diviſeur*
$-2aab-2abb$ ($a+b$
Reſte $*+abb+b^3$
$-abb-b^3$
Reſte 0 0

Produit $a^3-3aab+3abb-b^3$
$-a^3+1aab$
Reſte $*-2aab+3abb-b^3$
$+2aab-2abb$
Reſte $*+1abb-b^3$
$-1abb+b^3$
Reſte 0 0

Expoſant
($aa-2ab+bb$.
Diviſeur
($a-b$

Produit a^3+b^3
$-a^3-aab$
Reſte $-aab+b^3$
$+aab+abb$
Reſte $abb+b^3$
$-abb-b^3$
Reſte 0 0

Expoſant
($aa-ab+bb$.
Diviſeur
($a+b$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64$ par $yy - 16$. Je dis : y^6 diviſé par yy, l'expoſant eſt y^4 que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $yy - 16$ par y^4, le produit eſt $y^6 - 16y^4$ que j'ôte de la grandeur propoſée, & le reſte eſt $8y^4 - 124yy - 64$. Je dis enſuitte : ſi on diviſe $8y^4$ par yy, l'expoſant eſt $+ 8yy$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $yy - 16$ par $8yy$, le produit eſt $8y^4 - 128yy$ que j'ôte du reſte $8y^4 - 124yy - 64$; ce qui laiſſe un nouveau reſte $4yy - 64$. Ainſi je dis encore : $4yy$ étant diviſé par yy, l'expoſant eſt $+ 4$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $yy - 16$ par 4, le produit eſt $4yy - 64$ que j'ôte du reſte $+ 4yy - 64$, ce qui ne laiſſe rien. Et je trouve enfin au demi-cercle l'expoſant juſte $y^4 + 8yy + 4$ de la diviſion.

Produit ou grandeur à diviſer	*Expoſant*
$y^6 - 8y^4 - 124yy - 64$	$(y^4 + 8yy + 4$
$- y^6 + 16y^4$	
Reſte $+ 8y^4 - 124yy - 64$	
$- 8y^4 + 128yy$	*Diviſeur*
Reſte $+ 4yy - 64$	$(yy - 16$
$- 4yy - 64$	
o o	

AUTRES EXEMPLES.

Grandeur à diviſer	*Expoſant*
$10aabb + 31ab^3 + 24b^4$	$(2ab + 3bb.$
$- 10aabb - 16ab^3$	*Diviſeur*
$* + 15ab^3 + 24b^4$	$(5ab + 8bb$
$- 15ab^3 - 24b^4$	
o o	

Grandeur à diviſer	*Expoſant*
$12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$	$(4aa + 6ab$
$- 12a^4 + 24^3ab - 4aabb$	*Diviſeur*
$* + 18a^3b - 36aabb + 6ab^3$	$\}3aa - 6ab$
$- 18a^3b + 36aabb - 6ab^3$	$\}+ bb$
o o o	

Grandeur à diviſer	*Expoſant*
$a^5 - a^4b - 2a^3bb + 2aab^3 + ab^4 - b^5$	$(aa + 2ab + bb$
$- a^5 + 3a^4b - 3a^3bb + aab^3$	*Diviſeur*
$* + 2a^4b - 5a^3bb + 3aab^3 + ab^4 - b^5$	$(a^3 - 3aab + 3abb - b^3.$
$- 2a^4b + 6a^3bb - 6aab^3 + 2ab^4$	
$* + a^3bb - 3aab^3 + 3ab^4 - b^5$	
$- a^3bb + 3aab^3 - 3ab^4 + b^5$	
o o o o	

XXVI COROLLAIRE.

27. SI deux grandeurs égales C & D ſont diviſées chacune par une grandeur G, les deux expoſans A & B ſont égaux ; puis qu'ils contiennent au juſte autant de fois ou de la même ſorte l'unité numérique ou l'arbitraire I, que les égales C & D contiennent [b] la même grandeur G. Ou ce qui revient au même, puis qu'une grandeur G ſe trouve autant de fois au juſte ou de la même ſorte dans deux égales C & D.

b. 15. 2.

Ainſi diviſant deux grandeurs égales, l'une de 6 pieds linéaires, & l'autre de 72 pouces linéaires par 2 pieds linéaires ; l'expoſant eſt 3, ſi l'unité

numérique régle la diviſion : parce que les 2 pieds linéaires ſont au juſte 3 fois dans les 6 linéaires, & les mêmes 2 pieds linéaires, ou les 24 pouces linéaires, auſſi 3 fois au juſte dans les 72 pouces linéaires. Et ſi l'unité arbitraire 1 pied linéaire régle la diviſion, chaque expoſant eſt 3 pieds linéaires, parce que l'expoſant de chacune des deux diviſions doit contenir autant de fois au juſte 1 pied linéaire, que la grandeur qu'on veut diviſer contient [b] ſon diviſeur au juſte, c'eſt à dire 3 fois. b. 15. 2.

Diviſer C. 6 *pieds lin.* *Expoſant* A. 3. *Diviſer* D. 72 *pouces lineaires.* *Expoſant* B. 3.
par G. 2 *pieds lin.* *ou* 3 *pieds lin.* *par* G. 2 *pieds ou* 24 *pouces.* *ou* 3 *pieds lin.*
ou 36 *pouces lin.*

XXVII COROLLAIRE.

28. SI deux grandeurs inégales B & C ſont diviſées chacune par une grandeur G, & que B ſoit la plus grande ; le premier expoſant D ſera plus grand que le ſecond E, parce que la grandeur B contient [b] plus G que la moindre C ne la peut contenir. D'où il s'enſuit que l'expoſant D contient plus auſſi [c] l'unité arbitraire I, que l'autre expoſant E ne la peut contenir. Et ainſi l'expoſant D ſurpaſſe [d] l'autre expoſant E. b. *ſuppoſition.* c. 15. 2. d. 14 & 7. 1.

Diviſer B. 8 *pieds lin.* *Expoſant* D. 4. *Diviſer* C. 6 *pieds lin.* *Expoſant* E. 3.
par G. 2 *pieds lin.* *ou* 4 *pieds lin.* *par* G. 2 *pieds lin.* *ou* 3 *pieds lin.*

XXVIII COROLLAIRE.

29. ET ſi deux grandeurs C & D ſont diviſées l'une par F & l'autre par G, & que la premiére F ſurpaſſe l'autre G ; le premier expoſant A eſt moindre que le ſecond B. Car la plus grande F eſt moins contenuë dans C, que [b] la moindre G dans D qui eſt égale à C. Et par conſequent l'unité arbitraire I eſt moins [c] contenuë dans l'expoſant A que dans l'expoſant B. b. *ſuppoſition.* c. 15. 2.

Diviſer C. 6 *pieds lin.* *Expoſant* A. 2. *Diviſer* D. 72 *pouces lin.* *Expoſant* B. 3.
par F. 3 *pieds lin.* *ou* 2 *pieds lin.* *par* G. 2 *pieds lin.* *ou* 3 *pieds lin.*

DEFINITIONS.

ON nommera généralement *grandeur linéaire*, toute grandeur qui n'eſt point conceuë ou conſidérée comme un produit de quelques autres; la grandeur *a*, par éxemple, & chacune des deux $a+b$ & $a-b$.

Je dirai auſſi que le produit de deux grandeurs eſt un *plan* de ces mêmes grandeurs. Comme 6 un plan des nombres 2 & 3 ; & *ab* un plan des grandeurs *a* & *b* ; & même *abc* un plan des grandeurs *ab* & *c*, ou des deux *ac* & *b*, ou des deux *a* & *bc*. Et j'appellerai généralement *grandeur plane* ou *du ſecond degré* toute grandeur, où ce qui eſt ſous chaque ſigne eſt conceu ou conſidéré comme un plan de deux grandeurs ; la grandeur $ab+cd$ par éxemple, & la grandeur $ab-cd$, & la grandeur *ab*.

Et le produit d'un plan ou d'une grandeur plane par une grandeur linéaire

SCD LYON 1

sera nommé *solide*. Et on dira généralement qu'une grandeur est *solide* ou *du troisième degré*, si ce qui est sous chaque signe est conceu ou considéré comme un produit d'une grandeur plane par une linéaire. Le nombre 30, par éxemple, est un nombre solide, si on le considére comme un produit du nombre plan 6 par le nombre linéaire 5, ou comme égal à 2 fois 3 fois 5. Et *abc* est un solide des grandeurs *a*, *b*, *c*, ou de la grandeur plane *ab* par *c*, ou de la plane *ac* par *b*, ou de la plane *bc* par *a*. Et la grandeur *abc* + *cde* est pareillement une grandeur solide.

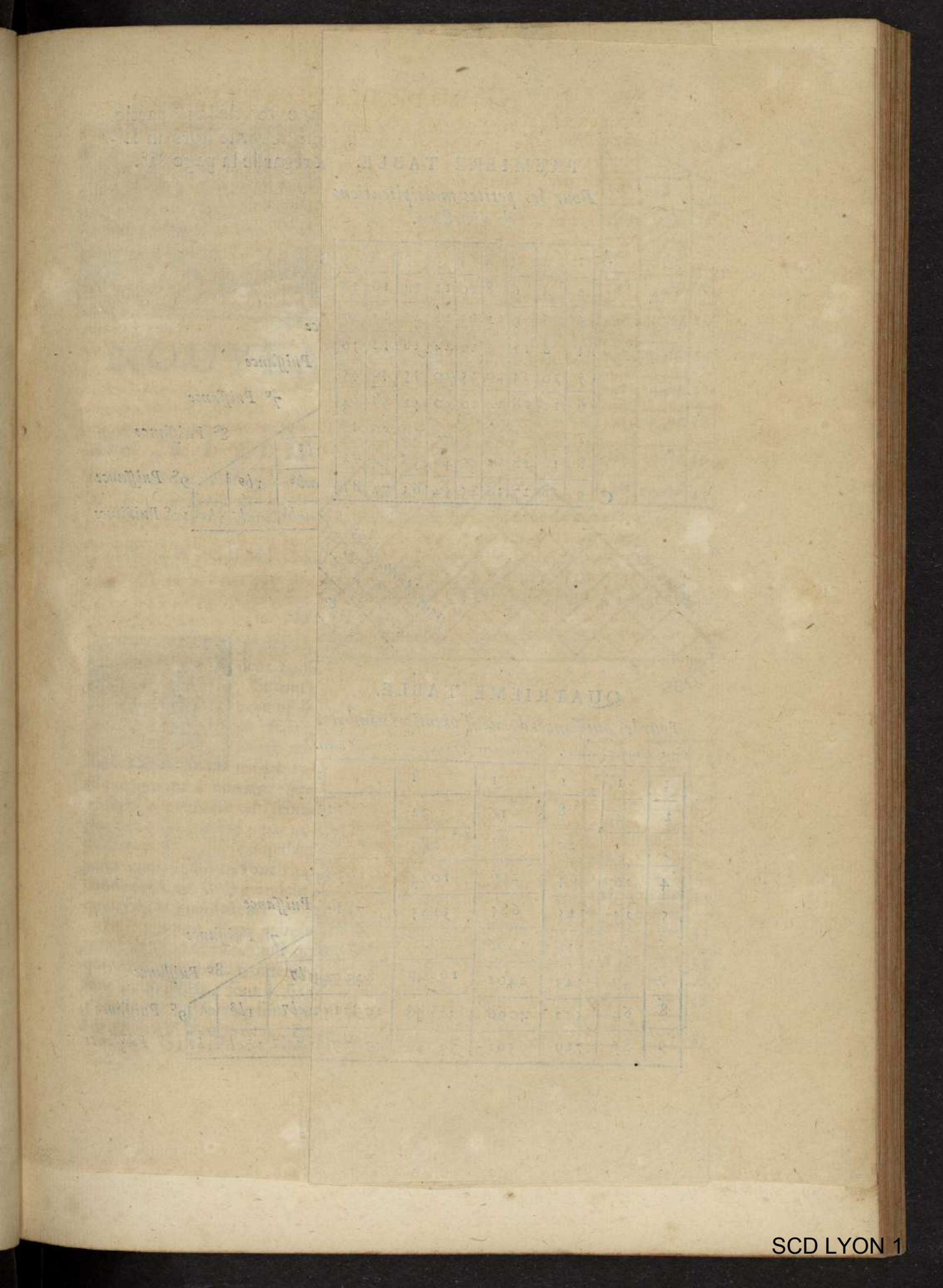
Je nommerai encore *surſolide* ou *grandeur ſurſolide* ou *du quatriéme degré* toute grandeur, où ce qui est sous chaque signe + ou — est un produit de quatre grandeurs linéaires, ou de deux planes, ou d'une linéaire & d'une solide. Comme *abcd*; & chacune des deux grandeurs *abcd* + *befg* & *abcd* — *befg*.

J'appellerai enfin *grandeur de 5 degrez*, ou de *sept*, ou de *huit*, ou de tant d'autres qu'on voudra, toute grandeur, où ce qui est sous chaque signe est conceu ou considéré comme un produit de cinq linéaires, ou de six, ou de sept, ou de huit, ou d'autant qu'on voudra.

COROLLAIRE.

30. On peut souvent considérer un même nombre ou la même grandeur ou comme linéaire, ou comme un plan, ou un solide, ou un surſolide, ou un produit de divers degrez. Le nombre 144 par éxemple, comme un nombre linéaire; ou comme un plan des deux nombres 1 & 144, ou 2 & 72, ou 3 & 48; ou 6 & 24, ou 8 & 18, ou 9 & 16, ou 12 & 12; ou comme un solide des trois 1, 2, 72, ou 2, 2, 36, ou 2, 3, 24, ou 2, 4, 18, ou 2, 6, 12, ou 2, 8, 9, ou 3, 3, 16, ou 3, 4, 12, ou, 3, 6, 8, ou 4, 6, 6; ou comme un surſolide des quatre 1, 2, 3, 24, ou 2, 2, 3, 12, ou 2, 2, 4, 9, ou 2, 3, 4, 6, &c. ou encore comme un nombre de 5 degrez, parce qu'il est un produit des cinq nombres 2, 2, 3, 3, 4, ou 2, 2, 2, 3, 6; &c. ou comme un nombre de 6 degrez, à cause des 6 racines 2, 2, 2, 2, 3, 3, ou des 6 racines, 1, 2, 2, 3, 3, 4; &c.

SCD LYON 1



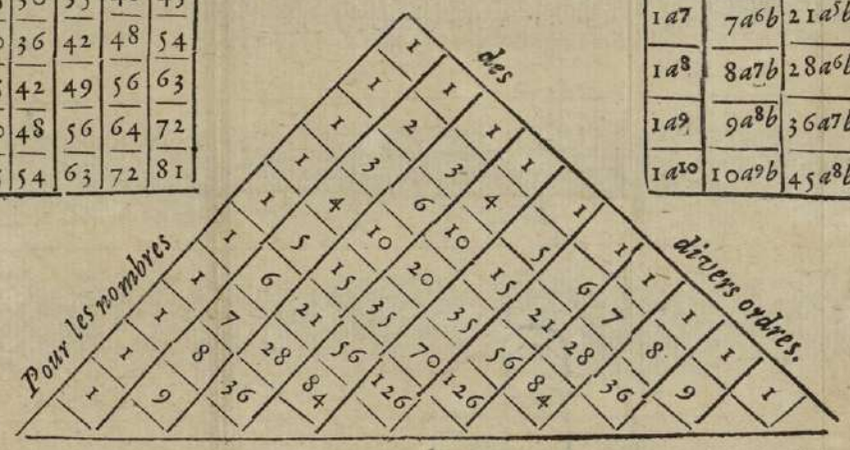
SCD LYON 1

PREMIERE TABLE.

Pour les petites multiplications & diviſions.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9 B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	3	6	9	12	15	18	21	24	27
	4	8	12	16	20	24	28	32	36
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
	6	12	18	24	30	36	42	48	54
	7	14	21	28	35	42	49	56	63
	8	16	24	32	40	48	56	64	72
C	9	18	27	36	45	54	63	72	81

TROISIEME TABLE.



SECONDE TABLE.

Pour la compoſition des Puiſſances.

Pour la page 80e de la 1re partie. Que tout déborde hors du Livre, & regarde la page 81e.

1								
1a	1b							
1aa	2ab	1bb						
$1a^3$	$3aab$	$3abb$	$1b^3$					
$1a^4$	$4a^3b$	$6aabb$	$4ab^3$	$1b^4$				
$1a^5$	$5a^4b$	$10a^3bb$	$10aab^3$	$5ab^4$	$1b^5$			
$1a^6$	$6a^5b$	$15a^4bb$	$20a^3b^3$	$15aab^4$	$6ab^5$	$1b^6$		
$1a^7$	$7a^6b$	$21a^5bb$	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21aab^5$	$7ab^6$	$1b^7$	
$1a^8$	$8a^7b$	$28a^6bb$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$	$56a^3b^5$	$28aab^6$	$8ab^7$	$1b^8$
$1a^9$	$9a^8b$	$36a^7bb$	$84a^6b^3$	$126a^5b^4$	$126a^4b^5$	$84a^3b^6$	$36aab^7$	$9ab^8$	$1b^9$
$1a^{10}$	$10a^9b$	$45a^8bb$	$120a^7b^3$	$210a^6b^4$	$252a^5b^5$	$210a^4b^6$	$120a^3b^7$	$45aab^8$	$10ab^9$	$1b^{10}$

Puiſſance 1re ou lineaire
Puiſſance 2^e ou plane
Puiſſance 3^e ou ſolide
4^e Puiſſance
5^e Puiſſance
6^e Puiſſance
7^e Puiſſance
8^e Puiſſance
9^e Puiſſance
10^e Puiſſance

QUATRIEME TABLE.

Pour les puiſſances des neuf premiers nombres.

Côtez.	Quarrez.	Cubes.	4es Puiſſances.	5es Puiſſances.	7es Puiſſances.
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	128
3	9	27	81	243	2187
4	16	64	256	1024	16384
5	25	125	625	3125	78125
6	36	216	1296	7776	279936
7	49	343	2401	16807	823543
8	64	512	4096	32768	2097152
9	81	729	6561	59049	4782969

CINQUIEME TABLE.

Pour la réſolution des Puiſſances.

1aa	2a	1b						
$1a^3$	$3aa$	$3ab$	$1bb$					
$1a^4$	$4a^3$	$6aab$	$4abb$	$1b^3$				
$1a^5$	$5a^4$	$10a^3b$	$10aabb$	$5ab^3$	$1b^4$			
$1a^6$	$6a^5$	$15a^4b$	$20a^3bb$	$15aab^3$	$6ab^4$	$1b^5$		
$1a^7$	$7a^6$	$21a^5b$	$35a^4bb$	$35a^3b^3$	$21aab^4$	$7ab^5$	$1b^6$	
$1a^8$	$8a^7$	$28a^6b$	$56a^5bb$	$70a^4b^3$	$56a^3b^4$	$28aab^5$	$8ab^6$	$1b^7$	
$1a^9$	$9a^8$	$36a^7b$	$84a^6bb$	$126a^5b^3$	$126a^4b^4$	$84a^3b^5$	$36aab^6$	$9ab^7$	$1b^8$	
$1a^{10}$	$10a^9$	$45a^8b$	$120a^7bb$	$210a^6b^3$	$252a^5b^4$	$210a^4b^5$	$120a^3b^6$	$45aab^7$	$10ab^8$	$1b^9$

2e Puiſſance
3e Puiſſance
4e Puiſſance
5e Puiſſance
6e Puiſſance
7e Puiſſance
8e Puiſſance
9e Puiſſance
10e Puiſſance

SCD LYON 1

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE QUATRIEME.

DE LA COMPOSITION ET RESOLUTION *DES PUISSANCES.*

DEFINITIONS.

J'APPELLERAI *puiſſance ſimple* ou *linéaire* toute grandeur conſidérée comme linéaire.

Et tout produit d'une grandeur par elle-même en ſera nommé *le quarré*. Et les Géométres diſent auſſi qu'il en eſt la premiére puiſſance. Mais quoique les noms ſoient arbitraires, l'ordre néanmoins, & le deſir de rendre ce Livre des puiſſances plus facile à entendre, m'engageront à nommer *ſeconde puiſſance*, celle qu'on nomme ordinairement la premiére en Géométrie. Ainſi nous dirons que le plan, ou le produit 4 du nombre 2 par 2, eſt le quarré de 2, ou qu'il en eſt la ſeconde puiſſance. Et 144 ſera pareillement le quarré ou la ſeconde puiſſance de 12, parce que 12 fois 12 font 144. Et pareillement *bb* ſera le quarré ou la ſeconde puiſſance de la grandeur *b*; & *bbcc* ou *bcbc* la ſeconde puiſſance ou le quarré de la grandeur *bc*.

Et le produit d'une grandeur par ſon quarré en eſt encore appellé *le cube*. Et nous dirons auſſi qu'il en eſt *la troiſiéme puiſſance*. Comme 8, qui eſt le cube ou la troiſiéme puiſſance du nombre 2; parce que 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8. Et 125 eſt auſſi le cube de 5; parce que 5 fois 5 font 25, & 5 fois 25 font 125. Et pareillement b^3 eſt le cube de *b*. Et *bcbcbc* ou b^3c^3 le cube de *bc*. Et b^6c^3 le cube de *bbc*.

SCD LYON 1

Et le produit d'une grandeur par son cube, ou du quarré de la grandeur par le même quarré, est nommé *le quarré du quarré* ou *la quatriéme puissance* de cette grandeur. Comme 16, qui est le quarré du quarré, ou la quatriéme puissance de 2; parce qu'il vaut 2 fois le cube 8, ou 4 fois le quarré 4. Et 81, qui vaut aussi 3 fois 3 fois 3 fois 3, ou 3 fois le cube 27, ou 9 fois le quarré 9, est aussi le quarré du quarré, ou la quatriéme puissance de 3. Et b^4 est le quarré du quarré de la grandeur b, ou sa quatriéme puissance; & b^4c^4 la 4e de la grandeur bc; & $b^{12}c^4$ l'est aussi de la grandeur b^3c.

Et on dira, en suivant le même ordre, que b^5 est *la cinquiéme puissance* de b. Et que b^6 en est *la sixiéme*. Et parce que b^6 est encore le quarré du cube b^3, ou le cube du quarré bb; on pourra dire encore qu'il est *le quarré du cube*, ou *le cube du quarré* de b. Et pareillement b^8, qui est la huitiéme puissance de b, est aussi *le quarré* de b^4, qui est déja le quarré du quarré de b. Et la neuviéme puissance b^9 est aussi *le cube du cube* de b. Et la dixiéme b^{10} *le quarré de la cinquiéme puissance*, ou *la cinquiéme puissance du quarré* de b. Et b^{12} *le cube du quarré de quarré*, ou *le quarré du quarré du cube* de b. Mais on se contentera de dénommer simplement par leurs nombres toutes les puissances qui surpassent la quatriéme, comme b^7 qui est la 7e de b. Et b^{11} qui en est la 11e. Et b^{14} qui en est la 14e. &c.

Et on dira que b est *la racine quarrée* ou 2de de son quarré bb. Ou *la racine cubique* ou 3e de son cube b^3. Ou la 4e de b^4. Et la 5e de b^5. Et la 6e de b^6. Et ainsi du reste.

FORMATION DE LA TABLE DES PUISSANCES.

SI on prend l'unité, & qu'on multiplie premiérement 1 par une grandeur complexe $a+b$ dénommée des noms de ses parties a & b, & ensuitte le produit $1a+1b$ par la même grandeur $a+b$, & aussi le nouveau produit par $a+b$, & celuy-ci encore par $a+b$, &c. Ou, ce qui revient au même: si on prend par ordre premiérement l'unité, & ensuitte la grandeur complexe $1a+1b$, & ses puissances seconde, troisiéme, quatriéme, cinquiéme, sixiéme, & autres successives de la même grandeur $a+b$, & qu'on les distribuë par ordre dans les rangs successifs de la seconde Table, qu'on nomme *paralléles*, & qui vont de gauche à droite.

b 19. 3. 1. Chacun de ces rangs paralléles aura une cellule plus [b] qu'il n'y a de degrez dans la puissance que l'on y distribuë. Le premier, par exemple, des rangs paralléles, où la grandeur linéaire $1a+1b$ est placée, aura 2 cellules; & le second, où est son quarré, en aura 3. Et le troisiéme 4. Et ainsi du reste.

b. 19. 3. 2. Et de plus la puissance de la partie a diminuëra [b] toûjours d'une cellule à l'autre, qui la joint immédiatement au même rang paralléle, & qui avance vers la droite. Et la puissance au contraire de l'autre partie b augmentera toûjours [b] d'un degré. Comme dans la seconde cellule du 4e rang paralléle, où la grandeur a est élevée au 3e degré, & la grandeur b n'est que linéaire; & dans la troisiéme cellule du même rang, où a n'est élevée qu'au quarré, & où b est aussi élevée au quarré. Et ainsi du reste.

SCD LYON 1

3. Et les puiſſances des parties a & b ſeront toûjours [b] également élevées, l'une dans la premiére, & l'autre dans la derniére des cellules d'un même rang paralléle ; & enſuitte encore également élevées, l'une dans la ſeconde, & l'autre dans la penultiéme ; & aprés l'une dans la troiſiéme, & l'autre dans l'antépenultiéme ; ainſi du reſte, en choiſiſſant toûjours deux cellules également éloignées des extrêmes, ou de la premiére & derniére. b. 19. 3.

Multiplier 1
par $a+b$
Produit linéaire $1a+1b$
par $a+b$
Quarré $1aa+2ab+1bb$
par $a+b$
Cube $1a^3+3aab+3abb+1b^3$
par $a+b$
Quarré du quarré $1a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$
par $a+b$
5e *puiſſance* $1a^5+5a^4b+10a^3bb+10aab^3+5ab^4+1b^5$
par $a+b$
6e *puiſſance* $1a^6+6a^5b+15a^4bb+20a^3bb+15aab^4+6ab^5+1b^6$

I COROLLAIRE.

4. Et ſi on a ſeulement égard aux nombres des parties ou des produits qu'enferment les cellules ; on trouvera premiérement que la cellule 1, qui commence la 2e Table, forme l'une & l'autre des cellules 1 & 1 du premier des rangs paralléles : parce qu'en multipliant $a+b$ par 1 ; on forme en premier lieu [b] la cellule $1a$, & enſuitte la cellule $1b$. b. 19. 3.

Et en ſecond lieu, la premiére 1 du premier des rang paralléles forme la premiére 1 du ſecond ; & la premiére & ſeconde 1 & 1 du premier paralléle, forment enſemble la ſeconde 2 du ſecond paralléle ; & la ſeconde 1 du premier encore la troiſiéme 1 du ſecond. Car en cherchant le quarré de la grandeur $1a+1b$: la premiére cellule $1a$ multipliée par a forme [b] déja la premiére $1aa$; & la premiére $1a$ par b, & encore la ſeconde $1b$ par a, forment [b] enſemble la ſeconde $2ab$; & enfin la ſeconde $1b$ par b forme [b] la troiſiéme $1bb$. b. 19. 3.

En troiſiéme lieu, la premiére 1 du ſecond rang paralléle forme auſſi la premiére 1 du troiſiéme ; & la premiére & ſeconde 1 & 2 du ſecond, la ſeconde 3 du troiſiéme ; & la ſeconde & la troiſiéme 2 & 1 du ſecond, encore enſemble la troiſiéme 3 du troiſiéme ; & enfin la troiſiéme 1 du ſecond la quatriéme 1 de ce troiſiéme rang. Car en cherchant le cube de la grandeur $1a+1b$: la premiére cellule $1aa$ du quarré multipliée par aa, forme [b] déja la premiére $1a^3$ du troiſiéme rang ; & la premiére $1aa$ par b, & encore la ſeconde $2ab$ par a, forment [b] enſemble la ſeconde $3aab$; & la ſeconde $2ab$ par b, & encore la troiſiéme $1bb$ par a, forment enſemble la troiſiéme $3abb$; & enfin la troiſiéme $1bb$ par b forme [b] la quatriéme $1b^3$. b. 19. 3.

Et on prouvera de la même ſorte, & ſuivant le même ordre ; que deux cellules conſécutives d'un rang paralléle, forment toûjours celle qui eſt ſous la derniére de ces deux cellules dans l'autre paralléle, qui le ſuit immédiatement. Par éxemple, que la quatriéme 56, & la cinquiéme 70, du hui-

tiéme des rangs paralléles, forment enſemble la cinquiéme cellule 126 du neuviéme de ces rangs paralléles.

II COROLLAIRE.

5. ET ſuppoſant encore, qu'on ait égard ſeulement aux nombres des produits qu'enferment les cellules. Chaque rang paralléle aura toûjours 1 dans ſa premiére & dans ſa derniére cellule, & un même nombre dans deux autres également éloignées de ces deux extrêmes.

b. 4. Car la cellule 1, qui commence la table, forme [b] la prémiere 1 du premier rang paralléle, & encore la ſeconde 1 de ce même rang. Et ces deux égales 1 & 1 forment [b] auſſi les deux extrêmes 1 & 1 du ſecond. Et celles-ci les [b] deux extrêmes 1 & 1 du troiſiéme; qui forment [b] à leur tour de la même ſorte les extrêmes 1 & 1 du cinquiéme. Et ainſi du reſte.

b. 4. Et la premiére & ſeconde enſemble 1 & 2 du ſecond, forment [b] la ſeconde 3 du troiſiéme; & la ſeconde & troiſiéme 2 & 1 du ſecond, encore la penultiéme 3 du troiſiéme. Et par conſéquent la ſeconde cellule & la penultiéme du troiſiéme rang paralléle ont un même nombre 3.

b. 4. De même auſſi la premiére & la ſeconde enſemble 1 & 3 du troiſiéme, forment [b] la ſeconde 4 du quatriéme; & la penultiéme & derniére enſemble 3 & 1 du troiſiéme, la [b] penultiéme 4 du quatriéme. Et enſuitte la ſeconde & troiſiéme enſemble 4 & 6 du quatriéme, forment [b] la troiſiéme 10 du cinquiéme; & l'antépenultiéme, & la penultiéme enſemble 6 & 4 du quatriéme, l'antepenultiéme 10 du [b] cinquiéme. Et c'eſt la même choſe des cellules ſemblables de tous les autres rangs.

DEFINITIONS.

On nommera *premier rang perpendiculaire*, celuy qui comprend dans la 2[e] Table toutes les premiéres cellules des rangs paralléles; & *premier rang oblique*, celuy qui en comprend toutes les derniéres. Et *ſecond rang perpendiculaire*, celuy qui comprend toutes les ſecondes; & *ſecond rang oblique*, celuy qui comprend toutes les penultiémes. Et ainſi du reſte.

III COROLLAIRE.

6. LE premier des rangs perpendiculaires eſt égal au premier des obliques, & le ſecond des perpendiculaires au ſecond des obliques, & le troiſiéme au troiſiéme, & ainſi du reſte; ayant égard ſeulement aux nombres qui ſont dans les cellules. Car chacun des rangs paralléles ayant ſa premiére

b. 5 cellule [b] égale à la derniére, & la ſeconde à la penultiéme, & ainſi du re-

c. *définition.* ſte; toutes les premiéres cellules, qui forment [c] le premier rang perpendi-

d. 9. 1. culaire, ſont [d] égales à toutes les derniéres, qui forment [c] le premier oblique, chacune à [b] chacune, & dans un même ordre. Et pareillement toutes les ſecondes, ou le ſecond [c] perpendiculaire, à toutes [d] les pénultiémes, ou au ſecond [c] oblique. Et ainſi du reſte.

IV COROLLAIRE.

7. LA premiére cellule 1 du premier rang perpendiculaire forme la 1ere 1*b* du ſecond, ayant toûjours égard aux ſeuls nombres qui ſont dans

SCD LYON 1

les cellules ; & la 1ere & 2de 1 & 1a du premier perpendiculaire, forment ensemble [b] la 2de 2ab du second ; & les trois ensemble 1 & 1a & 1aa du premier perpendiculaire, encore ensemble [b] la 3e 3aab du second. Et les quatre 1 & 1a & 1aa & 1a³, la 4e 4a³b. Et ainsi du reste. b. 4 & 5.

De même aussi la 1ere 1b du second forme la 1ere 1bb du 3e ; & la 1ere & 2de 1b & 2ab du second, la 2de 3abb du 3e ; & par un même raisonnement, les trois premiéres 1b & 2ab & 3aab forment ensemble la 3e 6aabb ; puisque ces trois 1b & 2ab & 3aab sont [b] égales ensemble aux deux 3aab & 3abb, qui forment ensemble la 3e 6aabb. Et on prouvera de la même sorte, que les quatre 1 & 2ab & 3aab & 4a³b forment [b] ensemble la quatriéme 10aab³. Et ainsi du reste. b. 4. & 5.

Et on démontrera encore dans un même ordre que la 1ere cellule du 3e rang perpendiculaire forme aussi la 1ere du 4e, & que les deux premiéres forment ensemble la seconde, & les trois premiéres ensemble la 3e. Et les quatre la 4e. Et ainsi du reste.

Et pareillement que le quatriéme rang perpendiculaire forme le cinquiéme de la même sorte, & le cinquiéme le sixiéme, ou chacun en général l'autre qui le suit immédiatement.

Et ce sera aussi la même chose de tous les rangs [b] obliques ; puisqu'ils sont égaux aux perpendiculaires, chacun à chacun, & selon le même ordre. b. 6.

V COROLLAIRE.

8. SI on a seulement égard aux nombres des cellules. Tout le premier rang paralléle comprend 2 ; ayant 1 dans [b] chacune de ses deux cellules. Et tout le second paralléle comprend 2 fois 2 ou 4 ; parce qu'on distribuë 2 fois dans [b] ses cellules, ce qui est dans celles du premier. Et par la même raison, le troisiéme comprend 2 fois 4 ou 8. Et le quatriéme 2 fois 8 ou 16. Et le cinquiéme 2 fois 16 ou 32. Et ainsi du reste. b. 4.

DEFINITIONS.

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. du second rang perpendiculaire, ou du second oblique, & qui sont formez par une addition successive & continuë des unitez simples qui sont au premier, seront nommez *nombres du premier ordre*, ou *nombres des grandeurs linéaires*.

Et ceux du troisiéme rang perpendiculaire, ou du troisiéme oblique, qui sont formez de la même sorte par une addition successive & continuë des nombres naturels ou du premier ordre, seront nommez *nombres du second ordre*.

Et ceux du quatriéme rang perpendiculaire, ou du quatriéme oblique, formez encore par une addition semblable de ceux du second, seront nommez *nombres du troisiéme ordre*. Et ainsi du reste. Et tous ces divers nombres peuvent être encore disposez, si l'on veut, comme on les voit dans la troisiéme Table.

VI COROLLAIRE.

POUR LA FORMATION DES QUARREZ.

b. 2e *Table.* 9. TOut quarré d'une grandeur complêxe comprend [b] le quarré de telle des parties du côté qu'on voudra, plus deux produits de la même partie par toutes les autres, plus un quarré de toutes ces autres. Parce qu'on peut considérer toutes ces autres parties, comme n'en faisant ensemble qu'une seule.

Le quarré par éxemple $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$ de la grandeur $a + b + c$ comprend un quarré aa de la partie a; plus $2ab + 2ac$, ou 2 produits de la même partie a par $b + c$ qui reste; plus encore un quarré $bb + 2bc + cc$ de $b + c$.

Ou ce même quarré renferme un quarré bb de la partie b, plus $2ab + 2bc$, ou 2 plans de la même partie b par $a + c$ qui reste; plus un quarré $aa + 2ac + cc$ de ce reste $a + c$.

Ou enfin ce même quarré comprend un quarré cc de la partie c; plus $2ac + 2bc$, ou 2 plans de la même partie c par $a + b$ qui reste; plus un quarré $aa + 2ab + bb$ de ce reste $a + b$. Et ce seroit toûjours la même chose, s'il y avoit un plus grand nombre de parties.

Multiplier le côté $a + b + c$
par le côté $a + b + c$
Quarré $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$

POUR LA FORMATION DES CUBES.

b. 2e *Table.* DE même aussi tout cube d'une grandeur complêxe renferme [b] un cube de telle des parties du côté qu'on voudra, plus trois solides du quarré de la même partie par toutes les autres, plus encore trois solides de cette partie par le quarré de toutes les autres, plus un cube de toutes ces autres.

Le cube, par éxemple, $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3aac + 6abc + 3bbc + 3acc + 3bcc + c^3$ de la grandeur $a + b + c$, renferme un cube a^3 de la partie a; plus $3aab + 3aac$, ou 3 solides du quarré aa de la même partie a par $b + c$ qui reste; plus $2abb + 6abc + 3acc$, ou 3 solides de la partie a par le quarré $bb + 2bc + cc$ de $b + c$; plus un cube $b^3 + 3bbc + 3bcc + c^3$ du reste $b + c$.

Et ce même cube renferme aussi un cube b^3 de la partie b; plus $3abb$, $+ 3bbc$, ou 3 solides du quarré bb de la partie b par $a + c$ qui reste; plus $3aab + 6abc + 3bcc$, ou 3 solides de la partie b par le quarré $aa + 2ac + cc$ du reste $a + c$; plus un cube $a^3 + 3aac + 3acc + c^3$ de ce reste $a + c$.

Ou enfin ce même cube comprend un cube c^3 de la partie c; plus $3acc + 3bcc$, ou 3 solides du quarré cc de la partie c par $a + b$ qui reste; plus $3aac + 6abc + 3bbc$, ou 3 solides de la même partie c par le quarré $aa + 2ab + bb$ du reste $a + b$; plus un cube $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$ de ce

SCD LYON 1

reſte $a + b$. Et ce ſeroit toûjours la même choſe, s'il y avoit un plus grand nombre de parties.

Multiplier le quarré $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$
par le côté $a + b + c$

Cube $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3aac + 6abc + 3bbc + 3acc + 3bcc + c^3$

I PROBLEME.

10. *POur élever une grandeur complêxe au quarré, ou au cube, ou à telle autre puiſſance qu'on voudra.*

On n'aura, pour le quarré, qu'à multiplier [a] la grandeur [b] par elle-même. Et pour le [b] cube, qu'à multiplier [a] le quarré par le côté. Et ainſi du reſte.

a. 19. 3.
b. *définition.*

Ou plûtôt, afin d'abbréger de beaucoup ſon opération. On ſe réglera par le rang [c] paralléle, qui répond à celle des puiſſances que l'on veut découvrir, pour la premiére & ſeconde partie du côté propoſé. Et encore enſuitte de la même ſorte pour les deux premiéres enſemble & pour la troiſiéme. Et auſſi de la même ſorte pour les trois premiéres enſemble & pour la quatriéme. Et ainſi du reſte. Les éxemples ſuivans pourront fixer & éclaircir ces régles.

c. 2e *Table.*

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le quarré de la grandeur $bb + 2bc + 6bd + 4cc$. Je conſidére le ſecond rang paralléle $aa + 2ab + bb$ des quarrez, & me réglant par ſes trois cellules, j'écris le quarré $b4$ de bb; plus $4b^3c$, ou 2 produits de bb par $2bc$; plus le quarré $4bbcc$ de $2bc$. Aprés cela ne conſidérant plus que les deux cellules $+ 2ab$ & $+ bb$ du rang paralléle, que j'ai pris dans la 2e Table, & me réglant par ces deux cellules, j'écris 2 produits de $bb + 2bc$ par $6bd$, ou $12b^3d + 24bbcd$; Plus un quarré $36bbdd$ de $6bd$. Et me réglant encore par les deux cellules $2ab$ & bb, j'écris $8bbcc + 16bc^3 + 48bccd$, ou 2 produits de $bb + 2bc + 6bd$ par $4cc$. Plus un quarré $16c4$ de $4cc$. Et la ſomme entiére de ces divers produits [b] réſout la queſtion.

b. 9.

Racine ou côté $bb + 2bc + 6bd + 4cc$

Quarré ou
$b4 + 4b^3c + 4bbcc + 12b^3d + 24bbcd + 36bbdd + 8bbcc + 16bc^3 + 48bccd + 16c4$
$b4 + 4b^3c + 12bbcc + 12b^3d + 24bbcd + 36bbdd + 16bc^3 + 48bccd + 16c4$ *

SECOND EXEMPLE.

Et pour trouver le cube de la même grandeur $bb + 2bc + 6bd + 4cc$. Je conſidére le troiſiéme rang paralléle: & me réglant par ſes cellules, j'écris le cube $b6$ de bb. Plus 3 produits du quarré $b4$ de bb par $2bc$, ou $6b^5c$. Plus 3 autres produits de bb par le quarré $4bbcc$ de $2bc$, c'eſt à dire $12b4cc$. Plus le cube $8b^3c^3$ de $2bc$. Aprés cela ne conſidérant plus la premiére cellule a^3 du troiſiéme rang paralléle, & me réglant ſeulement par les autres qui reſtent, j'écris 3 produits du quarré $b4 + 4b^3c + 4bbcc$ de $bb + 2bc$ par $6bd$, ou $18b^5d + 72b4cd + 72b^3ccd$. Plus $108b4dd + 216b^3cdd$, ou 3

autres produits de $bb + 2bc$ par le quarré $36bbdd$ de $6bd$. Plus $216b^3d^3$, ou le cube de $6bd$. Et me réglant encore de la même sorte par les trois cellules $3aab$ & $3abb$ & b^3 du même rang paralléle, j'écris 3 produits du quarré $b4 + 4b^3c + 4bbcc + 12b^3d + 24bbcd + 36bbdd$ de $bb + 2bc + 6bd$ par $4cc$, ou $12b^4cc + 48b^3c^3 + 48bbc4 + 144b^3ccd + 288bbc^3d + 432bbccdd$. Plus $48bbc^4 + 96bc^5 + 288bc4d$, ou 3 autres produits de $bb + 2bc + 6bd$ par le quarré $16c4$ de $4cc$. Plus enfin le cube $64c^6$ de $4cc$. Et la somme entiére de ces divers produits, eſt le cube de la grandeur propoſée. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances, en réglant leurs parties par les rangs paralléles qui conviennent à ces puiſſances.

Racine ou côté $bb + 2bc + 6bd + 4cc$

Cube $\left\{\begin{array}{l} b^6 + 6b^5c + 12b^4cc + 8b^3c^3 + 18b^3d + 72b^4cd \\ + 72b^3ccd + 216b^3d^3 + 12b^4cc + 48b^3c^3 \\ + 48bbc4 + 144b^3ccd + 288bbc^3d + 432bbccdd \\ + 48bbc4 + 96bc^5 + 288bc4d + 64c^6. \end{array}\right.$

DEFINITIONS.

On dira que le *premier chiffre* ou *caractére* d'un nombre eſt celuy qui eſt plus à gauche, & *le ſecond* celuy qui avance d'un rang vers la droite. Et ainſi du reſte. Comme dans le nombre 5423 le premier chiffre ou caractére eſt 5 écrit au dernier rang, & le ſecond chiffre ou caractére eſt 4 écrit au penultiéme, & le troiſiéme eſt 2 écrit au ſecond rang, & le quatriéme 3 écrit au premier rang.

Si un nombre eſt la racine quarrée d'un nombre quarré, ou la cubique ou troiſiéme d'un nombre cubique, ou la quatriéme, ou autre linéaire d'une puiſſance quatriéme, ou d'une autre plus haute; la lettre *a* répréſentera le premier chiffre ou caractére de cette racine, & *b* le ſecond, & B majuſcule les deux premiers enſemble *a* & *b*; & *c* le troiſiéme, & C les trois premiers enſemble; & *d* le quatriéme, & D les quatre premiers enſemble; Et ainſi du reſte. Comme dans le nombre 5423 la lettre *a* répreſentera 5, & *b* le chiffre 4, & B répréſentera 54 ou $a + b$. Et pareillement on prendra *c* pour 2, & C pour $a + b + c$ ou pour 542; & *d* pour 3, & D pour $a + b + c + d$ ou pour 5423. Et ainſi du reſte, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

Et ſuppoſant tous les chiffres ou caractéres d'un nombre tranchez de deux en deux, ou de trois en trois, ou de quatre en quatre, & ainſi du reſte, & de droite à gauche; on nommera Z la tranche qui ſera plus reculée vers la gauche, & Y celle qui avancera d'une tranche vers la droite, & X celle qui avancera encore d'une tranche vers la droite, & V celle auſſi qui avance d'une nouvelle tranche. Et ainſi du reſte.

Z Y X Z Y X Z Y X V

29|48|49. 160|003|007. 13 54|25 93 3|18 343|00000.

Et on dira qu'un nombre eſt *dans un rang & dans ceux qui le ſuivent*, ou qui ſont avancez vers la gauche; lorſqu'on voudra déſigner ou marquer le

le rang où ce nombre commence à se trouver, sans faire attention s'il a plusieurs chiffres, ou s'il n'en a qu'un seul. Comme dans 294849, on dira que 9 est au premier rang & dans ceux qui le suivent. Et ainsi des autres.

PREMIER THEOREME.

11. SI le quarré d'un nombre est tranché de deux en deux caractéres & de droitte à gauche. 1°. le quarré *aa* du premier chiffre *a* est dans la tranche Z, & 2*ab* ou 2 plans des deux premiers *a* & *b* sont au second rang de la tranche Y & dans ceux qui le suivent; & le quarré *bb* du second chiffre *b* est au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le suivent.

2° Les deux plans des deux premiers ensemble *a* & *b*, ou de B, par le 3e *c*, c'est à dire 2B*c*, sont au second rang de la tranche X & dans ceux qui le suivent; & le quarré *cc* de la 3e *c* au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le suivent.

3° Les 2 plans des trois premiers *a* & *b* & *c*, ou de C, par le 4e *c*, ou 2C*d*, sont au second rang de la tranche V & dans ceux qui le suivent; & le quarré du 4e *c* au premier rang de la même tranche V & dans ceux qui le suivent. Et ainsi du reste, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

DEMONSTRATION.

En quarrant un nombre comme 543. 1°. Le quarré de 5 centaines [b] doit être précédé de deux tranches de deux zéro chacune, & par conséquent rejetté dans la tranche Z, qui est la plus avancée des trois vers la gauche. b. 12. 2.

2°. Les 2 plans, l'un des 4 dixaines par les 5 centaines, & l'autre des 5 centaines par les quatre dixaines, doivent être rejettez [b] au 4e rang, ou au second de la tranche Y & dans ceux qui le suivent; & le quarré des 4 dixaines au [b] premier de la tranche Y, parce qu'il doit être aussi précédé d'une tranche de deux zéro. b. 12. 2.

3°. De même aussi 2 plans, le premier des 3 unitez par les 4 dixaines &

Pour Z

25.... *aa*

Pour Y *aux deux rangs*

20... *ab*
20... *ab*
40... 2*ab*
16.. *bb*
416.. 2*ab* + *bb*

Multiplier 543
par 543

Pour X *aux deux rangs*

3 *fois* 3			9	*cc*		
3 *fois* 4		1	2.	*bc*	15..	*ac*
3 *fois* 5		15	..	*ac*	15..	*ac*
4. *fois* 3		1	2.	*bc*	12.	*bc*
4. *fois* 4		16	..	*bb*	12.	*bc*
4. *fois* 5	2	0.	..	*ab*		
5.. *fois* 3		15	..	*ac*	324.	2*ac* + 2*bc*
5.. *fois* 4	2	0.	..	*ab*	9	*cc*
5.. *fois* 5	25	..	..	*aa*	3249	2*ac* + 2*bc* + *cc*.

Pour X *aux deux rangs*

108. 2B
par 3 *c*
324. 2B*c*
par 9 *cc*
3249 2B*c* + *cc*

543 *fois* 543	29	48	49	*aa* + 2*ab* + *bb* + 2*ac* + 2*bc* + *cc*
Quarré	Z	Y	X	*aa* + 2*ab* + *bb* + 2B*c* + *cc*

par les 5 centaines ou par les 54 dixaines, & le ſecond des autres 54 dixaines par les 3 autres unitez, doivent être [b] rejettez au ſecond rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent; & le quarré des 3 unitez doit enfin ſe trouver [b] au premier de la tranche X. Et ainſi du reſte, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

II THEOREME.

12. SI le cube d'un nombre eſt tranché de trois en trois caractéres, & de droite à gauche. 1°. Le cube a^3 du premier caractére eſt dans la tranche Z.

2°. Et 3 ſolides du quarré aa du premier caractére par le ſecond b, ou $3aab$, ſont au troiſiéme rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et 3 nouveaux ſolides du premier caractére a par le quarré bb du ſecond caractére, ou $3abb$, ſont au ſecond rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube b^3 du ſecond caractére eſt au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le ſuivent.

3°. Et 3 autres ſolides du quarré BB des deux premiers caractéres a & b, ou de B, par le troiſiéme c, ou $3BBc$, ſont au troiſiéme rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent. Et 3 nouveaux ſolides des deux premiers enſemble a & b, ou de B, par le quarré du troiſiéme c, ou $3Bcc$, ſont au ſecond rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube c^3 du troiſiéme caractére eſt au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le ſuivent.

4°. Et 3 nouveaux ſolides du quarré CC des trois premiers caractéres a & b & c, ou de C, par le quatriéme d, ou $3CCd$, ſont au troiſiéme rang de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et trois ſolides des trois premiers enſemble a & b & c, ou de C, par le quarré du quatriéme d, ou $3Cdd$ ſont au ſecond rang de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube d^3 du quatriéme d eſt au premier de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et ce ſera toûjours la même choſe, s'il ſe rencontre encore de nouvelles tranches.

DEMONSTRATION.

En cubant un nombre, comme 543, ou multipliant ſon quarré 294849, ou les diverſes parties qui le forment, par le côté même 543; 1°. Le cube
b. 12. 2. 125 des 5 centaines doit être précédé de deux tranches [b] de trois zéro chacune, puiſqu'il eſt formé par une multiplication du quarré des 5 centaines, ou de 25 dixaines de mille, par les 5 centaines. De ſorte que le cube 125 eſt dans la tranche Z.

2°. Et comme on multiplie par les 5 centaines les 40 mille, ou 2 plans des 5 centaines par les 4 dixaines, ce qui fait 200 centaines de mille; & encore le quarré 25 dixaines de mille par les 4 dixaines, ce qui fait 100 cen-
b. 12. 2. taines de mille: on doit [b] trouver 300 centaines de mille, ou $3aab$, au troiſiéme rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et au 2[d] & dans ceux qui le ſuivent, on trouve auſſi un produit des 40 mille par 4 dixaines, ou 160 fois 10 mille; & un des 16 centaines par 5 centaines, ou 80 fois 10 mille: Ce qui donne 240 dixaines [b] de mille, ou $3abb$, au 2[d] rang de la tranche Y & à

ceux qui le suivent. Et on prend aussi un produit des 16 centaines par les 4 dixaines; ce qui donne le cube b^3, ou 64 mille, [b] pour le premier rang de la tranche Y & pour ceux qui le suivent. b. 12. 2.

3°. Et on multiplie aussi 25 dixaines de mille, & 40 mille, & 16 centaines, par 3 unitez; ou le quarré 2916 centaines, des 54 dixaines, par 3: ce qui [b] donne 75 dixaines de mille, & 120 mille, & 48 centaines; ou b. 12. 2.
8748 centaines, ou 1BBc. Et on multiplie encore 324 dixaines, ou 2Bc; par 4 dixaines, & par 5 centaines, ou par 54 dixaines: ce qui [b] donne 1296 centaines, & 1620 mille; ou 17496 centaines, ou 2BBc. De sorte que 26244 centaines, ou 3BBc, qui sont les 3 solides du quarré 2916, des 54 dixaines, ou de B, par 3; sont [b] au 3[e] rang de la tranche X, & dans ceux qui le suivent. Et on multiplie de la même sorte le quarré 9 par 5 centaines, & par 4 dixaines; ou par 54 dixaines: ce qui donne 45 centaines, & 36 dixaines; ou 486 dixaines, ou 1Bcc. Et on multiplie aussi selon leurs rangs les 324 dixaines, ou 2Bc, par 3: ce qui donne 972 dixaines, ou 2Bcc. De sorte que l'on doit trouver au second rang de la tranche X & dans ceux qui les suivent, 1458 dixaines, ou 3Bcc, qui sont les trois solides des 54 dixaines, ou de B, par 3. Et enfin le cube 27 de 3 est au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le suivent. Et on pour-

Multiplier le côté 543
par le côté 543

Et le quarré par le côté 543

	9	cc
	324.	2Bc
	16..	bb
	40...	2ab
	25....	aa

Pour Z

125.....	a^3

Pour Y aux trois rangs

200.....	2aab
100.....	1aab
80....	1abb
160....	2abb
64...	b^3
32464...	$3aab+3abb+b^3$

Pour X Au 3[e] rang

75....	aac
120...	2abc
48..	bbc
8748..	$aac+2abc+bbc$
1296..	2bBc
1620...	2aBc
26244..	3BBc

Au 2[d] rang

45..	1acc
36.	1bcc
972.	2Bcc
1458.	3Bcc

Au 1[er] rang

27	c^3

Pour X au 3[e] rang

2916..	1BB
par 3	c
8748..	1BBc
17496..	2BBc
26244..	3BBc

Au 2[d] rang

486.	1Bcc
972.	2Bcc
1458.	3Bcc

Au 1[er] rang

27	c^3

3 *fois*	9			27	c^3	
3 *fois*	324.		9	72.	2Bcc	
3 *fois*	16..		4	8..	1bbc	
3 *fois*	40...		120	...	2abc	
3 *fois*	25....		75.	...	1aac	
4. *fois*	9			36.	1bbc	
4. *fois*	324.		129	6..	2Bbc	
4. *fois*	16..		64	...	b^3	
4. *fois*	40...	1	60.	...	2abb	
4. *fois*	25....	10	0..	...	1aab	
5.. *fois*	9		4	5..	1acc	
5.. *fois*	324.	1	620	...	2aBc	
5.. *fois*	16..		80.	...	1abb	
5.. *fois*	40...	20	0..	...	2aab	
5.. *fois*	25....	125	...	...	a^3	
543 *fois*	294849	160	003	007	$a^3+3aab+3abb+b^3+3BBc+3Bcc+c^3$	
côté	*quarré*	X	Y	X	*Cube*	

roit continuer la démonstration de la même sorte, s'il y avoit encore d'autres chiffres. De sorte que ce qu'on propose au théorême, doit toûjours arriver nécessairement.

Et on pourra former de semblables théorêmes pour les puissances qui passent le troisiéme degré, & jusques à l'infini; en se réglant par les cellules des rangs paralléles, qui sont élevez aux degrez de ces mêmes puissances.

DEFINITION.

On nomme *extraction de racines*, ou *résolution des puissances*, la méthode qui cherche & qui découvre les racines linéaires des diverses puissances.

PROBLEME II ET GENERAL.

13. *POur trouver la racine linéaire d'une certaine puissance numérique.*

On la sépare en plusieurs tranches qui aïent chacune autant de chiffres, excepté celle que nous appellons Z, que la puissance aura de degrez; & on tire *a* de Z, prenant en cette tranche la plus grande puissance qui s'y trouve, & d'autant de degrez que la proposée: & prenant aussi dans la 4e Table la racine linéaire de la même puissance, on écrit au demi-cercle cette même racine. Et ôtant sa puissance de la tranche Z, on écrit la tranche Y au côté droit du reste.

2°. On prend dans la 5e Table le rang de la puissance proposée; & on écrit séparément sa 1re cellule, ou le nombre qu'on luy suppose égal. On divise par ce nombre le dernier rang de la tranche Y & ceux qui le suivent; & nommant *b* l'exposant de la division, on écrit la seconde cellule sous la premiére, en l'avançant d'un rang vers la droitte; & la 3e aussi sous la seconde en l'avançant encore d'un rang vers la droitte; & la 4e sous celle-ci en l'avançant d'un nouveau rang vers la droite. Et ainsi du reste. On prend la somme de tous ces nombres ainsi disposez, on la multiplie par *b*, & ôtant le produit de la tranche Y & des rangs qui la suivent, on écrit la tranche X au côté droit du reste nouveau, & on transporte l'exposant *b* au demi-cercle.

3°. On réïtére une semblable opération sur tous les rangs de la tranche X & sur ceux qui les suivent par le moyen de B, ou des deux premiers chiffres, & du troisiéme *c* que donne la division. Et on écrit la tranche V au côté droit du reste.

4°. On réïtére encore une semblable opération sur tous les rangs de la tranche V & sur ceux qui les suivent par le moyen de C ou des trois premiers chiffres, & d'un quatriéme *d* que fournit la division. Et on écrit la tranche T au côté droit du 4e reste. On réïtére jusques à la fin de semblables opérations. Et ce qu'on trouve enfin écrit au demi-cercle résout la question. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de 294849. Je le tranche de deux en deux caractéres, & de droite à gauche. Et je dis: le plus grand des nombres quarrez,[b] que comprend 29 ou la tranche Z, est 25. Et 5 en est la racine

b. 4e *Table.*

quarrée, & j'écris 5 au demi-cercle ; & ôtant son quarré 25 de Z ou de 29, le reste est 4, & j'écris 48 ou la tranche Y au côté droit de ce reste.

2°. Je prens dans la 5e Table le rang paralléle $2a + 1b$ des puissances quarrées ; & nommant a le chiffre 5 qui est au demi-cercle, j'écris séparément la cellule $2a$, & je marque deux points pour répréſenter 10 ou $2a$, sous 4 écrit au second rang de la tranche Y & sous 4 qui le suit. Et je dis : 1, que le premier des deux points répréſente, est 4 fois dans 4. Et prenant 4 pour $1b$, je l'écris sous 10 dans un rang plus à droitte. Et je multiplie $2a + 1b$, ou 104, par 4 ou b ; & j'ôte le produit 416, ou $2ab + bb$, de 448 ou de la tranche Y & du rang qui la suit. J'écris ensuitte l'exposant b au demi-cercle, c'est à dire 4 que je luy suppose égal, & je dispose la tranche X ou 49 au côté droit du reste 32.

3°. Prenant B pour 54 écrit au demi-cercle, j'écris 2B ou 108 séparément, c'est à dire 2 fois 54 ; & je marque alors trois points pour répréſenter 108, ou 2B, sous le second rang de la tranche X & sous ceux qui le suivent, c'est à dire sous 324. Et je dis : 1 que le premier des trois points répréſente est 3 fois dans 3, & prenant c pour l'exposant 3, j'écris c ou 3 sous 108 dans un rang plus à droite ; & je multiplie $2B + c$, ou 1083, par 3 ou c ; & j'ôte le produit 3249, ou $2Bc + cc$, de la tranche X & des rangs qui la suivent, ou de 3249. Et comme je ne trouve aucun reste, je reconnois, aprés avoir encore écrit 3 ou c au demi-cercle, que 543 résout la question, ou qu'il est la racine quarrée du nombre proposé.

	Z	Y	X				
Du quarré	29	48	49	(543 *côté ou racine quarrée*		$\left\{\begin{matrix} a & b & B \\ 5 & 4 & 54 \end{matrix}\right.$	
ôter	25						
Reste	4	48					
				Pour la tranche Y		*Pour la tranche* X	
ôter		416		10.	$2a$	108.	$2B$
				4	b	3	c
Reste		32	49	*somme*	$2a + b$	*somme*	$2B + c$
ôter			3249	*multipl. par*	b	*multipliée par*	c
Reste			0000	*Produit*	$2ab + bb$	*Produit*	$2Bc + cc$

Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 97515625. 1°. Je le tranche de deux en deux caractéres, en commençant à droitte. Et je dis : le plus grand des nombres quarrez, que comprend 97 ou la tranche Z, est 81, & 9 en est la racine [b] quarrée. Et prenant a pour 9, j'écris 9 ou a au demi-cercle, & j'ôte son quarré aa ou 81, de Z ou de 97 ; & le reste est 16, & je dispose à son côté droit la tranche Y ou 51. b. 4e *Table.*

2°. Je prends $2a + b$ dans la 5e Table ; & j'écris sa premiére cellule 18 ou $2a$ séparément, & je marque deux points pour 18, sous 5 écrit au second rang de la tranche Y & sous ceux qui le suivent. Et je dis : 1 ne peut être pris au plus que 9 fois dans 16, sous qui le premier point se trouve ;

& prenant l'exposant 9 ou b, je l'écris sous 18 dans un rang plus à droitte. Et je multiplie 189, ou $2a+b$, par 9 ou b. Mais voyant que le produit 1701 surpasse 1651 dont il faudroit le retrancher, je conclus que l'exposant 9 est trop grand, & je ne prens que 8 pour b. Et écrivant 8 ou b sous 18 dans un rang plus à droitte, je multiplie 188, ou $2a+b$, par 8 ou b, & j'ôte le produit 1504, ou $2ab+bb$, de la tranche Y & des rangs qui la suivent, ou de 1651. Et j'écris l'exposant 8 ou b au demi-cercle, & je dispose 56 ou la tranche X au côté droit du reste 147.

3°. Prenant B pour $a+b$, ou pour 98 qui est au demi-cercle, j'écris séparément 2B ou 196, & je marque trois points sous 5 écrit au second rang de la tranche X & sous ceux qui le suivent. Et je dis: 1 ne peut être pris plus de 9 fois dans 14, mais me réglant pour X avec 9 comme j'ai fait pour Y, je reconnois que 9 est trop grand; & ensuitte que 8 même est encore trop grand; & prenant 7 pour c, je l'écris sous 196 dans un rang plus à droitte; & je multiplie 1967, ou $2B+c$, par 7 ou c, & j'ôte le produit 13769 ou $2Bc+cc$, de 14756, ou de la tranche X & des rangs qui la suivent. Et j'écris 7 au demi-cercle; & je dispose 25 ou la tranche V au côté droit du reste 987.

4°. Prenant C pour $a+b+c$, ou pour 987 qui est au demi-cercle, j'écris séparément 2 fois 987, ou 1974 ou 2B, & je marque quatre points pour les quatre chiffres, sous 2 écrit au second rang de la tranche X & sous ceux qui la suivent. Et je dis: 1 est 9 fois dans 9, mais voyant aisément que 9 est trop grand; & reconnoissant aussi en suivant les régles que 8 est trop grand; & que 7 est encore trop grand; & que 6 même est pareillement trop grand; je ne prends que 5 pour d, & écrivant 5 ou d sous 1974 dans un rang plus à droitte, je multiplie 19745, ou $2C+d$, par 5 ou b, & j'ôte le produit $2Cd+dd$, ou 98725, de la tranche V & des rangs qui la suivent, ou du nombre même 98725; ce qui ne laisse aucun reste. Et alors écrivant encore 5 au demi-cercle, j'y trouve la racine quarrée 9875 du nombre proposé.

	Z	Y	X	V								
Quarré	97	51	56	25	(9875 *racine quarrée.*	5	a	b	B	c	C	d
						9	8	98	7	987	5	

ôter 81

1er *reste* 16|51

ôter 1504

2d *reste* 147|56

ôter 13769

3e *reste* 987|25

ôter 98725

4e *reste* 00000

Pour Y

18. $2a$

$\cancel{9}$ b

$18\cancel{9}$ $2a+b$

par $\cancel{9}$ b

$\cancel{1701}$ $2ab+bb$

Pour Y

18. $2a$

8 b

188 $2a+b$

par 8 b

1504 $2ab+bb$

SCD LYON 1

Pour X		*Pour* X		*Pour* X	
196.	2B	196.	2B	196.	2B
9	c	8	c	7	c
1969	2B + c	1968	2B + c	1967	2B + c
par 9	c	*par* 8	c	*par* 7	c
21781	2Bc + cc	15744	2Bc + cc	13769	2Bc + cc

Pour V		*Pour* V		*Pour* V	
1974.	2C	1974.	2C	1974.	2C
9	d	8	d	7	d
19749	2C + d	19748	2C + d	19747	2C + d
par 9	d	*par* 8	d	*par* 7	d
178741	2Cd + dd	157984	2Cd + dd	138229	2Cd + dd

Pour V		*Pour* V	
1974.	2C	1974.	2C
6	d	5	d
19746	2C + d	19745	2C + d
par 6	d	*par* 5	d
11847	2Cd + dd	98725	2C + dd

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 927324304. 1°. Je le tranche de deux en deux, & de droitte à gauche. Et je dis : la racine du plus grand quarré 9, que comprend 9 ou la tranche Z, est 3 que j'écris au demi-cercle ; & j'ôte son quarré 9 du nombre 9 qui est dans la tranche Z, & il ne reste rien.

2°. Je prends dans la 5e Table le rang $2a + b$ des puissances secondes ou quarrées ; & j'écris séparément sa cellule $2a$, ou 2 fois 3 ou 6, & marquant un point pour 6, sous 2 écrit au troisiéme rang de la tranche Y, je dis : 6 n'est aucune fois dans 2 ; & j'écris 0 dans le demi-cercle, sans être obligé de rien retrancher. Ce qui laisse la tranche Y ou 27 toute en son entier.

3°. Prenant B pour 30 écrit au demi-cercle ; j'écris séparément 2B ou 60, & je marque deux points sous 3 écrit au second rang de la tranche X & sous ceux qui la suivent. Et je dis : 6 est 4 fois dans 27. Et prenant c pour 4, j'écris 4 ou c sous 60 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 604, ou $2B + c$, par 4 ou par c, & j'ôte le produit 2416, ou $2Bc + cc$, de la tranche X & des rangs qui la suivent, ou de 2732. Et j'écris au demi-cercle l'exposant 4 ou c, & je dispose la tranche V ou 43 au côté du reste 316. *Voyez la page suivante.*

4°. Prenant C pour 304, ou pour $a + b + c$, ou pour $B + c$; j'écris séparément 2C ou 608, & je marque trois points sous 4 écrit au second de la tranche V & sous ceux qui la suivent. Et je dis : 6 est 5 fois dans 31. Et prenant d pour 5, j'écris 5 ou d sous 608 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 6085 par 5 ou d, & j'ôte le produit 30425 ou $2Cd + dd$, de la tran-

che V & des rangs qui la suivent. Et j'écris au demi cercle l'exposant 5, & je dispose 04 ou la tranche T au côté droit du reste 1218.

5°. Et prenant enfin D pour 3045 écrit au demi-cercle, j'écris séparément 2D ou 6090, & je marque quatre points sous 0 écrit au second rang de la tranche T & sous ceux qui la suivent, & je dis : 6 est 2 fois dans 12. Et prenant *e* pour 2, j'écris 2 ou *e* sous 6090 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 60902, ou $2D+e$, par *e* ou 2, & de la tranche T & des rangs qui la suivent j'ôte le produit 121804 ou $2De+ee$, & j'écris 2 au demi-cercle. Et comme il ne reste rien, je connois enfin que 30452 est la racine au juste que je cherche.

Z	Y	X	V	T		
Quarré	9	27	32	43	04	(30452 *côté ou racine quarrée.*
ôter	9					$\left\{\begin{matrix} a & b & B & c & C & d & D & e \end{matrix}\right.$
1er & 2d *reste*	0	27	32			$\left\{\begin{matrix} 3 & 0 & 30 & 4 & 304 & 5 & 3045 & 2 \end{matrix}\right.$
	. .					
	. . .					
ôter	24	16				
3e *reste*	31	643				
	. . .					
ôter	30	425				
4e *reste*	12	18	04			
	. . . .					
ôter	12	1804				
5e *reste*	0	0000	0			

Pour Y

6.	2*a*
0	*b*

Pour X

60.	2B
4	*c*
604	$2B+c$
par 4	*c*
2416	$2Bc+cc$

Pour V

608.	2C
5	*d*
6085	$2C+d$
par 5	*d*
30425	$2Cd+dd$

Pour T

6090.	2D
2	*e*
60902	$2D+e$
par 2	*e*
121804	$2De+ee$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 368640000000. Je le tranche de deux en deux caractéres, & de droitte à gauche. Et je dis : la racine du plus grand quarré, que contient 3 ou la tranche Z, est 1 que j'écris au demi-cercle ; & j'ôte son quarré, qui est encore 1, de la tranche Z ou de 3 qui s'y trouve, & je dispose 68 ou la tranche Y au côté droit du reste 2.

2°. Je prens le rang paralléle $2a+b$ de la 5e Table, & supposant *a* pour 1 qui est au demi-cercle, j'écris 2*a*, ou 2 séparément ; & écrivant un point pour 2 sous le second rang de la tranche Y, je dis : on ne doit prendre 2 au plus que 9 fois dans 26. Et prenant *b* pour 9, j'écris 9 ou *b* sous 2 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 29, ou $2a+b$, par 9 ou *b*, & j'ôte le produit

produit 261, de 268, ou de la tranche Y & du rang qui la suit. Et aprés avoir placé 9 au demi-cercle, je disposé la tranche X ou 64 au côté droit du reste 7.

3°. Prenant B pour 19, ou pour $a+b$, j'écris séparément 38 ou 2B; & je marque deux points sous 6 écrit au second rang de la tranche X & sous 7 qui la suit. Et je dis : 3 est 2 fois dans 7. Et prenant c pour 2, j'écris 2 ou c sous 38 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 382, ou $2B+c$, par 2 ou c, & j'ôte le produit 764, ou $2Bc+cc$, de la tranche X & des rangs qui la suivent, ou de 764; & j'écris 7 au demi-cercle.

4°. Et comme il ne reste rien, & que les tranches, qu'on n'a point parcouruës, n'ont plus que des zéro; j'écris au demi-cercle une fois o pour chacune, sans être obligé de multiplier ou d'ôter quelque chose. Et je connois enfin que la juste racine du nombre proposé est 192000.

Z	Y	X	V	T	S	*racine quarrée.*	{	*a*	*b*	B	*c*	*d*	*e*	*f*
Quarré 3	6 8	6 4	o o	o o	o o	(192000	{	1	9	19	2	o	o	o

ôter 1

1er *reste* 2|6 8|

Pour Y			*Pour* X		
2.	2*a*		38.	2B	
9	*b*		2	*c*	
29	$2a+b$		382	$2B+c$	&c.
par 9	*b*		*par* 2	*c*	
261	$2ab+bb$		764	$2Bc+cc$	

ôter 261

2d *reste* 7|64

ôter 764

3e *reste* 000

Cinquieme exemple.

On trouvera de la même sorte que 43800 est la racine quarrée du nombre 1918440000.

Z	Y	X	V	T								
Quarré 1 9	1 8	4 4	o o	o o	(43800 *côté ou racine* 2e	{	*a*	*b*	B	*c*	C	*d*	*e*
						{	4	3	43	8	438	o	o

ôter 16

1er *reste* 3|18

Pour Y			*Pour* X		
8.	2*a*		86.	2B	
3	*b*		8	*c*	&c.
83	$2a+b$		868	$2B+c$	
par 3	*b*		*par* 8	*c*	
249	$2ab+bb$		6944	$2Bc+cc$	

ôter 249

2d *reste* 69|44

ôter 6944

3e *reste* 0000

Sixieme exemple.

On trouvera aussi selon les mêmes régles que 4874 est au juste la racine quarrée du nombre 23755876.

SCD LYON 1

Z Y X V

Quarré 23|75|58|76 (4874 *côté ou racine quarrée*

ôter 16

1er *reste* 7|75

ôter 704

2d *reste* 71|58

ôter 6769

3e *reste* 389|76

ôter 38976

4e *reste* 00000

a	b	B	c	C	d
4	8	48	7	4874	

Pour Y

8 9	$2a + b$
par 9	b
8 0 1	$2ab + bb$

Pour Y

88	$2a + b$
par 8	b
704	$2ab + bb$

Pour X

967	$2B + c$
par 7	c
6769	$2Bc + cc$

Pour V

9744	$2C + d$
par 4	d
38976	$3Cd + dd$

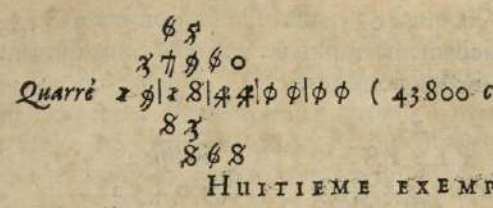
SEPTIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 1918440000, on peut suivre les régles comme au cinquiéme éxemple. Ou afin d'abbréger, aprés l'avoir tranché comme à l'ordinaire, je dis : la racine quarrée du plus grand quarré 16 renfermé dans 19, ou dans Z, est 4 que j'écris au demi-cercle. Et 4 fois 4 font 16, & 19 moins 16, le reste est 3 ; j'efface 19, & j'écris 3 sur 9

2°. Je dis : 2 fois 4 font 8, & j'écris 8 sous 1 qui est au second rang de la tranche Y. Et je dis : 8 est 3 fois dans 31, & j'écris 3 au demi-cercle, & je l'écris encore sous 8 qui est au premier rang de la tranche Y. Et 3 fois 8 font 24, & 31 moins 24, le reste est 7 ; j'efface 31 & 8 écrit sous 1, & j'écris 7 sur 1. Et 3 fois 3 font 9, & 78 moins 9, le reste est 69 ; j'efface 78 & 3 écrit sous 8, & j'écris 69 sur 78.

3°. Je dis : 2 fois 43 font 86 ; & j'écris 86 sous le second rang de la tranche X & sous ceux qui le suivent. Et je dis : 8 est 8 fois dans 69, & j'écris 8 au demi-cercle, & sous 4 qui est au premier rang de la tranche X. Et je dis : 8 fois 8 font 64, & 69 moins 64, le reste est 5 ; j'efface 69 & 8 écrit sous 9, & j'écris 5 sur 9. Et 8 fois 6 font 48, & 54 moins 48, le reste est 6 ; j'efface 54 & 6 écrit sous 4, & j'écris 6 sur 4. Et 8 fois 8 font 64, & 64 moins 64, le reste est 0 ; j'efface 64 & 8, & j'écris 0 sur 4. Et parce qu'il ne reste rien, & que les tranches, qu'on n'a point parcouruës, n'ont plus que des zéro ; j'écris une fois 0 pour chacune au demi-cercle, & je connois enfin que 43800 est au juste la racine qu'on cherche.

SCD LYON 1



HUITIEME EXEMPLE.

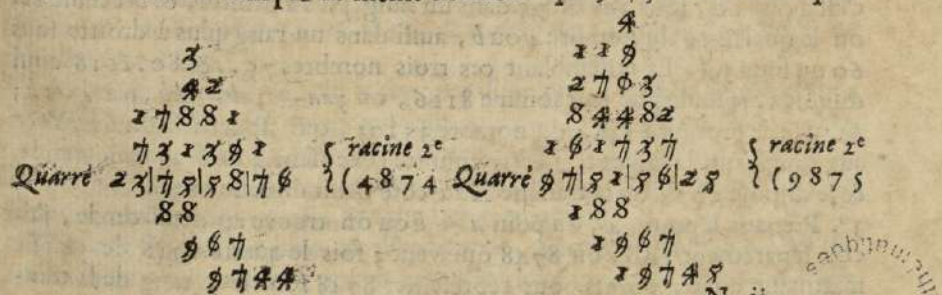
Pour tirer la racine quarrée du nombre 23755876; on peut suivre les régles comme au sixiéme éxemple. Ou afin d'abbréger, aprés l'avoir tranché comme à l'ordinaire, je dis: la racine du plus grand quarré 16 renfermé dans 23, est 4 que j'écris au demi-cercle. Et 4 fois 4 font 16. Et 23 moins 16, le reste est 7; j'efface 23, & j'écris 7 sur 3.

2°. Je dis: 2 fois 4 font 8, que j'écris sous 7 au second rang de la tranche Y. Et je dis: 8 est 9 fois dans 77; mais jugeant assez que 9 est trop grand, j'écris seulement 8 au demi-cercle, & sous 5 écrit au second rang de la tranche Y. Et je dis: 8 fois 8 font 64, & 77 moins 64 valent 13; j'efface 77 & 8 écrit sous 7; & j'écris 13 sur 77. Et 8 fois 8 font 64, & 135 moins 64 valent 71; j'efface 135 & 8 écrit sous 5, & j'écris 71 sur 35.

3°. Je dis: 2 fois 48 font 96, que j'écris sous le second rang de la tranche X & sous ceux qui la suivent. Et je dis: 9 est 7 fois dans 71; j'écris 7 au demi-cercle, & sous le premier rang de la tranche X. Et je dis: 9 fois 7 font 63, & 71 moins 63 valent 8; j'efface 71 & 9 écrit sous 1, & j'écris 8 sur 1. Et 7 fois 6 font 42, & 85 moins 42 valent 43; j'efface 85 & 6 écrit sous 5, & j'écris 43 sur 85. Et 7 fois 7 font 49, & 438 moins 49 font 389; j'efface 438 & 7 écrit sous 8, & j'écris 389 sur 438.

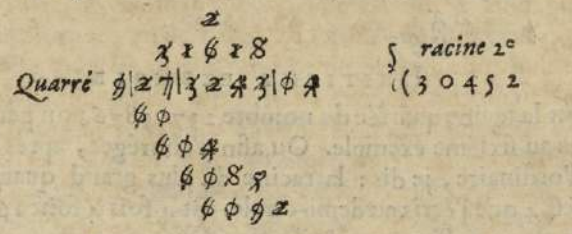
4°. Je dis: 2 fois 487 font 974, que j'écris sous le second rang de la tranche V & sous ceux qui la suivent. Et je dis: 9 est 4 fois dans 38. J'écris 4 au demi-cercle, & sous le premier rang de la tranche V, & je dis: 4 fois 9 font 36, & 38 moins 36 font 2; j'efface 38 & 9 écrit sous 3, & j'écris 2 sur 8. Et 4 fois 7 font 28, & 29 moins 28 font 1; j'efface 29 & 7 écrit sous 9, & j'écris 1 sur 9. Et 4 fois 4 font 16, & 17 moins 16 font 1; j'efface 17 & 4 écrit sous 7, & j'écris 1 sur 7. Et 4 fois 4 font 16, & 16 moins 16, le reste est 0. Et parce qu'il ne reste rien & qu'on a parcouru tous les rangs; je connois enfin au demi-cercle, que 4874 est au juste la racine quarrée du nombre proposé.

Et on trouvera aussi par la même methode que 9875 est la racine quar-



SCD LYON 1

rée du nombre 975 15625. Et que 30452 eſt celle du nombre 927324304. Mais cette méthode n'eſt facilement employée que par ceux qui ont déja quelque habitude à opérer ſur les nombres.



NEUVIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du nombre 160103007. 1°. Je le tranche de trois en trois caractéres, & de droitte à gauche. Et je dis, en jettant les yeux ſur la 4e Table, le plus grand cube que comprend 160, ou la tranche Z, eſt 125, & 5 en eſt la racine cubique. Et prenant *a* pour 5, j'écris 5 au demi-cercle, & j'ôte ſon cube a^3, ou 125, de 160 ou de la tranche Z; & je diſpoſe 103 ou la tranche Y au côté droit du reſte 35.

2°. Je prens dans la 5e Table le rang paralléle $3aa + 3ab + bb$ des puiſſances cubiques, & qui doit me régler; & j'écris ſéparément ſa premiére cellule $3aa$ ou 75, c'eſt à dire 3 fois le quarré aa ou 25 du nombre 5 ou *a*. Et marquant deux points ſous le 3e rang de la tranche Y & ſous ceux qui la ſuivent, pour y répréſenter le nombre 75 ou $3aa$; je dis: 7 que le premier des deux points répréſente, eſt 5 fois dans 35, ſous qui le même point ſe trouve; & prenant *b* pour l'expoſant 5, j'écris ſous 75 dans un rang plus à droitte la cellule $3ab$ ou 75, c'eſt à dire 3 fois le plan 25 du nombre *a* ou 5 par l'expoſant *b* qui eſt encore 5, & ſous 75 ou ſous $3ab$ encore dans un rang plus à droitte la cellule bb ou 25. Et raſſemblant en une ſomme ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie la ſomme 8275, ou $3aa + 3ab + bb$, par 5 ou *b*. Et parce que le produit 41375, ou $3aab + 3abb + b^3$, ſurpaſſe 35103 qui ſe trouve dans la tranche Y & aux rangs qui la ſuivent, & duquel le produit devroit être retranché; je conclus que la ſuppoſition eſt trop forte, ou que l'expoſant 5 eſt trop grand; & je ne prends que 4 au lieu de 5 pour *b*. Et ſelon cette ſuppoſition nouvelle, j'écris la cellule $3ab$, ou 3 fois le plan 20 du chiffre 5 ou *a* par le nouveau *b* ou 4, c'eſt à dire 60, ſous $3aa$ ou 75 dans un rang plus à droitte, & la cellule bb, ou le quarré 16 du nombre 4 ou *b*, auſſi dans un rang plus à droitte ſous 60 ou ſous $3ab$. Et raſſemblant ces trois nombres 75.. & 80. & 16 ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 8116, ou $3aa + 3ab + bb$, par 4 ou *b*; & j'ôte le produit 32464 du nombre 35103, qui eſt dans la tranche Y & aux rangs qui la ſuivent. J'écris enſuitte l'expoſant 4 ou *b* au demi-cercle, & je diſpoſe 007, ou la tranche X au côté droit du reſte 2639.

3°. Prenant B pour 54, ou pour $a + b$ qu'on trouve au demi-cercle, j'écris ſéparément 3BB, ou 8748 qui vaut 3 fois le quarré 2916 de 54. Et marquant quatre points pour répréſenter 8748 ſous le 3e rang de la tra-

SCD LYON 1

che X & ſous ceux qui la ſuivent, je dis: 8, que le premier des quatre points répréſente, eſt 3 fois dans 26 ſous qui ce point ſe trouve; & prenant *c* pour l'expoſant 3, j'écris 3B*c*, ou 486, ſous 8748 ou ſous 3BB dans un rang plus à droitte, & encore 9 ou *cc* dans un rang plus à droitte ſous 3B*c*, ou ſous 486. Et raſſemblant ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 879669, ou 3BB + 3B*c* + *cc*, par 3 ou *b*. Et de la tranche X & des rangs qui la ſuivent, j'ôte le produit 2639007 qui eſt la même choſe. Et j'écris l'expoſant 3 ou *c* au demi-cercle. Et comme il ne reſte rien, je connois enfin que 543 écrit au demi-cercle eſt au juſte la racine cubique du nombre propoſé.

	Z Y X				*a*	*b*	B *c*
Cube	160|103|007	(543 *côté ou racine cubique.*			5	4	54 3
ôter	125						
1er *reſte*	35|103	*Pour* Y		*Pour* Y			
	..	75..	3*aa*	75..	3*aa*		
ôter	32464	75.	2*ab*	60.	3*ab*		
2d *reſte*	2639007	25	*bb*	16	*bb*		
	....	8275	3*aa* + 3*ab* + *bb*	8116	3*aa* + 3*ab* + *bb*		
ôter	2639007	*par* 5	*b*	*par* 4	*b*		
3e *reſte*	0000000	41375	3*aab* + 3*abb* + *b*³	32464	3*aab* + 3*abb* + *b*³		

Pour X	
8748..	3BB
486.	3B*c*
9	*cc*
879669	3BB + 3B*c* + *cc*
par 3	*b*
2639007	3BB*c* + 3B*cc* + *c*³

DIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du nombre 2823879705408. 1°. Je le tranche de trois en trois chiffres, & de droitte à gauche. Et je dis: le plus grand cube que comprend 28, ou la tranche Z, eſt 27, & 3 en eſt la racine cubique. Et prenant *a* pour 3, j'écris 3 au demi-cercle, & j'ôte ſon cube 27, ou *a*³, de la tranche Z ou de 28; & je diſpoſe 238 ou la tranche X au côté droit du reſte 1.

2°. Je prends dans la 5e Table le rang paralléle 3*aa* + 3*ab* + *bb*, & j'écris ſa premiére cellule 3*aa*, ou 27 qui vaut 3 fois 9. Et marquant deux points pour 27, ſous 2 écrit au 3e rang de la tranche Y, & ſous 1 qui la ſuit; je dis: 2 n'eſt aucune fois dans 1 ſous qui le premier point ſe trouve, & j'écris 0 dans le demi-cercle, & ſans rien retrancher.

3° Prenant B pour 30 écrit au demi-cercle, j'écris ſéparément 3BB ou 2700, & je marque quatre points ſous 8 écrit au troiſiéme rang de la tran-

SCD LYON 1

che X & sous ceux qui la suivent; & je dis: 2 est au plus 6 fois dans 12; & jugeant aisément que 6 est trop grand; & trouvant même ensuitte que 5 est encore trop grand; je prends seulement 4, & le nommant c, j'écris 360; ou $3Bc$, sous 2700 dans un rang plus à droitte; & encore dans un rang plus à droitte 16 ou cc sous 360, ou sous $3Bc$. Et rassemblant ces trois nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 273616, ou $3BB + 3Bc + cc$, par 4 ou c; & du nombre 1238879 qui est dans la tranche X & dans les rangs qui la suivent, j'ôte le produit 1094464 ou $3BBc + 3Bcc + c^3$; & j'écris ensuitte l'exposant c ou 4 au demi-cercle, & je dispose 705 ou la tranche V au côté droit du reste 144415.

4°. Prenant C pour 304 écrit au demi-cercle, j'écris séparément 3CC, ou 277248 qui vaut trois fois le quarré 92416 de 304 ou de C; & marquant six points sous le 3e rang de la tranche V & sous ceux qui la suivent, je dis: 2 est 7 fois dans 14 sous qui le premier des six points se trouve, mais jugeant aisément que 7 est trop grand; & reconnoissant encore que 6 est trop grand; je prens seulement 5 pour d, & j'écris 4560 ou $3Cd$ dans un rang plus à droitte sous 277248; & encore dans un rang plus à droitte 25 ou dd sous 4560. Et rassemblant ces trois nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 27770425 par 5 ou d, & j'ôte de la tranche V & des rangs qui la suivent le produit 138852125; & j'écris l'exposant d ou 5 au demi-cercle, & je dispose 408 ou la tranche T au côté droit du reste 5563580.

5°. Et enfin prenant D pour 3045, j'écris separément 3DD, ou 27816075 qui vaut 3 fois le quarré 9272025 de la valeur 3045 de D; & marquant huit points sous le 3e rang de la tranche X & sous ceux qui la suivent, je dis: 2 est 2 fois dans 5 sous qui le premier des huit points se trouve; & prenant e pour 2, j'écris 18270 ou $3De$ dans un rang plus à droitte sous 27816075, & encore dans un rang plus à droitte 4 ou ee sous 18270. Et rassemblant ces trois nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 2781790204, ou $3DD + 3De + ee$, par e ou 2, & j'ôte de la tranche T & des rangs qui la suivent le produit 5563580408 qui est la même chose;

```
        Z   Y   X   V   T
Cube  28|238|879|705|408  (3045 2 racine cubique ou 3e
ôter  27                          5a  b  B  c  C  d  D  e
1er reste 1|238|879               3  0  30  4  304  5  3045  2
        . .          Pour Y
        . . . .        27 . .
ôter  1094464                          Pour X
2d reste 144415|705              2700 . .    3BB
        . . . . . .                540 .     3Bc
ôter  138852125                      36       cc
3e reste 5563580|408             275436     3BB + 3Bc + cc
        . . . . . . . .            par 6       c
ôter  5563580408                1658616     3BBc + 3Bcc + c3
4e reste 0000000000
```

Pour X		*Pour* X	
2700..	3BB	2700..	3BB
450.	3Bc	360.	3Bc
25	cc	16	c
274525	$3\overline{BB}+3Bc+cc$	273616	$3\overline{BB}+3Bc+cc$
5	c	par 4	b
1372625	$3\overline{BBc}+3Bcc+c^3$	1094464	$3\overline{BBc}+3Bcc+c^3$.
Pour V		*Pour* V	
277248..	3CC	277248..	3CC
6384.	3Cd	5472.	3Cd
49	dd	36	dd
27788689	$3\overline{CC}+3Cd+dd$	27779556	$3\overline{CC}+3Cdd+dd$
par 7	d	par 6	d
194520823	$3\overline{CCd}+3dd+d^3$	166677336	$3\overline{CCd}+3Cdd+d^3$.
Pour V		*Pour* T	
277248..	3CC	27816075..	3DD
4560.	3Cd	18270.	3De
25	dd	4	ee
27770425	$3\overline{CC}+3Cd+dd$	2781790204	$3\overline{DD}+3De+ee$
par 5	d	par 2	e
138852125	$3\overline{CCd}+3Cdd+d^3$	5563580408	$3\overline{DDe}+3Dee+e^3$

& j'écris l'exposant 2 au demi-cercle. Et comme il ne reste plus rien, je connois enfin que 30425 écrit au demi-cercle est la juste racine du nombre qu'on propose.

ONZIEME EXEMPLE.

On trouvera de la même sorte que 9875 est au juste la racine cubique du nombre 962966796875.

Z Y X V

Cube 962|966|796|875 (9875 *côté ou racine cubique.*

ôter 729

1er *reste* 233966

. . .

ôter 212192

2d *reste* 21774|796

. . . . .

ôter 20312803

3e *reste* 1461993|875

. . . . . .

ôter 1461993875

4e *reste* 0000000000

a	b	B	c	C	d
9	8	98	7	987	5

Pour Y	
243..	3aa
243.	3ab
81	bb
26811	$3\overline{aa}+3ab+bb$
par 9	b
241299	$3\overline{aab}+3abb+b^3$

Voyez la page suivante.

Pour Y	
243..	$3aa$
216.	$3ab$
64	bb
26524	$3aa+3ab+bb$
par 8	b
212192	$3aab+3aab+b^3$

Pour X	
28812..	3BB
2646.	3Bc
81	cc
2907741	$3BB+3Bc+cc$
par 9	c
26169669	$3BBc+3Bcc+c^3$

Pour X	
28812..	3BB
2352.	3Bc
64	cc
2904784	$3BB+3Bc+cc$
par 8	c
23238272	$3BBc+3Bcc+c^3$

Pour X	
28812..	3BB
2058.	3Bc
49	cc
2901829	$3BB+3Bc+cc$
par 7	c
20312803	$3BBc+3Bcc+c^3$

Pour V	
2922507..	3CC
17766.	$3Cd$
36	dd
292428396	$3CCd+3Cdd+dd$
par 6	d
1754570376	$3CCd+3Cdd+d^3$

Pour V	
2922507..	3CC
14805.	$3Cd$
25	dd
292398775	$3CCd+3Cdd+dd$
par 5	d
1461993875	$3CCd+Cdd+d^3$

DOUZIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine 5e du nombre 1354259331834300000. 1°. Je le tranche de cinq en cinq caractéres, & de droite à gauche. Et jettant les yeux sur la 4e Table, je dis: la plus grande des cinquiémes puissances que comprend 1354, ou la tranche Z, est 1024; & sa racine 5e est 4 que j'écris au demi-cercle. Et prenant a pour 4, j'ôte sa 5e puissance 1024, ou a^5, de 1354 ou de la tranche Z, & je dispose 25933 ou la tranche Y au côté droit du reste 330.

2° Je prends dans la 5e Table le rang paralléle $5a^4+10a^3b+10aabb+5ab^3+b^4$ des cinquiémes puissances, & qui doit me regler; & j'écris sa premiére cellule $5a^4$ ou 1280 séparément. Et marquant quatre points pour le représenter sous le 5e rang de la tranche Y & sous ceux qui la suivent, je dis: 1 est 3 fois dans 3, sous qui le premier des points est marqué. Mais jugeant assez que 3 est trop grand, je prens seulement 2 que je nomme b; & j'écris sous $5a^4$, ou sous 1280, dans un rang plus à droitte, la cellule $10a^3b$ ou 1280; & encore au dessous dans un rang plus à droitte la cellule $10aabb$ ou 640; & sous celle-ci dans un nouveau rang plus à droitte la cellule $5ab^3$ ou 160; & sous 160 encore dans un rang plus à droitte la cellule b^4 ou le nombre 16. Et rassemblant ces cinq nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 14145616 par 2 ou b; & j'ôte le produit 28291232 de la tranche Y & des rangs qui la suivent; j'écris ensuitte

ensuitte l'exposant 2 ou *b* au demi-cercle, & je dispose 18343 ou la tranche X au côté droit du reste 4734701.

3°. Prenant B pour 42 écrit au demi-cercle, j'écris séparément 5B⁴ ou 15558480, qui vaut 5 fois le quarré du quarré de 42 ou du nombre B; & marquant huit points pour répréſenter les chiffres de ce nombre sous le 5ᵉ rang de la tranche X & sous ceux qui les suivent, je dis: 1 est 4 fois dans 4, sous qui le premier des huit points se rencontre. Mais jugeant aussi-tôt que 4 est trop grand, je prens seulement 3, & je le nomme *c*; & j'écris sous 15558480 dans un rang plus à droitte le nombre 10B³*c* ou 2222640, & sous celuy-ci dans un rang plus à droitte 10BB*cc* ou 158760, & sous luy encore dans un rang plus à droitte 5B*c*³ ou 5670, & sous ce nombre enfin 81 ou *c*⁴. Et rassemblant ces cinq nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 1578233727 81 par 3 ou *c*, & de la tranche X & des rangs qui la suivent j'ôte le produit 4734701 18343 qui est la même chose. Ce qui ne laisse aucun reste; j'écris ensuitte l'exposant 3 ou *c* au demi-cercle, & j'y écris encore une fois 0 pour la tranche V, parce qu'il ne reste rien des tranches précédentes, & que les seuls zéro rempliſſent la tranche V. Et tout étant fini, je découvre enfin au demi-cercle que le nombre 4230 est au juste la racine 5ᵉ de celuy que j'ay voulu résoudre.

	Z	Y	X	V	racine 5ᵉ	*a*	*b*	B	C	*d*
5ᵉ *puissance*	1354	25933	18343	00000	4230	4	2	42	423	0
ôter	1024									
1ᵉʳ *reste*	330	25933								
	....									
ôter	28291232									
2ᵈ *reste*	4734701	18343								
	.....									
ôter	4734701	18343								
3ᵉ *reste*	00000000000									

&c.

Pour Y

1280.... $5a^4$
1280... $10a^3b$
640.. $10aabb$
160. $5ab^3$
16 $1b^4$

$14145616\ 5a^4 + 10a^3b + 10aabb$ &c.
par 2 $1b$

$28291232\ \{5a^4b + 10a^3bb + 10aab^3 + 5ab^4 + 1b^5$

Pour X

15558480.... $5B^4$
2222640... $10B^3c$
158760.. $10BBcc$
5670. $5Bc^3$
81 $1c^4$

$1578233727\ 81\ 5B^4 + 10B^3c + 10BBcc + 5Bc^3 + 1c^4$
par 3 c

$4734701\ 18343\ 5B^4c + 10B^3cc + 10BBc^3 + 1Bc^4 + 1c^5$

AUTRE EXEMPLE.

b. 5e Table. Et j'aurois trouvé en me réglant de la même sorte par le rang b paralléle $4a^3 + 6aab + 4abb + 1b^3$ des quatriémes puissances, que le nombre 543 est la racine 4e de 86935932801.

	Z	Y	X			a	b	B	c
4e puissance	869	3593	2801	(543 racine 4e		5	4	54	3
ôter	625	a^3		Pour Y					
1er reste	244	3593		500 . . .	$4a^3$				
	. . .			600 . .	$6aab$				
ôter	225	3056		320 .	$4abb$				
2d reste	19	0537	2801	64	$1b^3$				
	. . . . .			563264	$4a^3 + 6aab + 4abb + 1b^3$				
ôter	19	0537	2801	par 4	$1b$				
3e reste	0	0000	0000	2253056	$4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + 1b^4$				

Pour X	
629856 . .	$4B^3$
52488 . .	$6BBc$
1944 .	$4Bcc$
27	$1c^3$
635124267	$4B^3 + 6BBc + 4Bcc + 1c^3$
par 3	$1c$
1905372801	$4B^3c + 6BBcc + 4Bc^3 + 1c^4$

I COROLLAIRE ET PROBLEME III.

14. *POur trouver autrement la racine 4e d'un nombre comme du précédent ou la racine 6e, ou 8e, ou 10e, ou celle qu'on voudra, dont les degrez seront au juste divisibles par 2.*

Si c'est pour la 4e. On tire en premier lieu sa racine quarrée 294849, & ensuitte la racine quarrée de celle-ci qui est 543.

4e *puissance* 86935932801. (294849 *Quarré.* (543 *racine linéaire.*

Et pour une 6e. On tireroit d'abord la racine quarrée, & ensuitte la cubique de la quarrée qu'on auroit découverte. Et pour tirer une 8e. On tirera en premier lieu la racine quarrée, & la racine quarrée de celle-ci, & encore la quarrée de cette nouvelle. Mais pour tirer une racine 9e. On tireroit d'abord la cubique, & la cubique ensuitte de cette cubique.

Et pour trouver une racine 10e, on tireroit premiérement la quarrée, & la 5e de cette quarrée résoudroit la question. Et ainsi du reste. Comme pour résoudre une puissance 63e. On tireroit d'abord la cubique ou 3e, qui feroit une 21e puissance de la linéaire qu'on voudroit trouver. Et tirant pareillement la racine cubique de cette 21e puissance, on auroit la 7e puissance, dont cherchant par les régles la racine 7e, on auroit la résolution.

SCD LYON 1

II COROLLAIRE.

15. TOut nombre quarré aa, plus 2 fois sa racine a, plus 1, donnera le quarré $aa + 2a + 1$ qui suit de plus prés le nombre quarré aa. Parce que le nombre a étant la racine linéaire du nombre quarré aa, & le nombre $a + 1$ la linéaire du nombre quarré $aa + 2a + 1$; comme $a + 1$ suit de plus prés le nombre a, auquel il ajoûte seulement l'unité, il est visible que le nombre quarré $aa + 2a + 1$ suit aussi de plus prés le nombre quarré aa: ou qu'entre les nombres entiers & quarrez aa & $aa + 2a + 1$, on ne peut trouver aucun nombre entier qui soit un nombre quarré.

16. Et par la même raison, si on ajoûte à un nombre cubique a^3 les 3 quarrez de sa racine cubique a, ou $3aa$; & 3 fois la même racine a, ou $3a$; & encore l'unité; le nombre cubique $a^3 + 3aa + 3a + 1$ sera celuy qui suivra de plus prés le nombre cubique a^3: ou, entre ces deux nombres entiers & cubiques a^3 & $a^3 + 3aa + 3a + 1$, on ne pourra trouver aucun nombre entier & cubique, puis que leurs côtez sont a & $a + 1$.

Et pareillement nul nombre entier ne peut être une puissance 4e & entiére entre deux nombres entiers en 4e puissance a^4 & $a^4 + 4a^3 + 6aa + 4a + 1$, dont les racines 4es & linéaires sont a & $a + 1$. Et ce sera toûjours la même chose des autres puissances, prenant a pour un nombre entier.

III COROLLAIRE.

17. SI on dispose successivement & par ordre les nombres 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, & autres semblables pris ainsi de deux en deux; le premier 1 est le premier quarré. Et si on luy ajoûte le second 3, on aura le second quarré 4; auquel ajoûtant le 3e 5, on aura le 3e quarré 9. Et ainsi[b] du reste. b. 15.
Parceque le quarré 1, plus 3, comprend le même quarré 1, & 2 fois sa racine, & encore l'unité. Et 5 étant aussi égal à 2 fois 2 plus 1, les nombres 4 & 5 font le 3e quarré 9. Et ainsi du reste, chacun des nombres successifs 3, 5, 7, 9, 11, &c. contenant au juste 2 fois celuy qui luy répond parmi les nombres successifs & naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c; & 1 de surplus.

Nombres naturels.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
pris 2 fois, plus un.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.
Nombres quarrez.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.	121.	144.	169.

IV COROLLAIRE.

18. ET si parmi les mêmes nombres 1, 3, 5, 7, 9, &c. on prend le premier 1, & qu'on en passe deux, le 4e 7 avec le premier 1 formera le second cube 8. Et si on passe les cinq suivans 9, 11, 13, 15, 17, & qu'on ajoûte 19 au cube 8; on aura le 3e 27. Et si on passe les 8 suivans, & qu'on ajoûte 37 au cube 27; on aura le 4e 64. C'est à dire que passant de ces nombres selon l'ordre de ceux-ci 2, 5, 8, 11, 14, & autres successifs qui croissent toûjours de 3; & ajoûtant les autres qui les suivent, 7, 19, 37, 61, 91, &c; aux cubes 1, 8, 27, 64, 125, &c. on découvrira successivement & par ordre tous les nombres cubiques.

SCD LYON 1

Nombres naturels,	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.
plus		1.							8.									27.
Cubes	1.		8.						27.									64.

DEFINITIONS.

On dira que les nombres quarrez, ou cubiques, ou les autres puiſſances de certains nombres entiers, ſont *des quarrez*, ou *des cubes parfaits*, ou *des puiſſances parfaites* de ces mêmes nombres, qui en ſont les côtez ou les racines linéaires.

V COROLLAIRE.

19. ENtre le premier quarré 1 & le ſecond 4, on trouve 1 fois 2 divers nombres qui ne ſont pas des quarrez. Et 1 fois 2, ou 4 divers nombres, qui ne ſont pas des quarrez parfaits, entre le ſecond 4 & le troiſiéme 9. Et 3 fois 2, ou 6 divers nombres, entre le 3e 9 & le 4e 16. Et 4 fois 2, ou 8 divers nombres, entre le 4e 16 & le 5e 25. Et 5 fois 2, ou 10 des divers nombres, entre le 5e 25 & le 6e 36. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant 2 ſucceſſivement par chacun des nombres naturels ou du premier ordre 1, 2, 3, 4, 5, &c.

	2.	3.	5.	6.	7.	8.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	&c.
1.		4.		9.					16.												25.

Ou ce qui revient au même, le ſecond nombre 2, & 1 fois 2, forment enſemble le ſecond quarré 4. Et 3, plus 3 fois 2, ou plus 6, le 3e quarré 9. Et 4, plus 6 fois 2, le 4e 16. Et 5, plus 10 fois 2, le 5e 25. Et ainſi de ſuitte juſqu'à l'infini, multipliant 2 ſucceſſivement par chacun des nombres conſécutifs du ſecond ordre.

Nombres du 2^{d} ordre	1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	55. &c.
pris 2 fois	2.	6.	12.	20.	30.	42.	56.	72.	90.	110. &c.
Nombres naturels	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11. &c.
Nombres quarrez	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100. 121. &c.

VI COROLLAIRE.

20. ET pareillement entre le premier cube 1 & le ſecond 8, il y a 6 divers nombres non cubiques. Et 3 fois 6, ou 18 divers nombres auſſi non cubiques, entre le ſecond 8 & le 3e 27. Et 6 fois 6, ou 36, entre le 3e 27 & le 4e 64. Et 10 fois 6, ou 60, entre le 4e 64 & le 5e 125. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant 6 ſucceſſivement par chacun des nombres conſécutifs du ſecond ordre 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c.

	2.	3.	4.	5.	6.	7.	9,	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	&c.
Cubes	1.				8.																				27.

Ou, ce qui revient au même; le ſecond nombre 2, & 1 fois 6, forment enſemble le ſecond cube 8. Et 3, plus 4 fois 6 ou 24, le 3e cube 27. Et 4, plus 10 fois 6, le 4e 64. Et 5, plus 20 fois 6 ou 120, le 5e 125. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant ſucceſſivement le même nombre 6 par chacun des nombres conſécutifs du 3e ordre.

SCD LYON 1

Nombres du 3e ordre	1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	165.
pris chacun 6 fois	6.	24.	60.	120.	210.	336.	504.	720.	990.
Nombres naturels	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Nombres cubiques	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.

VII COROLLAIRE.

21. LA somme de tous les nombres cubiques & consécutifs depuis 1 jusques à tel autre qu'on voudra, égale au juste le quarré de celuy des nombres du 2^d ordre, qui répond au côté linéaire du dernier de ces nombres cubiques. La somme par éxemple des 3 premiers cubes 1, 8, 27, est égale au quarré 36 du nombre 6 qui est le 3e de ceux du second ordre. Et la somme des 6 premiers 1, 8, 27, 64, 125, 216 est le quarré 441 du 6e nombre 21 du second ordre.

Nombres naturels	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Nombres du second ordre	1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.
Nombres cubiques	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.
Leurs sommes successives	1.	9.	36.	100.	225.	441.	784.	1296.	2025.

III PROBLEME.

22. *POur résoudre les grandeurs complêxes, ou pour en tirer les racines linéaires.*

On observera les mêmes régles qui ont été prescrites pour les nombres, sans avoir néanmoins égard à l'ordre ou à la disposition de diverses parties, que comprennent ces puissances complêxes. Ou s'il est plus commode, ayant choisi l'une des puissances parfaites les plus faciles à résoudre, que comprend la puissance complêxe; on en prendra la racine linéaire: & on cherchera par son moyen les autres parties que l'on veut découvrir.

Ou si on le juge encore plus commode; on prendra toutes les racines linéaires ensemble des puissances parfaites, que comprend la grandeur complêxe, ayant égard aux signes + & —. Et on verra si la puissance, que peuvent rendre toutes ces racines linéaires ensemble, est celle que l'on veut résoudre. Les éxemples suivans pourront fixer & éclaircir ces diverses régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur $aa - 6ab + 9bb + 2ac - 6bc + cc$. Je dis: a est la racine linéaire du quarré aa; & j'écris a dans le demi-cercle, & j'efface ou je retranche aa.

2°. Je prends 2 fois a écrit au demi-cercle, & je dis: $-6ab$ divisée par $2a$, l'exposant est $-3b$; & j'ôte $-6ab$, & ensuitte le quarré $9bb$ de $-3b$; & j'écris $-3b$ dans le demi-cercle.

3°. Je dis aprés cela: $2ac - 6bc$ étant divisée par $2a - 6b$ double de ce qui est au demi-cercle, l'exposant est $+c$, que j'écris au demi-cercle. Et

j'ôte $2ac - 6bc$, & enſuitte le quarré cc de l'expoſant $+c$. Et comme il ne reſte rien, je connois que la racine cherchée eſt au juſte $a - 3b + c$; ou qu'elle eſt $-a + 3b - c$, ſi $3b$ ſurpaſſe $a + c$, & que la racine doive être poſitive.

Quarré	aa	$-6ab$	$+9bb$	$+2ac$	$-6bc$	$+cc$		*racine quarrée.*
	$-aa$	$+6ab$	$-9bb$	$-2ac$	$+6bc$	$-cc$		$a - 3b + c$
	0	0	0	0	0	0	*ou*	$-a + 3b - c$

SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $169aa + 208ab - 442ac - 272bc + 289cc + 64bb$. Je choiſis le quarré parfait $64bb$ comme celuy qui eſt plus facile à réſoudre, & j'écris au demi-cercle ſa racine quarrée $8b$, & j'efface ou retranche le quarré $64bb$.

2°. Je prens 2 fois $8b$, ou $16b$, par leſquels je diviſe $208ab - 272bc$; & prenant l'expoſant $13a - 17c$, je retranche $208ab - 272bc$, & enſuitte le quarré $169aa - 442ac + 289cc$ de ce même expoſant $13a - 17c$. Et aprés avoir écrit $13a - 17c$ au demi-cercle, la grandeur $8b + 13a - 17c$ réſout au juſte la queſtion, puiſqu'on ne trouve aucun reſte.

$169aa$	$+208ab$	$+64bb$	$-442ac$	$-272bc$	$+289cc$		*racine quarrée*
	$2(b$			$2(b$			$8b + 13a - 17c$
$-169aa$	$-208ab$	$-64bb$	$+442ac$	$+272bc$	$-289cc$		
0	0	0	0	0	0		

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $49a^6 + 70a^4bb + 25aab^4 + 126a^4bc + 9aab^3c + 81aabbcc$. Je tire d'abord la racine de chacun des quarrez $49a^6$ & $25aab^4$ & $81aabbcc$. Et formant de leurs trois racines $7a^3$ & $5abb$ & $9abc$ la grandeur complêxe $7a^3 + 5abb + 9abc$, je prens le quarré de la même grandeur, qui rend au juſte la puiſſance complêxe que je veux réſoudre. D'où je connois que la complêxe, que j'ay découverte, $7a^3 + 5abb + 9abc$, en eſt la racine quarrée.

$49a^6$	$+70a^4bb$	$+25aab^4$	$+126a^4bc$	$+90aab^3c$	$+81aabbcc$		*racine quarrée*
$7a^3$		$5abb$			$9abc$		$7a^3 + 5abb + 9abc$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $a^3 + 12aab + 48abb + 64b^3 + 3aac + 24abc + 48bbc + 3acc + 12bcc + c^3$. J'écris au demi-cercle la racine cubique a du cube a^3, & je retranche a^3.

2°. Je prens 3 fois aa, & je diviſe par $3aa$ la partie $12aab$; & j'écris au demi-cercle l'expoſant $+4b$. J'ôte enſuitte la partie $12aab$, & 3 autres produits du quarré $16bb$ par a, ou $48abb$; & le cube $64b^3$ de l'expoſant $4b$.

3°. Je prends 3 fois le quarré $aa + 8ab + 16bb$ de la grandeur $a + 4b$, qui eſt au demi-cercle; & je diviſe par $3aa + 24ab + 48bb$, la partie $3aac$

$+ 24abc + 48bbc$, & j'écris l'exposant $+ c$ au demi-cercle ; & je retranche toute la partie divisée, plus encore $3acc + 12bcc$, ou 3 produits de la grandeur $a + 4b$ par le quarré cc, & enfin le cube c^3 de l'exposant c. Il ne reste rien, & la grandeur $a + 4b + c$ résout la question.

Cube $a^3 + 12aab + 48abb + 64b^3 + 3aac + 24abc + 48bbc + 3acc + 12bcc + c^3$.

$3aa \qquad 3aa + 24ab + 48bb$

$- a^3 - 12aab - 48abb - 64b^3 - 3aac - 24abc - 48bbc - 3acc - 12bcc - c^3$.

racine cubique $(a + 4b + c$

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $256047875a^6b^3 + 133064254a^4bbcdd + 230505aabccd4 + 1331c^3d^6 + 8467725a^4bbc^3 + 293370aabc^4dd + 2541c^5d^4 + 93345aabc^6 + 1617c^7dd + 343c^9$.

1°. Je tire la racine cubique $7c^3$ de la partie $343c^9$, qui me paroît la plus facile à résoudre ; & j'écris $7c^3$ au demi-cercle, & je retranche son cube $343c^9$.

2°. Je prens 3 fois le quarré $49c^6$ de $7c^3$, ou $147c^6$, par qui je divise les parties $93345aabc^6$, & $1617c^7dd$, où c monte au plus haut degré, & où la division se peut faire sans reste ; & j'écris l'exposant $635aab + 11cdd$ au demi-cercle, & je retranche [b] les parties divisées, plus $8467725a^4bbc^3 + 293370aabc^4dd + 2541c^5d4$, ou 3 autres produits du quarré de l'exposant $635aab + 11cdd$ par $7c^3$; plus aussi le cube du même exposant, ou $256047875a^6b^3 + 133064254a^4bbcdd + 230505aabccd4 + 1331c^3d^6$. Et comme il ne reste rien, la grandeur $7c^3 + 635aab + 11cdd$ résout la question. S'il y avoit quelque reste, on pourroit tenter une semblable opération, en choisissant au lieu du cube $7c^3$, un des autres que comprend la grandeur complexe, si ce n'est qu'il y eût encore assez de parties pour continuer l'opération précédente.

b. 5e *Table.*

SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de $b^6 + 6b^5c + 24b^4cc + 56b^3c^3 + 18b^5d + 72b^4cd + 216b^3ccd + 108b^4dd + 216b^3cdd + 216b^3d^3 + 96bbc^4 + 288bbc^3d + 432bbccdd + 96bc^5 + 288bc^4d + 64c^6$. Je tire d'abord la racine cubique de chacune des parties b^6 & $216b^3d^3$ & $64c^6$; & formant de ces trois racines bb & $6bd$ & $4cc$ la grandeur $bb + 6bd + 4cc$, je cherche son cube $b^6 + 18b^5d + 108b^4dd + 216b^3d^3 + 12b^4cc + 144b^3cd + 432bbccdd + 48bbc^4 + 288bc^4d + 64c^6$; & je le retranche de celuy qu'on propose. Je considére ensuitte le reste $6b^5c + 12b^4cc + 72b^4cd + 72b^3ccd + 216b^3cdd + 56b^3.3 + 48bbc^4 + 288bbc^3d + 96bc^5$, & je considére aussi le quarré de $bb + 6bd + 4cc$ pris 3 fois, ou seulement la partie $3b^4$, par qui je divise $6b^5c$; Et réservant l'exposant $2bc$, je multiplie par ce même exposant $2bc$ la grandeur entiére $3b^4 + 36b^3d + 108bbdd$

$+ 24bbcc + 144bccd + 48c^4$, & j'ôte le produit de la grandeur précédente qui reste : ce qui laisse un nouveau reste $12b^4cc + 72b^3ccd + 8b^3c^3 + 48bbc^4$, dont j'ôte encore 3 fois le produit de $bb + 6bd + 4cc$ par le quarré $4bbcc$ de $2bc$, & aussi le seul cube $8b^3c^3$ de $2bc$. Et comme il ne reste rien, la grandeur $bb + 6bd + 4cc + 2bc$ est la racine cubique de la grandeur entiére qu'on propose.

NOUVEAUX

SCD LYON 1

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE CINQUIEME.

DE LA COMPOSITION GENERALE *DES GRANDEURS.*

Et de toutes ſortes de combinaiſons & de permutations.

DEFINITIONS.

JE dirai que tous les plans, que l'on peut former, en multipliant deux à deux, ou chacune par chaque autre, diverſes grandeurs, ſont *les plans alternatifs* de ces mêmes grandeurs.

Et que tous les ſolides, que l'on peut former, en les multipliant trois à trois les unes par les autres, ſont leurs *ſolides alternatifs.*

Et que tous les ſurſolides, que l'on peut former, en les multipliant quatre à quatre les unes par les autres, ſont leurs *ſurſolides alternatifs*, ou leurs *produits alternatifs de 4 degrez.*

Et que toutes les grandeurs de 5 degrez, ou de ſix, ou de ſept, ou d'autant qu'on voudra, que l'on peut former, en les multipliant les unes par les autres cinq à cinq, ou ſix à ſix, ou ſept à ſept, &c. en ſont *les produits alternatifs de cinq degrez*, ou *de ſix*, ou *de ſept*, ou d'autant qu'on voudra.

SCD LYON 1

Et je dirai encore en général, que *tous les produits alternatifs* de ces mêmes grandeurs, ſont toutes les grandeurs que l'on peut former, en multipliant les unes par les autres deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre, & juſques où elles le peuvent être, en ſuppoſant toûjours qu'aucune d'entr'elles n'y ſoit multipliée par ſoi-même.

PREMIER THEOREME.

1. LEs nombres du ſecond ordre ſont toûjours ; le premier 1, celuy du ſeul plan *ab* ou *ba*, que l'on peut former, en multipliant chacune des deux grandeurs *a* & *b* par l'autre. Et le ſecond 3, celuy des plans alternatifs des trois grandeurs *a*, *b*, *c*. Et le 3e 6, celuy des plans alternatifs des quatre *a*, *b*, *c*, *d*. Et le 4e 10, celuy des plans alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 5e 15, celuy des plans alternatifs des ſix grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

DEMONSTRATION.

Pour avoir les plans alternatifs des grandeurs *a*, *b*, *c*. On prend déja le plan *ab* des deux *a* & *b*, & encore les deux plans *ac* & *bc* des deux *a* & *b* par *c*; c'eſt à dire, autant qu'il y a d'unitez dans la 1re & 2de cellule 1 & 2 des
b. 7. 4. nombres du premier ordre, ou dans la [b] 2de 3 de ceux du ſecond.

Et pour avoir les plans alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. On prend déja les trois alternatifs *ab*, *ac*, *bc* des trois *a*, *b*, *c*; & encore les trois autres *ad*, *bd*, *cd* des mêmes *a*, *b*, *c* par *d*; c'eſt à dire, autant en tout qu'il y a d'unitez dans les trois premiéres cellules 1, 2, 3, des nombres
b. 7. 4. du premier ordre; ou dans [b] la 3e 6 de ceux du ſecond.

Et pour avoir les plans alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. On prend déja les 6 précédents *ab*, *ac*, *bc*; *ad*, *bd*, *cd*; & encore les quatre *ae*, *be*, *ce*, *de*, des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, par *e*; c'eſt à dire, autant en tout qu'il y a d'unitez dans les quatre premiéres cellules 1, 2, 3, 4, des nombres
b. 7. 4. du premier ordre, ou dans la [b] quatriéme 10 de ceux du ſecond. Et ainſi du reſte.

II THEOREME.

2. LEs nombres du 3e ordre ſont auſſi toûjours ; le premier 1, celuy du ſeul ſolide *abc*, que l'on peut former, en multipliant trois à trois les trois grandeurs *a*, *b*, *c*, ou en multipliant chaque plan de deux d'entr'elles par l'autre qui reſte; *ab* par *c*, ou *ac* par *b*, ou *bc* par *a*. Et le ſecond 4 du 3e ordre, celuy des ſolides alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. Et le 3e 10, celuy des ſolides alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 4e 20, celuy des ſolides alternatifs des ſix *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

DEMONSTRATION.

Pour avoir les ſolides alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*.

SCD LYON 1

Il faut que chaque plan de deux d'entr'elles soit multiplié par la grandeur qui reste : ce qui donne un solide *abc* du plan *ab* par *c*, ou *ac* par *b*, ou *bc* par *a* ; & encore trois solides *abd*, *acd*, *bcd* ; l'un d'un plan *ab* par *d*, ou *ad* par *b*, ou *bd* par *a* ; & l'autre du plan *ac* par *d*, ou *ad* par *c*, ou *bd* par *a* ; & le dernier du plan *bc* par *d*, ou *bd* par *c*, ou *cd* par *b*. De sorte qu'il y a un solide *abc* des grandeurs *a*, *b*, *c* ; & trois autres *abd*, *acd*, *bcd*, de leurs trois plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, par la grandeur *d* : c'est à dire, autant qu'il y a d'unitez dans la 1ere & 2de cellule 1 & 3 des nombres du second ordre, ou dans [b] la 2de 4 de ceux du 3e. b. 4. 7.

Et pour avoir les solides alternatifs des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. On prend déja les quatre alternatifs *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*, des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d* ; & encore les six autres *abe*, *ace*, *bce*, *ade*, *bde*, *cde*, des 6 plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *cd*, de ces quatre grandeurs par la cinquiéme *e* : c'est à dire, que l'on prend autant de solides alternatifs en tout des cinq grandeurs, qu'il y a d'unitez dans les trois premiéres cellules 1, 3, 6, des nombres du second ordre, ou dans [b] la 3e 10 de ceux du 3e ordre. Et ainsi du reste. b. 7. 4.

Et on démontrera de la même sorte, que les nombres du 4e ordre sont ceux des sursolides alternatifs ; le premier 1, de quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. Et le second 5, des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 3e 15, des six grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainsi du reste.

Et pareillement les nombres du 5e ordre sont ceux des produits alternatifs du 5e degré ; le premier 1, des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le second 6, des six *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et le 3e 21, des sept *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*. Et ainsi du reste. Et c'est la même chose des autres nombres de tous ces divers ordres jusques à l'infini.

Nombres des grandeurs linéaires 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
Nombres des plans alternatifs 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55. 66.
Nombres des solides alternatifs 1. 4. 10. 20. 35. 56. 84. 120. 165. 220.
Nombres des sursolides alternatifs 1. 5. 15. 35. 70. 126. 210. 330. 495.
Des produits alternatifs de cinq degrez 1. 6. 21. 56. 126. 252. 462. 792.
Des produits alternatifs de six degrez 1. 7. 28. 84. 210. 462. 924.

PREMIER PROBLEME.

3. *POur trouver méthodiquement tous les produits alternatifs de diverses grandeurs.*

On multipliera chacune par chaque autre de celles qui la suivent, d'où naissent déja leurs [b] plans alternatifs ; & chacun de ces plans par chaque grandeur qui suit la derniére des deux qui le composent. Ce qui fournit tous [b] les solides alternatifs. Et chacun de ces divers solides par chaque grandeur qui suit la derniére des trois qui le composent. Ce qui donne aussi les sursolides [b] alternatifs ; qui servent à leur tour de la même sorte, pour trouver tous les [b] produits alternatifs de 5 degrez chacun. Et ainsi du reste. b. 2.

SCD LYON 1

Ou s'il eſt plus commode ; on multiplie la premiére des grandeurs propoſées par la ſeconde ; & l'une & l'autre, & encore leur plan, par la troiſiéme ; & chacune des trois, & encore chacun des produits déja découverts, par la quatriéme ; & pareillement par la cinquiéme les quatre premiéres, & chacun des produits que l'on a trouvé. Et ainſi du reſte.

Exemple de la premiere maniere.

Pour trouver tous les produits alternatifs des ſix grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Je multiplie la premiére *a* par chacune des cinq autres ; & la ſeconde *b* par chacune des quatre qui la ſuivent ; & la troiſiéme *c* par chacune des trois qui la ſuivent ; & la quatriéme *d* par chacune des deux qui la ſuivent ; & la cinquiéme *e* par la derniére *f*. Ce qui me donne déja les 15 plans alternatifs des ſix grandeurs.

Et alors je multiplie le premier plan *ab* par chacune des quatre *c*, *d*, *e*, *f*, qui ſuivent la ſeconde *b* des deux *a* & *b* qui compoſent *ab* ; & enſuitte le ſecond plan *ac* par chacune des trois *d*, *e*, *f*, qui ſuivent la 3e *c* ; & le troiſiéme *ad* par chacune des deux *e*, *f*, qui ſuivent la 4e *d* ; & le quatriéme *ae* par *f*. Et le ſixiéme *bc* par *d*, & par *e*, & par *f* ; & le ſeptiéme *bd* par *e*, & par *f* ; & le huitiéme *be* par *f* ; & le dixiéme *cd* par *e*, & par *f* ; & le onziéme *ce* par *f* ; & le treiziéme *de* par *f*. Et j'ai aprés cela les 20 ſolides alternatifs ; que je multiplie de la même ſorte, le premier *abc* par *d*, & par *e*, & par *f* ; & le ſecond *abd* par *e*, & par *f* ; & le troiſiéme *abe* par *f* ; & le cinquiéme *acd* par *e*, & par *f* ; & le ſixiéme *ace* par *f* ; & le huitiéme *ade* par *f* ; & *bcd* par *e*, & par *f* ; & *bce* par *f* ; & *bde* par *f* ; & *cde* par *f*. Ce qui fournit les 15 ſurſolides alternatifs ; que je multiplie pareillement, le premier *abcd* par *e*, & par *f* ; & le ſecond *abce* par *f* ; & *abde* par *f* ; & *bcde* par *f*. Ce qui donne les 6 produits alternatifs de 5 degrez chacun, dont le premier ſeul *abcde* étant enfin multiplié par *f*, donne le produit unique *abcdef* de 6 degrez, que les 6 grandeurs peuvent former, en ſuivant les ſuppoſitions.

6 grandeurs propoſées (*a. b. c. d. e. f.*
15 plans alternatifs (*ab. ac. ad. ae. af. bc. bd. be. bf. cd. ce. cf. de. df. ef.*
20 ſolides alternatifs { *abc. abd. abe. abf. acd. ace. acf. ade. adf. aef. bcd. bce. bcf. bde. bdf. bef. cde. cdf. cef. def.*
15 ſurſolides alternatifs { *abcd. abce. abcf. abde. abdf. abef. acde. acdf. acef. adef. bcde. bcdf. bcef. bdef. cdef.*
6 produits alternatifs de 5 degrez (*abcde. abcdf. abcef. abdef. acdef. bcdef.*
Un ſeul produit de 6 degrez (*abcdef.*

Exemple de la seconde maniere.

Pour trouver les produits alternatifs des 6 grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Je multiplie *a* par *b* ; & chacune des deux *a* & *b*, & leur plan *ab*, par *c* ; & chacune des trois *a*, *b*, *c*, & chacun des produits *ab*, *ac*, *bc*, *abc*, par *d* ; & chacune des quatre *a*, *b*, *c*, *d*, & chacun des produits *ab*, *ac*, *bc*, *abc*, *ad*, *bd*, *cd*, *abd*, *acd*, *bcd*, *abcd*, par *e*. Et ainſi du reſte. Et je trouve à

la fin tous les 57 produits alternatifs comme dans l'autre manière.

a. b. c. d. e. f. (*ab. ac. bc. abc.* (*ad. bd. cd. abd. acd. bcd. abcd.*
ae. be. ce. de. abe. ace. bce. abce. ade. bde. cde. abde. acde. bcde. abcde.
5 *af. bf. cf. df. ef. abf. acf. bcf. abcf. adf. bdf. cdf. abdf. acdf. bcdf. abcdf.*
(*aef. bef. cef. def. abef. acef. bcef. abcef. adef. bdef. cdef. abdef. acdef. bcdef. abcdef.*

II PROBLEME.

4. *Et si l'on veut sçavoir seulement le nombre de tous ces produits alternatifs de diverses grandeurs.*

On prendra le rang[b] paralléle, où la seconde cellule enferme le nombre des grandeurs : & on trouvera dans la suivante ou troisiéme cellule de ce même rang, le nombre des plans alternatifs ; & celuy des solides alternatifs dans la quatriéme ; & dans la cinquiéme celuy des sursolides alternatifs ; & dans la sixiéme, ou septiéme, ou huitiéme, &c. le nombre des produits alternatifs de 5 degrez, ou de 6, ou de 7, &c. b. 2e Table.

Premier exemple.

Si on propose les 6 grandeurs précédentes *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Pour sçavoir le nombre de tous leurs divers produits alternatifs ; on prendra le 6e des rangs paralléles, où 6 est dans la 2de cellule. Et la 3e 15 marquera le nombre des 15 plans alternatifs de ces mêmes grandeurs ; & la 4e 20 du même rang paralléle, le nombre des 20 solides alternatifs ; & la 5e celuy des 15 sursolides alternatifs ; & la 6e celuy des 6 produits alternatifs de 5 degrez chacun ; & la 7e 1 qu'il n'y a qu'un seul produit *abcdef* de 6 degrez.

Second exemple.

Si on proposoit les 10 grandeurs différentes *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*. On prendroit le 10e des rangs paralléles, où 10 est dans la seconde cellule, ou dans la penultiéme. Et la troisiéme de ce même rang marqueroit le nombre des 45 plans alternatifs de ces 10 grandeurs ; & la 4e, celuy de leurs 120 solides alternatifs ; & la 5e des 210 sursolides alternatifs ; & la 6e des 252 produits alternatifs de 5 degrez chacun ; & la 7e des 210 alternatifs de 6 degrez chacun ; & la 8e des 120 alternatifs des 7 degrez chacun ; & la 9e des 45 alternatifs de 8 degrez chacun ; & la 10e des 10 alternatifs de 9 degrez chacun ; & la derniére 1 du produit unique de 10 degrez *abcdefghik*.

III PROBLEME.

5. Si les grandeurs sont toutes égales, comme si on propose les six *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a* ; tous leurs plans alternatifs ne sont qu'un seul & même quarré *aa*. Et tous leurs solides alternatifs qu'un même cube a^3. Et leurs sursolides alternatifs qu'un même quarré de quarré a^4. Et leurs produits alternatifs de 5 degrez chacun, ou de six, ou de sept, &c. qu'une même puissance 5e a^5, ou qu'une 6e a^6, ou qu'une 7e a^7, &c.

6. Et ſi les grandeurs propoſées ſont en partie égales, & en partie inégales ; pour trouver aiſément tous les divers produits alternatifs, comme ceux des grandeurs a, a, b, b, b, c, c, d. Je multiplie la premiére a par la ſeconde a; & la grandeur a, & le quarré aa, par b qui ſuit a; & enſuitte b, & chacun des produits ab, aab, par b; il ſeroit inutile de multiplier de nouveau a, & aa, par b : puiſque cela fourniroit les mêmes aa, aab, que l'on a déja. Enſuitte comme b ſe trouve une troiſiéme fois, je multiplie les derniers produits bb, abb, $aabb$, par b. Il ſeroit inutile de multiplier auſſi les grandeurs précédentes par b. Mais je multiplie par c chacune des grandeurs a & b, & chacun des 9 produits que j'ai déja trouvé; & encore par c la grandeur c, & chacun des 11 derniers produits; & enfin par d chacune des grandeurs a, b, c, & chacun des 32 produits déja découverts : Et cela fournit 35 produits nouveaux. Et raſſemblant tous ces divers produits, j'ai auſſi tous les divers alternatifs des grandeurs propoſées, ou les 67 qui ſuivent; en ſuppoſant toûjours que chaque grandeur n'ait point une puiſſance plus élevée que le nombre qui marque combien elle eſt priſe de fois. Que le quarré aa par éxemple ſoit la puiſſance la plus haute de la grandeur a; & le cube b^3 la plus haute de b; & le quarré cc la plus haute de c; & la grandeur linéaire d la plus haute de d.

a. a. (aa. 1.

b. (ab. aab.
b. (bb. abb. $aabb$. 8
b. (b^3. ab^3. aab^3.

c. (ac. bc. aac. abc. $aabc$. bbc. $abbc$. $aabbc$. b^3c. ab^3c. aab^3c.
c. (cc. acc. bcc. $aacc$. $abcc$. $aabcc$. $bbcc$. $abbcc$. $aabbcc$. b^3cc. ab^3cc. aab^3cc. 23.

d. (ad. bd. cd. aad. abd. $aabd$. bbd. $abbd$. $aabbd$. b^3d. ab^3d. aab^3d. acd. bcd.
d. ($aacd$. $abcd$. $aabcd$. $bbcd$. $abbcd$. $aabbcd$. b^3cd. ab^3cd. aab^3cd. ccd. $accd$. 35
d. ($bccd$. $aaccd$. $abccd$. $aabccd$. $bbccd$. $abbccd$. $aabbccd$. b^3ccd. ab^3ccd. aab^3ccd.

COROLLAIRE ET IV PROBLEME.

7. *ET pour trouver le nombre ſeul de ces divers produits alternatifs.* J'ajoûte 1 au nombre 2 des grandeurs égales a & a. Et j'ai 3, que je prens 3 fois pour les 3 égales b, b, b. Et raſſemblant ces nombres 3 & 9, je trouve 12; que je prens 2 fois pour les égales c & c. Et raſſemblant encore ces trois nombres 3, 9, 24; j'ai 36, que je prens ſeulement 1 fois pour d qui eſt ſeule. Et raſſemblant alors tous les quatre 3, 9, 24, 36;
b. 6. je trouve 72, dont je retranche 4 plus 1, ou 5, c'eſt à dire le nombre des diverſes grandeurs, qui eſt 4, & une fois l'unité. Et le reſte 67 eſt au juſte [b] le nombre de tous les divers produits alternatifs des grandeurs propoſées.

AUTRE EXEMPLE.

Et pour trouver le nombre de tous ceux des 14 grandeurs a, a, a, a, a, b, b, b, b, c, c, c, d, d. J'ajoûte 1 au nombre 5 des égales a, a, a, a, a; & j'ai 6, que je prens 4 fois pour les 4 égales b, b, b, b. Et raſſemblant 6 & 24; j'ai 30, que je prens 3 fois pour les égales c, c, c. Et raſſemblant de la même ſorte 6, 24, 90; j'ai 120, que je prens 2

SCD LYON 1

fois pour les égales *d* & *d*. Et rassemblant enfin 6, 24, 90, 240; j'ai 360, dont j'ôte 4 plus 1, ou 5, c'est à dire le nombre 4 de toutes les diverses grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, & une fois l'unité. Et le reste 355 est le nombre de tous les produits alternatifs des grandeurs proposées.

DEFINITIONS.

J'appellerai *combinaisons* tous les différens assemblages, ou tous les divers choix, que l'on peut faire de certaines choses, en les prenant en diverses maniéres une à une, & deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre. Et ainsi du reste, pourvû que l'ordre n'y soit point observé.

Mais si l'ordre y est observé, comme dans les transpositions des lettres ou des chiffres, on donnera à tous leurs divers choix le nom de *permutations*.

V PROBLEME.

8. *Pour trouver toutes les combinaisons de diverses choses.*

On désignera chacune par une lettre. Et prenant ensuitte chaque lettre, & chacun de leurs divers [b] produits alternatifs, on aura aussi toutes les combinaisons des choses proposées. b. 3.

Comme si je veux sçavoir toutes les rencontres ou conjonctions possibles des Planétes. Je nomme *a* le Soleil qui est la premiére, & *b* la Lune, & *c* Mercure, & *d* Venus, *e* Mars, *f* Jupiter, *g* Saturne. Et cherchant ensuitte les divers produits alternatifs de ces 7 lettres, leurs 21 plans alternatifs marquent les diverses rencontres des Planétes conjointes deux à deux, comme *ab*, ou *ba*, du Soleil avec la Lune, ou de la Lune avec le Soleil. Et ainsi du reste. Et les 35 sursolides alternatifs, toutes les diverses conjonctions de quatre des 7 Planétes. Et les 21 produits alternatifs du 5e degré, toutes les conjonctions de cinq d'entr'elles. Et les 7 produits de 6 degrez chacun toutes celles de six. Et le produit unique de 7 degrez la conjonction des sept.

Les 7 Planétes. Le Soleil. La Lune. Mercure. Venus. Mars. Jupiter. Saturne
7 prises une à une *a.* *b.* *c.* *d.* *e.* *f.* *g.*

21 conjonctions deux à deux.
ab. ac. ad. ae. af. ag. bc. bd. be. bf. bg. cd. ce. cf. cg. de. df. dg. ef. eg. fg.

35 conjonctions trois à trois
abc. abd. abe. abf. abg. acd. ace. acf. acg. ade. adf. adg.
aef. aeg. afg. bcd. bce. bcf. bcg. bde. bdf. bdg. bef. beg.
bfg. cde. cdf. cdg. cef. ceg. cfg. def. deg. dfg. efg.

35 quatre à quatre
abcd. abce. abcf. abcg. abde. abdf. abdg. abef. abeg. abfg. acde. acdf.
acdg. acef. aceg. acfg. adef. adeg. adfg. aefg. bcde. bcdf. bcdg. bcef.
bceg. bcfg. bdef. bdeg. bdfg. befg. cdef. cdeg. cdfg. cefg. defg.

21 cinq à cinq
abcde. abcdf. abcdg. abcef. abceg. abcfg. abdef. abdeg. abdfg. abefg. acdef.
acdeg. acdfg. acefg. adefg. bcdef. bcdeg. bcdfg. bcefg. bdefg. cdefg.

7 six à six (*abcdef. abcdeg. abcdfg. abcefg. abdefg. acdefg. bcdefg.*

1 sept à sept (*abcdefg.*

SCD LYON 1

VI PROBLEME.

9. *ET pour trouver le nombre seul des combinaisons ou des choix différens de diverses choses.*

On prendra le rang paralléle, où la seconde cellule renferme le nombre de ces choses. Et la même cellule ou le même nombre marquera combien on peut faire de choix différens, en les prenant seulement une à une; & la troisiéme, combien il y aura de combinaisons de ces mêmes choses prises deux à deux; & la quatriéme; combien il y en aura étant prises trois à trois; & la cinquiéme, combien étant prises quatre à quatre. Et ainsi du reste. Et ôtant 1 de l'assemblage entier de toutes les cellules du rang paralléle, on aura le nombre [b] au juste des combinaisons ou des divers choix qu'on peut faire des choses proposées.

EXEMPLE.

Pour sçavoir combien on peut faire de différens choix, ou de combinaisons de 12 choses proposées. La 2[e] cellule du 12[e] rang paralléle sera le nombre des 12 choix différens, que l'on en peut faire, en les prenant une à une; & la 3e, le nombre des 66 combinaisons qu'elles peuvent recevoir étant prises à deux; & la 4e, des 220 étant prises trois à trois; & la 5e, des 495 étant prises quatre à quatre; & la 6e, des 792 étant prises cinq à cinq; & la 7e, des 924 étant prises six à six; & la 8e, des 792 étant prises sept à sept; & la 9e, encore des 495 étant prises huit à huit; & la 10e, des 220 étant prises neuf à neuf; & la 11e, des 66 étant prises dix à dix; & la 12e, des 12 étant prises onze à onze; & la derniére ou 13e, du seul choix des 12 choses prises douze à douze, ou toutes ensemble. Et ôtant 1 du nombre 4096, que comprend tout le rang paralléle; le reste 4095 est le nombre de tous les divers choix des 12 choses différentes.

12 *choses prises*	1 à 1.	2 à 2.	3 à 3.	4 à 4.	5 à 5.	6 à 6.	7 à 7.	8 à 8.	9 à 9.	10 à 10.	11 à 11.	12 à 12.
cellules	1.	12.	66.	220.	495.	792.	924.	792.	495.	220.	66.	12.	1.

I COROLLAIRE.

10. Si on prend successivement & par ordre les diverses puissances du nombre 2, & qu'on ôte 1 de chacune; les restes marqueront [b] successivement & par ordre, le premier 1, le choix unique qu'on peut faire d'une chose, s'il m'est permis de m'expliquer ainsi; & le second 3, tous les choix différens de deux diverses choses; & le 3[e] 7, tous les choix différens de trois; & le 4[e] 15, tous ceux de 4 choses. Et ainsi du reste. Comme le 12e 4095 tous les choix différens de 12 diverses choses. b. 8. 4.

Nombres des choses	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.
Combinaisons	1.	3.	7.	15.	31.	63.	127.	255.	511.	1023.	2047.	4095.

SCD LYON 1

II COROLLAIRE.

11. LEs nombres naturels ou du premier ordre, ſont ceux des choix que l'on peut faire; le premier 1, d'une ſeule choſe; & le ſecond 2, celuy des choix de 2 diverſes choſes priſes une à une; & le troiſiéme 3, celuy des choix de trois diverſes choſes. Et ainſi du reſte, juſques à l'infini.

Et les nombres du 3e rang ou perpendiculaire ou oblique, ou ceux du ſecond ordre, ſont auſſi les nombres des combinaiſons qui ſe peuvent faire deux à deux; le premier 1, de deux diverſes choſes; & le ſecond 3, de 3 diverſes choſes; & le troiſiéme 6, de 4 diverſes choſes; & le quatriéme 10, de 5 diverſes choſes. Et ainſi de ſuitte, juſques à l'infini.

Et les nombres du 4e rang ou perpendiculaire ou oblique, ou ceux du troiſiéme ordre, ſont auſſi les nombres des combinaiſons qui ſe peuvent faire trois à trois; le premier 1, de 3 diverſes choſes; & le ſecond 4, de 4 diverſes choſes; & le troiſiéme 10, de 5 diverſes choſes; & le quatriéme 20, de 6 diverſes choſes. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Et les nombres du 5e rang, ou du 4e ordre, ſont de la même ſorte ceux des combinaiſons qui ſe peuvent faire quatre à quatre des diverſes choſes.

Et ceux du 6e rang, ou du 5e ordre, le ſont auſſi des combinaiſons qui ſe peuvent faire cinq à cinq. Et ainſi de tous les autres rangs ou des ordres qui ſuivent.

Nombres des choſes priſes une à une.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
2d *ordre des combinaiſons deux à deux.*	1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	
3e *ordre des combinaiſons trois à trois*	1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.		
4e *ordre des combinaiſons quatre à quatre.*	1.	5.	15.	35.	70.	126.	210.			
5e *ordre des combinaiſons cinq à cinq.*	1.	6.	21.	56.	126.	252.				
6e *ordre des combinaiſons ſix à ſix.*	1.	7.	28.	84.	210.					
7e *ordre des combinaiſons ſept à ſept.*	1.	8.	36.	120.						
8e *ordre des combinaiſons huit à huit.*	1.	9.	45.							
9e *ordre des combinaiſons neuf à neuf.*	1.	10.								
10e *ordre des combinaiſons dix à dix.*	1.									

III THEOREME.

12. DEux choſes différentes *a* & *b* reçoivent au juſte 2 permutations étant priſes deux à deux; & 3 choſes étant priſes trois à trois en reçoivent 3 fois autant, ou 6. Et 4 priſes quatre à quatre en reçoivent 4 fois autant que trois, ou 24. Et 5 priſes auſſi cinq à cinq en reçoivent 5 fois autant que 4, ou 120. Et 6 pareillement étant priſes ſix à ſix en reçoivent 6 fois autant que cinq, ou 720. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

DEMONSTRATION.

Si on écrit *b* une fois avant *a*, & une fois aprés *a*; on trouve les permutations *ab* & *ba* des deux diverſes choſes *a* & *b*. Et ſi on écrit une fois *c* aprés chaque lettre, & une fois avant la premiére dans chacune des deux permutations *ab* & *ba*; on trouve les 6 permutations *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*,

SCD LYON 1

cba, des 3 diverſes choſes *a*, *b*, *c*, priſes toutes enſemble. Et écrivant *d* de la même ſorte aprés chaque lettre, & avant la premiére dans chacune des 6 permutations précédentes, on trouve les 24 permutations *abcd*, *abdc*, *adbc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *bacd*, *badc*, *bdac*, *bcad*, *bcda*, *bdca*, *cabd*, *cadb*, *cdab*, *cbad*, *cbda*, *cdba*, *dabc*, *dacb*, *dbac*, *dbca*, *dcab*, *dcba*, qui ſont celles des 4 choſes différentes *a*, *b*, *c*, *d*, priſes quatre à quatre. Et on trouveroit de la même ſorte les 120 permutations des 5 diverſes choſes, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, priſes cinq à cinq, ou toutes enſemble. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Ou pour prouver la même choſe d'une autre maniére. Chacune des 2 diverſes choſes *a* & *b* occupant une fois la premiére place, l'autre occupe une fois la ſeconde ; ce qui donne les deux permutations *ab* & *ba*. Et chacune des trois *a*, *b*, *c*, occupant une fois la premiére place, les deux autres peuvent être permutées 2 fois ; ce qui fournit les 6 permutations *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*, *cba*. Et chacune des quatre *a*, *b*, *c*, *d*, occupant auſſi une fois la premiére place, les trois autres ſont permutées 6 fois ; ce qui fournit 4 fois 6, ou 24 permutations des 4 choſes priſes quatre à quatre ou toutes enſemble. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Toutes enſemble.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
permutations.	1.	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.	362880.	3628800.

I COROLLAIRE.

13. DIverſes choſes étant priſes deux à deux, reçoivent 2 fois autant de permutations, que de combinaiſons ; & 6 fois autant, étant priſes trois à trois ; & 24 fois autant, étant priſes quatre à quatre ; & 120 fois autant, étant priſes cinq à cinq ; & 720 fois autant, l'étant ſix à ſix. Et ainſi du reſte. Parce qu'on trouve 2 permutations [b] pour chaque combinaiſon de deux de ces diverſes choſes ; & 6 permutations pour chaque combinaiſon de trois ; & 24 pour chacune de quatre. Et ainſi du reſte.

b. 12.

II COROLLAIRE.

14. SI on multiplie ſucceſſivement par 2 chacun des nombres du ſecond ordre 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, &c. les produits 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, &c. ſeront les divers nombres des [b] permutations de 2, ou de 3 diverſes choſes, ou de quatre, ou de cinq, ou de ſix, ou de ſept, ou de huit, &c, priſes toûjours deux à deux.

b. 13 & 11.

Nombres des choſes.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Nombres du 2[d] ordre.	1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	55.	66.	78.	91.
pris chacun 2 fois.	2.	6.	12.	20.	30.	42.	56.	72.	90.	110.	132.	156.	182.

Et ſi on multiplie ſucceſſivement par 6 chacun des nombres 1, 4, 10, 20, 35, 56, &c, du troiſiéme ordre ; les produits 6, 24, 60, 120, 210, 336, &c, ſont les divers [b] nombres des permutations de trois, ou de quatre diverſes choſes, ou de cinq, ou de ſix, ou de ſept, ou de huit, &c ; priſes toûjours trois à trois.

b. 13 & 11.

SCD LYON 1

Nombres des choſes.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Nombres du 3e ordre.	1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	165.	220.
pris chacun 6 fois.	6.	24.	60.	120.	210.	336.	504.	720.	990.	1320.

Et pareillement les nombres des permutations des choſes différentes priſes quatre à quatre, ſeront [b] les produits des nombres du 4e ordre par 24. [b 13 & 11.] Et les nombres de leurs permutations étant priſes cinq à cinq, les [b] produits des nombres du 5e ordre par 120. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Ou ſi les nombres de telles des permutations qu'on voudra des diverſes choſes ſont multipliez; le ſecond par 1, le 3e par 2, le 4e par 3, le 5e par 4, & ainſi du reſte; les nouveaux produits ſeront les nombres des permutations, qui ſuivent celles-là immédiatement. Comme ſi on multiplie les nombres des choix ſimples, ou du premier ordre, ou les naturels; le ſecond 2 par 1, le troiſiéme 3 par 2, le quatriéme 4 par 3, le cinquiéme 5 par 4, & ainſi du reſte; les produits 2, 6, 12, 20, &c. ſeront les nombres des permutations des diverſes choſes priſes deux à deux. Et multipliant ceux-ci de la même ſorte; le ſecond 6 par 1, & le troiſiéme 12 par 2, & le quatriéme 20 par 3, & ainſi du reſte; les produits 6, 24, 60, &c. ſeront les nombres des permutations des diverſes choſes priſes trois à trois. Et ce ſera toûjours la même choſe des autres permutations.

								Nombres des choſes	*priſes*
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	*une à une*
	2.	6.	12.	20.	30.	42.	56.	72.	90.	*deux à deux*
		6.	24.	60.	120.	210.	336.	504.	720.	*trois à trois*
			24.	120.	360.	840.	1680.	3024.	5040.	*quatre à quatre*
				120.	720.	2520.	6720.	15120.	30240.	*cinq à cinq*
					720.	5040.	20160.	60480.	151200.	*ſix à ſix*
						5040.	40320.	181440.	604800.	*ſept à ſept*
							40320.	362880.	1814400.	*huit à huit*
								362880.	3628800.	*neuf à neuf*
									3628800.	*dix à dix*
1.	4.	15.	64.	325.	1956.	13699.	109600.	986409.	9864100.	*ſommes entiéres.*

VII PROBLEME.

15. *Et pour trouver aiſément le nombre des permutations de diverſes choſes.*

On prendra dans la ſeconde Table le rang paralléle, où le nombre des choſes occupe la ſeconde cellule. Et multipliant cette cellule, ou ce nombre, par 1; & par 2 la ſuivante ou troiſiéme; & la quatriéme par 6; & la cinquiéme par 24; & la ſixiéme par 120; & ainſi du reſte. Ou prenant, s'il eſt plus commode, le nombre des choſes, & le multipliant par le même nombre diminué d'une ſeule unité, & le produit encore par le même nombre diminué de 2 unitez, & le nouveau produit auſſi par le même diminué

de 3 unitez, & celuy-ci pareillement par le même diminué des 4 unitez, & ainſi de ſuitte juſques à ce qu'il ne reſte aucune unité. Et ſelon l'une ou l'autre méthode, le premier produit, ou le nombre des diverſes choſes ſera déja celuy de leurs choix ſimples; & le ſecond produit, le nombre de leurs permutations étant priſes deux à deux; & le troiſiéme produit, le nombre de leurs permutations étant priſes trois à trois; & le quatriéme, ou cinquiéme, ou ſixiéme, ou ſeptiéme, &c; de leurs permutations étant priſes quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou ſix à ſix, &c. Et la ſomme entiére de tous ces divers nombres ſera celuy des choix & des permutations poſſibles des diverſes choſes.

Exemple de la 1ere manière.

Pour ſçavoir combien on peut exprimer de différens nombres avec les 9 chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en ſuppoſant que nulle de leurs permutations n'en puiſſe recevoir un même 2 fois. Je prens le 9e des rangs paralléles, où 9 occupe la ſeconde cellule. Et prenant 1 fois cette cellule 9; & 2 fois la ſuivante ou 3e 36; & 6 fois la 4e 84; & 24 fois la 5e 126; & 120 fois la 6e 126, & 720 fois la 7e 84; & 5040 fois la 8e 36; & 40320 fois la 9e 9; & 362880 fois la 10e qui eſt 1 : les produits marquent, le premier 9, le nombre des choix ſimples des chiffres, ou qu'on peut exprimer 9 divers nombres d'un ſeul chiffre chacun; & le ſecond 72 différens de deux chiffres chacun; & le troiſiéme 504 de trois; & le quatriéme 3024 de quatre; & le cinquiéme 15120 de cinq; & le ſixiéme 60480 de ſix; & le ſeptiéme 181440 de ſept; & le huitiéme 362880 de huit; & le neuviéme encore 362880 de neuf.

Cellules 1.	9.	36.	84.	126.	126.	84.	36.	9.	1.
par 1.	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.	362880.	
Produits	9.	72.	504.	3024.	15120.	60480.	181440.	362880.	362880. *ſomme* 986409.

Exemple de la 2e manière.

Ou s'il eſt plus commode. On prendra 1 fois 9; & 8 fois 9, ou 72; & 7 fois 72, ou 504; & 6 fois 504, ou 3024; & 5 fois 3024, ou 15120; & 4 fois 15120, ou 60480; & 3 fois 60480, ou 181440; & 2 fois 181440, ou 362880; & enfin 1 fois 362880. Et la queſtion ſera réſoluë comme auparavant. Et ſi on veut raſſembler tous ces divers produits, leur ſomme entiére marque que les 9 chiffres peuvent exprimer au juſte juſques à 986409 nombres tous différens entr'eux, & où nul des chiffres ne pourra ſe

1
par 9
1er *produit* 9 *une à une*
par 8
2d *produit* 72 *deux à deux*
par 7
3e *produit* 504 *trois à trois*
par 6
4e *produit* 3024 *quatre à quatre*
par 5
5e *produit* 15120 *cinq à cinq*

SCD LYON 1

trouver qu'une seule fois. Et on trouvera toûjours de la même sorte tous les divers nombres des permutations, qu'on voudra découvrir, & où nulle des choses ne sera répétée ou prise plusieurs fois.

5e *produit* 15120 *cinq à cinq*
par 4
6e *produit* 60480 *six à six*
par 3
7e *produit* 181440 *sept à sept*
par 2
8e *produit* 362880 *huit à huit*
par 1
9e *produit* 362880 *neuf à neuf*

I COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

16. *SI on vouloit seulement sçavoir le nombre des choix simples des choses, & de leurs permutations étant prises deux à deux.*

Le quarré même du nombre des choses résoudra la question. Comme pour sçavoir combien de divers nombres peuvent exprimer les 9 premiers chiffres étant pris seulement un à un, & deux à deux, & nul n'étant répété 2 fois. Le nombre 9 fois 9, ou 81, est celuy de tous ces divers nombres.

Et en effet parmi tous les 99 premiers nombres, qui sont tous ceux qu'on peut exprimer par un ou par deux chiffres, il y en 9 au juste où zéro se rencontre, & encore 9 au juste exprimez chacun par un même chiffre répété deux fois. De sorte qu'ôtant ces 18 nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, des 99 premiers nombres, il en reste au juste 81, qui sont tels qu'on suppose, ou qu'on les demande.

Nombres des choses	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
prises deux à deux	2.	6.	12.	20.	30.	42.	56.	72.	90.	110.	132.	156.	182.
sommes ou quarrez	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.	121.	144.	169.	196.

II COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

17. *ET si on vouloit seulement sçavoir le nombre des seules permutations des choses prises toutes ensemble.*

On ne prendroit que le dernier des produits qu'on auroit trouvé. Comme 362880, s'il y avoit 9 choses. Ou bien on prendroit dans la suitte des nombres qu'on expose ici de nouveau, & dont la formation a déja été expliquée [b] au 3e théorême, celuy qui répond au nombre des choses, comme 362880 qui répond au nombre des 9 choses. [b. 12.]

Nombres des choses.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Permutations.	1.	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.	362880.	3628800.

III COROLLAIRE.

18. *ET si on vouloit avoir les nombres des choix simples & de toutes les permutations possibles de diverses choses.*

On prendroit [b] aussi dans la suitte des nombres, qu'on expose ici, ce- [b. 14.]

luy qui répond au nombre des choſes. Et pour former & continuer aiſément cette ſuitte de nombres juſques où l'on voudra. On prendra 1 pour la commencer ; & luy ajoûtant 1, on aura 2 que l'on prendra 2 fois, & 4 ſera le ſecond des nombres ou la ſeconde ſomme. Et ajoûtant pareillement 1 à 4, & prenant 3 fois 5, on aura la 3e ſomme 15 ; à qui ajoûtant encore 1, & prenant 4 fois 16, on aura la 4e 64. Et pareillement 5 fois 65, ou 325, ſera la 6e. Et 7 fois 1957, ou 13699, ſera la 7e. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

Nombres des choſes.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Toutes les permutations poſſibles.	1.	4.	15.	64.	325.	1956.	13699.	109600.	986409.	9864100.

IV COROLLAIRE ET PROBLEME X.

19. *ET pour trouver par ordre toutes les permutations poſſibles de diverſes choſes.*

On écrira une fois chaque lettre aprés, & une fois avant chacune de celles qui la précédent ; ce qui formera déja toutes les permutations poſſibles des choſes priſes ſeulement deux à deux. Et on écrira enſuitte une fois chaque lettre aprés chacune, & une fois avant la premiére, dans chacune de ces permutations, dont toutes les lettres la précédent. Et reïtérant toûjours juſques à la fin de ſemblables opérations, on trouvera toutes les permutations des choſes qu'on propoſe. Les éxemples pourront fixer & éclaircir ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver toutes les permutations poſſibles des quatre choſes *a*, *b*, *c*, *d*. J'écris une fois *b* aprés, & une fois avant *a* ; & *c* une fois aprés, & une fois avant chacune des deux *a* & *b* ; & *d* une fois aprés, & une fois avant chacune des trois *a*, *b*, *c*. Ce qui me donne déja les permutations *ab*, *ba*, *ac*, *ca*, *bc*, *cb*, *ad*, *da*, *bd*, *db*, *cd*, *dc*. Et écrivant enſuitte une fois *c* aprés chaque lettre en rétrogradant, & une fois avant la premiére, dans chacune des deux premiéres de ces permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *c* ; & pareillement une fois *d* aprés chaque lettre, & une fois avant la premiére, dans chacune des 6 premiéres permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *d* ; je trouve les 24 permutations nouvelles *abc*, *acb*, *cab*, *bac*, *bca*, *cba*, *abd*, *adb*, *dab*, *bad*, *bda*, *dba*, *acd*, *adc*, *dac*, *cad*, *cda*, *dca*, *bcd*, *bdc*, *dbc*, *cbd*, *cdb*, *dcb*. Et écrivant enfin une fois *d* aprés, & une fois *d* avant chaque lettre, dans chacune des 6 premiéres de ces permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *d* ; je trouve les 24 autres permutations *abcd*, *abdc*, *adbc*, *dabc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *dacb*, *cabd*, *cadb*, *cdab*, *dcab*, *bacd*, *badc*, *bdac*, *dbac*, *bcad*, *bcda*, *bdca*, *dbca*, *cbad*, *cbda*, *cdba*, *dcba*.

COROLLAIRE ET II EXEMPLE.

POUR LES ANAGRAMMES.

20. ET ſi toutes les permutations ne ſont pas néceſſaires ; comme dans les Anagrammes & dans certains éxemples : On aura ſoin de retran-

SCD LYON 1

cher adroittement & par ordre toutes celles que l'on juge inutiles.

Pour trouver, par éxemple, les permutations des 8 mots latins de ce vers fait à la loüange de la tres-ſainte Vierge Mere de Dieu, où l'on pourra toûjours conſerver les meſures d'un vers hexametre; il faudroit écrire, & avec beaucoup d'embarras, plus de quatre cent trois pages d'écriture de cent vers chacune, pour avoir les 40320 permutations de ces mots pris tous enſemble, ou huit à huit; au lieu qu'on peut aſſez facilement réſoudre en cette ſorte une queſtion auſſi épineuſe qu'elle le paroît d'abord.

Cet éxemple ſuppoſe qu'on ſçache les régles communes de la Poëſie Latine pour un vers héxametre.

Tot tibi ſunt dotes VIRGO, quot ſydera cœlo.

Premierement comme le cinquiéme pied du vers doit être un dactyle, & le 6e un ſpondée; les ſeuls mots *ſydera* & *tibi* ſerviront au cinquiéme. Suppoſant donc que *ſydera* le forme; ce même mot *ſydera* occupera la 7e place, en mettant à la 8e un mot de deux ſyllabes différent de *tibi*, qui ne peut s'y trouver. Ou il occupera la 6e place, en mettant aux deux qui la ſuivent deux des mono-ſyllabes. Et *ſydera* occupant ainſi la 7e, ou 8e place; le terme *tibi* parcourrera ſucceſſivement toutes celles qu'il peut occuper. Et parce qu'il ne peut occuper la premiére, on le mettra d'abord à la ſeconde. Et ſuppoſant alors que *ſydera cœlo* occupent les deux derniéres; ſi *tot* mono-ſyllabe occupe la premiére, les quatre mots *ſunt dotes VIRGO quot* recevront 24 permutations. Et ſi l'on met *ſunt* pour *tot* à la 1ere place, les quatre *tot dotes VIRGO quot* ſeront auſſi permutez 24 fois. Et ſi l'on y met *quot*, les 4 *ſunt dotes VIRGO tot* ſeront encore permutez 24 fois. Et ſi l'on y met *VIRGO*, les 4 *ſunt dotes tot quot* recevront 24 permutations nouvelles. De ſorte que l'on aura déja 4 fois 24, ou 96 permutations utiles, en laiſſant *tibi* à la ſeconde place, & *ſydera cœlo* dans les deux derniéres. Et ſi l'on met à la 8e *dotes* pour *cœlo* il y en aura autant. Et ſi l'on y met *VIRGO*, il y en aura encore autant, excepté 24 qu'il faut retrancher, parce que *tibi* occupant la ſeconde, nul mot de deux ſyllabes excepté *VIRGO*, ne peut occuper la premiére. Ainſi *tibi* occupant la ſeconde, & *ſydera* la 7e, il y aura déja 3 fois 96 moins 24, ou 264 permutations, qui formeront chacune un vers héxamétre. On ſuppoſe que la meſure ou la juſte cadence du vers ne ſera pas rompuë, lorſqu'il n'y aura point de céſure aprés le ſecond pied, ou aprés le premier & aprés le troiſiéme, ainſi que l'éxactitude rigoureuſe des régles le preſcrit ordinairement.

1 2 3 4 5 6 7 8. 264.

Tot tibi ſunt dotes VIRGO, quot ſydera cœlo.

Et ſi on laiſſe *tibi* à la ſeconde place, & que *ſydera* ſoit mis à la 6e; on ne peut mettre à la 1ere que *VIRGO*, ou un mono-ſyllabe, ni qu'un mono-ſyllabe dans chacune des derniéres. Suppoſant donc *VIRGO* à la 1ere, & *tot ſunt* aux deux derniéres; les 3 mots *dotes cœlo quot* recevront 6 permutations. Et ſi on écrit à la 1ere *quot* pour *VIRGO*, les 3 *dotes cœlo VIRGO* recevront 6 autres permutations. Et ſi pour *tot ſunt* on écrit *ſunt tot*, on aura pareillement 2 fois 6, ou 12 permutations. Et ſi on écrit *quot* pour *tot*, il y en aura encore autant que toutes les précédentes, c'eſt à dire 2 fois 12, ou 24. Et pa-

SCD LYON 1

reillement 24, écrivant *quot* pour *sunt*. De sorte que *tibi* occupant la seconde place, & *sydera* la 6e; on aura 9 fois 24, ou 72 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 2e place.

72. 1 2 3 4 5 6 7 8.
VIRGO tibi dotes, cœlo quot sydera, tot sunt.

Si on avance donc *tibi* à la 3e, & qu'on remette aux deux derniéres *sydera cœlo*; on aura 6 permutations pour les trois mots *sunt dotes quot*; & encore 6, écrivant *tot* pour *VIRGO*. Et pareillement 2 fois 6, ou 12, si l'on met *sunt* pour *tot*; & 12 nouvelles, si l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 36 permutations. Et si l'on écrit *dotes* pour *VIRGO*, il y en aura 36 autres. Et encore autant que toutes les précédentes, c'est à dire 2 fois 36, ou 72, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*; & autant, ou 72, si l'on y met *dotes*.

Et si l'on met aux deux premiéres deux mots chacun de deux syllabes; les trois mono-syllabes recevront 6 permutations; & encore 6, écrivant *dotes* pour *cœlo*: & *VIRGO* occupera nécessairement alors la 2de. Et cela étant fait, on trouvera en tout 228 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 3e, que *sydera* ne retourne à la 6e, & que deux mono-syllabes n'occupent les deux derniéres.

228. 1 2 3 4 5 6 7 8.
VIRGO tot tibi sunt dotes, quot sydera cœlo.

Ecrivant donc *sydera quot sunt* dans les trois derniéres; on aura 2 permutations pour les mots *VIRGO tot*; & 2 pour les deux *dotes cœlo*; ce qui fait déja 2 fois 2, ou 4; & encore 4 écrivant *sunt* pour *quot*. Ce qui fait 8 en tout; & 8 nouvelles, écrivant *quot* pour *tot*; & encore 8, si l'on y écrit *sunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 24, ou 72.

Et si on écrit aux deux premiéres deux mots chacun de deux syllabes; *Virgo* occupera nécessairement la seconde. Si donc *dotes VIRGO* sont aux deux premiéres, & *quot sunt* dans les deux derniéres; *tot cœlo* donneront 2 permutations; & il y en aura deux autres, écrivant *sunt* pour *quot*; Ce qui fait déja 4. Et encore 4, écrivant *quot* pour *tot*; & 4 autres nouvelles, si l'on y met *sunt*. Ce qui fait 12 en tout. Et 12 autres, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Ce qui fait 2 fois 12, ou 24. De sorte que *tibi* occupant la 3e place, & *sydera* la 6e; il y aura 72 & 24, ou 96 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 3e place.

96. 1 2 3 4 5 6 7 8.
VIRGO tot tibi dotes, cœlo sydera quot sunt.

Si on avance donc *tibi* à la quatriéme, & que remettant aux deux derniéres les deux mots *sydera cœlo*, les trois *tot VIRGO dotes* occupent les trois premiéres; on aura 6 permutations pour ces trois *tot VIRGO dotes*; & 6 autres, écrivant *quot* pour *sunt*. Ce qui fait déja 12. Et 12 autres, écrivant *sunt* pour *tot*. Et encore 12, si l'on y écrit *quot*. Ce qui fait en tout 36. Et 36 nouvelles, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*; & encore 36, si l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 36, ou 108.

Et si *VIRGO* est à la 3e, & *tot sunt* aux deux premiéres; on aura pour

tot

tot ſunt deux permutations, *dotes & quot* occupant la 5e & 6e place. Et tranſpoſant *dotes* aprés *quot*, on aura 2 autres permutations. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *tot* pour *quot*. Ce qui fait 12 en tout. Et encore 12, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Ce qui fait en tout 2 fois 12, ou 24. Ainſi *tibi* occupant la 4e place, & *ſydera* la 7e; il y aura 108 & 24, ou 132 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 4e, que *ſydera* ne retourne à la 6e, & que deux mono-ſyllabes n'occupent les deux derniéres.

1 2 3 4 5 6 7 8. 132.

Tot VIRGO dotes tibi ſunt, quot ſydera cœlo.

Ecrivant donc *ſydera quot ſunt* dans les trois derniéres, & *tot VIRGO dotes* aux trois premiéres. On aura 6 permutations pour les trois mots *tot VIRGO dotes*; & 6 autres, écrivant *ſunt* pour *quot*. Ce qui fait déja 12. Et 12 autres, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*. Et encore 12, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait 36 en tout. Et encore 36, écrivant *quot* pour *tot*. Et 36 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 108 permutations utiles.

Et ſi *VIRGO* occupe la 3e, & *cœlo dotes* les deux premiéres; on aura deux permutations pour *cœlo dotes*. Et 2 autres, écrivant *ſunt* pour *quot*. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *quot* pour *tot*; & encore 4, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 12 en tout. Ainſi *tibi* occupant la 4e place, & *ſydera* la 6e, il y aura 108 & 12, ou 120 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 4e place. 120.

1 2 3 4 5 6 7 8

Tot VIRGO dotes tibi, cœlo ſydera quot ſunt.

Si on avance donc *tibi* à la cinquiéme, & que remettant aux derniéres *ſydera cœlo*, on écrive *dotes* à la 6e; les 4 premiers mots recevront 24 permutations. Et il y en aura encore 24, écrivant *VIRGO* pour *dotes*. Ce qui fait 48. Et encore 48, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*. Et 48 nouvelles, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait 144 en tout.

Et ſi *VIRGO* occupe la 4e, & *tot* la 6e; les 3 premiers mots recevront 6 permutations. Et il y en aura 6 autres, écrivant *quot* pour *tot*. Et encore 6, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait déja 18. Et encore 18, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Ce qui fait en tout 36. Ainſi *tibi* occupant la 5e place, & *ſydera* la 7e, il y aura 144 & 36, ou 180 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 5e place, que *ſydera* ne retourne à la 6e, & deux mono-ſyllabes dans les deux derniéres. 180.

1 2 3 4 5 6 7 8

Quot ſunt, VIRGO tot tibi dotes, ſydera cœlo.

Ecrivant donc *tibi, ſydera quot ſunt* pour la fin du vers; les quatre premiers mots recevront 24 permutations. Et il y en aura encore 24, écrivant *quot* pour *ſunt*. Ce qui fait déja 48. Et encore 48, écrivant *quot* pour *tot*. Et 48 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 144 en tout. Et *tibi* ne peut plus occuper la 5e place.

1 2 3 4 5 6 7 8 144.

Tot VIRGO dotes cœlo tibi, ſydera quot ſunt.

SCD LYON 1

Ecrivant donc *tibi* à la 6e, & remettant aux deux derniéres *ſydera cœlo*; on aura 120 permutations pour les 5 premiers mots. Et encore 120, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Et 120 nouvelles, ſi l'on y met *VIRGO*. Ainſi *tibi* occupant la 6e, & *ſydera* la 7e, il y aura 360 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 6e, que *ſydera* ne quitte la 7e, & que deux mono-ſyllabes n'occupent les deux derniéres, & encore un autre que le mot *ſydera* la 5e place. Ce qui oblige, laiſſant *tibi* à la 6e, de faire parcourir à *ſydera* ſucceſſivement chacune des 4 premiéres. Mais on ne peut l'écrire à la 4e, & *tibi* à la 6e, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la 5e.

360. 1 2 3 4 5 6 7 8
Quot, VIRGO dotes tot ſunt tibi, ſydera cœlo.

Ecrivant donc pour la fin du vers *ſydera quot, tibi ſunt tot*; on aura 6 permutations pour les 3 premiers mots; & 6 nouvelles écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *tot* pour *quot*. Et 12 autres, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 36 en tout. Et *ſydera* ne peut plus occuper la 4e place, que *tibi* n'avance à la 7e.

36. 1 2 3 4 5 6 7 8
Dotes VIRGO, cœlo ſydera quot, tibi ſunt tot.

Ecrivant donc *ſydera* à la 3e, & dans la 4e & 5e un mono-ſyllabe & un mot de deux ſyllabes, comme *quot cœlo*; on aura 2 permutations pour les 2 premiers mots. Et 2 autres, écrivant *quot* pour *cœlo*. Ce qui fait déja 4. Et encore 4, écrivant *ſunt* pour *tot*, ce qui fait 8. Et 8 nouvelles, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Et encore 8, ſi l'on y met *VIRGO*. Ce qui fait 24 en tout. Et encore 24, écrivant *tot* pour *quot*. Et 24 autres ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 24, ou 72. Et *tibi* demeurant à la 6e place, *ſydera* ne peut plus occuper la 3e. Et il ne peut auſſi occuper la 2de, qu'un mot de deux ſyllabes n'occupe la premiére.

72. 1 2 3 4 5 6 7 8
Dotes VIRGO, ſydera quot cœlo, tibi ſunt tot.

Ecrivant donc *dotes ſydera* au commencement, & *tibi ſunt tot* à la fin du vers; les 3 mots qui reſtent recevront 6 permutations. Et il y en aura 6 autres, écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Et 12 autres, ſi l'on y met *VIRGO*. Ce qui fait 3 fois 12, ou 36. Et 36 nouvelles, écrivant *tot* pour *quot*; & encore 36, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 36, ou 108. Et *tibi* demeurant encore à la 6e place, *ſydera* ne peut plus occuper que la premiére.

108. 1 2 3 4 5 6 7 8
Dotes, ſydera quot cœlo, VIRGO tibi ſunt tot.

Ecrivant donc *ſydera* à la 1ere place, & *tibi ſunt tot* à la fin du vers; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et 24 autres, écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 48. Et 48 nouvelles, écrivant *tot* pour *quot*. Et encore 48, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 48, ou 144. Et *ſydera* ne peut plus occuper aucune place, que *tibi* n'avance à la 7e.

144. 1 2 3 4 5 6 7 8
Sydera quot cœlo, VIRGO dotes tibi ſunt tot.

SCD LYON 1

Ecrivant donc *ſydera* à la 1ere place, & *tibi VIRGO* dans les deux derniéres ; on aura 120 permutations pour les 5 mots qui reſtent. Et 120 autres, écrivant *cœlo* pour *VIRGO*. Et encore 120, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 120, ou 360. Et *ſydera* ne peut plus occuper la premiére place, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la 8e, & *VIRGO* la 6e.

1 2 3 4 5 6 7 8 360.

Sydera quot cœlo, dotes tot ſunt tibi VIRGO.

Ecrivant donc encore *ſydera* à la premiére place, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers ; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et 24 nouvelles, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 24, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 72. Et *ſydera* ne peut plus occuper la premiére place. Et il ne peut plus occuper auſſi la ſeconde, qu'en mettant à la premiére un mot de deux ſyllabes.

1 2 3 4 5 6 7 8 72.

Sydera quot cœlo, dotes tot VIRGO tibi ſunt.

Ecrivant donc *cœlo ſydera* au commencement, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers ; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et encore 6, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Ce qui fait déja 12. Et 12 nouvelles, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 12, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 3 fois 12, ou 36 en tout.

1 2 3 4 5 6 7 8 36.

Cœlo ſydera quot, dotes tot VIRGO tibi ſunt.

Et écrivant encore *cœlo ſydera* au commencement, & *tibi VIRGO* à la fin du vers ; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et encore 24, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Ce qui fait déja 48. Et 48 nouvelles, écrivant *cœlo* pour *VIRGO*. Et 48 autres, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 48, ou 144. Et *ſydera* ne peut plus occuper la ſeconde place. Et il ne peut auſſi occuper la 3e, qu'en mettant un mono-ſyllabe dans chacune des deux premiéres, ou dans chacune un mot de deux ſyllabes.

1 2 3 4 5 6 7 8 144.

Cœlo ſydera quot, dotes ſunt tot tibi VIRGO.

Ecrivant donc *quot ſunt ſydera* au commencement, & *tibi VIRGO* à la fin du vers ; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et encore 6, écrivant *quot* pour *ſunt*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *quot* pour *tot*. Et 12 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 36 en tout. Et 36 autres, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Et encore 36, ſi l'on y met *cœlo*. Ce qui fait 3 fois 36, ou 108 en tout.

Et ſi l'on écrit *cœlo dotes* pour *quot ſunt*, on aura 6 permutations pour les 3 mots *quot ſunt tot*. Et encore 6, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Ce qui fait déja 12. Et 12 nouvelles, écrivant *cœlo* pour *VIRGO*. Et encore 12, ſi l'on y met *dotes*. De ſorte qu'il y aura en tout 108 & 3 fois 12, ou 144 permutations utiles. Et *ſydera* ne poura plus occuper la 3e place, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la derniére, & *VIRGO* la 6e.

1 2 3 4 5 6 7 8 144.

Quot ſunt ſydera cœlo, tot dotes tibi VIRGO.

SCD LYON 1

Ecrivant donc *tot*, *quot ſydera* au commencement, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura 2 permutations pour les 2 mots qui reſtent. Et 2 autres, écrivant *tot* pour *quot*. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 4, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 12 en tout. Et encore 12, écrivant *cœlo dotes* pour *tot quot*. Et ainſi il y aura 2 fois 12, ou 24 permutations utiles. Et *ſydera* ne pourra plus occuper la 3e place. Et il ne pourra pas occuper auſſi la 4e place, & un mono-ſyllabe la 8e; que Virgo n'occupe la 6e, & un mot de deux ſyllabes la 5e place.

24. 1 2 3 4 5 6 7 8
Tot, quot ſydera cœlo, dotes VIRGO tibi ſunt.

Ecrivant donc *ſydera*, *dotes VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et 6 autres, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et 12 nouvelles, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 36 en tout.

36. 1 2 3 4 5 6 7 8
Tot, cœlo quot ſydera, dotes VIRGO tibi ſunt.

Et écrivant *tibi VIRGO* à la fin du vers, & *ſydera* à la 4e place; un monoſyllabe comme *tot*, & un mot de deux ſyllabes comme *dotes*, occupent néceſſairement la 5e & 6e place. Ce qui donne 2 permutations. Et il y en a 2 autres, écrivant *quot* pour *tot*. Et 2 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait déja 6. Et encore 6, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*. Et 6 nouvelles, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 6, ou 18. Et 18 autres, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Ce qui fait 36. Et encore 36, écrivant *quot* pour *ſunt*. Et 36 nouvelles, ſi l'on y met *cœlo*. Ce qui fait 3 fois 36, ou 108. Et encore 108, écrivant *quot* pour *cœlo*. Et ainſi il y a 2 fois 108, ou 216 permutations. Et *ſydera* ne peut plus occuper la 4e place.

216. 1 2 3 4 5 6 7 8
Quot cœlo ſunt ſydera, tot dotes tibi VIRGO.

Si on avance donc *ſydera* à la 5e, & qu'un mot de deux ſyllabes occupe la 8e, comme *VIRGO*; un mono-ſyllabe comme *ſunt* occupe la 6e. Et alors on reçoit 24 permutations pour les 4 premiers mots. Et 24 autres, écrivant *quot* pour *ſunt*. Et encore 24, ſi l'on y met *tot*. Ce qui fait déja 72. Et 72 nouvelles, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Et encore 72, ſi l'on y met *cœlo*. Ce qui fait en tout 3 fois 72, ou 216.

216. 1 2 3 4 5 6 7 8
Tot dotes, quot cœlo ſydera, ſunt tibi VIRGO.

Enfin écrivant *ſydera*, *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura pour les 4 premiers mots 24 permutations. Et encore 24, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et 24 autres, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 72 permutations. Et parce que *ſydera* & *tibi* ont parcouru toutes les places en toutes les maniéres poſſibles, ou autant que les régles du vers héxamétre ont pû le permettre, ſans avoir pourtant égard aux céſures; il eſt viſible que l'on a découvert toutes les permutations utiles: & que ſi l'on raſſemble tous les nombres qu'on a découverts, leur ſomme entiére 3276 apprendra que parmi toutes les 40320 permutations poſſibles des 8 mots pris tous enſemble ou

SCD LYON 1

huit à huit, il s'en trouve au juſte 3276, dont chacune eſt un vers héxamétre. Et il en reſte 37044, dont aucune ne peut former de ces ſortes de vers.

Une partie conſidérable de la méthode obſervée pour ces vers peut être employée, pour éviter la pluſpart des permutations inutiles, lorſqu'on veut chercher des anagrammes.

1 2 3 4 5 6 7 8 *ſomme entiére* 3276

Tot dotes, cœlo quot ſydera, VIRGO tibi ſunt.

XI PROBLEME.

21. *POur trouver toutes les combinaiſons poſſibles de certaines choſes, dont quelques-unes ſont égales, ou les mêmes.*

On déſignera les mêmes par les mêmes lettres, & les autres par diverſes autres lettres; & prenant [b] tous les produits alternatifs de ces mêmes lettres; ou leur [c] nombre, ſi l'on n'en veut ſçavoir que le nombre; la queſtion ſera reſoluë. Et ſi l'on y veut ajoûter le nombre des diverſes choſes, on aura la ſomme entiére de tous les choix, & de toutes les combinaiſons poſſibles qu'elles peuvent fournir; en ſuppoſant toûjours que nulle ne puiſſe être plus de fois dans une combinaiſon qu'elle n'eſt propoſée.

b. 6. c. 7.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le nombre de tous les choix & des combinaiſons de 8 choſes *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, *d*, j'ajoûte 1 au nombre 2 des égales *a* & *a*. Et j'ai 3, que je prens 3 fois pour les trois égales *b*, *b*, *b*; & raſſemblant 3 & 9, j'auray 12, que je prendray 2 fois pour les égales *c* & *c*. Et raſſemblant encore 3, 9, 24, j'auray, 36 que je prendray ſeulement 1 fois pour la ſeule choſe *d*. Et tous ces nombres enſemble 3, 9, 24, 36, formeront le nombre 70; & 70 moins 1, ou 69, ſera le nombre des choix & des combinaiſons des 8 choſes propoſées.

SECOND EXEMPLE.

Et pour trouver celuy des choix & des combinaiſons des 14 choſes, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, *d*, *d*, *d*, aiant ajoûté 1 au nombre 5 des égales *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, on aura 6; & prenant ce nombre 4 fois pour les 4 égales *b*, *b*, *b*, *b*, on aura 24. Et raſſemblant 6 & 24, on aura 30, que l'on prendra 2 fois pour les deux égales *c* & *c*. Et raſſemblant 6, 24, 60, on aura 90, que l'on prendra 3 fois pour les 3 égales *d*, *d*, *d*. Et tous ces nombres enſemble, 6, 24, 60, 270, donneront 360. Et 360 moins 1, ou 359, eſt le nombre des choix & des combinaiſons des 14 choſes.

XII PROBLEME.

22. *ET pour trouver toutes les permutations de ces mêmes choſes dont certaines ſont égales ou les mêmes.*

On en cherchera toutes les [b] combinaiſons. Et chacune en particulier ſera [c] permutée autant de fois qu'on le pourra.

b. 21. c. 12.

XIII PROBLEME.

23. *ET pour trouver le nombre ſeul des permutations de ces mêmes choſes priſes toutes enſemble, comme lorſqu'on veut former des anagrammes.*

b. 17. On prendra chaque nombre des [b] permutations que recevroient les choſes ſemblables priſes toutes enſemble, ſi elles étoient toutes différentes; & enſuitte le produit de tous ces nombres. Et cherchant auſſi le nombre des permutations [b] des choſes propoſées, ſi elles étoient toutes différentes & priſes toutes enſemble; on diviſera ce nombre par le produit qu'on aura trouvé. Et l'expoſant réſoudra la queſtion. Les éxemples pourront éclaircir & fixer ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour ſçavoir combien de divers nombres on peut exprimer avec les chiffres 5, 5, 8, 8, 8, pris tous enſemble. Je prens 2 pour les permutations que recevroient 5 & 5, s'ils étoient différens; & 6 pour celles que recevroient 8, 8, 8, s'ils étoient auſſi tous différens; & le plan 12 des nombres 2 & 6, ou qui vaut 2 fois 6. Et prenant enſuitte 120, ou le nombre des permutations que recevroient 5, 5, 8, 8, 8, s'ils étoient différens; je diviſe 120 par 12, & l'expoſant 10 eſt le nombre de tous ceux que peuvent exprimer les 5 chiffres enſemble qu'on propoſe. Et ces 10 nombres différens ſont ceux-ci 55888, 58885, 88855 58858, 58588, 85885, 88585, 85858, 85588, 88558.

SECOND EXEMPLE.

Et pour ſçavoir combien de divers nombres on peut exprimer avec les 6 chiffres 4, 4, 5, 5, 8, 8, pris auſſi tous enſemble. Je prens 2 pour les permutations que recevroient 4 & 4, s'ils étoient différens. Et pareillement 2 pour les deux 5 & 5; & encore 2 pour les deux 8 & 8. Et le ſolide 8 de ces trois nombres 2, 2, 2. Et prenant enſuitte le nombre 720 des permutations de 6 diverſes choſes priſes toutes enſemble, à cauſe des 6 chiffres; je diviſe 720 par le ſolide 8. Et l'expoſant 90 marque combien on peut exprimer de nombres différens avec les 6 chiffres qu'on propoſe pris tous enſemble, ou 6 à 6. Et il y en aura 30 qui commenceront par 8; & 30 qui commenceront par 5; & 30 autres qui commencent par 4, & qui ſont ceux qu'on expoſe ici.

445588. 445858. 445885. 448558. 448585. 448855. 454588. 454858. 454885. 455488. 455848. 455884. 458458. 458485. 458548. 458584. 458845. 458854. 484558. 484585. 484855. 485458. 485485. 485548. 485584. 485845. 485854. 488455. 488545. 488554.

TROISIEME EXEMPLE.

Le Pére Taquet Jéſuite propoſe une régle en ces termes pour les permutations.

» Si dans le nombre déterminé des choſes quelques-unes ſont les mê-
» mes, comme ſi l'on donne ce terme *Ignatius* compoſé de 8 lettres, dont

deux *i* & *i* ſont les mêmes, le nombre des permutations ſera découvert par « cette régle du Pére Kircher. «

Que le nombre des permutations du tout ſoit diviſé par le nombre des « permutations qui peuvent recevoir les choſes ſemblables, & l'expoſant « donnera ce qu'on cherche. «

Les lettres, par éxemple, de ce terme *Ignatius* recevroient juſques à « 40380 diverſes permutations, ſi elles étoient toutes différentes. Mais par- « ceque deux *i* & *i* ſont les mêmes, & que 2 choſes différentes peuvent re- « cevoir deux permutations; on diviſera 40320 par 2, & l'expoſant 20160 « ſera le nombre de toutes les permutations poſſibles des 8 lettres, qui com- « poſent le nom *Ignatius*. «

Cette régle me paroît défectueuſe. Car ayant propoſé les ſix lettres *a*, *a*, *b*, *b*, *c*, *c*, Elles recevroient 720 permutations, ſi elles étoient toutes différentes. Et comme les deux *a* & *a* ſont les mêmes, & encore les deux *b* & *b* les mêmes, & les deux *c* & *c* pareillement les mêmes; ſi on veut que le nombre des permutations des lettres ſemblables, ou des mêmes lettres, ſoit 6 qui comprend 2 plus 2 plus 2 : Ayant diviſé 720 par 6, l'expoſant ſera 120. Et ſi on veut que le nombre des permutations des lettres ſemblables ſoit 9, parceque les trois *a*, *b*, *c*, reçoivent les 9 permutations *aa*, *ab*, *ac*, *ba*, *bb*, *bc*, *ca*, *cb*, *cc*. Ayant diviſé 720 par le nombre 9, l'expoſant ſera 80. Et cependant ni 120 ni 80 ne peut être le nombre qui réſout la queſtion. De ſorte que la régle de ces deux Auteurs ne peut ſervir qu'en certaines rencontres, comme lorſqu'une ſeule des lettres eſt priſe pluſieurs fois. Mais celle du Problême ſert généralement pour toutes ces ſortes de permutations.

XIV PROBLEME.

24. *Pour trouver toutes les combinaiſons de diverſes choſes, lorſque chacune peut revenir ou être priſe autant de fois qu'on voudra.*

On déſignera par une lettre chacune des choſes, & on multipliera la premiére par elle-même, & par chacune de celles qui la ſuivent, & la ſeconde par elle-même & par chacune de celles qui la ſuivent, & la 3e par elle-même & par chacune de celles qui la ſuivent. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera déja toutes les combinaiſons des choſes priſes deux à deux. Et enſuitte on multipliera tous ces divers plans par la premiére *a*. Et tous ceux, où n'eſt point la premiére par la ſeconde *b*. Et tous ceux, où n'eſt aucune des deux premiéres, par la 3e *c*. Et ceux, où n'eſt aucune des trois premiéres, par la 4e *d*. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera toutes les combinaiſons des choſes priſes trois à trois. Et on multipliera pareillement tous ces divers ſolides par la premiére *a*. Et tous ceux, où n'eſt point la premiére, par la ſeconde *b*. Et tous ceux, où n'eſt aucune des deux premiéres par la 3e *c*. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera toutes les combinaiſons poſſibles des choſes priſes quatre à quatre; qui ſerviront à leur tour de la même ſorte pour trouver celles de ces mêmes choſes priſes cinq à cinq. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

SCD LYON 1

EXEMPLE.

Pour trouver tous les divers mélanges que l'on pourroit faire avec divers grains ; comme de froment, de seigle, d'orge, d'avoine, en prenant de chaque espece tant & si peu qu'on voudra. Je nomme *a* chaque grain de froment, & *b* chacun des grains de seigle, & *c* chaque grain d'orge, & *d* chacun d'avoine. Et je multiplie *a* par *a*, & par *b*, & par *c*, & par *d*; & *b* par *b*, & par *c*, & par *d*; & *c* par *c*, & par *d*; & *d* par *d*. Et chacun des 10 plans *aa*, *ab*, *ac*, *ad*, *bb*, *bc*, *bd*, *cc*, *cd*, *dd*, par *a*; & chacun des 6, où n'est point *a*, par *b*; & par *c* chacun des trois, où n'est point *a*, ni *b*; & par *d* le seul *dd*, où n'est point *a*, ni *b*, ni *c*. Et chacune des 20 nouvelles combinaisons par *a*; & par *b* les 10, où n'est point *a*; & par *c* les 6, où n'est point *a*, ni *b*; & par *d* les 3, où n'est point *a*, ni *b*, ni *c*; & d^3 par *d*. Ce qui fournit 35 nouvelles combinaisons, qui servent à leur tour pour en trouver 56 nouvelles. Et ainsi de suitte jusqu'à l'infini. De sorte qu'il y a 10 mélanges possibles de ces sortes de grains pris seulement deux à deux. Et 20 possibles étant pris trois à trois. Et 35 quatre à quatre, &c.

4 choses (*a. b. c. d.* — *10 mélanges deux à deux* (*aa. ab. ac. ad. bb. bc. bd. cc. cd. dd.*

20 mélanges trois à trois { a^3 *aab. aac. aad. abb. abc. abd. acc. acd. add.* b^3. *bbc. bbd. bcc. bcd. bdd.* c^3. *ccd. cdd.* d^3.

35 mélanges quatre à quatre { a^4. a^3b. a^3c. a^3d. *aabb. aabc. aabd. aacc. aacd. aadd.* ab^3. *abbc. abbd. abcc. abcd. abdd.* ac^3. *accd. acdd.* ad^3. b^4. b^3c. b^3d. *bbcc. bbcd. bbdd.* bc^3. *bccd. bcdd.* bd^3. c^4. c^3d. *ccdd.* cd^3 d^4.

COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

25. *ET pour connoître les nombres seuls de ces sortes de combinaisons, où chaque chose peut être prise ou revenir plusieurs fois.*

On choisira dans la seconde Table le rang perpendiculaire, ou l'ordre des nombres, dont la seconde cellule renferme le nombre des choses proposées. Et la même cellule ou le même nombre sera celuy des choix simples des choses; & la suivante ou troisiéme du même ordre, ou du même rang perpendiculaire, sera celuy de leurs combinaisons étant prises deux à deux. Et la 4e, de leurs combinaisons étant prises à trois. Et la 5e, de leurs combinaisons étant prises quatre à quatre. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

EXEMPLE.

Pour sçavoir le nombre des combinaisons des 4 choses *a*, *b*, *c*, *d*, répétées comme dans les mélanges autant de fois qu'on voudra. Je prens le 4e rang perpendiculaire, où 4 est dans la seconde cellule. Et ce nombre 4, qui est le second des nombres du 3e ordre, est celuy des choix simples des choses proposées. Et le suivant ou 3e 10 du même ordre, celuy de leurs 10 mélanges étant prises deux à deux, en répetant les mêmes si l'on veut. Et le 4e 20, de leurs mélanges semblables étant prises trois à trois. Et le 5e 35, de leurs

leurs mélanges quatre à quatre, & le 6e 56, étant prises cinq à cinq. Et le 7e 84, étant prises six à six. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

4 choses mélangées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.
	à	à	à	à	à	à	à	à	à	à
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Nombres des combinaisons	1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	165.	220. 286.

Et s'il y avoit 5 choses, on prendroit de la même sorte les nombres du 4e ordre dont 5 est le second. Et comme on peut augmenter jusqu'à l'infini tous les divers mélanges de ces mêmes choses, les divers nombres de combinaisons peuvent être aussi continuez jusques à l'infini.

5 choses mélangées	1	2	3	4	5	6	7	8	
	à	à	à	à	à	à	à	à	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	&c.
Nombres des combinaisons	1.	5.	15.	35.	70.	126.	210.	330.	495. &c.

XVI PROBLEME.

26. *Et pour trouver enfin toutes les permutations possibles de ces sortes de choses, dont chacune peut estre prise ou revenir autant de fois qu'on voudra.*

On désignera aussi chacune par une lettre, & on appliquera successivement chaque lettre avant chacune: Ce qui donnera déja toutes les permutations des choses prises deux à deux. Et ensuitte on appliquera successivement chaque lettre avant chacune de ces permutations: Ce qui donnera aussi toutes les permutations des choses prises trois à trois. Et on appliquera en même sorte chaque lettre avant chacune de ces permutations: Ce qui fournira toutes celles des choses prises quatre à quatre; qui serviront à leur tour de la même sorte, pour trouver toutes celles de ces mêmes choses prises cinq à cinq. Et ainsi du suitte jusques à l'infini. L'exemple qu'on propose pourra fixer & éclaircir ces régles.

Exemple.

Pour trouver toutes les permutations possibles des cinq voyelles, *a*, *e*, *i*, *o* *v*, répétées ou prises chacune autant de fois qu'on voudra. J'écris avant chacune la premiére *a*, & ensuitte la seconde *e*, & pareillement la troisiéme *i*, & aussi la quatriéme *o*, & à son tour la cinquiéme *v*. D'où je tire 5 fois 5, ou 25 permutations de ces voyelles prises seulement deux à deux. Et écrivant *a* de de la même sorte avant chacune de ces permutations, & ensuitte *e*, & à son tour la troisiéme *i*, & pareillement *o*, & aussi la cinquiéme ou la derniere *v*; je trouve 5 fois 25, ou 125 permutations des 5 voyelles prises trois à trois, qui en fournissent à leur tour & de la même sorte 5 fois 125, ou 625 des mêmes voyelles prises quatre à quatre. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

Voyez la page suivante.

5 voyelles (a, e, i, o, v.

25 permutations deux à deux.

aa. ae. ai. ao. av. ea. ee. ei. eo. ev. ia. ie. ii.
io. iv. oa. oe. oi. oo. ov. va. ve. vi. vo. vv.

125 permutations trois à trois.

a^3. aae. aai. aao. aav. aea. aee. aei. aeo. aev. aia. aie. aii.
aio. aiv. aoa. aoe. aoi. aoo. aov. ava. ave. avi. avo. avv.
eaa. eae. eai. eao. eav. eea. e^3. eei. eeo. eev. eia. eie. eii.
eio. eiv. eoa. eoe. eoi. eoo. eov. eva. eve. evi. evo. evv.
iaa. iae. iai. iao. iav. iea. iee. iei. ieo. iev. iia. iie. i^3.
iio. iiv. ioa. ioe. ioi. ioo. iov. iva. ive. ivi. ivo. ivv.
oaa. oae. oai. oao. oav. oea. oee. oei. oeo. oev. oia. oie. oii.
oio. oiv. ooa. ooe. ooi. o^3. oov. ova. ove. ovi. ovo. ovv.
vaa. vae. vai. vao. vav. vea. vee. vei. veo. vev. via. vie. vii.
vio. viv. voa. voe. voi. voo. vov. vva. vve. vvi. vvo. v^3.

&c.

COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

27 ET pour trouver les nombres seuls de ces permutations de diverses choses, dont chacune peut être prise ou répétée autant de fois qu'on voudra. Celuy des choses sera le nombre des choix simples que l'on en peut faire. Et la seconde puissance, ou le quarré de ce même nombre, sera celuy de toutes les permutations des choses prises seulement deux à deux. Et la 3e puissance, ou le cube de ce nombre des choses, celuy de leurs permutations étant prises trois à trois. Et sa 4e, ou 5e, ou 6e, ou 7e puissance; de leurs permutations étant prises quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, ou sept à sept; & ainsi de suitte jusques à l'infini.

PREMIER EXEMPLE.

Pour sçavoir combien les 10 chiffres pris un à un, deux à deux, trois à trois, & ainsi de suitte jusques à dix à dix, peuvent exprimer de différens nombres, chacun d'eux étant répété. Le nombre 10 sera celuy des choix simples des 10 chiffres. Et son quarré 100 de leurs permutations deux à deux. Et le cube 1000 de leurs permutations étant pris trois à trois. Et 10000 quatre à quatre. Et 100000 cinq à cinq. Et 1000000 six à six. Et 10000000 sept à sept. Et 100000000 huit à huit Et 1000000000 neuf à neuf. Et 10000000000 dix à dix. Et rassemblant tous ces divers nombres, leur somme entiére 11111111110 est le nombre des choix simples & des permutations des chiffres pris un à un, & deux à deux, & trois à trois, & ainsi de suitte jusques à dix à dix. Mais comme entre dix, ou de dix en dix, il s'en trouve un qui commence par 0; si on divise ce nombre par 10, & que l'exposant 1111111111 en soit retranché, le reste 9999999999 sera le nombre de tous les divers nombres que peuvent exprimer les 10 chiffres étant pris comme on le suppose. Et en effet depuis 1 jusques au nombre 10000000000,

SCD LYON 1

qui est le moindre de tous les nombres exprimez par onze caractéres, il y en a au juste jusques à 9999999999, qui ne peuvent être exprimez par plus de dix caractéres.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver toutes les permutations des 24 lettres répétées & prises deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre, & ainsi de suitte jusques à 24 à 24. On prendra premiérement 24, & ensuitte son quarré 576, & son cube 13824, & ses puissances 4e, 5e, 6e, 7e, & autres consécutives, jusques à la 24e. Et rassemblant tous ces divers nombres, leur somme entiére 1391724288887252999425128493402200 marquera le nombre des choix simples & des permutations des 24 lettres prises & répétées ainsi qu'on le suppose. Et ce nombre est si vaste, quoi qu'il ne remplisse pas une ligne entiére, que si toutes les minutes du temps compris depuis la Création du Monde jusques à plus de cent mille ans d'ici, étoient changées chacune en mille millions de fois cent mille millions de siécles; il y auroit encore moins de siécles dans toute cette affreuse durée, qu'il n'y auroit de permutations des 24 lettres dans la supposition. Car tout le nombre des siécles immenses dont je parle, en supposant même déja 10 mille ans écoulez jusqu'à nous depuis la Création du Monde, quoi qu'il n'y en ait pas encore 6000, monteroit à un nombre B, que le nombre ou la somme entiére des permutations surpasse encore du grand nombre C.

choix simples 24
deux à deux 576
trois à trois 13824
quatre à quatre 331776
cinq à cinq 7962624
six à six 191102976
sept à sept 4586471424
huit à huit 110075314176
neuf à neuf 2641807540224
dix à dix 63403380965376
onze à onze 1521681143169024
douze à douze 36520347436056576
treize à treize 876488338465557824
quatorze à quatorze 21035720123168587776
quinze à quinze 504857282956046106624
seize à seize 12116574790945106558976
dix-sept à dix-sept 290797794982682557415424
dix-huit à dix-huit 6979147079584381377970176
dix-neuf à dix-neuf 167499529910025153071284224
ving à ving 4019988717840603673710821376
ving-un à ving-un 96479729228174488169059713024
ving-deux à ving-deux 2315513501476187716057433112576
ving-trois à ving-trois 55572324035428505185378394701824
ving-quatre à ving-quatre 1333735776850284124449081472843776

somme entiére 1391724288887252999425128493402200 A
ôter 57816000000000000000000000000000 B
reste 81356428888725299942512849340220 0 C

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE SIXIEME.

DE LA DIVISION GENERALE *DES GRANDEURS.*

DEFINITIONS.

JE nomme *grandeur entiére* toute grandeur où l'on ne conçoit aucun partage, & même chacun des nombres entiers.

Et j'appelle *diviſeur entier*, ou ſimplement *diviſeur* ou *meſure* d'un nombre ou d'une grandeur entiére, chaque nombre entier qui peut diviſer au juſte le nombre, ou chaque grandeur entiére qui peut diviſer la grandeur éxactement & ſans reſte, & même l'unité. Ainſi 1 & 2 & 3 & 6 ſeront chacun un diviſeur ou une meſure du nombre 6; parce qu'il y a 6 fois 1 au juſte dans 6, & auſſi 2 fois 3, & encore 1 fois 6. Et pareillement $1, a, b, ab$, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur ab; parceque diviſant ab par 1, l'expoſant eſt ab; & le diviſant par b, l'expoſant eſt a; & le diviſant par ab, l'expoſant eſt 1. Et pareillement $1, a+b, a-b, aa-bb$, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur $aa-bb$; puiſque diviſant $aa-bb$ par 1, & par $a+b$, & par $a-b$, & par $aa-bb$; le premier expoſant eſt $aa-bb$, & le ſecond $a-b$, & le troiſiéme $a+b$, & le quatriéme 1.

SCD LYON 1

Et je nommerai auſſi *diviſeur commun* ou *meſure commune* de divers nombres, ou de diverſes grandeurs entiéres, tout nombre entier qui pourra diviſer chacun des divers nombres, ou toute grandeur entiére qui pourra diviſer chacune des diverſes grandeurs éxactement & ſans aucun reſte. Ainſi 1, 2, 3, 6, ſont chacun un diviſeur commun, ou une meſure commune des deux nombres 18 & 24; parce qu'on trouve en 18 qu'il y a au juſte 18 fois 1, & 9 fois 2, & 6 fois 3, & 3 fois 6; & dans 24 qu'il y a pareillement au juſte 24 fois 1, & 12 fois 2, & 8 fois 3, & 4 fois 6. Et par la même raiſon 1 & 5 ſont chacun une meſure commune, ou un diviſeur commun des trois nombres 10, 15, 25. Et pareillement 1 & *a* ſont chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des trois diverſes grandeurs *abc*, *abd*, *abe*. Et 1 & $a+b$ des diviſeurs communs des grandeurs $aa+2ab+bb$ & $aa-bb$ & $aa+2ab+bb+ac+bc$.

Je nommerai *nombres ſimples* ou *premiers*, ceux qu'on ne peut diviſer au juſte ou ſans reſte par aucun autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité; comme chacun des dix 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Et tous les autres, ou ceux qui peuvent être diviſez ſans reſte par un autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité, ſeront nommez *des nombres compoſez*; comme chacun des douze 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

Et on dit auſſi que ces nombres compoſez ſont *multiples* de leurs diviſeurs. Et qu'ils ſont *doubles*, s'ils les contiennent au juſte 2 fois. Et *quadruples*, ou *quintuples*, ou *ſextuples*, ou *ſeptuples*, ou *décuples*; ſi c'eſt 4 fois, ou 5 fois, ou 6 fois, ou 7 fois, ou 10 fois.

Et les diviſeurs ſont auſſi nommez *ſoûmultiples* de ceux qu'ils diviſent ſans reſte. *Soûdoubles* ou leurs *moitiez*, s'ils s'y trouvent au juſte 2 fois. Et *ſoûtriples* ou *tiers*, ſi c'eſt 3 fois au juſte. Et *ſoûquadruples* ou *quarts*, ſi c'eſt 4 fois. Et *ſouſquintuples*, *ſouſſextuples*, *ſouſſeptuples*, *ſoudécuples*; ſi c'eſt 5 fois, ou 6 fois, ou ſept fois, ou 10 fois, &c. Ou plus ſimplement *cinquiémes*, *ſixiémes*, *ſeptiémes*, *dixiémes*. Et pour les autres pareillement *huitiémes*, *neuviémes*, *onziémes*, *douziémes*, & ainſi du reſte juſques à l'infini.

On nomme *nombres pairs* tous ceux que 2 peut diviſer ſans reſte. Et *pairement pairs* ceux que 2 fois 2, ou 4, diviſe auſſi ſans reſte. Et tous ceux, que 2 ne peut diviſer ſans reſte, ſont nommez *nombres impairs*. Et on nomme encore *nombres pairement impairs*, tous ceux qui peuvent être au juſte diviſez par 2, & ne le peuvent être au juſte ou ſans reſte par 4.

Nombres pairs	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	20.	22.	24.	26.
pairement pairs		4.		8.		12.		16.		20.		24.	
Nombres impairs	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.
pairement impairs	2.		6.		10.		14.		18.		22.		26.

SCD LYON 1

Je nommerai encore en général *grandeur simple* toute grandeur littérale & linéaire. Et grandeur *composée* toute autre, ou plane, ou solide, ou de divers degrez. Ainsi les grandeurs $a, b, a+b, a-b$, seront nommées simples, & les grandeurs $ab, ab+ad, ab+cd, a^3-b^3$ seront appellées composées.

Si divers nombres n'ont point de diviseur commun autre que l'unité, on dit qu'ils sont *premiers entr'eux*, quoi qu'ils soient souvent composez en eux-mêmes. Ainsi les nombres 2 & 9 sont premiers entr'eux, quoique 9 soit composé. Et pareillement les deux 6 & 13 sont premiers entr'eux. Et aussi les trois 2, 6, 25, quoique 2 & 6 aient un diviseur commun 2. Et les quatre 8, 15, 35, 49, sont premiers entr'eux.

Mais si deux nombres ont un diviseur commun ou une mesure commune autre que l'unité; on dit qu'ils sont *composez entr'eux*, quoique souvent l'un d'entr'eux soit un nombre simple. Ainsi les nombres 3 & 6 sont composez entr'eux, quoique 3 soit un nombre simple. Et pareillement les deux 5 & 10 sont composez entr'eux. Et aussi les trois 2, 12, 18. Et les quatre 6, 18, 9, 15.

Et je dirai pareillement que les grandeurs sont *premières entr'elles*, si elles n'ont aucun diviseur commun excepté l'unité. Et qu'elles sont *composées entr'elles*, si elles en ont quelque autre. Ainsi les grandeurs *ab* & *cd* sont premiéres entr'elles; & les deux *a* & *ab* sont composées entr'elles.

Un nombre est appellé *parfait*, lorsqu'il est parfaitement égal à tous ses diviseurs ensemble, qui sont moindres que luy. Comme 6 qui est parfaitement égal à tous ses diviseurs ensemble 1, 2, 3.

I COROLLAIRE.

1. TOute grandeur peut être divisée sans reste par elle-même; puis qu'elle est toûjours au juste une fois dans elle-même.

II COROLLAIRE.

2. LE plus grand diviseur entier de chaque grandeur est la grandeur même; puis qu'elle n'en peut [b] jamais contenir au juste une autre plus grande.

[b. 6. 1.]

III COROLLAIRE.

3. LE moindre diviseur d'un nombre est toûjours l'unité; puis que tout autre diviseur entier est toûjours un nombre, qui contient [b] au juste plusieurs unitez.

[b. *définition.*]

IV COROLLAIRE.

4. LE plus grand diviseur commun de deux ou de plusieurs nombres ne surpasse jamais le [b] moindre de ces nombres, ni l'unité le plus petit [c] de leurs diviseurs communs.

[b. 2.] [c. 3.]

SCD LYON 1

V COROLLAIRE.

5. SI un nombre *a* mesure ou divise sans reste un autre nombre *z*, il est le plus grand diviseur commun des deux *a* & *z*; parce qu'il est diviseur [b] de luy-même, & qu'il n'en peut point [c] avoir un plus grand.

a. z. b. 1.
3. 12. c. 2.

VI COROLLAIRE.

6. SI deux nombres *a* & *z* sont composez entr'eux, & *a* un nombre simple; il est luy-même un [c] diviseur de *z*. Puisque le nombre simple *a*, par la [b] supposition, ne peut avoir aucun diviseur que luy-même ou l'unité; ni par conséquent les deux *a* & *z* aucun diviseur commun que le nombre *a* ou 1.

a. z. b. *définition.*
3. 12. c. 5.

VII COROLLAIRE.

7. SI deux nombres *a* & *z* sont premiers entr'eux, & qu'un nombre *g* mesure l'un sans reste; ce même *g* est [b] premier à l'égard de l'autre. Puis qu'aucun nombre, autre que l'unité, n'en peut [b] mesurer deux qui sont premiers entr'eux.

b. *définition.*

a. z. g. *a. z. g.*
6. 25. 3. 6. 25. 5.

VIII COROLLAIRE.

8. SI un nombre simple *a* ne peut diviser un nombre *y* sans reste; ces deux nombres *a* & *z* sont premiers entr'eux. Puisque le nombre *a* n'a point [b] de diviseur que luy-même ou l'unité, ni les deux *a* & *z* par conséquent que l'unité seule pour mesure commune.

b. *définition.*

a. z.
3. 16.

IX COROLLAIRE.

9. SI une grandeur *a* mesure ou divise sans reste une autre grandeur *z*, & que la grandeur *z* en mesure aussi sans reste une troisiéme *y*; la premiére *a* mesure ensuitte la troisiéme *y*.

Car nommant *b* l'exposant entier de la division de *z* par *a*; le produit *ab* du diviseur *a* par l'exposant *b* est [b] égal à la grandeur *z*, & peut aussi diviser au juste la grandeur *y*. Si donc *c* est l'exposant de la division de la grandeur *y* par *ab*, ou par *z*; le produit *abc* du diviseur *ab* par l'exposant *c* est [b] égal à la grandeur *y*. Comme donc *a* mesure *abc* sans reste, ou que l'exposant *bc*, qui est un produit des grandeurs entiéres *b* & *c*, est une grandeur entiére, la 1ere grandeur *a* mesure aussi la 3e *y* au juste ou sans reste.

3. 6. 30. 2. 5. 10. b. 18. 2.
a. z. y. b. c. bc.
ab. abc.

X COROLLAIRE.

10. SI un nombre *a* divise au juste un nombre *z*, & qu'un nombre *b* divise encore au juste l'exposant *y*, & un nouveau *c* l'exposant *x*, & un quatriéme *d* l'exposant *v*, & que le dernier exposant *e* soit aussi divisé par luy-même; le nombre *z* est égal au produit *abcde* des diviseurs succes-

SCD LYON 1

sifs, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & peut avoir pour diverseur chacun de ces mêmes nombres, & chacun de leurs divers produits alternatifs.

b. 18. 2. Car le produit *de* du diviseur *d* par le dernier exposant *e*, est égal [b] aupénulme *v*. Et pareillement le produit *cv*, ou *cde*, du diviseur *c* par *v*, ou par *de*, égal [b] au pénultiéme exposant *x*. Et le produit *bx*, ou *bcde*, est [b] égal à l'exposant *y*. Et le produit *ay*, ou *abcde*, du diviseur *a* par *y*, ou par *bcde*, est égal [b] au nombre même *z*. Et les cinq diviseurs successifs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & leurs 10 plans alternatifs *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *bc*, *bd*, *be*, *cd*, *ce*, *de*; & leurs 10 solides alternatifs *abc*, *abd*, *abe*, *acd*, *ace*, *ade*, *bcd*, *bce*, *bde*, *cde*; & leurs cinq sursolides alternatifs *abcd*, *abce*, *abde*, *acde*, *bcde*; & le

c. 9. produit même entier *abcde*; sont chacun un diviseur [c] éxact du nombre *abcde*, ou de *z* qui est le même.

abcde. bcde. cde. de. e. 1.
z. y. x. v. e.
2310. 770. 154. 77. 11. 1.
3. 5. 2. 7. 11.
a. b. c. d. e.

ab. ac. ad. ae. bc. bd. be. cd. ce. de.
15. 6. 21. 33. 10. 35. 55. 14. 22. 77.
abc. abd. abe. acd. ace. ade. bcd. bce. bde. cde.
30. 105. 165. 42. 66. 231. 70. 110. 385. 154.
abcd. abce. abde. acde. bcde. *abcde.*
210. 330. 1155. 462. 770. 2310.

XI COROLLAIRE.

11. TOut nombre entier *z* est divisible par un nombre simple.

b. 1. Car s'il est simple, il se peut diviser luy-même [b] au juste & sans reste. Et s'il est composé; un de ses diviseurs, comme *y*, est simple ou composé; si ce diviseur est simple, c'est ce que l'on prétend. Et s'il est composé, un de ses diviseurs, comme *y*, qui est moindre que luy, est simple ou composé. Et s'il est encore composé; un des siens, comme *x*, moindre encore que luy est pareillement ou simple ou composé. Et comme on ne peut pas reïtérer de semblables raisonnemens plus de fois qu'il y a d'unitez dans *y* ou dans *x*, il en faudra venir enfin à un dernier diviseur comme *t* moindre que chacun de ceux qui l'auront précédé, & qui n'aura point d'autre diviseur que luy-même ou l'unité, ou qui sera simple. Mais ce nombre *t* étant un diviseur du diviseur *v*,

c. 9. est aussi un [c] diviseur du précédent *x* que le pénultiéme *v* mesure. Et comme *x* mesure encore le diviseur *y*, & *y* le premier nombre *z*, le nombre simple *t* mesure [c] au juste *y*, & [c] l'autre *z* ensuitte que l'on a proposé.

z. y. x. v. t. 1.
2310. 770. 154. 77. 11. 1.

XII COROLLAIRE.

12. SI deux nombres *a* & *z* sont composez entr'eux; quelque nombre simple en peut être un diviseur commun. Parce que tout diviseur commun *g* des nombres *a* & *z* aura pour mesure

a 11. quelque [a] nombre simple *e* ou *t*, qui mesure aussi

b. 9. chacun [b] de ces mêmes *a* & *z*.

a. z. g. e. t.
12. 30. 6. 2. 3.

XIII COROLLAIRE.

13. SI deux nombres n'ont aucun diviseur commun qui soit simple, ils sont premiers entr'eux. Puisque tous ceux qui ne sont point premiers

miers entr'eux, ou qui ſont compoſez entr'eux, peuvent avoir [b] quelque nombre ſimple pour diviſeur commun. b. 12.

XIV COROLLAIRE.

14. SI un nombre *a* meſure chacune des parties z & y d'un nombre; il meſure auſſi ce même nombre entier $z + y$. Car ſi *b* eſt l'expoſant entier de la partie z diviſée ſans reſte par *a*, & *c* l'expoſant entier de l'autre partie y auſſi diviſée par *a*; le produit *ab* eſt [b] égal à la partie z, & le produit *ac* à la [b] partie y, & tout le nombre $ab + ac$ égal [c] au nombre entier z & y. Mais le diviſeur *a* meſure au juſte $ab + ac$, puiſque l'expoſant $b + c$ eſt un nombre entier. Et par conſéquent le même diviſeur *a* meſure auſſi $z + y$ ſans reſte. b. 18. 2. c. 9. 1.

$ab + ac.$
$a.\ b.\ \ z + y.\ c.\ b + c.$
$3.\ 5.\ 15 + 6.\ 2.\ 5 + 2 \text{ ou } 7$

XV COROLLAIRE.

15. SI un nombre *a* meſure une partie z d'un certain nombre x, & qu'il n'en puiſſe meſurer l'autre partie $x - z$ qui reſte; il ne [a] peut meſurer au juſte ce même nombre x. Puiſque s'il le pouvoit, il meſureroit [b] auſſi la partie $x - z$ qui reſte. Ce qui repugne à la ſuppoſition. a. 16. 1. b. 14.

$a.\ z.\ x.\ \ x - z$
$3.\ 21.\ 31.\ \ 31 - 21 \text{ ou } 10.$

XVI COROLLAIRE.

16. SI un nombre *a* meſure un nombre x & ſa partie y; il meſure auſſi la partie $x - y$ qui reſte. Car ſi *d* eſt l'expoſant du nombre x diviſé par *a*, & *b* l'expoſant de la partie y auſſi diviſée par *a*; le produit *ad* eſt égal [b] au nombre x, & le produit *ab* égal à la [b] partie y. Et $ad - ab$ égale à la [c] partie $x - y$ qui reſte. Et par conſéquent *a*, qui meſure au juſte $ad - ab$, puiſque l'expoſant $d - b$ eſt un nombre entier, doit auſſi meſurer ſans reſte la partie $x - y$. b. 18. 2. c. 10. 1.

$a.\ x.\ y.\ \ x - y.\ d - b.$
$3.\ 21.\ 15.\ \ 21 - 15.\ 7 - 5.$
$ad - ab.$

XVII COROLLAIRE.

17. SI deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux; chacun eſt premier à l'égard de la ſomme $b + c$ des deux. Car nul diviſeur de *b* ne pouvant [b] eſtre un diviſeur de *c*, ſi ce n'eſt l'unité, nul auſſi que l'unité ſeule ne peut meſurer au juſte [c] la ſomme $b + c$, ou être un diviſeur commun des deux nombres *b* & $b + c$. Et nul nombre par la même raiſon ne peut être un diviſeur commun des [c] deux *c* & $b + c$, ſi ce n'eſt l'unité. b. *ſuppoſition.* c. 14.

$b.\ c.\ \ b + c.$
$31.\ 7.\ 31 + 7 \text{ ou } 39.$

XVIII COROLLAIRE.

18. SI deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux, & qu'on ôte une ou pluſieurs fois le moindre *c* de *b*, autant de fois, par éxemple, qu'il

y a d'unitez dans *a*; le nombre *c* & le reſte *d* ſont premiers entr'eux. Car s'ils étoient compoſez entr'eux, ou qu'un nombre *e* pût être leur diviſeur com-
b. 9. mun; ce même diviſeur *e* meſureroit auſſi [b] tous les nombres *c* exprimez par
c. 14. *ac*, qu'on auroit pris dans *b*: & par une ſuitte néceſſaire, [c] il meſureroit tout le nombre *b*, ou chacun des deux *b* & *c* qui ſont premiers entr'eux. Ce qui répugne à la ſuppoſition. Et par conſéquent *c* & *d*
d. 16. 1. ſont [d] premiers entr'eux.

b. c. a. b — ac. e
31. 7. 3. 31 — 21 *ou* 10. 1.
d.

I THEOREME.

19. SI deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux; leur produit *bc* eſt le plus petit nombre que l'un & l'autre puiſſe diviſer au juſte ou ſans reſte.

Demonstration.

Soit *z* le plus petit des nombres que *b* & *c* meſurent l'un & l'autre ſans reſte, & *c* le moindre des deux *b* & *c*. Afin que *c* meſure les nombres *b* tous enſemble que *z* comprend au juſte, il faut que *c* étant pris dans chacun de ces nombres *b* autant de fois qu'il s'y peut trouver, les reſtes *d* puiſſent
b. 9 & 15. encore être tous enſemble [b] meſurez par *c*, ou que *c* & *d* meſurent l'un & l'autre la ſomme *y* de tous ces reſtes *d*. Et chaque *b* qui eſt dans *z* fourniſſant une fois *d* pour *y*, il eſt clair que *b* eſt au juſte autant de fois dans
c. 18. *z* que *d* dans *y*. Mais *c* & *d*, qui peuvent chacun meſurer *y*, ſont [c] premiers entr'eux. Et *d* qui meſure au juſte les nombres *c* tous enſemble que comprend *y*, étant pris dans chacun de ces nombres *c* autant de fois qu'il s'y peut trouver, meſure [b] encore la ſomme *x* de tous les reſtes *e*. Et chaque *c* qui eſt dans *y* fourniſſant auſſi une fois *e* pour *x*, il eſt clair que *c* eſt au juſte autant de fois dans *y* que le nombre *e* dans *x*. Et continuant de la même ſorte juſqu'au dernier reſte qui eſt toûjours 1, comme ici juſqu'au dernier reſte *f*; le nombre *e* qui meſure au juſte les nombres *d* tous enſemble que comprend *x* au juſte, meſure [c] encore la ſomme *v* de tous les reſtes *f*. Et *d* eſt dans *x* autant de fois au juſte que le nombre *f* dans *v*.

Mais il eſt évident que l'unité *f* n'eſt pas moins de fois dans *v* que dans *e* qui meſure *v* au juſte. Et ainſi *d* qui eſt dans *x* autant de fois au juſte que le nombre *f* dans *v*, n'eſt pas moins de fois dans *x* que l'unité dans *e*, ou
d. 8. 2. que *d* même dans le produit *de*, puiſque *d* eſt dans *de* autant de fois [d] au juſte qu'il y a d'unitez *f* dans *e*. Donc *x* n'eſt pas moindre que *de*, ni *e* par conſéquent moins de fois dans *x* que dans le produit *de*, ou qu'il y a [d] d'unitez dans *d*; le nombre *e* étant au juſte autant de fois dans *de*, qu'il y a d'unitez dans *d*. Et on prouvera en remontant de la même ſorte que *c* n'eſt pas moins de fois dans *y* que dans le produit *cd*, ou qu'il y [d] a d'unitez dans *d*. Et pareillement que *b* n'eſt pas moins de fois dans *z* que dans *bc*, ou qu'il y a [d] d'unitez dans *c*; ou ce qui revient au même, il ſera clair, que le moindre nombre *z*, que *b* & *c* puiſſent chacun meſurer au juſte, n'eſt pas moindre que leur produit *bc*, ou que *z* & *bc* ne ſont qu'un même nombre, & le plus petit que *b* & *c* puiſſent meſurer au juſte.

b. c. bc. d. cd. e. de. f. ef.
12. 7. 84. 5. 35. 2. 10. 1. 2.
z. y. x. v.

SCD LYON 1

I COROLLAIRE.

20. SI deux divers nombres *b* & *c* ſont ſimples ; leur produit *bc* eſt le plus petit nombre [b] que l'un & l'autre puiſſe meſurer au juſte. Puiſque ces deux nombres [c] ſont premiers entr'eux.

b. c. bc. b. 19.
11. 7. 77. c. *définition.*

II COROLLAIRE.

21. SI deux nombres *b* & *c* meſurent au juſte l'un & l'autre un même nombre *a* ; le moindre comme *z* que chacun des deux *b* & *c* puiſſe meſurer au juſte, peut auſſi meſurer cet autre *a* ſans reſte. Car *z* ne peut ſurpaſſer *a* par la ſuppoſition. Et ſi *z* & *a* ſont égaux ; le nombre *z* ou *a* ſe meſure [b] luy-même. Et ſi *z* eſt moindre que le nombre *a* ; les deux *b* & *c*, b. 1.
qui meſurent *a* l'un & l'autre au juſte, meſurent auſſi tous les nombres *z* enſemble [c] qu'on pourra prendre en *a*, & encore le [d] reſte *e* s'il s'en peut c. 9.
trouver un. Et ainſi le nombre *z*, plus grand que le reſte *e*, n'eſt pas le d. 15.
moindre que chacun des deux *b* & *c* puiſſe meſurer au juſte. Ce qui repugne à la ſuppoſition. Le reſte *e* eſt donc [e] nul, & *z* meſure [e] au juſte le nombre *a*.

b. z. a. c. e.
12. 84. 168. 7. 0. e. 16. 1.

III COROLLAIRE.

22. SI un nombre *d* meſure au juſte un produit *bc* de deux nombres *b* & *c*, & que *c* & *d* ſoient premiers entr'eux ; le nombre *d* eſt un diviſeur de l'autre nombre *b*. Car *c* & *d* étant premiers entr'eux, & chacun meſurant au juſte le produit *bc* ; leur produit *cd*, qui eſt le moindre nombre [b] que b. 19.
l'un & l'autre puiſſe meſurer au juſte, eſt [c] un diviſeur de *bc*. Si donc *e* eſt c. 21.
l'expoſant entier de la diviſion de *bc* par *cd* ; le nombre *bc* eſt égal [d] au pro- d. 18. 2.
duit *cde* du diviſeur *cd* par l'expoſant *e*. Et ſi on diviſe l'un & l'autre par *c* ; les expoſans *b* & *de* ſont [e] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Mais ſi on diviſe *de* par *d*, on aura l'expoſant entier *e*. Et ainſi *d* eſt un diviſeur du nombre *de* ou *b*.

d. bc. b. c. cd. e. e. 17. 3.
4. 84. 12. 7. 28. 3.
cde. de

IV COROLLAIRE.

23. SI deux divers nombres *a* & *b* ſont ſimples ; tout diviſeur de leur plan, ou produit *ab*, eſt 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*. Car nommant *z* tel diviſeur qu'on voudra du nombre plan *ab*. Si les nombres *a* & *z* ſont premiers entr'eux, le nombre *z* ſera un diviſeur [b] du nombre ſimple *b*, c'eſt à dire 1 ou *b*, qui ſont eux ſeuls [c] les diviſeurs du nombre ſimple *b*.

1. 2. 3. 6. 1. 2. 3. 6. b. 22.
1. *a*. *b*. *ab*. 1. *a*. *b*. *ab*.
z. *z*. c. *définition.*

Et ſi les nombres *a* & *z* ſont compoſez entr'eux ; le ſimple *a* ſera un [d] diviſeur de *z*. Et nommant *y* l'expoſant entier de la diviſion de *z* par *a*, le produit *ay* eſt égal [e] au nombre *z*, & peut auſſi meſurer *ab*, dont *z* eſt diviſeur. Et nommant encore *x* l'expoſant entier de la diviſion du nombre d. 6. e. 18. 2.

ab par *ay* ou *z*, le produit *ayx* est égal [c] au nombre *ab*. Et divisant *ayx* & *ab* par *a*, les exposans *yx* & *b* sont [f] égaux, ou ne sont qu'un même nombre. Et par conséquent 1 & *b*, qui sont les diviseurs de *b*, sont aussi les seuls diviseurs du nombre *yx*. Et ainsi le diviseur *y*, qui est entier, est nécessairement 1 ou *b*; & *ay*, ou *z* son égal, est le nombre simple 1*a*, ou le nombre plan *ab*. Si donc deux nombres *a* & *b* sont simples, tout diviseur *z* de leur plan *ab* est un seul des quatre 1, *a*, *b*, *ab*.

c. 18. 2.
f. 27. 3.

1.	2.	3.	6.	1.	2.	3.	6.
1.	*a.*	*b.*	*ab.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*
y.	*z.*	*x.*	*ayx.*		*x.*	*y.*	*z.*
		yx.				*yx.*	
							ayx.

V COROLLAIRE.

24. SI trois divers nombres *a*, *b*, *c*, sont simples; tout diviseur de leur solide *abc* est un des quatre du nombre *ab*, ou un des produits de ces quatre par *c*, c'est à dire un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*.

Car nommant *z* tel diviseur qu'on voudra du solide *abc*. Si les nombres *c* & *z* sont premiers entr'eux, le nombre *z* sera un diviseur du nombre plan [b] *ab*, ou l'un des [c] quatre 1, *a*, *b*, *ab*.

b. 22.
c. 23.

1.	2.	3.	6.	5.	30.	1.	2.	3.	6.	5.	30.	1.	2.	3.	6.	5.	30.	1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*
z.							*z.*							*z.*						*z.*			

d. 6. Et si les nombres *c* & *z* sont composez entr'eux; le nombre *c* sera [d] un diviseur de *z*. Et nommant *y* l'exposant de la division du nombre *z* par *c*, le
e. 18. 2. produit *cy* [e] est égal à *z*, & peut aussi diviser au juste *abc*, dont *z* est diviseur. Et nommant encore *x* l'exposant de la division du nombre *abc* par *cy*, le produit *cyx* est égal [e] au nombre *abc*. Et divisant *cyx* & *abc* par *c*, les ex-
f. 27. 3. posans *yx* & *ab* sont [f] égaux, ou ne sont qu'un même nombre. Et par conséquent 1, *a*, *b*, *ab*, qui sont les seuls diviseurs du nombre plan *ab*, sont
g. 23. aussi les seuls du plan *yx*, & le diviseur *y* du nombre *yx* est [g] nécessairement ou 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*; & le nombre *cy*, ou *z* qui luy est égal, un produit de *c* par 1, ou par *a*, ou par *b*, ou par le plan *ab*; c'est à dire un des nombres 1*c*, *ac*, *bc*, *abc*. Si donc trois divers nombres *a*, *b*, *c*, sont simples, tout diviseur de leur solide *abc* est un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, qui sont aussi les mêmes que les quatre simples 1, *a*, *b*, *c*, & leurs 3 plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, & leur solide unique *abc*.

1.	2.	3.	6.	5.	30.	1.	2.	3.	6.	5.	10.	30.
1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*ac.*	*abc.*
y.			*x.*	*z.*			*y.*	*x.*			*z.*	
			yx.	*cy.*	*cyx.*				*yx.*	*cy.*	*cyx.*

1.	2.	3.	6.	5.	15.	30.	1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*bc.*	*abc.*	1.	*a.*	*b.*	*ab.*	*c.*	*abc.*
	x.	*y.*			*z.*		*x.*			*y.*		*z.*
			yx.		*cy.*	*cyx.*						*cy.*
												cyx.

SCD LYON 1

VI COROLLAIRE.

25. ON pourra démontrer en suivant le même ordre, que si quatre nombres a, b, c, d, sont simples ; leur sursolide $abcd$ ne peut avoir aucun diviseur que l'un des huit du solide abc, ou l'un des produits de ces huit par d, ou qu'un des seize $1, a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd, abcd$, qui sont les simples même $1, a, b, c, d$, & leurs 6 plans alternatifs, & leurs 4 solides alternatifs, & leur sursolide unique $abcd$.

Et pareillement le produit $abcde$ des cinq nombres simples a, b, c, d, e, ne peut avoir que les 16 précédens, & les produits de ces 16 par e ; c'est à dire que 2 fois 16, ou 32 diviseurs, qui seront les 6 simples $1, a, b, c, d, e$, & leurs 10 plans alternatifs, & leurs 10 solides alternatifs, & leurs 5 sursolides alternatifs, & leur produit unique des 5 degrez $abcde$.

Et le produit $abcdef$ n'auroit pareillement que 2 fois 32, ou 64 diviseurs, qui seroient les simples $1, a, b, c, d, e, f$, & leurs 15 plans alternatifs, & leurs 20 solides alternatifs, & leurs 15 sursolides alternatifs, & leurs 6 produits alternatifs de 5 degrez, & leur produit unique de 5 degrez $abcdef$. Et on peut continuer de la même sorte jusques à l'infini.

VII COROLLAIRE.

26. LE plan de deux nombres simples, ou le solide de trois, ou le sursolide de quatre, ou le produit de plusieurs, ne peut avoir aucun diviseur simple que [b] l'unité, ou l'un des deux, ou des trois, ou des quatre simples, &c, dont on suppose qu'il est un produit ; comme le produit $abcdefgh$ des simples a, b, c, d, e, f, g, h, aucun diviseur simple que l'un de ces huit mêmes, ou l'unité. b. 23. 24. 25.

VIII COROLLAIRE.

27. SI le nombre a est simple ; tout diviseur de son quarré aa est un seul des trois $1, a, aa$. Et tout diviseur de son cube a^3, un seul des quatre $1, a, aa, a^3$. Et de son quarré de quarré a^4, un seul des cinq $1, a, aa, a^3, a^4$. Et de la 5e puissance a^5, un seul des six $1, a, aa, a^3, a^4, a^5$. Et ainsi des autres jusques à l'infini. Parce que tous les diviseurs simples de ces diverses puissances ne sont que l'unité, & le seul nombre simple a ; & tous leurs plans alternatifs qu'un même quarré aa ; & tous leurs sursolides qu'un même cube a^3. Et ainsi du reste.

Puissances $1. a. aa. a^3. a^4. a^5. a^6. a^7. a^8. a^9. a^{10}. a^{11}. a^{12}.$ &c.
Nombres des diviseurs 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. &c.

IX COROLLAIRE.

28. SI les nombres a & b sont simples ; tout diviseur aab des trois a, a, b, est un des trois $1, a, aa$, ou l'un des divers produits de ces trois par b ; c'est à dire, un des six $1, a, aa, 1b, ab, aab$. Parceque tous les plans alternatifs des simples a, a, b, sont aa & ab.

SCD LYON 1

Et tout diviſeur du ſurſolide *aabb* des quatre *a*, *a*, *b*, *b*, eſt un des 6 précédens, ou l'un des produits des 3 derniers par *b*; c'eſt à dire un des 9 diviſeurs 1, *a*, *aa*, 1*b*, *ab*, *aab*, 1*bb*, *abb*, *aabb*. Parceque tous les plans alternatifs des quatre nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, ſont *aa*, *ab*, *bb*; & tous leurs ſolides alternatifs, les deux *aab*, *abb*; Ou parceque les 6 produits alternatifs *aa*, *ab*, *aab*, *bb*, *abb*, *aabb*, ſont tous ceux des 4 nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*.

Et pareillement tout diviſeur du produit *aabbb* des cinq nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, eſt un des 9 précédens, ou un des trois produits des trois derniers de ces 9 par *b*. Mais tout diviſeur du produit aab^3c auroit un des 12 précédens, ou un de leurs produits par *c*. Et tout produit du nouveau aab^3cc des ſept nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, auroit l'un de ces 24 diviſeurs, ou l'un des produits des 12 derniers par *c*. Et aab^3ccd auroit ces 36, & les produits de ces 36 par *d*, ou 72 diviſeurs. Et ainſi des autres.

1. *a*. *aa*. 3.
1*b*. *ab*. *aab*. 3.
1*bb*. *abb*. *aabb*. 3.
1b^3. ab^3. aab^3. 3. } 12

1*c*. *ac*. *aac*. 1*bc*. *abc*. *aabc*. 1*bbc*. *abbc*. *aabbc*. 1b^3c. ab^3c. aab^3c. 12
1*cc*. *acc*. *aacc*. 1*bcc*. *abcc*. *aabcc*. 1*bbcc*. *abbcc*. *aabbcc*. 1b^3cc. ab^3cc. aab^3cc. 12
1*d*. *ad*. *aad*. 1*bd*. *abd*. *aabd*. 1*bbd*. *abbd*. *aabbd*. 1b^3d. ab^3d. aab^3d.
1*cd*. *acd*. *aacd*. 1*bcd*. 1*abcd*. *aabcd*. 1*bbcd*. *abbcd*. *aabbcd*. 1b^3cd. ab^3cd. aab^3cd. } 36
ccd. *accd*. *aaccd*. 1*bccd*. *abccd*. *aabccd*. 1*bbccd*. *abbccd*. *aabbccd*. 1b^3ccd. ab^3ccd. aab^3ccd.

I PROBLEME.

29. *Pour trouver tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux d'un certain nombre Z.*

On le diviſera par 2, s'il eſt pair; & l'expoſant pareillement par 2, s'il eſt encore pair; & auſſi l'expoſant nouveau par 2, s'il eſt pair. Et ainſi de ſuitte juſqu'au premier expoſant impair. Et on diviſera pareillement par 3, s'il eſt poſſible, l'expoſant impair; & par 3 encore, s'il eſt poſſible, l'expoſant qu'on aura trouvé. Et ainſi de ſuitte juſques au premier expoſant, que 3 ne pourra plus diviſer au juſte. Et on tentera par ordre de ſemblables diviſions par 5; & enſuitte par 7; & aprés cela par 11; & par chacun des ſimples qui les ſuivent, juſques à un dernier expoſant qui ſoit ſimple. Et le problême alors ſera [b] réſolu.

[b] 26 & 28.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 462. Je diviſe ce nombre premierement par 2; & enſuitte par 3 l'expoſant impair 231; & par 7 l'expoſant 77, que 3 & 5 ne peuvent diviſer au juſte. Et comme l'expoſant 11 eſt un nombre ſimple; l'opération eſt faite, & donne à connoître que tous les diviſeurs 2, 3, 7, 11, 1, ſont tous les ſimples de 462.

Diviſer 462(231(77(11(1
par 2 3 7 11

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 180. Je le diviſe par 2; & l'ex-

SCD LYON 1

posant 90, qui est un nombre pair, encore par 2; & de nouveau l'exposant impair 45 par 3; & l'exposant 15 aussi par 3. Et comme le dernier exposant 5 est simple; je trouve enfin que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 180 sont 1,2,2,3,3,5.

Diviser 180(90(45(15(5(1
par 2 2 3 3 5

Et on trouvera de la même sorte que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 540 sont 1, 2, 2, 3, 3, 3, 5. Et que tous ceux de 144 sont 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3.

Diviser 540(270(135(45(15(5(1.
par 2 2 3 3 3 5

Diviser 144(72(36(18(9(3(1.
par 2 2 2 2 3 3

Demonstration.

Si quelques puissances de divers nombres simples *a* & *b*, comme le quarré *aa*, & le cube b^3, peuvent l'un & l'autre diviser *z* sans reste; & que l'exposant de la division de *z* par *aa* soit *y*: le produit *aay* est égal [b] au nombre *z*, & on peut diviser l'un & l'autre par *a*; & l'exposant *ay* encore par *a*. Et comme *a* & *b* sont premiers [c] entr'eux, puisque l'un & l'autre est simple; le cube b^3 qui mesure au juste le nombre *z*, ou *aay*, divise aussi sans reste l'exposant *ay*, & ensuitte l'exposant *y* par la même raison. Et nommant *x* l'exposant entier de la division du nombre *y* par le cube b^3, le produit b^3x est égal [b] au nombre *y*, & l'autre aab^3x au [d] nombre *z* ou *aay*. Et on peut diviser b^3x ou *y* par *b*; & l'exposant *bbx* par *b*; & encore l'exposant *bx* par *b*. Et on démontreroit de la même sorte que tout diviseur simple du nombre aab^3x ou *z*, & qui est différent des deux *a* & *b*, peut encore diviser *x* au juste. Et ainsi du reste.

b. 18. 2.

c. *définition.*

d. 20. 3.

2. 3. 540. 4. 135. 27. 5.
z. *y.* *x.*
a. b. *aay.* *aa.* b^3x. b^3.
aab^3x.

Diviser *z* (*aay*(*ay* (*y*(b^3x (*bbx*(*bx*(*x*(1.
par *a* *a* *b* *b* *b* *x*
2 2 3 3 3 5

Et *z*(*aay*(*ay*(*y*(b^3x(*bbx*(*bx*(*x*(1.
par *a* *a* *b* *b* *b* *x*

II PROBLEME.

30. *Pour trouver tous les diviseurs d'un certain nombre entier.*

On en prendra [b] tous les diviseurs simples égaux ou inégaux, & tous les divers produits [c] alternatifs de ces diviseurs simples. Et le problême sera [d] résolu.

b. 29.
c. 3. 5. 6. *du Livre 5.*
d. 23. 24. 25.

Premier exemple.

Pour trouver tous les diviseurs de 462. J'en cherche tous les simples 2, 3, 7, 11, négligeant l'unité qui ne change point les produits. Et je multiplie le premier 2 par le second 3; & l'un & l'autre, & leur plan 6, par le troisiéme 7. Et chacun des trois 2, 3, 7, & des quatre produits 6, 14, 21, 42, par le quatriéme 7. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviseurs de 462 sont les 16 qu'on expose ici.

SCD LYON 1

1er	2		*Diviſer* 462(231(77(11(1
2d	3	6	*par* 2 3 7 11
3e	7	14. 21. 42.	
4e	11	22. 33. 77. 66. 154. 231. 462.	
	1		

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs de 144. J'en cherche tous les ſimples, 2, 2, 2, 2, 3, 3. Et je multiplie le premier 2 par le ſecond qui eſt encore 2. Et le quarré 4 par le troiſiéme 2. Et le cube 8 par le quatriéme 2. Et le premier 2, & chacun des produits 4, 8, 16, par le cinquiéme 3. Et chacun des cinq nombres 3, 6, 12, 24, 48, par le ſixiéme 3. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviſeurs de 144 ſont les 15 qu'on expoſe ici.

1er	2		*Diviſer* 144(72(36(18(9(3(1
2e	2	4	*par* 2 2 2 2 3 3
3e	2	8	
4e	2	16	
5e	3	6. 12. 24. 48.	
6e	3	9. 18. 36. 72. 144.	
7e	1		

Et on trouvera de la même ſorte les 24 diviſeurs du nombre compoſé 540. Et pareillement les 24 du compoſé 360.

		Diviſer 360(180(90(45(15(5(1	*Diviſer* 540(270(135(45(15(5(1
1er	2		
2d	2	4.	4
3e	2	8.	6. 12.
4e	3	6. 12. 24.	9. 18. 36.
5e	3	9. 18. 36. 72.	27. 54. 108.
6e	5	10. 15. 20. 40. 30. 60.	10. 15. 20. 30. 60. 45. 90.
7e	1	120. 45. 90. 180. 360.	180. 135. 270. 540.

III PROBLEME.

31. *POur connoître combien un nombre compoſé peut avoir de divers diviſeurs.*

b. 29. 4 & 1 du Livre 5. On en cherchera [b] tous les ſimples, & on prendra [c] le nombre de tous les divers produits alternatifs.

EXEMPLE.

Comme pour ſçavoir combien 15876000 peut avoir de divers diviſeurs. On cherchera tous les ſimples égaux ou inégaux 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et on prendra 6, pour 1 & pour les 5 égaux 2, 2, 2, 2, 2; & 4 fois 6, pour les 4 égaux 3, 3, 3, 3. Et raſſemblant 6 & 24, la ſomme 30 ſera priſe 3 fois, pour les 3 égaux 5, 5, 5. Et raſſemblant

blant encore 6, 24, 90, la ſomme 120 ſera priſe encore 2 fois, pour les 2 égaux 7 & 7. Et enfin les nombres enſemble 6, 24, 90, 240, formeront la ſomme ou le nombre 360 de tous les diviſeurs du nombre propoſé, qui ſont 1, & les 4 ſimples 2, 3, 5, 7; & tous les 355 produits alternatifs des 14 ſimples égaux ou inégaux 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et ſi on prend a pour 2, & b pour 3, & c pour 5, & d pour 7. le nombre propoſé 1587600 répond au produit $a^5b^4c^3dd$, & on le peut encore exprimer ainſi $2^5 4^4 5^3 7^2$.

Diviſer	15876000	7938000	3969000	1984500	992250	496125				
par	2	2	2	2	2					
Et	496125	165375	55125	18375	6125	1225	245	49	7	1
par	3	3	3	3	5	5	5	7	7	

IV PROBLEME.

52. *Pour trouver tous les diviſeurs d'une grandeur littérale.*

On la diviſera par une linéaire ou ſimple, ou par une qui n'ait point d'autre diviſeur qu'elle-même ou l'unité. Et on diviſera l'expoſant de la même ſorte. Et ainſi du reſte. Et on cherchera enſuitte tous [b] les divers produits alternatifs de tous les diviſeurs égaux ou inégaux qu'on aura découverts. Et le problême ſera réſolu. Les éxemples éclairciront ces régles.

b. 5 & 6 du Livre 5.

Premier exemple.

Pour trouver tous les diviſeurs de la grandeur $a^3b+aabb$. Je la diviſe premiérement par a; & l'expoſant $aab+abb$ encore par a; & l'expoſant nouveau $ab+bb$ par b. Et comme le dernier expoſant $a+b$ eſt ſimple ou linéaire: je multiplie le premier diviſeur a par le ſecond a, & les deux grandeurs a & aa par le troiſiéme b; & les deux a & b, & les produits aa, ab, aab, par le quatriéme $a+b$. Et je trouve enfin que tous les diviſeurs de la grandeur propoſée ſont les 18 qu'on expoſe ici, ſans conter l'unité.

		Diviſer $a^3b+aabb$	$aab+abb$	$ab+bb$	$a+b$	1
1er	a		*par* a	a	b	$a+b$
2e	a	aa				
3e	b	ab.	aab.			
4e	$a+b$	$aa+ab$.	$ab+bb$.	a^3+aab.	$aab+abb$.	$a^3b+aabb$.
5e	1					

Second exemple.

Pour trouver tous les diviſeurs de la grandeur $a^6+2a^4cc+aac^4$. Je la diviſe premiérement par a; & l'expoſant $a^5+2a^3cc+ac^4$ pareillement par a; & l'expoſant nouveau $a^4+2aacc+c^4$ ne pouvant être diviſé ni par a, ni par c, ni par $a+c$, ni par $a-c$; je le diviſe par $aa+cc$. Et comme l'expoſant eſt encore cette même grandeur $aa+cc$, qui n'a point d'autre diviſeur qu'elle-même ou l'unité: je multiplie le premier diviſeur a par le ſecond a; & le premier a, & le produit aa, par le troiſiéme $aa+cc$; & ce troiſiéme

$aa+cc$, & chacun des deux derniers produits a^3+acc, & a^4+aacc, par le quatriéme $aa+cc$. Et je trouve enfin que tous les diviſeurs de la grandeur $a^6+2a^4cc+aac^4$ ſont les dix qu'on expoſe ici.

1ere	a	*Diviſer* $a^6+2a^4cc+aac^4$ ($a^5+2a^3cc+ac^4$ ($a^4+2a^3cc+c^4$ ($aa+cc$ (1.
2e	a	*aa. par a* *a* *aa+cc* *aa+cc*
3e	$aa+cc$	a^3+acc. a^4+aacc.
4e	$aa+cc$	$a^4+2aacc+c^4$. $a^5+2a^3cc+ac^4$. $a^6+2a^4cc+aac^4$.
5e	1	

I COROLLAIRE.

33. SI on prend par ordre 1, & 2, & les puiſſances ſucceſſives de 2, juſques à ce qu'on ait une ſomme qui ſoit un nombre ſimple; le produit de ce nombre ſimple par la derniére des puiſſances ſucceſſives de 2, que l'on aura priſes, eſt un nombre parfait.

DEMONSTRATION.

Si le nombre 2 eſt dénommé par a, & que la ſomme, par éxemple, $1+a+aa+a^3+a4$ ſoit un nombre ſimple; ſon produit par la puiſſance $a4$, qui eſt la derniére des ſucceſſives $1, a, aa, a^3, a4$, que la ſomme comprend, eſt $1a^4+a^5+a^6$
b. 32. $+a^7+a^8$, dont tous les diviſeurs, qui ſont moindres que luy, ſont [b] les neuf 1, a, aa, a^3, a^4, $1+a+aa+a^3+a4$, $1a+aa+a^3+a^4+a^5$, $1aa+a^3+a4+a^5+a^6$, $1a^3+a4+a^5+a^6+a^7$. Mais le ſixiéme de tous ces diviſeurs eſt égal aux 5 premiers enſemble 1, a, aa, a^3, a^4, puiſqu'il en eſt la ſomme. Et le ſeptiéme eſt double du ſixiéme $1+a+aa+a^3+a4$, puiſqu'il eſt un produit de ce ſixiéme même par a ou par 2. Et ainſi le ſeptiéme eſt égal luy ſeul au ſixiéme & aux 5 premiers enſemble; puiſque le ſixiéme & les 5 premiers ſont auſſi tous enſemble le double du ſixiéme. Et par la même raiſon; le huitiéme, qui eſt encore le double du ſeptiéme $1a+aa+a^3+a4+a^5$, eſt égal aux 7 premiers enſemble. Et le neuviéme pareillement égal aux 8 qui le précédent. Et enfin le produit $1a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$, qui eſt le double du neuviéme diviſeur $1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$, eſt égal à tous les neuf diviſeurs enſemble 1, a, aa, a^3, a^4, $1+a+aa+a^3+a4$, $1a+aa+a^3+a^4+a^5$, $1aa+a^3+a^4+a^5+a^6$, $1a^3+a4+a^5+a^6+a^7$. Et comme il ne peut avoir aucun diviſeur que l'un de [b] ces 9 ou luy-même; il eſt clair que ce nombre eſt [c] parfait. Et c'eſt la même choſe de tous les autres ſemblables juſques à l'infini.

c. *définition.*

Le nombre 6 eſt le premier des nombres parfaits. Et 28, qui eſt égal à tous ſes diviſeurs 1, 2, 4, 7, 14, eſt le ſecond de ces mêmes nombres.

1. 2. 4. 8. 16	
1. a. aa. a^3. $a4$.	31
6e $1+a+aa+a^3+a^4$	31
7e $1a+aa+a^3+a^4+a^5$	62.
8e $1aa+a^3+a^4+a^5+a^6$	124
9e $1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$	248
Produit $1a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$	496

Diviſer $a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$ ($a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$ ($aa+a^3+a^4+a^5+a^6$

par $1a$ $1a$

Et $aa+a^3+a^4+a^5+a^6$ ($a+aa+a^3+a^4+a^5$ ($1+a+aa+a^3+a^4$ (1

par $1a$ $1a$ $1+1a+1aa+1a^3+a^4$

SCD LYON 1

38.550.336

Et le troisiéme est 496 égal à tous ses diviseurs 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248. Et le quatriéme est 8128. Et le cinquiéme 2355036. Et le sixiéme 8589869056. Et le septiéme 137438691328. Et le huitiéme 2385843008139521 28. Et la lettre a dénommant toûjours 2, le neuviéme des nombres parfaits est $a^{513}—a^{256}$, c'est à dire la puissance 513e du nombre 2 moins sa puissance 256e. La longueur du calcul n'a pas permis d'en trouver encore d'autres.

II COROLLAIRE.

34. TOut diviseur simple du produit bc de deux nombres b & c est un diviseur simple de l'un ou de l'autre. Car tout diviseur simple d du produit bc, qui ne peut diviser sans reste l'un des deux b & c, est premier à [b] l'égard de ce même nombre qu'il ne peut diviser, & par conséquent il est un [c] diviseur de l'autre.

	$b.$	12.
	$c.$	7.
Produit	$bc.$	84. (21
Diviseur	$d.$	4

b. 8.
c. 22.

III COROLLAIRE.

35. TOut diviseur simple d d'un nombre quarré bb, ou d'un cubique b^3, ou d'une autre puissance de b, est aussi un diviseur [b] simple du même nombre b; Puisque le quarré bb est un produit ou un plan des deux b & b. Et le cube b^3 un solide de b par le quarré bb. Et la puissance b^4 un sursolide du cube b^3 par le même côté b. Et ainsi du reste.

côté	$b.$	12.
Quarré	$bb.$	144. (36
Diviseur	$d.$	4

b. 34.

IV COROLLAIRE.

36. SI deux nombres a & z sont premiers entr'eux, & les deux b & z aussi premiers entr'eux; le produit ab des deux a & b & le nombre z sont premiers entr'eux. Car tout diviseur simple du produit ab est aussi l'un des simples [b] du nombre a ou b. Mais parmi tous les diviseurs de chacun des nombres a & b & du nombre z, il ne s'en trouve aucun que l'unité qui puisse être commun [c] aux deux a & z, ou aux [c] deux b & z. Donc aussi parmi tous les simples du produit ab & du nombre z, il ne s'en trouve aucun qui leur soit commun. Et par conséquent le produit ab & le nombre z sont [d] premiers entr'eux.

$a.$	5.		
$b.$	12.	$z.$	7.
$ab.$	60.		

b. 34.
c. *supposition.*
d. 26. *& définition.*

V COROLLAIRE.

37. SI deux nombres a & b sont premiers l'un & l'autre à l'égard de chacun des deux z & y; les produits ou les nombres ab & zy sont premiers entr'eux. Car le produit ab & le nombre z sont premiers [b] entr'eux. Et le produit ab & le nombre y aussi premiers [b] entr'eux. Et par conséquent le produit ab & l'autre zy sont [b] premiers entr'eux.

5.	$a.$	$z.$	7.
12.	$b.$	$y.$	11.
60.	$ab.$	$zy.$	77.

b. 36.

SCD LYON 1

VI COROLLAIRE.

38. SI deux nombres *a* & ℨ ſont premiers entr'eux; chaque puiſſance de l'un de ces deux nombres eſt premiére à l'égard de chacune des puiſſances de l'autre. Car tout diviſeur ſimple de telle puiſſance du nombre *a* qu'on voudra eſt un diviſeur [b] ſimple de ce même nombre *a*. Et tout ſimple de telle qu'on voudra de ℨ, un ſimple [b] auſſi de ℨ. Comme donc parmi tous les diviſeurs des nombres *a* & ℨ, il ne s'en trouve aucun qui leur ſoit [c] commun, ſi ce n'eſt l'unité; deux telles puiſſances qu'on voudra, l'une du nombre *a*, & l'autre du nombre ℨ, n'ont [d] aucun diviſeur qui leur ſoit commun, ou ſont [e] premiéres entr'elles.

b. 35. c. *Suppoſition.* d. 37. e. *définition.*

3.	9.	27.	81.	243.	729.	2187.	
a.	*aa.*	a^3.	a^4.	a^5.	a^6.	a^7.	
ℨ.	ℨℨ.	$ℨ^3$.	$ℨ^4$.	$ℨ^5$.	$ℨ^6$.	$ℨ^7$.	
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	

VII COROLLAIRE.

39. LE ſolide *bcd* de trois divers nombres ſimples *b*, *c*, *d*, eſt le moindre que chacun de ces ſimples puiſſe meſurer au juſte. Car le moindre, que chacun des divers nombres ſimples *b*, *c*, *d*, puiſſe meſurer au juſte, peut être luy-même meſuré par le moindre *bc*, que chacun [b] des deux *b* & *c* peut meſurer ſans reſte; & il peut être encore diviſé par *d*. Mais *bc* & *d* ſont [c] premiers entr'eux. Et par conſéquent *bcd* eſt le plus [b] petit nombre que les deux *bc* & *d* puiſſent chacun meſurer au juſte. Et ce même produit *bcd* des divers ſimples *b*, *c*, *d*, eſt le plus petit nombre qu'ils puiſſent chacun meſurer au juſte.

b. 19. c. 36.

b.	*c.*	*d.*	*bcd.*	*bc.*
2.	3.	5.	30.	6.

VIII COROLLAIRE.

40. ET on démontrera en ſuivant le même ordre que le ſurſolide de quatre, ou le produit de divers nombres ſimples, eſt toûjours le moindre que chacun d'eux puiſſe meſurer au juſte.

IX COROLLAIRE.

41. SI un nombre ℨ eſt le plus petit que divers ſimples *a*, *b*, *c*, *d*, puiſſent chacun meſurer au juſte; nul autre ſimple n'eſt diviſeur de ℨ. Parceque le nombre ℨ eſt le produit [b] même *abcd* de tous ces divers ſimples, qui ne peut avoir aucun diviſeur [c] ſimple que l'un d'entr'eux, ou 1.

b. 40. c. 26.

ℨ.	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*
210.	7.	2.	3.	5.
abcd.				

V PROBLEME.

42. *POur trouver la meſure commune la plus grande de deux grandeurs.*

On ôtera la moindre *c* de la plus grande *b* autant de fois qu'on le pourra; & le reſte *d* pareillement autant de fois qu'on le pourra de la moindre *c*; & le nouveau reſte *e* de la même ſorte du premier reſte *d*; & l'autre reſte *f* du ſecond reſte *e*. Et ainſi de ſuitte juſques à celuy des re-

SCD LYON 1

ſtes, comme *g*, qui n'en laiſſe aucun. Et ce reſte *g* ſatisfait enfin au problême.

Demonstration.

La meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c* diviſant *b* ſans reſte, & toutes les grandeurs *c* que l'on peut prendre en *b*, meſure encore au juſte [b] le premier reſte *d*. Et par conſéquent elle eſt encore une meſure commune des deux grandeurs *c* & *d*. Et pareillement la plus grande commune des deux *c* & *d* eſt encore commune [b] aux deux *d* & *e*. Et enſuitte aux reſtes *e* & *f*. Et auſſi [b] aux deux *f* & *g*. Et ainſi de ſuitte juſqu'au dernier *g*, qui diviſe ou meſure au juſte le pénultiéme *f*. Mais le dernier reſte *g* ne peut avoir une meſure juſte plus [c] grande qu'il n'eſt luy-même; ni par conſéquent les deux reſtes *f* & *g* une commune qui ſurpaſſe *g*; ni pareillement les deux *e* & *f*; ni enſuitte les deux *d* & *e*; ni encore les grandeurs *c* & *d*; ni enfin les deux *b* & *c*. b. 16. c. 2.

Mais *g* meſurant *f*, & ſe meſurant [c] luy-même, meſure auſſi au juſte [d] tous les reſtes *f* qui ſont dans *e*, & le [e] reſte *g*, ou [f] le reſte entier *e*. Et par la même raiſon, il meſure encore tous les reſtes *e* qui ſont en *d*, & le reſte *f*, ou le reſte entier *d*; Et pareillement tous les reſtes *d* qui ſont compris dans *c*, & le reſte *e*, ou la grandeur *c*; & enfin toutes les grandeurs *c* qui ſont compriſes en *b*, & le reſte *d*, ou la grandeur *b*. De ſorte que le reſte *g*, qui eſt le dernier, étant un diviſeur commun des grandeurs *b* & *c*; & ces deux grandeurs *b* & *c* ne pouvant en avoir un commun qui ſurpaſſe *g*; il eſt évident que ce dernier reſte *g* eſt la meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c*. Et qu'ainſi le problême a preſcrit ce qu'il falloit faire. d. 9. e. 1. f. 14.

La grande b. 86 (2 1er *expoſant*
la petite c. 36 (2 2d *expoſant*
1er *reſte d.* 14 (1 3e *expoſant*
2d *reſte e.* 8 (1 4e *expoſant*
3e *reſte f.* 6 (3 5e *expoſant juſte*
4e *reſte g.* 2 *plus grand diviſeur commun.*

Premier exemple.

Pour trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des deux nombres 32 & 64 je diviſe 64 par 32. Et parceque la diviſion eſt juſte ou ſans reſte; je connois que le diviſeur 32 eſt luy-même le plus grand diviſeur commun des deux nombres 32 & 64.

Diviſer 64 (2 *expoſant juſte*
par 32 *plus grand diviſeur commun.*

Second exemple.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 25 & 30. Je diviſe 30 par 25, & 25 par le reſte 5, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt le plus grand diviſeur commun de 25 & de 30.

Diviſer 30 (1 *expoſant*
par 25 (5 *expoſant juſte*
par 5 *plus grand diviſeur commun.*

TROISIEME EXEMPLE.

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 27 & 21. Je diviſe 27 par 21 ; & 21 par le reſte 6 ; & ce reſte 6 par l'autre reſte 3, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt auſſi le plus grand diviſeur commun des nombres 27 & 21.

Diviſer 27 (1 *expoſant*
par 21 (3 *expoſant*
par 6 (2 *expoſant juſte*
par 3 *plus grand diviſeur commun.*

QUATRIEME EXEMPLE.

Et on trouve de la même ſorte que 2 eſt le plus grand diviſeur commun des nombres 86 & 36. Et pareillement que le dernier reſte, ou l'unité ſeule, eſt le plus grand diviſeur commun des deux nombres 98 & 47, qui ſont premiers entr'eux.

Diviſer 98 (2 *expoſant*
par 47 (11 *expoſant*
par 4 (1 *expoſant*
par 3 (3 *expoſant*
par 1 *plus grand diviſeur commun.*

VI PROBLEME.

43. *POur trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des grandeurs littérales.*

On cherchera auſſi tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux de l'une & de l'autre. Et prenant enſuitte le produit de tous ceux qu'on trouve également diſtribuez de part & d'autre ; on aura [b] le diviſeur qu'on cherche. b. 32.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs *abc*, *acd*. Je prens tous les ſimples *a*, *b*, *c*, de l'une, & tous les ſimples *a*, *c*, *d*, de l'autre. Et le produit *ac* des deux *a* & *c*, qui ſont une fois chacune de part & d'autre, eſt le plus grand diviſeur commun des deux grandeurs *abc* & *acd*.

abc. *acd.*
a. b. c. *a. c. d.*
ac.

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs a^5bbcd & a^3b^3dde. Je prens le produit a^3bbd des 6 ſimples *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, *d*, qui ſe trouvent également de part & d'autre. Et ce produit réſout la queſtion.

a^5bbcd. a^3b^3dde.
a. a. a. a. a. b. b. c. d. *a. a. a. b. b. b. d. d. e.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $4a^6ccm^3p + a^6ccoomm$ & $oopp\zeta^4 + 4mp^3\zeta^4$. Je prens tous les diviſeurs ſimples *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *c*, *c*, *m*, *m*, $oo + 4mp$, de l'une, & tous les ſimples *p*, *p*, ζ, ζ, ζ, ζ, $oo + 4mp$ de l'autre Et parceque le ſeul $oo + 4mp$ eſt une fois de part & d'autre, & que nul autre ne s'y trouve ; il eſt le ſeul commun, &

SCD LYON 1

par conſéquent le plus grand des grandeurs propoſées. Pour abbréger, on peut diviſer d'abord la premiére grandeur par a^6ccmm, & la ſeconde par $ppz4$. On donnera une régle plus méthodique ailleurs pour trouver facilement ces plus grands diviſeurs communs, ſans être obligé d'en chercher tous les ſimples.

Diviſer $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$ *par* $2a^6ccmm$ ($oo + 4mp$ *expoſant* (1 / $2oo + 4mp$

Diviſer $oopp z^4 + 4mp^3z^4$ *par* $2ppz^4$ ($oo + 4mp$ *expoſant* (1 / $2oo + 4mp$

COROLLAIRE.

44. TOute meſure commune de deux grandeurs diviſe ou meſure auſſi leur plus grande au juſte.

Comme ſi z eſt une meſure commune des grandeurs b & c, & g la plus grande qui leur eſt commune; il eſt viſible que z meſure au juſte [b] toutes les grandeurs c qu'on pourra prendre en b, & le reſte d; & pareillement tous [b] les reſtes d qu'on pourra prendre en c, & encore le reſte e; & auſſi tous les [b] reſtes e qu'on pourra prendre en d, & le nouveau reſte f; & enfin tous [b] les reſtes f qu'on pourra prendre en e, & le reſte ou la meſure commune la plus grande g des grandeurs b & c.

$b.$	104	(1	
$c.$	76	(2	
$d.$	28	(1	b. 16.
$e.$	20	(2	
$f.$	8	(2	
$g.$	4	(2	
$z.$	2		

VII PROBLEME.

45. *POur trouver le plus grand diviſeur commun, ou la meſure commune la plus grande, de trois grandeurs.*

Comme pour trouver la plus grande des trois b, c, d, on cherchera premiérement [b] la plus grande g des grandeurs b & c. Et enſuitte [b] la plus grande h des grandeurs d & g. Et la meſure h ſera la plus grande commune des grandeurs b, c, d. b. 42 & 43.

Car la plus grande, qui leur eſt commune, étant commune [c] aux deux b & c, eſt auſſi [d] un diviſeur de g; & par conſéquent un diviſeur commun des deux d & g. Comme donc h eſt le plus grand de ces deux d & g; il eſt auſſi le plus grand des trois b, c, d. Et ainſi on a preſcrit ce qu'il falloit faire. c. *ſuppoſition.* d. 44.

72.	$b.$		
48.	$c.$	$g.$	24.
64.	$d.$	$h.$	8.

Et on trouvera en ſuivant le même ordre le plus grand diviſeur commun, ou la meſure commune la plus grande, de quatre grandeurs; & pareillement de trois, ou de quatre divers nombres; ou d'autant de grandeurs, ou de nombres qu'on voudra.

I COROLLAIRE.

46. SI deux nombres z & y ſont l'un & l'autre diviſez par leur plus grand diviſeur commun g; les expoſans f & e ſont premiers entr'eux.

Car ſi on diviſe premiérement z & y par un diviſeur ſimple a, qui leur

SCD LYON 1

roit commun ; & les deux exposans x & v par un simple b, qui leur soit pareillement commun ; & encore les nouveaux exposans t & s par un simple c ; & ainsi de suitte jusques aux derniers exposans, comme les deux p & n, qui soient premiers entr'eux, ou qui n'ayent plus aucun diviseur simple qui leur soit commun. Il est visible que ces diviseurs simples & successifs égaux ou inégaux sont [b] tous ceux qui peuvent être également distribuez de part & d'autre ; & que les deux nombres z & y ne peuvent avoir [c] aucun diviseur commun, qu'un des divers produits alternatifs des simples même a, b, c, d, ou l'un des simples $1, a, b, c, d$. Mais $abcd$ est le plus grand de tous ces divers produits alternatifs. Et $abcd$ mesure g au [d] juste. Et par conséquent g, qui est le plus [c] grand des diviseurs communs des nombres z & y, & qui ne peut surpasser le produit $abcd$, est un même nombre que ce produit.

b. 29.
c. 26.
d. 44.
c. *suppoſition.*

Comme donc en divisant chacun des nombres z & y par $abcd$, on a pour exposans [f] deux nombres p & n, qui sont premiers entr'eux ; si on divise chacun des mêmes z & y par g, on trouve [f] aussi les mêmes exposans p & n, ou f & e, qui sont premiers entr'eux.

f. 10.

f.	*z.*	*y.*	*e.*	*z. a. x. b. t. c. r. d. p.*	
2.	120.	180.	3.	120. 2. 60. 2. 30. 3. 10. 5. 2.	
p.	60.		*n.*	180. 2. 90. 2. 45. 3. 15. 5. 3.	
	g.			*y. a. v. b. s. c. q. d. n.*	
	abcd.				

AUTRE DEMONSTRATION.

Ou pour démontrer encore par une autre voie la même proposition. Si g est le plus grand diviseur commun des deux nombres fg & eg ; les exposans f & e sont premiers entr'eux. Car si un nombre d pouvoit être un diviseur commun ; & que l'exposant du nombre f divisé par d fust c, & celuy du nombre e divisé par d : le produit cd seroit égal [b] au nombre f ; & le produit bd à [b] l'autre nombre e. Et multipliant f & cd par g, & encore e & bd par g ; les produits fg & cdg ne seroient [c] qu'un même nombre. Et les produits eg & bdg pareillement qu'un [c] même. Mais dg qui est un diviseur entier & commun des deux nombres bdg & cdg, ou des deux eg & fg qui ne sont que les mêmes ; ne peut surpasser leur plus grand diviseur commun qui est g. Et d par conséquent diviseur commun des nombres e & f, ou bd & cd, ne peut surpasser 1. Et ainsi les deux exposans e & f sont premiers [d] entr'eux.

b. 18. 2.
c. 20. 3.
d. *définition.*

cdg. fg.	130.	180. *eg. bdg.*
dg. g.	60.	60. *g. dg.*
cd. f.	2.	3. *e. bd.*
d.	1.	1. *d.*
c.	2.	3. *b.*

II COROLLAIRE.

47. ET on démontrera dans un ordre semblable, que si plusieurs nombres sont chacun divisez par leur plus grand diviseur commun ; les exposans sont premiers entr'eux.

SCD LYON 1

VIII PROBLEME.

48. POur trouver le plus petit nombre, que deux z & y puissent l'un & l'autre diviser sans reste.

Si z & y sont premiers entr'eux; leur produit zy satisfait [b] au problême. b. 19.

Mais si les nombres z & y sont composez entr'eux; on cherchera [c] leur plus grand diviseur commun g; & divisant par g l'un des deux z & y, on multipliera le premier exposant a par le nombre y, ou le second exposant b par l'autre nombre z. Et le produit ay ou bz résoudra le problême. c. 42.

DEMONSTRATION.

Le nombre a étant l'exposant de z divisé par g, & b de l'autre y aussi divisé par g; le produit ag & le nombre z sont [b] égaux, ou ne sont qu'un même nombre. Et le produit bg & le nombre y pareillement [b] qu'un même. Et si on nomme p le moindre nombre, que chacun des deux z & y peut diviser au juste; ce nombre p est aussi le moindre que chacun des deux ag & bg puisse diviser au juste. Et si p est divisé par g; l'exposant x peut [b] encore être divisé sans reste par chacun des nombres a & b. Et ainsi le nombre x n'est pas moindre que le nombre ou le produit ab, qui est [c] le plus petit que chacun des deux a & b peut mesurer au juste, puisque ces deux a & b sont premiers [d] entr'eux. Le nombre gx ou [e] p n'est donc pas moindre que le produit ay ou bz, ou [d] abg, du nombre y ou bg par a, ou de l'autre z ou ag par b. Mais ag ou z, & bg ou y, mesurent chacun au juste le nombre abg. Et ainsi le le nombre abg ou ay ou bz, qui ne [f] peut surpasser le nombre gx ou p, convient parfaitement avec luy. Et il est au juste le plus petit des nombres que les deux z & y puissent chacun diviser sans reste. b. 18. 2. b. 9. c. 19. d. 46. e. 18. 2. f *démonstration.*

	$ag.$	$z.$	72.		60.	$y.$	$bg.$	
		$g.$	12.		12.	$g.$		
		$a.$	6.		5.	$b.$		
$abg.$	$gx.$	$p.$	$ay.$ 360.		360.	$bz.$	$p.$ $gx.$	$abg.$
		$g.$	12.		12.		$g.$	
	$ab.$	$x.$	30.		30.		$x.$ $ab.$	

I COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

49. POur trouver le plus petit nombre que les trois z, y, x, puissent chacun diviser sans reste.

On cherchera [b] le moindre v que les deux z & y puissent déja diviser sans reste. Et ensuitte [b] le moindre t que les deux x & v puissent aussi chacun diviser sans reste. Et on suivroit un ordre semblable, si l'on en proposoit plusieurs. b. 48.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre, que les deux 7 & 11 puissent diviser sans reste. Je prends leur produit 77, parce qu'ils sont premiers entr'eux. 7 & 11. *Produit* 77

Et pour trouver le moindre que 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Je prens leur plus grand diviſeur commun qui eſt 12, & je diviſe 72 par 12; & enſuitte je multiplie par l'expoſant 6 l'autre nombre 60. Ou, ce qui revient au même, je diviſe 60 par 12; & par l'expoſant 5 je multiplie le nombre 72. Et de part & d'autre le produit 360 réſout la queſtion.

Multiplier	72.	60.	12.
par	5.	6.	
Produit	360.	360	*Produit*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre que 72 & 60 & 25 puiſſent diviſer au juſte. Je cherche le moindre 360, que les deux 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Et enſuitte le plus petit 1800, que 360 & 25 puiſſent diviſer au juſte, & qui ſatisfait au problême.

Multiplier	360.	25.	5.
par	5.	72.	
Produit	1800.	1800	*Produit*

II COROLLAIRE.

50. *Les nombres ſimples vont juſqu'à l'infini.*

Car ſoit donnée telle multitude qu'on voudra de ces nombres ſimples, comme les cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Si on cherche [b] le moindre nombre ζ que chacun d'eux peut diviſer ſans reſte, & qu'on luy ajoûte 1; nul de tous les divers nombres ſimples qu'on aura propoſé ne pourra [c] diviſer au juſte le nouveau nombre $\zeta+1$: puiſque chacun d'eux diviſe la partie ζ au juſte, & ne peut diviſer [d] au juſte l'autre partie 1 qui reſte. D'où il eſt évident que chacun des divers ſimples, qui diviſeront ſans [e] reſte le nombre $\zeta+1$, ſera différent de chacun des ſimples qu'on aura propoſé. Et on en pourra toûjours trouver de la même ſorte tant d'autres qu'on voudra juſqu'à l'infini.

b. 49. c. 15. d. 6. 1. e. 11.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	ζ.	$\zeta+1$.
2.	3.	5.	7.	11.	2310.	2311.

II THEOREME.

51. TOus les nombres entiers peuvent être chacun meſurez au juſte par 1. Puiſque l'unité ſe meſure toûjours elle-même, & qu'elle meſure auſſi la différence 1, qui eſt entre 1 & 2; & par conſéquent [c] le nombre même 2; & enſuitte 3 par [c] la même raiſon; & [c] pareillement 4; & chacun des naturels ou conſécutifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, & autres juſques à l'infini.

c. 14.

$1+1$ *ou* $2+1$ *ou* $3+1$ *ou* 4 &c. *Révolution.*

52. Et parmi ces mêmes nombres naturels, il y en a toûjours de deux un ſeul qui eſt un nombre impair. Car 2 ne [b] peut diviſer la différence 1 qui eſt entre 2 & 3, ni 3 par [c] conſéquent. Mais il peut diviſer les différences enſemble 1 & 1, qui ſont entre 2 & 3, & entre 3 & 4; ou la ſeule différence 2, qui eſt entre 2 & 4. Et par conſéquent 2 qui ſuit l'unité, meſure [d] ou diviſe 4. Et comme la révolution des différences 1 & 1 revient toûjours de 2 en 2; il y aura toûjours de deux en deux nombres, un impair & un autre pair.

b. 6. 1. c. 15. d. 14.

SCD LYON 1

Révolution 1+1 *ou* 2, +1+1 *ou* 4, +1+1 *ou* 6, &c.
Nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
Nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.
Nombres pairs 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16.

53. Et parmi tous les nombres impairs, il y en a toûjours un seul de trois en trois, que 3 mesure au juste, en commençant par 3.

Car 3 ne peut diviser au juste [b] la différence 2, qui est entre le premier impair 1 & le second 3; ni la différence 2, qui est entre le second impair 3 & le troisiéme 5; ni les deux ensemble 2 & 2, qui sont entre 3 & 5, & entre 5 & 7. Et par conséquent 3, qui se divise ou mesure au juste, ne peut diviser ou mesurer au juste ni 5 ni 7. Mais comme il peut mesurer au juste les différences ensemble 2 & 2 & 2, qui sont entre 3 & 5, & entre 5 & 7, & entre 7 & 9; ou la seule différence 6 qui est entre 3 & 9: il mesure [c] aussi 9. Et parceque la même révolution des différences 2, 2, 2, revient toûjours de trois en trois; il y aura toûjours de trois en trois parmi les nombres impairs, en commençant par 3, deux impairs que le simple 3 ne pourra diviser, & un seul dont il sera diviseur. b. 6. 1. c. 14.

Nombres impairs 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27.
divisibles par 3. 3. 9. 15. 21. 27.
Révolution 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2.

III THEOREME.

54. SI on ôte de tous les nombres impairs tous ceux qui sont divisibles par 3; il y aura précisément de dix en dix parmi tous ceux qui restent, deux seuls divisibles par 5.

Car 5 ne peut diviser la différence 2, qui est entre 5 & 7; ni les deux ensemble 2 & 4, qui sont entre 5 & 7, & entre 7 & 11; ni les trois ensemble 2, 4, 2, qui sont entre 5 & 7, & entre 7 & 11, & entre 11 & 13; ni les quatre ensemble 2, 4, 2, 4; ni les cinq ensemble 2, 4, 2, 4, 2; ni les six ensemble 2, 4, 2, 4, 2, 4; ni [b] par conséquent aucun des 6 nombres 7, 11, 13, 17, 19, 23. Mais comme il peut mesurer les sept ensemble 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, ou la seule 20, qui est entre 5 & 25; il peut [c] aussi mesurer 25. Et parce que 5 ne peut encore mesurer la différence 4, qui est entre 25 & 29; ni les deux ensemble 4 & 2, qui sont entre 25 & 29, & entre 29 & 31; il ne peut aussi mesurer ni 29 ni 31. Mais comme il peut mesurer les trois ensemble 4, 2, 4, qui sont entre 25 & 29, & entre 29 & 31, & entre 31 & 35; il peut encore [c] mesurer 35. Et comme la même révolution de sept différences 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, & des trois 4, 2, 4, ou la révolution des dix 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, revient toûjours de dix en dix; il y aura toûjours de dix en dix de ces nombres qu'on suppose, huit que 5 ne pourra diviser sans reste, & deux dont il sera diviseur; c'est à dire alternativement un de sept, & ensuitte un de trois; & un autre de sept, & apres un de trois. Et ainsi du reste jusques à l'infini. b. 15. c. 14.

Révolution 2+4+2+4+2+4+2. *Et* 4+2+4.

IV THEOREME.

55. ET ſi on ôte encore tous ces nombres diviſibles par 5 ; il y en aura huit au juſte parmi tous ceux du reſte, de cinquante-ſix en cinquante-ſix, diviſibles par 7, en commençant par 7.

Car 7 pourra ſeulement diviſer les 12 différences enſemble 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2 ; & enſuitte les 7 enſemble 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4 ; & encore enſuitte les quatre enſemble 2, 4, 6, 2. Et les 7 autres enſemble 6, 4, 2, 4, 2, 4, 6. Et de nouveau les 4 enſemble 2, 6, 4, 2. Et aprés cela les ſept autres enſemble 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4. Et encore tous les 12 enſemble 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2, 4. Et enfin les trois enſemble 6, 2, 6. De ſorte que parmi les 56 nombres, entre leſquels on trouve ſucceſſivement toutes ces différences, il y aura ſeulement 8 nombres, que 7 pourra diviſer ſans reſte. Et comme la même révolution des 56 différences revient toûjours de 56 en 56 nombres ; il y en aura auſſi toûjours 48 au juſte de 56 en 56, que 7 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 8 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire, un de douze, & un de ſept, & un de quatre, & enſuitte encore un de ſept, & un de quatre, & de nouveau un de ſept, & un de douze, & un de trois.

Révolution.

4+2+4+2+4+6+2+6+4+2+4+2. (4+6+2+6+4+2+4.
(2+4+6+2.(6+4+2+4+2+4+6.(2+6+4+2.(4+2+4+6+2+6+4.
(2+4+2+4+6+2+6+4+2+4+2+4.(6+2+6.

V THEOREME.

56. ET ſi on ôte auſſi tous ces nombres diviſibles par 7 ; il y aura 38 des nombres au juſte parmi tous ceux du reſte, de 432 en 432, diviſibles par 11, en commençant par 11.

Car on trovera toûjours une même révolution des 48 différences qu'on expoſe ici. Et une autre révolution auſſi toûjours la même de toutes ces 48 différences diſpoſées ſelon le même ordre, & réïtérées juſques à 9 fois. Et chacune de ces grandes & nouvelles révolutions, qui comprendra toûjours 432 différences, fournira au juſte 38 de leurs divers aſſemblages, dont chacun ſera diviſible par 11. De ſorte que de 432 en 432 des nombres ſuppoſez, il y en aura toûjours 394 au juſte, que le nombre ſimple 11 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 38 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire un premiérement de 26, & enſuitte un de 5, & encore un de 10, & un de 5, & un de 11, & pareillement un, & de 15, & de 4, & de 16, & de 10, & de 5, & de 9, & de 15, & de 16, & de 5, & de 15, & de 10, & de 5, & de 15, & de 11, & de 14, & de 20, & de 11, & de 5, & de 9, & de 5, & de 11, & de 20, & de 14, & de 11, & de 15, & de 5, & de 10, & de 23, & de 7, & de 10, & de 5, & de 17, & de 12. Et comme cette révolution reviendra toûjours la même ; il y aura toûjours au juſte de 432 en 432 des nombres que l'on a ſuppoſé, 38 diviſibles par 11, en commençant par 11. Et on pourra éxaminer de la même ſorte les révo-

SCD LYON 1

lutions pour les autres nombres divisibles par 13 ; & ensuitte par 17 ; & par 19 ; & par 23 ; & par 29 ; & par les autres qui les suivent, & qui sont premiers entr'eux. Et s'il y avoit quelque suitte uniforme, que l'on pust observer dans ces révolutions ; on en pourroit tirer sans doute un grand jour, pour découvrir d'abord si un nombre proposé est composé ou simple.

Révolution des 48 différences prises 9 fois.

2. 4. 2. 4. 6. 2. 6. 4. 2. 4. 6. 6. 2. 6. 4. 2. 6. 4. 6. 8. 4. 2. 4. 2.
4. 8. 6. 4. 6. 2. 4. 6. 2. 6. 6. 4. 2. 4. 6. 2. 6. 4. 2. 4. 2. 10. 2. 10.

Révolution des nombres des différences qui fournissent chacun 1.

26. 5. 10. 5. 11. 15. 4. 16. 10. 5. 9. 15. 16. 5. 15. 10. 5. 15. 11. 14.
20. 11. 5. 9. 5. 11. 20. 14. 11. 15. 5. 10. 23. 7. 10. 5. 17. 12.

I COROLLAIRE.

57. L'Assemblage z de plusieurs nombres pairs a, b, c, d, est un nombre pair. Car si 2 divise chaque nombre, il divise [b] au juste la somme de deux, & ensuitte [b] la somme de trois, & celle de quatre [b] par la même raison, & ainsi du reste. [b. 14.]

$$\begin{cases} a+b+c+d. & z. \\ 1+4+8+6. & 20. \end{cases}$$

II COROLLAIRE.

58. TOute multitude paire de plusieurs nombres impairs a, b, c, d, donne un nombre pair z. Car ayant ôté l'unité de chacun, tous les restes y, x, v, t, sont [b] pairs. De sorte que rassemblant tous ces restes & la somme paire f de toutes les unitez retranchées, l'assemblage entier z ou $r+f$ est un [c] nombre pair. [b. 52.] [c. 14.]

$$\begin{cases} 3. & a. \\ 7. & b. \\ 5. & c. \\ 11. & d. \\ \hline 26. & z. \end{cases} \qquad \begin{cases} a-1. & y & 2 \\ b-1. & x & 6 \\ c-1. & v & 4 \\ d-1. & t & 10 \\ \hline z-4. & r & 22 \end{cases} \quad f$$

III COROLLAIRE.

59. ET toute multitude impaire de plusieurs nombres impairs a, b, c, est un nombre impair z. Car ôtant l'un des nombres, comme c, l'assemblage $a+b$ de tous ceux qui restent est un nombre [b] pair ; auquel ayant ajoûté l'impair c, qu'on avoit mis à part, tout l'assemblage z est un nombre [c] impair. [b. 58.] [c. 15.]

$$\begin{cases} 3. & a. \\ 7. & b. \\ 5. & c. \\ \hline 15. & z. \end{cases} \qquad \begin{cases} a+b. & 10. \\ c. & 5. \\ \hline z. & 15. \end{cases}$$

IV COROLLAIRE.

60. SI d'un nombre pair on ôte un nombre pair ; le reste est un nombre pair. Parce que si 2 divise un nombre a sans reste, & l'une de ses parties b ; il divise aussi l'autre [b] partie $a-b$ au juste. [b. 16.]

$$a-b \qquad 10-4.$$

V COROLLAIRE.

61. ET si on ôte un nombre impair b d'un nombre pair a ; le reste $a-b$ est un nombre pair. Car ôtant 1 du nombre impair b, le reste

b. 52. $b-1$ est [b] pair. Et ce reste étant retranché du nombre pair a, donne un nouveau reste $a-b+1$ qui [c] est
c. 60. pair. Et si on luy ôte 1, le reste $a-b$ est [b] impair.

$a-b$. 10—3.
$a-b+1$. 10—2.

VI COROLLAIRE.

62. ET si on ôte un pair b d'un impair a; le reste $a-b$ est impair. Car
b. 52. ôtant 1 du nombre impair a, le reste $a-1$ sera [b] pair. Et si on luy
c. 60. ôte b; le nouveau reste $a-1-b$ sera [c] encore pair. Et ajoûtant 1 à ce nouveau reste, on trouvera le [b] nombre impair $a-b$.

$a-b$. 7 — 2.
$a-1-b$. 7—1—2.

VII COROLLAIRE.

63. ET si on ôte un impair b d'un autre impair a; le reste $a-b$ est [b] pair.
b. 52. Car ôtant 1 de la partie impaire b, son reste $b-1$ est [b] pair. Et si on
c. 62. ôte ce reste $b-1$ du nombre impair a; le reste $a-b+1$ est [c] impair. Et si on luy ôte 1; le reste $a-b$ sera [b] pair.

$a-b$. 1—2.
$a-b+1$. 7—2.

VIII COROLLAIRE.

64. TOut produit ab d'un impair b par un pair a est [b] pair. Puis qu'en
b. 58. prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre chose que prendre une multitude paire, exprimée par a, du nombre impair b.

a. 6
b. 3
ab. 18.

IX COROLLAIRE.

65. ET tout produit ab d'un impair b par un impair a est [b] impair. Puis
b. 59. qu'en prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre chose que prendre une multitude impaire, exprimée par a, du nombre impair b.

a. 7.
b. 3.
ab. 21.

X COROLLAIRE.

66. SI un nombre impair b divise au juste un nombre pair $2a$; il di-
b. 22. vise [b] aussi sa moitié a sans reste.

18. $2a$. a. 9.
3. b. b. 3.

XI COROLLAIRE.

67. ET si un nombre impair b est premier à l'égard d'un nombre a; il
b. 36. l'est encore à l'égard [b] du double $2a$ de ce même nombre a.

a. b. $2a$.
7. 5. 14.

XII COROLLAIRE.

68. LEs puissances successives du nombre simple 2 n'ont aucun diviseur
b. 27. que l'une de ses [b] puissances.

2. 4. 8. 16. 32. 64.

DEFINITION.

Quoique les nombres divisibles par 4 soient pairement pairs; s'ils sont encore divisibles par un nombre impair, on dit qu'ils sont *pairement impairs*.

SCD LYON 1

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE SEPTIEME.

DES RAPPORTS ET DES PROPORTIONS.

DEFINITIONS.

TOUTE comparaiſon de deux grandeurs, où l'on conſidére ſimplement de combien l'une eſt moindre ou plus grande que l'autre, ſera nommée *rapport arithmétique.*

Et ſi l'on conſidére combien de fois l'une eſt contenuë dans l'autre, ou la peut contenir, ou quelles & combien des parties de l'une ſont contenuës dans l'autre; on dira que leur comparaiſon eſt un rapport *géométrique*, ou ſimplement que c'eſt un *rapport*. On luy donne ordinairement le nom de *raiſon*, & ſur tout parmi les Latins, par une imitation trop affectée des Grecs, chez qui un même terme λόγος ſignifie également la raiſon qui juge des choſes, & le rapport des unes aux autres.

La premiére des grandeurs comparées eſt appellée *le premier terme* ou *l'antécédent* du rapport arithmétique ou géométrique, & la ſeconde *le ſecond terme* ou *le conſéquent.*

On dit que deux grandeurs ſont *commenſurables*, ou *comme nombre à nombre*; ou que *leur raiſon* ou *rapport eſt de nombre à nombre*, ou *commenſurable*; lorſqu'elles ont quelque meſure commune. Comme ſi une gran-

SCD LYON 1

b. *Figure* 28. deur G peut mesurer [b] au juste chacune des grandeurs A & B, ou se trouver autant de fois au juste dans l'une qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *a*, & aussi dans l'autre autant de fois au juste qu'il y a d'unitez dans un nombre *b*; les grandeurs A & B sont commensurables, ou leur rapport celuy des nombres *a* & *b*. La grandeur de 2 pieds & celle de 3 pieds sont commensurables, ou leur rapport le même que celuy des nombres 2 & 3.

A.	B.	*a.*	*b.*
2 *pieds.*	3 *pieds.*	2.	3.

Mais si deux grandeurs ne peuvent point avoir de mesure commune, ou que nulle grandeur ne puisse mesurer au juste l'une & l'autre; on dira qu'elles sont *incommensurables*, ou *non comme nombre à nombre*; ou que leur raison ou rapport n'est pas *de nombre à nombre*, ou qu'elles ont entr'elles une *raison sourde*, ou un *rapport incommensurable* ou *sourd*.

Chaque partie d'un tout, qui le mesure, ou s'y trouve plusieurs fois au juste, en est encore appellée *aliquote*; comme sa moitié ou son tiers, ou son quart, ou sa 5e, ou 6e, ou 7e, ou autre partie telle qu'on la suppose. Et chaque partie d'un tout, qui ne peut s'y trouver plusieurs fois au juste ou sans reste, en est simplement appellée *portion*, ou *partie*; comme ses deux tiers, ses trois quarts, & ainsi du reste.

Si une grandeur en contient une autre plusieurs fois au juste, & qu'une troisiéme en contienne au juste autant de fois une quatriéme; la premiére & la troisiéme sont nommées *équimultiples*, ou plus proprement *multiples pareilles* ou *semblables* des deux autres. Comme les nombres 6 & 8, qui sont multiples pareils ou semblables des nombres 3 & 4; parce que 6 & 8 contiennent 2 fois au juste, l'un 3, & l'autre 4.

Et si la premiére grandeur est plusieurs fois dans la seconde au juste, & la troisiéme au juste autant de fois dans la quatriéme; la premiére & la troisiéme sont nommées *soûmultiples pareilles* ou *semblables* des deux autres. Comme 3 & 4 des nombres 6 & 8; parceque 3 & 4 sont au juste 2 fois, l'un dans 6, & l'autre dans 8.

Ou autrement, si deux aliquotes de deux divers touts sont l'une autant de fois au juste dans son tout que l'autre dans le sien; ces deux aliquotes
b. *Figure* 29. sont nommées *pareilles* ou *semblables*. Comme un [b] tiers de la grandeur A, & un tiers de la grandeur B; qui sont aliquotes pareilles ou semblables des grandeurs A & B. Et les parties de deux divers touts exprimées de la même sorte seront aussi nommées *pareilles* ou *semblables*. Comme les 2 tiers de la grandeur A, & les 2 tiers de la grandeur B; qui sont des portions ou parties pareilles ou semblables des grandeurs A & B.

Si l'on compare deux rapports arithmétiques ou géométriques; le premier de leurs quatre termes est appellé *premier antécédent*, & le second *premier conséquent*; le troisiéme *second antécédent*, & la quatriéme *second conséquent*. Et l'on dit aussi que le premier & le quatriéme sont les deux *extrêmes*, & les deux autres ceux *du milieu* ou les deux *moyens*.

1. Si le premier terme surpasse le second d'autant que le troisiéme surpasse le quatriéme, ou si le second surpasse le premier d'autant que le quatriéme surpasse

surpasse le troisiéme ; on dit que le premier est *arithmétiquement* au second, comme le troisiéme au quatriéme ; ou que le rapport arithmétique du premier au second est égal à celuy du troisiéme au quatriéme ; ou simplement qu'il y a une même différence, ou un même rapport arithmétique entre le premier & le second, qu'entre le troisiéme & le quatriéme. Un même, par éxemple, entre 6 & 3, qu'entre 8 & 5. Et un même entre 3 & 6, qu'entre 5 & 8.

$$\underset{3.}{6-3.} \qquad \underset{3.}{8-5.} \qquad \underset{3.}{-3+6.} \qquad \underset{3.}{-5+8.}$$

2. On dira dans la suitte, que le premier terme est *géométriquement* au second, comme le troisiéme au quatriéme ; ou simplement que le premier est au second, comme le troisiéme au quatriéme ; ou que le premier & le second sont entr'eux, comme le troisiéme & le quatriéme ; ou que le rapport géométrique du premier au second est égal à celuy du troisiéme au quatriéme : si le premier A contient le second B autant de fois, que le troisiéme *a* le quatriéme *b* ; & le second B autant de fois le reste C du premier, que le quatriéme *b* le reste *c* du troisiéme ; & le reste C autant de fois le nouveau reste D du second terme B, que le reste *c* le nouveau reste *d* du quatriéme terme *b* ; & le reste D autant de fois un autre reste E du premier reste C, que le reste *d* un autre reste *e* du premier reste *c*. Et ainsi de suitte jusques à ce qu'il ne reste rien en même temps ni d'une part ni d'autre. Ou si le second terme B contient le premier A autant de fois, que le quatriéme *b* le troisiéme terme *a* ; & le premier A le reste C du second terme B, autant de fois que que le troisiéme *a* le reste *c* du quatriéme *b* ; & le reste C autant de fois le nouveau reste D du premier terme A, que le reste *c* le nouveau reste *d* du troisiéme terme *a* ; & le reste D autant de fois un autre E du premier reste C, que le reste *d* un autre *e* du premier reste *c*. Et ainsi de suitte, jusques à ce qu'il n'y ait plus en même temps de reste ni d'une part ni d'autre, ou jusques à l'infini, si l'on trouve toûjours de nouveaux restes.

1er *terme* A. 72.	3e *terme a.* 36.	3e *reste* E. 4.	3e *reste e.* 2.
2d *terme* B. 28.	4e *terme b.* 14.	2d *reste* D. 12.	2d *reste d.* 6.
1er *reste* C. 16.	1er *reste c.* 8.	1er *reste* C. 16.	1er *reste c.* 8.
2d *reste* D. 12.	2d *reste d.* 6.	1er *terme* A. 28.	3e *terme a.* 14.
3e *reste* E. 4.	3e *reste e.* 2.	2d *terme* B. 72.	4e *terme b.* 36.

Ainsi on dira que 6 est à 3, comme 8 est à 4 ; parceque 6 & 8 contiennent 2 fois au juste, l'un 3, & l'autre 4 ; ou parceque 6 est le double de 3, comme 8 est le double de 4. Et 6 & 9 sont pareillement entr'eux, comme 10 & 15 ; parceque 6 & 10 étant une fois seulement, l'un dans 9, & l'autre dans 15 ; les restes 3 & 5 sont au juste 2 fois, l'un dans 6, & l'autre dans 10. Et les nombres 32 & 12 ont aussi un même rapport que 24 & 9 ; parceque 12 & 9 étant 2 fois seulement, l'un dans 32, & l'autre dans 24 ; & les restes 8 & 6 une fois seulement, l'un dans 12, & l'autre dans 9 ; les nouveaux restes 4 & 3 sont au juste 2 fois, l'un dans le reste 8, & l'autre dans le reste 6. Et on verra de la même sorte que 72 & 28 ont un même rapport que 36 & 14 ; par-

Voyez la page suivante.

ceque 28 & 14 étant 2 fois seulement, l'un dans 72, & l'autre dans 36; & les restes 16 & 8 une fois seulement, l'un dans 28, & l'autre dans 14; & les nouveaux restes 12 & 6 encore une fois seulement, l'un dans le reste 16, & l'autre dans le reste 8; les derniers restes 4 & 2 sont 3 fois au juste, l'un dans 12, & l'autre dans 6. Et pareillement 82 & 60 sont entr'eux comme 123 & 90.

6.3. 3. 6. 9. 32.12.8.4. 72.28.16.12.4. 82.60.22.16.6.4.2.
8.4. 5.10.15. 24. 9.6.3. 36.14. 8. 6.2. 123.90.33.24.9.6.3.

3. L'égalité de deux rapports arithmétiques ou géométriques est encore nommée *proportion*; *arithmétique*, si les rapports sont arithmétiques; & *géométrique*, ou simplement *proportion*, s'ils sont géométriques. Et les 4 termes disposez par ordre sont nommez *proportionels*; *arithmétiquement*, ou *géométriquement*: ou simplement *proportionels*, si c'est géométriquement. Et l'on exprime & dispose ainsi ces quatre termes.

Proportion Arithmétique
7. 5 : 12. 10. *c'est à dire*; 7 *surpasse* 5 *d'autant, que* 12 *surpasse* 10.
5. 7 : 10. 12. *c'est à dire*; 5 *est surpassé par* 7 *d'autant, que* 10 *est surpassé par* 12.

Proportion géométrique
6.3 :: 8.4. *c'est à dire*; 6 *est à* 3, *comme* 8 *est à* 4.
3.6 :: 4.8. *c'est à dire*; 3 *est à* 6, *comme* 4 *est à* 8.

4. Si les deux termes du milieu sont égaux; la proportion arithmérique, ou géométrique, s'appelle continuë; & chacun des moyens est nommé moyen proportionel. Cette proportion s'exprimera ainsi.

Proportion arithmétique continuë
÷ 7. 5. 3. *c'est à dire* 7. 5 : 5. 3.
÷ 3. 5. 7. *c'est à dire* 3. 5 : 5. 7.

Proportion géométrique continuë
∴ 12. 6. 3. *c'est à dire*; 12. 6 :: 6. 3.
∴ 3. 6. 12. *c'est à dire*; 3. 6 :: 6. 12.

5. Si la proportion s'étend au delà de trois termes, ou que le premier soit au second arithmétiquement, ou géométriquement, comme le second est au troisiéme; & le second pareillement au troisiéme, comme le troisiéme est au quatriéme; & ainsi de suitte jusques où l'on voudra; on nomme *progression* toutes ces proportions suivies prises ensemble. Et la progression est *arithmétique*, si les rapports continus sont arithmétiques. Et on la nomme *géométrique*, ou simplement *progression*, s'ils sont géométriques. Ce qui s'exprime ainsi.

Progression arithmétique
÷ 13. 11. 9. 7. *c'est à dire*; 13. 11 : 11. 9. *Et* 11. 9 : 9. 7.
÷ 5. 7. 9. 11. *c'est à dire*; 5. 7 : 7. 9. *Et* 7. 9 : 9. 11.

Progression géométrique
∴ 32. 16. 8. 4. *c'est à dire*; 32. 16 :: 16. 8. *Et* 16. 8 :: 8. 4.
∴ 2. 4. 8. 16. *c'est à dire*; 2. 4 :: 4. 8. *Et* 4. 8 :: 8. 16.

La progression géométrique sera nommée *multiple*, si le premier terme est multiple du second. *Double* s'il en est double. Et *triple*, s'il en est triple.

SCD LYON 1

Et *quadruple*, s'il en eſt quadruple. Et *quintuple*, ou *ſextuple*, ou *ſeptule*, ou *décuple*, ou *centuple*; s'il en eſt quintuple, ou ſextuple, ou ſeptuple, ou décuple, ou centuple.

Progreſſion double ∴ 1024. 512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1.
Progreſſion triple ∴ 6561. 2187. 729. 243. 81. 27. 9. 3. 1.
Progreſſion quintuple ∴ 78125. 15625. 3125. 625. 125. 25. 5. 1.
Progreſſion décuple ∴ 1000000. 100000. 10000. 1000. 100. 10. 1.

La progreſſion géométrique ſera nommée *ſoûmultiple*, ſi le premier terme eſt ſoûmultiple du ſecond. *Soûdouble*, s'il en eſt ſoûdouble. Et *ſoûtriple*, ou *ſoûquadruple*, ou *ſoûquintuple*, ou *ſouſſextuple*, ou *ſouſſeptuple*, ou *ſoûdécuple*, ou *ſouſcentuple*; s'il en eſt ſoûtriple, ou ſoûquadruple, ou ſouſquintuple, ou ſouſſextuple, ou ſouſſeptuple, ou ſoûdécuple, ou ſouſcentuple.

Progreſſion ſoûdouble ∴ 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.
Progreſſion ſoûtriple ∴ 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561.
Progreſſion ſoûquintuple ∴ 1. 5. 25. 125. 625. 3125. 15625. 78125.
Progreſſion ſoûdécuple ∴ 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000.

6. La proportion géométrique ſera nommée *droitte*, lorſque ſes termes ſeront diſpoſez par ordre & chacun dans ſon rang.

7. Et ſi le premier terme eſt au ſecond, comme dans un ordre renverſé le quatriéme au troiſiéme. Ou ſi on tranſpoſe les deux premiers termes d'une proportion droitte, ou ſes deux derniers, à la place l'un de l'autre; la proportion, qui eſt *renverſée*, eſt alors nommée *réciproque*; & on dit que les deux premiers termes ſont *réciproques* aux deux autres. Comme ſi la proportion droitte eſt 6. 3 :: 8. 4. on dira que 6 & 3 ſont réciproques aux termes 4 & 8; ou 3 & 6 aux termes 8 & 4; ou que les termes 6. 3. 4. 8. ſont en proportion réciproque, comme auſſi les termes 3. 6. 8. 4.

Proportion droitte 6. 3 :: 8. 4. *Proportion réciproque* 6. 3. 4. 8. *ou* 3. 6. 8. 4.

8. Si les termes d'une proportion droitte ſont tranſpoſez, pour comparer le ſecond au premier, & le quatriéme au troiſiéme; on dira que c'eſt en *permutant*, ou *par permutation*, ou *par un changement inverſe* ou *de permutation*.

Proportion droitte 6. 3 :: 8. 4. *Et par permutation* 3. 6. 4. 8.

9. Et ſi c'eſt pour comparer le premier terme au troiſiéme, & le ſecond au quatriéme; on dira que c'eſt *par un changement alterne*.

Proportion droitte 6. 3 :: 8. 4. *Et par un changement alterne* 6. 8. 3. 4.

10. Et ſi on compare le premier & le ſecond enſemble au ſecond, & le troiſiéme & le quatriéme enſemble au quatriéme; on dira que c'eſt *en compoſant*, ou *par compoſition*.

Proportion droitte 6. 3 :: 8. 4. *Et par compoſition*, 6+3. 3. 8+4. 4.

11. Et ſi on compare le premier moins le ſecond au ſecond, & le troiſiéme moins le quatriéme au quatriéme; on dira que c'eſt *en diviſant*, ou *par diviſion*.

Proportion droitte { 6. 2 :: 12. 4. / 6. 3 :: 8. 4. } *Et par diviſion* { 6—2. 2 :: 12—4. 4. / 6—3. 3. 8—4. 4. }

Et si on compare le premier au premier même moins le second, & le troisiéme au troisiéme même moins le quatriéme; on dira que c'est *par conversion*, ou *par un changement de conversion.*

Proportion droitte $\begin{cases} 6.2::12.4 \\ 6.3::8.4. \end{cases}$ *Et par conversion* $\begin{cases} 6.6-2.12.12-4. \\ 6.6-3.8.8-4. \end{cases}$

I THEOREME.

13. SI deux rapports arithmétiques sont égaux l'un & l'autre à un même rapport; ils sont égaux entr'eux. Car si A surpasse B d'autant, que z surpasse *y*; & que la grandeur *a* surpasse aussi *b* d'autant, que *z* surpasse *y*; il est visible, & c'est comme un axiome, que l'excez dont A surb. 14. 1. passe B, est [b] égal à celuy dont *a* surpasse *b*. Ou si l'excez dont B surpasse A, est égal à l'excez dont *y* surpasse *z*; & aussi l'excez dont *b* surpasse *a*, égal à l'excez dont *y* surpasse *z*; le premier dont B surpasse A, est égal [b] au troisiéme dont *b* surpasse *a*.

Proportions arithmétiques $\begin{cases} A.B:z.y. \\ 7.5:12.10. \end{cases}$ *Et* $\begin{cases} a.b:z.y. \\ 6.4:12.10. \end{cases}$ *Donc* $\begin{cases} A.B:a.b, \\ 7.5:6.4. \end{cases}$

Proportions arithmétiques $\begin{cases} A.B:z.y. \\ 5.7:10.12. \end{cases}$ *Et* $\begin{cases} a.b:z.y. \\ 4.6:10.12. \end{cases}$ *Donc* $\begin{cases} A.B:a.b, \\ 5.7.4.6. \end{cases}$

II THEOREME.

14. EN toute proportion arithmétique la somme des extrêmes est égale à celle des moyens. Car si le second terme est *b*, & le quatriéme *y*, & *d* la différence dont le premier surpasse le second *b*, ou dont le troisiéme surpasse le quatriéme *y*; le premier terme est $b+d$, & le troisiéme est $y+d$. Et la proportion disposée par ordre est $b+d.b:y+d.y.$ Et les extrêmes ensemble $b+d$ & *y* font une même somme, que les moyens ensemble *b* & $y+d$. Et si le second terme *b* surpasse le premier, & que *d* soit l'excez; le premier est $b-d$, & le troisiéme est $y-d$. Et la proportion est $b-d.b:y-d.y.$ Et les extrêmes $b-d$ & *y* font ensemble une même somme que les deux moyens *b* & $y-d$.

Proportion arithmétique $\begin{cases} b+d.b:y+d.y. \\ 5+2.5:10+2.10. \end{cases}$ $\begin{cases} b-d.b:y-d.y, \\ 7-2.7:12-2.12. \end{cases}$

I COROLLAIRE.

15. EN toute proportion arithmétique continuë, la somme des extrêmes b. 14. est égale [b] au double du moyen proportionel; parceque ce terme tient la place de chacun des moyens. Comme si les termes sont 7. 5. 3. on aura un même nombre 10, en prenant 2 fois le terme moyen 5, ou les extrêmes ensemble 7 & 3.

$\begin{cases} \div b.b+d.b+2d. \\ \div 7.5.3. \end{cases}$

SCD LYON 1

II COROLLAIRE.

16. ET ſi la ſomme $a+y$ des extrêmes a & y eſt égale à la ſomme $b+z$ des moyens b & z; les quatre termes a, b, z, y, ſont proportionels arithmétiquement. Car ôtant $b+y$, ou $a+z$, de chacune des deux ſommes égales $a+y$ & $b+z$. Les reſtes ou les différences $a-b$ & $z-y$, ou $-a+b$ & $-z+y$, ſont [b] égales entr'elles, ou les termes, a, b, z, y, proportionels [c] arithmétiquement.

$\left\{\begin{matrix} a.\ b : z.\ y. \\ 7.\ 5 : 12.\ 10. \end{matrix}\right.$ b. 10. 1. c. 3.

III COROLLAIRE.

17. LEs quatre termes d'une proportion arithmétique ſont [b] toûjours proportionels arithmétiquement, quelque tranſpoſition qu'on en faſſe, pourvû que les extrêmes ſoient toûjours extrêmes, ou tous deux moyens; puis qu'alors la ſomme des extrêmes [c] eſt égale à celle des moyens. De ſorte que ſi la proportion arithmétique eſt $a. b : z. y.$ On aura chacune des ſept autres $a. z : b. y.$ Et $b. a : y. z.$ Et $b. y : a. z.$ Et $z. a : y. b.$ Et $z. y. : a. b.$. Et $y. b : z. a.$ Et $y. z : b. a.$ b. 16. c. 15.

$\left\{\begin{matrix} a.b : z.\ y. \\ 7.\ 5 : 12.10. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} a.\ z : b.\ y. \\ 7.\ 12 : 5.\ 10. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} b.\ a : y.\ z. \\ 5.\ 7 : 10.\ 12. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} b.\ y : a.\ z. \\ 5.\ 10 : 7.\ 12. \end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix} z.\ a : y.\ b. \\ 12.\ 7 : 10.\ 5. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} z.\ y : a.\ b. \\ 12.\ 10 : 7.\ 5. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} y.\ b : z.\ a. \\ 10.\ 5 : 12.\ 7. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} y.\ z : b.\ a. \\ 10.\ 12 : 5.\ 7. \end{matrix}\right.$

I PROBLEME.

18. *POur trouver le quatriéme terme d'une proportion arithmétique, dont les trois premiers ſont déja connus.*

On prendra la ſomme des deux moyens, & on ôtera le premier de la ſomme. Et la queſtion ſera [b] reſoluë. Parceque ce reſte & le premier terme ſeront égaux enſemble à la ſomme des moyens. De ſorte que ſi les trois premiers diſpoſez par ordre ſont a, b, z, le quatriéme eſt $b+z-a$. b. 16.

Premier exemple.

Pour trouver un nombre qui ſoit arithmétiquement proportionel aux trois 15, 10, 18. Je prends la ſomme 28 des deux moyens 10 & 18, & j'en ôte le premier terme 15; & le reſte 13 eſt le quatriéme terme.

15. 10 : 18. 13.

Second exemple.

Pour trouver un nombre proportionel arithmétiquement aux trois 13, 18, 10. Je puis faire comme dans l'éxemple précédent. Ou s'il eſt plus commode, j'ôte le premier 13 du ſecond 18, & j'ajoûte la différence 5 au troiſiéme 10. Et je trouve le terme 15 qui réſout la queſtion.

13. 18 : 10. 15.

Et pareillement dans le premier éxemple, pour trouver le quatriéme terme proportionel arithmétiquement aux trois nombres 15, 10, 18. J'au-

SCD LYON 1

rois pû ôter le second terme 10 du premier 15, & ôter aussi la différence 5 du troisiéme 18; ce qui m'auroit laissé le quatriéme terme 13. 15. 10 : 18. 13.

II PROBLEME.

19. *Pour continuer une progression, dont on connoît déja les deux premiers termes.*

b. 15. On double le second, & de ce double on ôte le premier. Et le [b] reste est le troisiéme terme, qui fournit le quatriéme à son tour de la [b] même sorte. Et ainsi du reste.

Ou si on connoît seulement le premier, & la différence qui est entre les deux premiers; le premier *a* plus ou moins la différence *d* fournit [c] le c. 5. second; & le second plus ou moins la même différence donne [c] aussi le troisiéme, qui sert à son tour de la même sorte pour trouver le quatriéme. Et ainsi du reste jusques où l'on voudra.

Progression arithmétique ∴ *a. a+d. a+2d. a+3d. a+4d. a+5d.*
÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13.

Progression arithmétique ∴ *a. a−d. a−2d. a−3d. a−4d. a−5d.*
÷ 21. 19. 17. 15. 13. 11.

I COROLLAIRE.

20. En toute progression arithmétique, chaque terme renferme une fois le premier plus ou moins autant de fois la différence qu'il y b. 19. a de termes avant luy. Car [b] le second n'est que le premier même plus ou moins une fois la différence, & le troisiéme [b] aussi que le premier plus ou moins 2 fois la différence. Et ainsi du reste.

II COROLLAIRE.

21. Si l'intervalle de deux termes d'une progression arithmétique est égal à celuy de deux autres termes; ils sont tous quatre en progression arithmétique. Parce que la différence de deux termes, qui en ont un inter- b. 20. posé, est la différence [b] simple de la progression; ou le double [b] de la même différence, s'il y en a deux interposez; ou le [b] triple, s'il y en a trois. Et ainsi du reste. De sorte que si la distance de deux termes est égale à celle de deux autres; la différence des deux d'une part est égale à celle des deux autres, ou les quatre termes proportionels arithmétiquement, comme les quatre *a+d. a+4d. a+5d. a+8d.*

∴ *a. a+d. a+2d. a+3d. a+4d. a+5d. a+6d. a+7d. a+8d.*
÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

III COROLLAIRE.

22. Chaque terme d'une progression arithmétique est moyen proportionel [b] arithmétiquement entre deux autres, qui en sont également éloignez. Parceque la différence du premier de ces deux au moyen b. 19.

SCD LYON 1

est [c] égale à celle du moyen à l'autre des deux termes. Le terme $a+4d$, par exemple, est moyen proportionel entre les deux $a+d$ & $a+7d$; ou les trois $a+d$, $a+4d$, $a+7d$ en proportion arithmétique continuë. c. 21.

IV COROLLAIRE.

23. EN toute progression arithmétique, la somme des extrêmes ou du premier & du dernier des termes, est égale [a] à celle du second & du penultiéme; ou du troisiéme & de l'antépénultiéme; ou de deux également distans des extrêmes; ou au double du terme du milieu, si le nombre des termes est impair. Puisque si deux termes sont également éloignez de deux autres interceptez entr'eux, ou également éloignez d'un seul; tous les quatre disposez par ordre sont en proportion [b] arithmétique, ou les trois en proportion [c] arithmétique continuë. C'est ainsi dans la progression précédente que $2a+8d$ est également la somme du premier & du neuviéme terme; ou celle du second & du huitiéme; ou du troisiéme & du septiéme; ou du quatriéme & du sixiéme; ou le double du cinquiéme a. 14 & 15. b. 21. c. 22.

V COROLLAIRE.

24. LE premier, troisiéme, cinquiéme, septiéme, neuviéme, & autres termes d'une progression arithmétique, pris ainsi de deux en deux, sont pareillement en progression arithmétique. Parceque le premier est arithmétiquement [b] au second, comme le second au troisiéme; & le second au troisiéme, comme [b] le troisiéme au quatriéme; & ainsi du reste. Ou le premier au troisiéme, comme le troisiéme [c] au cinquiéme; & ainsi du reste. b. 5. c. 21.

Et par la même raison; le premier, quatriéme, septiéme, dixiéme, treiziéme, seiziéme, & les autres termes, pris ainsi de trois en trois consécutivement, sont encore en progression.

Et le premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-septiéme, & les autres consécutifs, & pris de quatre en quatre, le sont pareillement. Et tous ceux en général, qui conservent la même distance entr'eux, & qui sont pris par ordre.

III THEOREME.

25. EN toute progression arithmétique des nombres naturels; le quarré du terme, qui suit de plus prés le dernier ou plus grand, moins le quarré du premier, moins encore le nombre des termes, vaut au juste 2 fois la somme des termes.

DEMONSTRATION.

Si le premier terme est a, & qu'il y ait 4 termes; ces termes sont a, $a+1$, $a+2$, $a+3$. Et [a] celuy, qui suit le dernier de plus prés, est $a+4$; dont le quarré $aa+8a+16$ contient déja une fois le quarré aa du premier terme a; plus encore 8 fois a, ou 2 fois autant qu'il y a d'unitez dans 4, ou qu'il y a de termes, ou que le terme a est répété dans la progression. Et ce même quarré contient aussi le quarré 16 du nombre des ter- a. 19.

SCD LYON 1

b. 17. 4. mes, ou les nombres 1, 3, 5, 7, qui [b] le forment. Mais il est égal d'ôter 4 ou le nombre des termes de son quarré 16, ou d'ôter 1 de chacun de ces nombres 1, 3, 5, 7, qui forment [b] ensemble ce quarré; ce qui laisse pour restes le nombre 12 d'une part, & de l'autre les nombres 0, 2, 4, 6, qui contiennent au juste 2 fois les excez 1, 2, 3, de la progression. De sorte que le quarré $aa+8a+16$ du terme $a+4$, moins le quarré aa du premier a, moins le nombre 4 des termes, vaut $8a+12$, ou 2 fois au juste la somme $4a+6$ des quatre termes a, $a+1$, $a+2$, $a+3$.

IV THEOREME.

26. EN toute progression arithmétique des nombres naturels; le cube du terme qui suit le dernier ou le plus grand de plus prés, moins le cube du premier, moins le nombre des termes, moins 3 fois la somme des termes, vaut au juste 3 fois la somme des quarrez.

Demonstration.

Si le premier terme est a, & qu'il y ait 4 termes; ces termes [a] sont a, a. 19. $a+1$, $a+2$, $a+3$. Et [a] celuy qui suit le dernier de plus prés, est $a+4$; dont le cube $a^3+12aa+48a+64$ contient déja le cube a^3 du premier terme a; & 12 fois son quarré aa, ou 3 fois autant qu'il y a d'unitez dans le nombre des termes, ou que le même quarré aa se doit trouver de fois b. 10. 4. dans [b] la somme de tous les quarrez des termes. Et il contient encore $48a$, ou $3a$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans le quarré 16 du nombre des c. 17. 4. termes, ou dans [c] les nombres 1, 3, 5, 7. Et si on ôte $3a$ des $48a$ autant de fois que le terme a est dans la somme des termes, ou qu'il y a d'unitez dans le nombre de ces mêmes termes : on aura encore autant de fois $3a$ qu'il y a d'unitez dans les nombres 0, 2, 4, 6; c'est à dire, autant de fois $3a$, que le terme a peut être distribué de fois dans tous les quarrez aa, $aa+2a+1$, $aa+4a+4$, $aa+6a+9$. Et le cube contient enfin d. 20. 4. 64, ou le cube du nombre des termes; c'est [d] à dire, 1 fois le nombre 4 des termes, plus 6 fois le 3[e] nombre 10 de ceux du 3[e] ordre. Mais les différences 1, 2, 3, & leurs quarrez 1, 4, 9, étant rassemblez; & leurs sommes 2, 6, 12, étant prises ensemble 3 fois, ou les moitiez 1, 3, 6, de ces mêmes sommes étant prises 6 fois, valent pareillement 6 fois le nom- c. 2[e] *Table.* bre 10, qui est le troisiéme [c] de ceux du 3[e] ordre, ou qui est égal [f] aux trois f. 7. 4. premiers ensemble 1, 3, 6, du second. Et si de ce reste 60 on ôte encore la somme 6 des différences 1, 2, 3, ou 3 fois le second nombre 6 du 3[e] ordre; le reste 42 vaudra 3 fois la somme 14 des quarrez 1, 4, 9, des trois différences. Et ainsi le cube $a^3+12aa+48a+64$, moins le cube a^3 du premier terme, moins le nombre des termes, moins encore 3 fois la somme des termes, vaut au juste 3 fois la somme $4aa+12a+14$ de tous les quarrez des 4 termes de la progression.

V THEOREME.

b. 2[e] *Table.* 27. ET prenant pareillement le [b] rang paralléle des quatriémes puissances; les cellules 1, 4, 6, 4, 1, marqueront qu'en toute progression arithmétique

tique des nombres naturels; le quarré du quarré du terme, qui suit le dernier de plus prés, moins un quarré du quarré du premier, moins le nombre des termes, moins 4 fois leur somme, moins encore 6 fois celle de leurs quarrez, vaut 4 fois au juste la somme de leurs cubes. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

THEOREME VI ET GENERAL.

28. ET généralement en toute progression arithmétique a, $a+d$, $a+2d$, $a+3d$; telle puissance qu'on voudra du terme $a+4d$, qui suit le dernier de plus prés, comme la quatriéme $a^4+16a^3d+96aadd+256ad^3+256d^4$, moins une semblable a^4 du premier terme a, & moins encore une semblable d^4 de la différence d prise 4 fois, c'est à dire, moins $4d^4$; & moins encore un produit $16ad^3+24d^4$ de la somme des termes par $4d^3$, qui répond à la cellule, où est $4b^3$; moins aussi un autre produit $24aadd+72ad^3+84d^4$ de la somme entiére des quarrez par $6dd$, qui répond à la cellule, où est $6bb$; doit enfin avoir pour juste valeur un produit $16a^3d+72aadd+168ad^3+144d^4$ de la somme entiére des cubes par $4d$, qui répond à la cellule, où est $4b$. Et c'est toûjours la même chose des autres puissances de telle progression arithmétique qu'on voudra proposer.

Progression arithmétique a^4 * * * *
$a.\ a+d.\ a+2d.\ a+3d.$ * * $+4d^4$
nouveau terme $a+4d$ *qui suit le dernier de plus prés.* * $16ad^3+24d^4$
Sa 4e Puiss. $a^4+16a^3d+96aadd+256ad^3+256d^4$ $24aadd+72ad^3+84d^4$
$-a^4$ * $-24aadd-88ad^3-112d^4$. $a^4+24aadd+88ad^3+112d^3$
Reste * $16a^3d+72aadd+168ad^3+144d^4$ $\S 4a^3+18aad+42add+36d^4$.
Divisé par $4d$ *Exposant & somme des cubes*

Cubes de tous les termes
$a^3.\ a^3+3aad+3add+d^3.\ a^3+6aad+12add+8d^3.\ a^3+9aad+27add+27d^3.$

III PROBLEME.

29. *CONnoissant le premier & le dernier terme d'une progression arithmétique, & le nombre de ses termes; pour trouver la différence qui regne dans tout le cours de la progression.*

On ôtera le moindre des extrêmes a & z du plus grand des deux, & 1 du nombre n des termes. Et le premier reste $a-z$ ou $z-a$ sera divisé ensuitte par l'autre reste $n-1$. Et l'exposant d sera la différence de la progression. Car le plus grand des extrêmes a & z contient une fois l'autre, plus [b] encore autant de fois la différence qu'il y a de termes moins un, ou [b. 20.]

1er & *grand terme* $1a.$ 26. *Diviser* $1a-1z.$ 21. $\S d.$ 3. *exposant*
le dernier & moindre $1z.$ 5. *par* $1n-1.$ 7. *& différence?*
nombre des termes $1n.$ 8. *Termes* ÷ 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5.

1er & *moindre terme* $1a.$ 5. *Diviser* $1z-1a.$ 21. $\S d.$ 3. *exposant*
le dernier & plus grand $1z.$ 26. *par* $1n-1.$ 7. *& différence?*
nombre des termes $1n.$ 8. *Termes* ÷ 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26.

SCD LYON 1

b. 20. qu'il y a d'unitez dans $n-1$. Et par[b] conséquent, si on divise la différence $z-a$ ou $a-z$ des extrêmes par $n-1$; l'exposant d résoudra la question.

EXEMPLE.

Pour trouver la différence d'une progression arithmétique de 257 termes, & dont les extrêmes sont 1843 & 51. J'ôte 51 de 1843, & 1 de 257. Et je divise le premier reste 1792 par l'autre 256. Et l'exposant 7 est la différence, dont le premier ou le dernier terme 1843 surpasse le second ou le penultiéme 1836.

De l'extrême 1843 — *ôter* 1 *de* 257
ôter l'extrême 51 — *Reste* 256
Diviser le reste 1792 } 7 *exposant*
par le reste 256 } *& différence de la progression.*

IV PROBLEME.

30. *Connoissant la différence qui regne dans la progression, & les deux extrêmes; pour trouver le nombre de ses termes.*

On ôtera le moindre des extrêmes a & z du plus grand des deux. Et le reste $a-z$ ou $z-a$ sera divisé ensuitte par la différence d de la progression. Et l'exposant e recevant l'unité donnera le nombre n des termes. Car le plus
b. 20. grand des extrêmes a & z contient une fois l'autre, [b] plus encore autant de fois la différence d de la progression, qu'il y a de termes moins un, ou qu'il y a d'unitez dans le nombre $n-1$ ou dans e. De sorte que le problême a prescrit ce qu'il falloit faire.

1er *& grand terme* 1*a*. 26. *Diviser* 1*a*—1*z*. 21. } *e*. 7. *exposant*
le dernier & moindre 1*z*. 5. *par* 1*d* 3. } *e*+1. 8. *nombre* 1*n*.
différence 1*d*. 3. (*Termes* ÷ 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5.

1er *& moindre terme* 1*a*. 5. *Diviser* 1*z*—1*a*. 21. } *e*. 7. *exposant*
le dernier & plus grand 1*z*. 26. *par* 1*d*. 3. } *e*+1. 8. *nombre* 1*n*.
différence 1*d*. 3. (*Termes* ÷ 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26.

EXEMPLE.

Pour trouver le nombre des termes d'une progression arithmétique, où la différence est 7, & les extrêmes 1843 & 58. J'ôte 58 de 1843. Et je divise le reste 1785 par l'excez ou par le nombre 7 dont les termes se surpassent consécutivement. Et l'exposant 255 recevant l'unité, donne le nombre 256 des termes.

De l'extrême 1843
ôter l'extrême 58
Diviser le reste 1785 } 255 *exposant*
par la différence 7 } 256 *nombre des termes.*

V PROBLEME.

31. *Connoissant la différence qui regne dans la progression, & le nombre des termes, & l'un des deux extrêmes; pour trouver l'autre extrême.*

SCD LYON 1

On ôtera 1 du nombre n des termes, & le reſte $n-1$ ſera multiplié par la différence d. Et on ôtera le produit $nd-1d$ de l'extrême connû a ou z, ſi cet extrême eſt le plus grand des deux. Et ſi c'eſt le moindre, on luy ajoûtera le produit $nd-1d$. Et le reſte $1a-1nd+1d$ ou $1z-1nd+1d$, ou la ſomme $1a+1nd-1d$ ou $1z+1nd-1d$ ſera l'extrême qu'on demande. Car chacun des extrêmes a & z contient une fois l'autre, [b] plus ou moins autant de fois la différence d qu'il y a de termes moins un, ou d'unitez dans le nombre $n-1$. Les modéles qu'on expoſe ici pour le terme a ſerviront pour z en mettant z pour a, & tranſpoſant les mots premier & dernier chacun à la place de l'autre. b. 26.

différence	$d.$ 3.	*nombre des termes*	$n.$ 8.	*premier terme*	$a.$ 26.	*dernier terme*	$1a-1nd+1d.$ 5 *petit extrême.*
différence	$d.$ 3.	*nombre des termes*	$n.$ 8.	*premier terme*	$a.$ 5.	*dernier terme*	$1a+1nd-1d$ 26 *grand extrême.*

EXEMPLE.

Pour trouver le dernier terme d'une progreſſion de 249 termes, dont le premier terme & le moindre des extrêmes eſt 58, & 7 la différence de deux conſécutifs. J'ôte 1 de 249, & je multiplie le reſte 248 par la différence 7. Et parce le dernier terme ſurpaſſe le premier, j'y joûte le produit 1736 au premier terme 58; & la ſomme 1794 eſt le dernier des termes.

Multiplier 248 *ou* 249—1
par la différence 7
Au produit 1736
ajoûter 58 *premier terme*
ſomme 1794 *dernier terme.*

VI PROBLEME.

32. *Connoiſſant la différence, & le nombre des termes, & l'un des extrêmes; pour trouver la ſomme entiére de la progreſſion.*

On cherche l'autre [b] extrême, & on ajoûte enſemble les deux extrêmes a & z. Et enſuitte on multiplie leur ſomme $a+z$ par la moitié l du nombre n des termes, ou la ſeule moitié de la ſomme $a+z$ par le nombre entier n des termes. Et le produit $al+lz$, ou la moitié du produit $an+nz$, eſt la ſomme entiére des termes que l'on cherche. b. 31.

Car la ſomme des extrêmes égale [c] celle du ſecond & du penultiéme, ou du troiſiéme & de l'antépénultiéme, ou de deux autres tels qu'on voudra également éloignez des extrêmes, & même le double du milieu, ſi le nombre des termes eſt impair. De ſorte que la ſomme entiére des termes de la progreſſion vaut celle des extrêmes priſe autant de fois que tous les termes peuvent être ainſi raſſemblez deux à deux, ou qu'il y a d'unitez dans la moitié du nombre n des termes. c. 23.

différence	$d.$ 12.	*nombre des termes*	$1n$ 60.	$2l.$	*premier terme*	$a.$ 50.	*ſomme des termes* $2al+2dll-dl$ 24240
différence	$d.$ 12.	*nombre des termes*	$1n$ 60.	$2l.$	*dernier terme*	$z.$ 758.	*ſomme des termes* $2zl-2dll+dl$ 24240

SCD LYON 1

EXEMPLE.

Pour trouver la somme entiére des 249 termes d'une progreſſion arithmétique, dont le premier eſt 58, & 7 la différence de deux conſécutifs. Je
b. 31. prens [b] ſon dernier terme 1794. Et luy ajoûtant 58, je prens la moitié de la ſomme 1852, ou 926. Et je multiplie cette moitié par le nombre 249 des termes. Et le produit 230574 eſt la ſomme entiére des 249 termes de la progreſſion.

Les extrêmes 58 *&* 1794. *Leur ſomme* 1852.
Multiplier leur moitié 926.
par le nombre des termes 249.
Produit 230574.
Somme entiére.

VII PROBLEME.

33. *CONnoiſſant la différence, & le premier terme, & la ſomme entiére de la progreſſion; pour trouver le nombre des termes, & le dernier.*

On pourra continuer la progreſſion, juſques à ce qu'un certain aſſemblage de termes égale la ſomme *ſ*. Et alors on aura le dernier *z*, & le nombre des termes. On propoſera une autre régle ailleurs plus méthodique & plus abbrégée. Et par conſéquent celle-cy ne merite pas que l'on s'y arrête.

1er *terme* 1*a*. 2. *différence* 1*d*. 2. *ſomme* 1*ſ*. 342.
Progreſſion ∴ 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. 30. 32. 34. 36.

VIII PROBLEME.

34. *CONnoiſſant la différence, & le nombre des termes, & la ſomme entiére de la progreſſion; pour trouver chaque terme.*

On diviſera la ſomme entiére *ſ* par la moitié *l* du nombre 2*l* des termes.
b. 23. Et l'expoſant *e* ſera déja la ſomme [b] des extrêmes. Et ſi on en retranche un produit 2*dl*—1*d* de la différence *d* par le nombre 2*l*—1 des termes diminué de l'unité, c'eſt à dire autant de fois la différence *d* qu'il y a de ter-
c 20. mes moins un; la moitié du reſte *e*—2*dl*+1*d* ſera [c] l'un des extrêmes, qui
d. 33. pourra ſervir à ſon tour à découvrir [d] l'autre & chacun [e] des interpoſez.
e. 19.

Multiplier 2*l*—1. 2.
par 1*d*
Produit 2*dl*—1*d*. 18.

Différence 2*d*. 2. *nombre des termes* 2*l*. 10.

Diviſer la ſomme 1*ſ*. 100. (1*e*. 20. *expoſant & ſomme des extrêmes.*
par la moitié 1*l*. 5. 1*e*—2*dl*+1*d*. 2. *vaut* 2 *fois un extrême.*
Termes ∴ 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

EXEMPLE.

Pour trouver tous les termes d'une progreſſion arithmétique de 249 termes, dont la ſomme eſt 230574, & où la différence de deux conſécutifs eſt 7. Je diviſe la ſomme 230574 par la moitié du nombre 249. Ou ce

SCD LYON 1

qui reviendra au même, je divise la somme entiére 230574 par le nombre entier 249, & je prens le double 1852 de l'exposant 926, pour exposant de la somme entiére divisée par la moitié du nombre des termes. J'ôte ensuitte 1 du nombre 249 des termes, & je multiplie le reste 248 par la différence 7. Et j'ôte le produit 1736 de l'exposant 1852. Et la moitié 58 du reste 116 est un des extrêmes. Et les autres termes seront facilement découverts ensuitte.

Somme 230574. *nombre des termes* 249. *différence* 7. (1er *terme* 58 ?
Progression ÷ 58. 65. 72. 79. 86. 93. 100. 107. 114. 121. 128. 135. &c.

VII THEOREME.

35. En toute proportion géométrique, la mesure commune la plus grande du premier & du second terme est contenuë dans le premier au juste autant de fois, que la plus grande du troisiéme & quatriéme l'est dans le troisiéme; & pareillement autant de fois dans le second au juste, que cette autre l'est dans le quatriéme.

Demonstration.

Soit A le premier terme, & B le second; & *a* le troisiéme, & *b* le quatriéme. Et que B soit dans A autant de fois, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *v* avec un reste C; & C autant de fois dans B, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *x* avec un reste D; & D dans C autant de fois qu'il y a d'unitez dans un nombre *y* avec un nouveau reste E; & enfin le reste E autant de fois au juste dans D qu'il y a d'unitez dans un nombre *z*. Le terme *b* est [b] donc aussi autant de fois dans *a*, qu'il y a d'unitez dans *v* avec un reste *c*; & *c* autant de [b] fois dans *b*, qu'il y a d'unitez dans *x* avec un reste *d*; & *d* autant de fois [b] dans *c*, qu'il y a d'unitez dans *y* avec un nouveau reste *e*; & enfin le reste *e* autant de fois [b] au juste dans *d* qu'il y a d'unitez dans *z*. Et ainsi le reste D est égal [c] au produit *z*E du nombre *z* par E; & le reste *d* égal au [c] produit *ze* du nombre *z* par *e*. Et pareillement le reste C est [d] égal à la somme *y*D + E ou *yz*E + E du produit de D ou *z*E par *y*, & du reste E; & le reste *c* égal [d] pareillement à la somme *yd* + *e* ou *yze* + *e* du produit de *d* ou *ze* par *y*, & du reste *e*. Mais ces deux sommes *yz*E + E & *yze* + *e* sont les produits des restes E & *e* par un même nombre *yz* + 1. Et par conséquent E & *e*, qui sont les mesures communes les plus grandes, l'une des deux termes A & B, & l'autre des autres *a* & *b*; sont au juste autant de fois, l'une dans C ou *yz*E + E, & l'autre dans *c* ou *yze* + *e*, qu'il y a d'unitez dans un même nombre *yz* + 1. Et on conclurra par un raisonnement semblable, que ces mêmes mesures E & *e* sont au

b. 2.

c. 18. 2.

d. 9. 2. & 20. 3.

E + *yz*E + *vz*E + *vx*E + *vxyz*E. A. 72. — 36. *a*. *vxyze* + *vxe* + *vze* + *yze* + *e*.
*z*E + *x*E + *xyz*E. B. 28. — 2.*v*.2. — 14. *b*. *xyze* + *xe* + *ze*
E + *yz*E. C. 16. — 1.*x*.1. — 8. *c*. *yze* + *e*
*z*E. D. 12. — 1.*y*.1. — 6. *d*. *ze*.
1E. E. 4. — 3.*z*.3. — 2. *e*. 1*e*.

SCD LYON 1

juste autant de fois, l'une dans B, & l'autre dans b; qu'il y a d'unitez dans un même nombre $xyz+x+z$, qui est une somme du produit du nombre $yz+1$ par x, & du nombre z. Et encore ensuitte, que les mêmes E & e sont au juste autant de fois, l'une dans A, & l'autre dans a; qu'il y a d'unitez dans un même nombre $vxyz+vx+vz+yz+1$, qui est une somme du produit du nombre précedent $xyz+x+z$ par v, & du nombre $yz+1$.

Et s'il falloit remonter plus haut; on suivroit le même ordre, multipliant le nombre nouvellement trouvé par celuy qui remonte, & ajoûtant au produit le pénultiéme de ceux qu'on auroit trouvé. Comme ici, multipliant le nombre $vxyz+vx+vz+yz+1$ par le nombre t qui remonteroit, & ajoûtant $xyz+x+z$ au produit, pour avoir un nouveau nombre, dont le produit par s avec son précédent en fournit un autre. Et ainsi du reste s'il falloit remonter plus haut.

$$\begin{array}{l}
stvxyz+stvx+stvz+styz+st+sxyz+sx+sz,+vxyz+vx+vz+yz+1.\\
tvxyz+tvx+tvz+tyz+t,+xyz+x+z.\\
vxyz+vx+vz,+yz+1.\\
xyz+x,+z.\\
yz,+1.\\
z.\\
1.
\end{array}$$

Et si le second terme B surpasse le premier terme A; on n'aura qu'à mettre A pour B, & B pour A; & encore a pour b, & b pour a, dans tout le cours de la démonstration: afin de démontrer, que la mesure commune la plus grande des termes A & B est au juste dans B autant de fois, que la plus grande des deux a & b est au juste dans b; & pareillement dans A autant de fois au juste, que cette autre l'est au juste dans a.

I COROLLAIRE.

36. EN toute proportion géométrique; le premier terme A contient le second B, comme le troisiéme a contient le quatriéme b. Ou le premier A est dans le second B, comme le troisiéme a dans le quatriéme b.

Car si les rapports sont commensurables; les mesures communes les plus grandes, comme les deux E & e, l'une des termes A & B, & l'autre des autres a & b, sont des aliquotes pareilles [a] des termes A & a; & elles le sont [b] aussi des termes B & b. Et par conséquent le terme A contient l'aliquote E de B autant de fois au juste, [b] que le terme a contient la pareille e de b. Ou B autant de fois [b] au juste l'aliquote E du premier terme A, que b la pareille e du troisiéme terme a. De sorte que toutes les parties de B que contient le terme A, sont ensemble semblables [c] à toutes les parties de b que contient le terme a; ou ce qui revient au même, le terme a contient

a. 2. & 35.
b. 35.
c. définition.

$$\left\{\begin{array}{l}A.\ B::\ a.\ b.\\ 72.24::45.15.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}A.\ B::\ a.\ b.\\ 24.72::15.45.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}A.\ B::\ a.\ b.\\ 72.28::36.14.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}A.\ B::\ a.\ b.\\ 28.72::14.36.\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll}E. & e.\\ 24. & 15.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{ll}E. & e.\\ 24. & 15.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{ll}E. & e.\\ 4. & 2.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{ll}E. & e.\\ 4. & 2.\end{array}\right.$$

SCD LYON 1

les mêmes parties de B, que le terme *a* de *b*; ou ce qui signifie encore la même chose; le premier A contient le second B, comme le troisiéme *a* contient le quatriéme *b*. Ou le premier A est dans le second B, comme le troisiéme *a* dans le quatriéme *b*.

Et si les rapports sont incommensurables, & qu'on descende jusqu'à des restes Z & z également abbaissez; le reste Z étant ôté du premier terme A, si A surpasse B; & l'autre Z du troisiéme terme *a*. Ou si B surpasse A; le reste Z étant ôté de B, & l'autre z de *b*: le reste A—Z contiendra le [b] second terme B, comme l'autre *a*—z le quatriéme *b*. Ou le premier terme A sera [b] dans B—Z, comme le troisiéme *a* sera dans *b*—z. Et comme on pourra toûjours raisonner de la même sorte en prenant pour Z & z successivement & jusques à l'infini de nouveaux restes toûjours plus petits; on peut aussi [b] conclurre avec assûrance, que le premier terme A, dont A—Z approchera toûjours, contient le second B; comme le troisiéme *a*, dont *a*—z approchera toûjours, contient le quatriéme *b*. Ou que le premier A est dans le second B, dont B—Z approchera toûjours; comme le troisiéme *a* est dans le quatriéme *b*, dont *b*—z approchera toûjours. De sorte que le théorême est généralement démontré.

b. *demonstration précédente.*

II COROLLAIRE.

37. SI le premier terme A contient le second B, comme le troisiéme *a* le quatriéme *b*. Ou si le premier A est dans le second B, comme le troisiéme *a* dans le quatriéme *b*, les quatre termes sont en proportion.

Car afin que le premier A contienne le second B, comme le troisiéme *a* le quatriéme *b*; il faut que B soit déja dans A autant de fois, que *b* dans *a*; & avec un reste C, s'il y a un reste *c*. Et que le reste C soit encore une même portion de B, que *c* de *b*; ou que B contienne C, comme *b* contient *c*. Et ainsi de suitte jusques même à l'infini, s'il y a toûjours des restes. Et c'est la même chose, si A vaut moins que B. D'où il est clair [b] que les quatre termes sont proportionels géométriquement.

b. 2.

1er *terme* A. 72.	3e *terme a.* 36.	3e *reste* E. 4.	3e *reste e.* 2.
2d *terme* B. 28.	4e *terme b.* 14.	2d *reste* D. 12.	2d *reste d.* 6.
1er *reste* C. 16.	1er *reste c.* 8.	1er *reste* C. 16.	1er *reste c.* 8.
2d *reste* D. 12.	2d *reste d.* 6.	1er *terme* A. 28.	3e *terme a.* 14.
3e *reste* E. 4.	3e *reste e.* 2.	2d *terme* B. 72.	4e *terme b.* 36.

VIII THEOREME.

38. EN toute proportion géométrique le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Si les rapports sont commensurables; les mesures communes les plus grandes, comme *f* & *g*, l'une des deux premiers termes A & B, & l'autre des deux autres *a* & *b*, sont au juste [b] autant de fois, la premiere *f* dans le premier terme A, & la seconde *g* dans le troisiéme terme *a*, qu'il y a d'unitez dans un nombre *c*; & encore autant de fois [b] au juste, *f* dans le se-

b. 35.

SCD LYON 1

cond B, & *g* dans le quatriéme *b*, qu'il y a d'unitez dans un nombre *d*. Et par conſéquent le premier terme A eſt égal [c] au produit *cf* du nombre *c* par *f*, & le troiſiéme terme *a* eſt égal [c] au produit *cg* du nombre *c* par *g*. Et
c. 18. 2. pareillement le ſecond terme B eſt égal [c] au produit *df* du nombre *d* par *f*, & le quatriéme *b* au produit *dg* du même *d* par *g*. Et ainſi le produit *Ab* ou
d. 20. 3. & 17. 2. *cfdg* des extrêmes A & *b*, ou *cf* & *dg*, eſt égal [d] au produit B*a* ou *dfcg* des moyens B & *a*, ou *df* & *cg*. Et c'eſt ce que j'avois à démontrer.

$$\left\{\begin{array}{l} A.\ B::\ a.\ b. \\ 6.\ 3::\ 8.\ 4. \\ cf.\ df::\ cg.\ dg. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} f.\ g.\ c.\ d. \\ 3.4.2.1. \end{array}\right. \textit{Produits égaux} \left\{\begin{array}{ll} cfdg \textit{ des extrêmes}, & dfcg \textit{ des moyens.} \\ 24 \textit{ ou } 6 \textit{ fois } 4. & 24 \textit{ ou } 3 \textit{ fois } 8. \\ Ab & Ba \end{array}\right.$$

Et ſi les rapports ſont incommenſurables, & qu'on deſcende juſqu'à des reſtes Z & ζ également abbaiſſez; le reſte Z étant ôté du premier terme A, ſi A ſurpaſſe B; & l'autre ζ du troiſiéme terme *a*. Ou ſi B ſurpaſſe A; le reſte Z étant ôté de B, & l'autre ζ de *b*. Le rapport du reſte A—Z & du
b. 2. ſecond terme B ſera commenſurable, & égal [b] au rapport du reſte *a*—ζ & du quatriéme *b*. Ou le rapport du premier terme A & du reſte B—Z ſera commenſurable, & égal [b] au rapport du terme *a* & du reſte *b*—ζ. Et
c *démonſtration précedente.* par conſéquent le produit des extrêmes A—Z & *b* ſera égal [c] au produit des moyens B & *a*—ζ. Ou le produit des extrêmes A & *b*—ζ au [c] produit des moyens B—Z & *a*, comme il paroît clairement par la demonſtration précédente. Et parce qu'on pourra toûjours former le même raiſonnement, en prenant pour Z & ζ ſucceſſivement & juſqu'à l'infini de nouveaux reſtes toûjours plus petits, on peut auſſi conclurre avec aſſurance que le produit du premier terme A, dont A—Z approchera toûjours, par le quatriéme *b*, eſt égal au produit du ſecond B par le troiſiéme *a*, dont *a*—ζ approchera toûjours. Ou que le produit du premier A par le quatriéme *b*, dont *b*—ζ approchera toûjours, eſt égal [c] au produit du ſecond B, dont B—Z approchera toûjours, par le troiſiéme *a*.

I COROLLAIRE.

39. SI le premier terme *a* contient plus le ſecond terme *b*, que le troiſiéme *z* ne contient le quatriéme *y*; ou que le premier *a* ſoit moins dans le ſecond *b*, que le troiſiéme *z* dans le quatriéme *y*. Le produit *ay* des extrêmes ſurpaſſe le produit *bz* des deux moyens.

Car afin que le terme *a* contienne *b* ou ſoit dans *b*, comme *z* contient *y* ou eſt dans *y*; il en faut ôter ce qu'il y a de trop, parce qu'étant diminué il contiendra moins *b* qu'auparavant, ou ſera plus dans *b*. Soit donc *g* ce qu'il y a de trop dans le premier terme *a*, ou l'excez qui l'empêche de contenir *b* ou d'être dans *b*, comme *z* contient *y* où ſe trouve dans *y*. Si l'on retranche l'excez *g* du terme *a*; le reſte *a*—*g* & le ſecond terme *b*
b. 37. auront un rapport [b] égal à celuy du troiſiéme terme *z* & du quatriéme *y*.
c. 38. Et le produit *ay*—*gy* des extrêmes *a*—*g* & *y* de la proportion ſera [c] égal au produit *bz* des moyens *b* & *z*. Mais le produit *ay* des premiers extrê-
d. 6. 1. mes *a* & *y* ſurpaſſe [d] le produit *ay*—*gy* des extrêmes *a*—*g* & *y* de la proportion

portion. Et par conſéquent il [c] ſurpaſſe auſſi le produit bz des deux moyens b & z. c. 14. 1.

$\left\{\begin{matrix}7.3.8.4.\\a.b.z.y.\\5.6.4.8.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}7-1.3::8.4.\\a-g.b::z.y.\\5-2.6::4.8.\end{matrix}\right.$ *Produits égaux* $\left\{\begin{matrix}28-4.24.\\ay-gy.bz.\\40-16.24.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}28. & 24.\\ 1ay \textit{ ſurpaſſe } & 1bz.\\ 40. & 24.\end{matrix}\right.$

II COROLLAIRE.

40. ET ſi le premier a contient moins le ſecond b, que le troiſiéme z le quatriéme y; ou que le premier a ſoit plus dans le ſecond b, que le troiſiéme z dans le quatriéme y; le produit ay des extrêmes eſt moindre que le produit bz des deux moyens.

Car ajoûtant g qui manque [a] au terme a pour contenir b ou pour être dans b, comme z contient y ou eſt dans y; il eſt clair que toute la grandeur $a+g$ & le ſecond terme b auront un rapport [b] égal à celuy du troiſiéme z & du quatriéme y. Et qu'ainſi le produit $ay+gy$ des extrêmes $a+g$ & y de la proportion ſera égal [c] au produit bz des moyens b & z. Et par conſéquent le produit ay des deux premiers extrêmes a & y, & qui [d] eſt moindre que le produit $ay+gy$ des deux extrêmes $a+g$ & y de la proportion, eſt [e] moindre auſſi que le produit bz des moyens b & z. a. *ſuppoſition.* b. 37. c. 38. d. 6. 1. e. 14. 1.

$\left\{\begin{matrix}5.3.8.4.\\a.b.z.y.\\2.6.4.8.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}5+1.3::8.4.\\a+g.b::z.y.\\2+1.6::4.8.\end{matrix}\right.$ *Produits égaux* $\left\{\begin{matrix}20+4.24.\\ay+gy.bz.\\16+8.24.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}20 & 24.\\ 1ay \textit{ moindre que } & 1bz.\\ 16 & 24.\end{matrix}\right.$

Definition.

41. Si le premier terme a contient plus le ſecond terme b, ou s'il eſt moins dans b; que le troiſiéme z ne contient le quatriéme y, ou n'eſt dans y: je dirai que le premier rapport ſurpaſſe le ſecond. Mais je dirai qu'il eſt moindre; ſi a contient moins b, ou eſt plus dans b; que z ne contient y, ou n'eſt dans y. Je marque ainſi que le premier rapport eſt plus grand que l'autre $a.b.\cdot.z.y.$ c'eſt à dire, a & b ont un plus grand rapport que z & y. Et au contraire cette expreſſion $a.b.\cdot.z.y.$ ſignifiera que le rapport eſt moindre entre a & b, qu'entre z & y. Les nombres 7 & 3 ont un plus grand rapport que 8 & 4. Et 5 & 6 un plus grand que 4 & 8. Ce que je marque ainſi $7.3.\cdot.8.4.$ Et $5.6.\cdot.4.8.$ Et au contraire $5.13.\cdot.4.8.$ ſignifie que 5 & 13 ont un moindre rapport que 4 & 8. Et $2.6.\cdot.4.8.$ que 2 & 6 en ont un moindre que 4 & 8.

III COROLLAIRE.

42. SI le produit ay des deux extrêmes a & y eſt égal au produit bz des moyens b & z; les quatre termes ſont en proportion. Car ſi le premier a contenoit plus ou moins le ſecond terme b, que le troiſiéme z le quatriéme y; le produit ay des extrêmes ſeroit [b] plus grand ou [c] moindre que l'autre bz des deux moyens. Ce qui détruiroit la ſuppoſition. De ſorte que les termes ſont [d] en proportion. b. 39. c. 40. d. 16. 1.

$\left\{\begin{matrix}\textit{Produits égaux } 1ay. & 1bz.\\ 6 \textit{ fois } 4 \textit{ ou } 24. & 24 \textit{ ou } 3 \textit{ fois } 8.\end{matrix}\right.$ *Proportion* $\left\{\begin{matrix}a.b::z.y.\\6.3::8.4.\end{matrix}\right.$

IV COROLLAIRE.

43. SI le produit *ay* des extrêmes surpasse le produit *bz* des deux moyens, le rapport du premier terme *a* au second terme *b* surpasse le rapport du troisiéme *z* au quatriéme *y*. Parceque si c'étoient deux rapports égaux; il y auroit une [b] égalité entre les deux produits *ay* & *bz*. Ce qui repugne à la supposition. Et si le premier rapport étoit moindre que l'autre, le produit *ay* des extrêmes seroit [c] moindre que l'autre *bz* des deux moyens. Ce qui répugne encore à la supposition. Et par conséquent le premier rapport des termes *a* & *b* surpasse [d] le second des deux *z* & *y*.

b. 38. c. 40. d. 16. 1.

Et pareillement, si le produit *ay* des extrêmes est moindre que le produit *bz* des deux moyens; le premier rapport des termes *a* & *b* est moindre que l'autre des deux *z* & *y*.

28.	24.	7. 3 :: 8. 4.		20.	24.	5. 3 :: 8. 4.	
ay surpasse bz.		*Et a. b :: z. y.*		*ay moindre que bz.*		*Et a. b :: z. y.*	
40.	24.	5. 6 :: 4. 8.		16.	24.	2. 6 :: 4. 8.	

V COROLLAIRE.

44. SI trois grandeurs *a*, *b*, *c*, sont en proportion continuë; le plan *ac* des deux extrêmes est égal [b] au quarré *bb* de la moyenne. Et si le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* est égal au quarré *bb* de la moyenne *b*; la grandeur *b* est [c] moyenne proportionelle entre les deux extrêmes *a* & *c*. Car dans l'une & l'autre de ces suppositions, le terme moyen *b* est [d] le second terme, & encore le troisiéme d'une proportion, dont les autres *a* & *c* sont les deux extrêmes.

b. 38. c. 42. d. *supposition.* & 42.

a. b :: b. c.	*Produits égaux ac. bb.*
12. 6 :: 6. 3.	*12 fois 3 ou 36. 36. ou 6 fois 6.*

Produits égaux ac. bb.	*Proportion a. b :: b. c.*
12 fois 3 ou 36. 36 ou 6 fois 6.	12. 6 :: 6. 3.

VI COROLLAIRE.

45. ET si les grandeurs *a* & *b* ont un plus grand rapport que les deux *b* & *c*; le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* surpasse [b] le quarré *bb* du terme moyen *b*. Et si le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* surpasse le quarré *bb* du terme moyen *b*; les deux termes *a* & *b* ont un [c] plus grand rapport que les deux *b* & *c*.

b. 39 & 41. c. 43.

a. b :: b. c.		*le plan 1ac surpasse le quarré 1bb.*	
12. 6 :: 6. 4.	*Et*	*12 fois 4 ou 48. 6 fois 6 ou 36.*	

le plan 1ac surpasse le quarré 1bb.		*a. b :: b. c.*	
12 fois 4 ou 48. 6 fois 6 ou 36.	*Et*	12. 6 :: 6. 4.	

Et au contraire, si les grandeurs *a* & *b* ont un moindre rapport que les deux *b* & *c*; le plan *ac* des extrêmes est [d] moindre que le quarré *bb* du terme

d. 40 & 41.

SCD LYON 1

moyen *b*. Et si le plan *ac* des extrêmes est moindre que le quarré *bb* du terme moyen *b*; les deux termes *a* & *b* ont [c] un moindre rapport que les deux *b* & *c*. c. 43.

$$\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: b.\ c. \\ 12.\ 6 :: 6.\ 2. \end{array}\right. Et \left\{\begin{array}{l} \text{le plan } 1ac \text{ est moindre que le quarré } 1bb. \\ 12 \text{ fois } 2 \text{ ou } 24. \qquad 6 \text{ fois } 6 \text{ ou } 36. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{le plan } 1ac \text{ est moindre que le quarré } 1bb. \\ 12 \text{ fois } 2 \text{ ou } 24 \qquad 6 \text{ fois } 6 \text{ ou } 36. \end{array}\right. Et \left\{\begin{array}{l} a.\ b :: b.\ c. \\ 12.\ 6 :: 6.\ 2. \end{array}\right.$$

VII COROLLAIRE.

46. LEs quatre termes d'une proportion droitte sont toûjours en [a] proportion, quelque transposition qu'on en fasse, pourvû que les extrêmes soient tous deux extrêmes ou tous deux moyens. Parce qu'alors le produit des extrêmes est toûjours égal [b] au produit des moyens. Ainsi la proportion droitte A. B :: *a*. *b*. fournira chacune des sept autres qu'on expose ici aprés elle. a. 42. b. 38.

$$1^{ere}\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{array}\right. \quad 2^{e}\left\{\begin{array}{l} A.\ a. :: B.\ b. \\ 8.\ 4 :: 6.\ 3. \end{array}\right. \quad 3^{e}\left\{\begin{array}{l} B.\ A :: b.\ a. \\ 6.\ 8 :: 3.\ 4. \end{array}\right. \quad 4^{e}\left\{\begin{array}{l} B.\ b :: A.\ a. \\ 6.\ 3 :: 8.\ 4. \end{array}\right.$$

$$5^{e}\left\{\begin{array}{l} a.\ A :: b.\ B. \\ 4.\ 8 :: 3.\ 6. \end{array}\right. \quad 6^{e}\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: A.\ B. \\ 4.\ 3 :: 8.\ 6. \end{array}\right. \quad 7^{e}\left\{\begin{array}{l} b.\ a :: B.\ A. \\ 3.\ 4 :: 6.\ 8. \end{array}\right. \quad 8^{e}\left\{\begin{array}{l} b.\ B :: a.\ A. \\ 3.\ 6 :: 4.\ 8. \end{array}\right.$$

VIII COROLLAIRE.

47. SI quatre grandeurs sont en proportion; elles le seront encore étant transposées selon le changement de permutation, & selon le changement alterne, & selon chacun des autres changemens de composition, de division, & de conversion.

Car supposant la proportion droitte A. B :: *a*. *b*. on aura déja [b] par un changement de permutation B. A :: *b*. *a*. Et par un changement [b] alterne A. *a* :: B. *b*. b. 46.

$$\text{Proportion droite}\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{array}\right. \text{Et par permutation}\left\{\begin{array}{l} B.\ A :: b.\ a. \\ 6.\ 8 :: 3.\ 4. \end{array}\right. \text{Et par un changement alterne}\left\{\begin{array}{l} A.\ a :: B.\ b. \\ 8.\ 4 :: 6.\ 3. \end{array}\right.$$

Et on aura aussi par un changement de composition A+B. B :: *a*+*b*. *b*. Car les produits A*b* & B*a* sont [c] égaux, & ajoûtant le commun B*b* de part & d'autre; le produit A*b*+B*b* des extrêmes A+B & *b*, qu'on aura d'une part, est égal [d] au produit B*a*+B*b* des moyens B & *a*+*b*, qu'on trouvera de l'autre. Et par conséquent il y a un même [e] rapport entre A+B & B, & entre *a*+*b* & *b*. c. 38. d. 9. 1. e. 42.

$$\text{Proportion droite}\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{array}\right. \text{Et par composition}\left\{\begin{array}{l} A+B.\ B :: a+b.\ b. \\ 8+6.\ 6 :: 4+3.\ 3. \end{array}\right.$$

Et on aura encore par un changement de division A—B. B :: *a*—*b*. *b*. Car étant un même produit B*b* de chacun des [f] égaux A*b* & B*a*; le produit f. 38.

g. 10. 2. Ab—Bb des extrêmes A—B & b qui reſtera d'une part, ſera égal [g] au produit Ba—Bb des moyens B & a—b qui reſtera de l'autre.

Proportion droitte { A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3. } *Et par diviſion* { A—B. B :: *a*—*b*. *b*. / 8—6. 6 :: 4— 3. 3.

h. 42. Et on aura [h] par un changement de converſion A. A—B :: *a*. *a*—*b*. Car
i. 38. ôtant d'un même produit Aa premiérement le produit Ab, & enſuitte [i] ſon égal Ba; le produit Aa—Ab des extrêmes A & a—b, qui reſte d'une part,
k. 10. 1. eſt [k] égal au produit Aa—Ba des moyens A—B & a, qui reſte de l'autre.

Proportion droitte { A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3. } *Et par converſion* { A. A—B :: *a*. *a*— *b*. / 8. 8—6 :: 4. 4— 3.

DEFINITIONS.

Si la proportion droitte eſt A. B :: *a*. *b*. la premiére B. A :: *b*. *a*. ſera nommée *ſon inverſe* ou *ſa permutée*; & la ſeconde A. *a* :: B. *b*. en ſera nommée *l'alterne*. Et la troiſiéme A—+B. B :: *a*—+*b*. *b*. en ſera *la compoſée*. Et l'autre A—B. B :: *a*—*b*. *b*. ſera *ſa diviſée*. Et la derniere A. A—B :: *a*. *a*—*b*. en ſera *la converſe*.

Proportion droitte { A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3. } *Inverſe ou permutée* { B. A :: *b*. *a*. / 6. 8 :: 3. 4. } *Alterne* { A. *a* :: B. *b*. / 8. 4 :: 6. 3.

Compoſée { A—+B. B :: *a*—+*b*. *b*. / 14. 6 :: 7. 3. } *Diviſée* { A—*b*. B :: *a*—*b*. *b*. / 2. 6 :: 1. 3. } *Converſe* { A. A—B :: *a*. *a*—*b*. / 8. 2 :: 4. 1.

IX COROLLAIRE.

48. EN toute proportion réciproque, le produit du premier & du troiſiéme terme eſt égal [a] au produit du ſecond par le quatriéme. Puiſ-
a. 38. que le premier & le troiſiéme ſont ou les deux extrêmes, ou les deux
b. 7. moyens d'une proportion [b] droitte, dont les autres ſont les deux moyens ou les deux extrêmes.

Proportion réciproque { A. B. *b*. *a*. / 8. 6. 3. 4. } { *Produits égaux* Ab. Ba. / 8 *fois* 3 *ou* 24. 24 *ou* 6 *fois* 4.

Proportion réciproque { B. A. *a*. *b*. / 6. 8. 4. 3. } { *Produits égaux* Ba. Ab. / 6 *fois* 4 *ou* 24. 24 *ou* 8 *fois* 3.

X COROLLAIRE.

49. SI le produit Ab du premier & du troiſiéme terme eſt égal au produit Ba des deux autres; les deux premiers ſont [a] réciproques aux deux
a. 41. autres. Parceque le premier & le troiſiéme ſont les extrêmes ou les moyens

{ *Produits égaux* Ab. Ba. / 8 *fois* 3 *ou* 24. 24 *ou* 6 *fois* 4. } *Proportion réciproque* { A. B. *b*. *a*. / 8. 6. 3. 4.

{ *Produits égaux* Ba. Ab. / 6 *fois* 4 *ou* 24. 24 *ou* 8 *fois* 3. } *Proportion réciproque* { B. A. *a*. *b*. / 6. 8. 4 3.

SCD LYON 1

d'une proportion [b] droitte, dont les deux autres sont les deux moyens ou les deux extrêmes. b. 7.

XI COROLLAIRE.

50. Les rapports de deux grandeurs égales *b* & *c* à une même *g* sont des rapports égaux. Parceque la même *g* est également contenuë dans chacune, ou les contient également l'une & l'autre. Ou parceque le rapport des égales *b* & *c* est égal [b] au rapport des égales *g* & *g*. Et par un changement alterne, le rapport des deux *b* & *g* égal à [c] celuy des deux *c* & *g*. b. 2. c. 47.

Egalité entre 1*b*. 1*c*. 3 *pieds*. 36 *pouces*. *Proportion* 1*b*. 1*c*:: 1*g*. 1*g*. *Alterne* 1*b*. 1*g*.:: 1*c*. 1*g*. 2 *pouces*

XII COROLLAIRE.

51. Si une grandeur *g* est à une grandeur *b*, comme la même *g* est à une grandeur *c*; les deux grandeurs *b* & *c* sont égales. Car les deux *g* & *b* étant [b] proportionelles aux deux *g* & *c*; les deux *g* & *g* sont [c] entr'elles, par un changement alterne, comme les deux *b* & *c*. Comme donc le premier terme *g* contient une fois au juste le second terme *g*; le troisiéme *b* contient une fois [d] au juste le quatriéme *c*. Et par conséquent les grandeurs *b* & *c* sont égales. b. *supposition* c. 47. d. 36.

Proportion 1*g*. 1*b*:: 1*g*. 1*c*. *Alterne* 1*g*. 1*g*:: 1*b*. 1*c*. *Egalité entre* 1*g*. 1*g*. & *entre* 1*b*. 1*c*.

IX THEOREME.

52. Si deux rapports sont égaux chacun à un certain rapport; ils sont égaux entr'eux.

Car si A contient B ou se trouve dans B autant [b] de fois, que ζ contient *y* ou se trouve dans *y*; & que B ou A contienne le reste C autant [b] de fois, que la grandeur *y* ou ζ contient le reste *x*; & C autant de fois [b] le nouveau reste D, que le reste *x* un nouveau reste *v*; & D enfin le dernier reste E autant [b] de fois au juste, que le reste *v* le dernier reste *t*. Et pareillement, si la grandeur *a* contient *b* ou se trouve dans *b* autant de [b] fois, que ζ contient *y* ou se trouve dans *y*, & *b* ou *a* le reste *c* autant de [b] fois, que la grandeur *y* ou ζ contient le reste *x*; & *c* autant de [b] fois le nouveau reste *d*, que l'autre *x* le nouveau reste *v*; & *d* enfin le dernier reste *e* autant de [b] fois au juste, que le reste *v* le dernier reste *t*: il est évident que la grandeur A contient pareillement la grandeur B ou se trouve dans B autant de [b] fois, que l'autre *a* con- b. *supposition*

premier terme	A.	72.	ζ.	18.	*a*.	36.
second terme	B.	28.	*y*.	7.	*b*.	14.
premier reste	C.	16.	*x*.	4.	*c*.	8.
second reste	D.	12.	*v*.	3.	*d*.	6.
troisiéme reste	E.	4.	*t*.	1.	*e*.	2.

troisiéme reste	E.	4.	*t*.	1.	*e*.	2.
second reste	D.	12.	*v*.	3.	*d*.	6.
premier reste	C.	16.	*x*.	4.	*c*.	8.
premier terme	A.	28.	ζ.	7.	*a*.	14.
second terme	B.	72.	*y*.	18.	*b*.	36.

1ere *proportion* { 72. 28:: 18. 7. / A. B:: ζ. *y*. 2e / 28. 72:: 7. 18. } { 36. 14:: 18. 7. / *a*. *b*:: ζ. *y*. 3e / 14. 36:: 7. 18. } { 72. 28:: 36. 14. / A. B:: *a*. *b*. / 28. 72:: 14. 36. }

tient *b* ou se trouve dans *b*; & B ou A le reste C autant de fois, que *b* ou *a* l'autre reste *c*; & C autant de fois le nouveau reste D, que *c* le nouveau reste *d*. Et D enfin le dernier reste E autant de fois au juste, que *d* le dernier reste
c. 2. *e* au juste. Et par conséquent le rapport des grandeurs A & B est égal[c] au rapport des deux autres *a* & *b*.

DEFINITION.

Ayant conclû qu'un rapport est égal à un autre, & celuy-ci à un troisiéme, si on compare le premier au troisiéme; on dira que c'est *par égalité* ou *selon l'égalité*. Et on exprimera ainsi les égalitez de plusieurs rapports.

Proportions { A. B:: C. D:: E. F:: G. H. / 72.28::18. 7::54.21::36. 14. } *c'est à dire* { A. B:: C. D. / 72.28::18. 7. }

Et { A. B:: E. F. / 72.28::54.21. } *Et* { A. B:: G.H. / 72.28::36.14. } *Et* { C.D:: E. F. / 18. 7::54.21. } *Et* { C.D:: G.H. / 18. 7::36.14. } &c.

I COROLLAIRE.

53. SI on ôte les parties *a* & *b*, l'une de son tout A, & l'autre de son tout B; & que les parties A—*a* & B—*b*, qui restent, soient entr'elles, comme les parties *a* & *b*; les deux touts A & B sont pareillement entr'eux, comme les parties *a* & *b*; & aussi comme les deux autres A—*a* & B—*b* qui restent.

b. *supposition.* Car les parties A—*a* & B—*b* ayant entr'elles un même rapport[b] que les
c. 47. deux *a* & *b*; il y en aura un même[c] par un changement alterne entre les deux A—*a* & *a*, & entre les deux B—*b* & *b*. Et par composition[c] un même entre A—*a*+*a* & *a*, & entre B—*b*+*b* & *b*; ou entre le tout A & sa partie *a*, & entre le tout B & sa partie *b*. Et par un changement alterne, encore un même[c] entre les touts A & B, & entre leurs parties *a* & *b*. Et parceque les parties A—*a* & B—*b* en ont déja un même que les deux *a* & *b*, les deux
d. 52. touts A & B en ont aussi un[d] même par égalité, que ces autres parties A—*a* & B—*b*.

{ *Proportion* A — *a*. B—*b*:: *a*. *b*. / 15—10.6—4::10. 4. } { *Alterne* A—*a*. *a* :: B—*b*. *b*. / 5. 10 :: 2. 4. } { *Par composition* A—*a* +*a*. *a* :: A—*b*+*b*. *b*. / 5+10.10 :: 2+4.4. }

Ou { A. *a*:: B. *b*. / 15. 10:: 6. 4. } *Alterne* { A. B:: *a*. *b*. / 15. 6::10. 4. } *Et par égalité* { A. B:: A—*a*. B—*b*. / 15. 6:: 5. 2. }

II COROLLAIRE.

54. SI deux grandeurs A & B sont entr'elles, comme leurs parties *a* & *b*; ou si la grandeur A & sa partie *a* ont un même rapport, que la grandeur B & sa partie *b*; 1°. les parties A—*a* & *a* de la premiére sont aussi en-
b. 47. tr'elles[b] comme les parties B—*b* & *b* de la seconde B. Car la proportion
c. 12. droitte A. *a*:: B. *b*. reçoit déja pour sa converse[b] la proportion droitte A—*a*. *a*:: B—*b*. *b*.

Proportion { A. *a*:: B. *b*. / 15. 10:: 6. 4. } *Sa converse* { A—*a*. *a*:: B—*b*. *b*. / 15—10. 10:: 6—4. 4. }

SCD LYON 1

2°. Et la grandeur A est encore à sa partie A—*a* qui reste, comme l'autre B est à sa partie B—*b* qui reste. Car il y a un [b] même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*. Et par un changement alterne, un même [c] entre A & B, & entre *a* & *b*. Et il y a aussi un même rapport [d] entre A—*a* & *a*, & entre B—*b* & *b*. Et par changement alterne, un même [e] entre A—*a* & B—*b*, & entre *a* & *b*. Et par égalité, un même [d] entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties A—*a* & B—*b*. Ou par un changement alterne un même entre A & A—*a*, & entre B & B—*b*.

b. *suppoſition.*
c. 47.
d. *démonſtration précédente.*
d. 52.

1ere *Proportion*	*L'alterne*	*La converſe*
A. *a* :: B. *b*.	A. B :: *a*. *b*.	A—*a*. *a* :: B—*b*. *b*.
15. 10 :: 6. 4.	15. 6 :: 10. 4.	5. 10 :: 2. 4.

Alterne	*Par égalité*	*Alterne*
A—*a*. B—*b* :: *a*. *b*.	A. B :: A—*a*. B—*b*.	A. A—*a* :: B. B—*b*.
5. 2. :: 10. 4.	15. 6 :: 5. 2.	15. 5 :: 6. 2.

III COROLLAIRE.

55. SI deux grandeurs A & B sont entr'elles, comme deux *z* & *y*; & les parties *a* & *b* des deux premiéres A & B pareillement entr'elles, comme les deux *z* & *y*; les deux parties A—*a* & B—*b* qui restent des deux premiéres sont encore entr'elles, comme les deux grandeurs *z* & *y*.

Car il est déja clair par la suppoſition, qu'il y a par égalité un [b] même rapport entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties *a* & *b*. Et par un changement alterne, il est encore le même [c] entre la grandeur A & sa partie *a*, & entre la grandeur B & sa partie *b*. Et le même aussi par converſion [c] entre la grandeur A & son autre partie A—*a*, & entre la grandeur B & son autre partie B—*b*. Et par un changement alterne, on en trouve un [c] même entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties A—*a* & B—*b*. Et comme le rapport est déja le même [d] entre les grandeurs A & B, & entre les deux *z* & *y*; il est aussi le même [b] par égalité entre les parties A—*a* & B—*b* des premiéres grandeurs A & B, & entre les deux autres grandeurs *z* & *y*.

b. 52.
c. 47.
d. *suppoſition.*

1ere *proportion*	2de *proportion*	*par égalité*	*Alterne*
A. B :: *z*. *y*.	*a*. *b* :: *z*. *y*.	A. B :: *a*. *b*.	A. *a* :: B. *b*.
20. 15 :: 4. 3.	8. 6 :: 4. 3.	20. 15 :: 8. 6.	20. 8 :: 15. 6.

Par converſion	*Alterne*	*Par égalité.*
A. A—*a* :: B. B—*b*.	A. B :: A—*a*. B—*b*.	A—*a*. B—*b* :: *z*. *y*.
20. 12 :: 15. 9.	20. 15 :: 12. 9.	12. 9 :: 4. 3.

IV COROLLAIRE.

56. SI deux grandeurs A & *z* sont proportionelles aux deux B & *y*; & qu'une cinquiéme *a* & la seconde *z* soient encore entr'elles, comme une sixiéme *b* & la quatriéme *y*; la premiére A & la cinquiéme *a* sont ensemble à la seconde *z*, comme la troisiéme B & la sixiéme *b* sont ensemble à la quatriéme *y*.

SCD LYON 1

b. *suppoſition.* Car les grandeurs A & z ayant entr'elles un même [b] rapport que les deux
c. 47. B & *y*; il y en aura un même [c] par un changement alterne entre A & B, & entre z & *y*. Et les grandeurs *a* & z ayant pareillement un même [b] rapport que les deux *b* & *y*; il y aura auſſi par un changement alterne un même
d. 52. rapport [c] entre *a* & *b*, & entre z & *y*. Et par égalité un même [d] entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par un changement alterne un même encore [c] entre A & *a*, & entre B & *b*. Et par compoſition un même [c] entre A—+*a* & *a*, & entre B—+*b* & *b*. Et par un changement alterne [c] entre A—+*a* & B—+*b*, & entre *a* & *b*. Et parcequ'il eſt déja le même entre *a* & *b*, & entre z & *y*; on en aura un même par égalité [d] entre A—+*a* & B—+*b*, & entre z & *y*. Et par un changement alterne [c] un même entre A—+*a* & z, & entre B—+*b* & *y*.

1ere *proportion.*	2de *proportion*	1ere *alterne.*	2de *alterne.*	*Par égalité.*
A. z :: B. *y.*	*a.* z :: *b. y.*	A. B :: z. *y.*	*a. b* :: z. *y.*	A. B :: *a. b.*
20. 4 :: 15. 3.	12. 4 :: 9. 3.	20. 15 :: 4. 3.	12. 9 :: 4. 3.	20. 15 :: 12. 9.

Alterne.	*Par compoſition.*	*Alterne.*	*Par égalité.*
A. *a* :: B. *b.*	A—+*a.* *a* :: B—+*b.* *b.*	A—+*a.* B—+*b* :: *a. b.*	A—+*a.* B—+*b* :: z. *y.*
20. 12 :: 15. 9.	32. 12 :: 24. 9.	32. 24 :: 12. 9.	32. 24 :: 4. 3.

V COROLLAIRE.

57. SI deux grandeurs *a* & z ſont proportionelles aux deux *b* & *y*, & qu'une cinquiéme A ſoit à la premiére *a*, comme une ſixiéme B à la troiſiéme *b*; la cinquiéme A & la ſeconde z ſont entr'elles, comme la ſixiéme B & la quatriéme *y*.

b. *suppoſition.* Car les deux *a* & z ayant un même [b] rapport que les deux *b* & *y*; le rap-
c. 47. port eſt auſſi le même [c] par un changement alterne entre les deux *a* & *b*, & entre les deux z & *y*. Et parcequ'il eſt le même entre A & *a*, & entre B & *b*;
d. 52. il l'eſt auſſi par un changement [c] alterne entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par égalité [d] entre A & B, & entre z & *y*. Et par un changement alterne entre A & z, & entre B & *y*.

1ere *proportion*	2e *proportion*	1ere *alterne*
a. z :: *b. y.*	A. *a* :: B. *b.*	*a. b* :: z. *y.*
12. 4 :: 9. 3.	20. 12 :: 15. 9.	12. 9 :: 4. 3.

2e *alterne*	*Par égalité*	*Alterne.*
A. B :: *a. b.*	A. B :: z. *y.*	A. z :: B. *y.*
20. 15 :: 12. 9.	20. 15 :: 4. 3.	20. 4 :: 15. 3.

VI COROLLAIRE.

58. SI deux grandeurs *a* & z ſont proportionelles à deux *b* & *y*, & qu'une cinquiéme A & la premiére *a* ſoient entr'elles, comme une ſixiéme B & la troiſiéme *b*; & une ſeptiéme Z & la ſeconde z pareillement entr'elles, comme une huitiéme Y & la quatriéme *y*: la cinquiéme A & la ſeptiéme Y ſont auſſi entr'elles, comme la ſixiéme B & la huitiéme Y; ou la cinquiéme A & la ſixiéme B, comme la ſeptiéme Z & la huitiéme Y.

Car

Car supposant un même rapport entre *a* & *z*, & entre *b* & *y*; il est le même par [b] un changement alterne entre *a* & *b*, & entre *z* & *y*. Et supposant aussi un même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*; il est le même [b] par un changement alterne entre A & B, & entre *a* & *b*. Et le même encore [c] par égalité entre *z* & *y*, & entre A & B. Et comme on suppose encore un même rapport entre Z & *z*, & entre Y & *y*; on en trouve aussi par un changement alterne un même [b] entre Z & Y, & entre *z* & *y*. De sorte qu'il est le même [c] par égalité entre A & B, & entre Z & Y. Ou par un changement alterne [b] entre A & Z, & entre B & Y. b. 47. c. 52.

1ere proportion	2de proportion	3e proportion	1ere alterne
a. *z* :: *b*. *y*.	A. *a* :: B. *b*.	Z. *z* :: Y. *y*.	*a*. *b* :: *z*. *y*.
12. 4 :: 9. 3.	20. 12 :: 15. 9.	28. 4 :: 21. 3.	12. 9 :: 4. 3.

2e alterne	3e alterne	Par égalité.	Alterne
A. B :: *a*. *b*.	Z. Y :: *z*. *y*.	A. B :: Z. Y.	A. Z :: B. Y.
20. 15 :: 12. 9.	28. 21 :: 4. 3.	20. 15 :: 28. 21.	20. 28 :: 15. 21.

VII COROLLAIRE.

59. SI on propose plusieurs grandeurs A, B, C, D, E, d'une part, & autant d'autres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*; & que les deux A & B soient proportionelles aux deux *a* & *b*, & les deux B & C aux deux *b* & *c*, & les deux C & D aux *c* & *d*, & les deux D & E aux deux *d* & *e*; les deux A & C le sont aussi aux deux *a* & *c*, & les deux A & D aux deux *a* & *d*, & les deux B & D aux deux *b* & *d*, ou deux telles qu'on voudra d'une part aux deux qui leur répondent de l'autre prises dans un même ordre.

Car la première proportion A. B :: *a*. *b*. aura pour son [b] alterne A. *a* :: B. *b*. Et la seconde B. C :: *b*. *c*. aussi pour [b] son alterne B. *b* :: C. *c*. Et la troisiéme C. D :: *c*. *d*. encore pour son [b] alterne C. *c* :: D. *d*. Et la quatriéme D. E :: *d*. *e*. pareillement pour [b] alterne D. *d* :: E. *e*. Et comparant la premiére & la seconde alterne, on aura [c] par égalité A. *a* :: C. *c*. Et comparant cette même proportion avec la troisiéme alterne, on aura aussi [c] par égalité b. 47. c. 52.

Première Proportion: A. B :: *a*. *b*. 20. 15 :: 12. 9. — 2e B. C :: *b*. *c*. 15. 5 :: 9. 3. — 3e C. D :: *c*. *d*. 5. 10 :: 3. 6. — 4e D. E :: *d*. *e*. 10. 35 :: 6. 21.

Première Alterne: A. *a* :: B. *b*. 20. 12 :: 15. 9. — 2e B. *b*. :: C. *c*. 15. 9 :: 5. 3. — 3e C. *c* :: D. *d*. 5. 3 :: 10. 6. — 4e D. *d* :: E. *e*. 10. 6 :: 35. 21.

Par égalité, Première: A. *a* :: C. *c*. 20. 12 :: 5. 3. — 2e A. *a* :: D. *d*. 20. 12 :: 10. 6. — 3e A. *a* :: E. *e*. 20. 12 :: 35. 21. — 4e B. *b* :: D. *d*. 15. 9 :: 10. 6.

5e B. *b* :: E. *e*. 15. 9 :: 35. 21. — 6e C. *c* :: E. *e*. 5. 3 :: 35. 21. — *Première alterne*: A. C :: *a*. *c*. 20. 5 :: 12. 3. — 2e A. D :: *a*. *d*. 20. 10 :: 12. 6.

3e A. E :: *a*. *e*. 20. 35 :: 12. 21. — 4e B. D :: *b*. *d*. 15. 10 :: 2. 6. — 5e B. E :: *b*. *e*. 15. 35 :: 9. 21. — 6e C. E :: *c*. *e*. 5. 35 :: 3. 21.

SCD LYON 1

A. *a* :: D. *d*. dont la comparaiſon avec la quatriéme alterne donne à ſon
c. 52. tour par [c] égalité A. *a* :: E. *e*. Et comparant la ſeconde alterne avec la troiſiéme, on trouve par [c] égalité B. *b* :: D. *d*. laquelle étant comparée avec la quatriéme, donne auſſi par [c] égalité B. *b* : E. *e*. Et comparant à ſon tour la troiſiéme alterne avec la quatriéme, on reçoit encore [c] par égalité C. *c* :: E. *e*. Et prenant chaque alterne enſuitte de ces nouvelles proportions ainſi dé-
b. 47. couvertes ou déduites par égalité, on trouvera [b] toutes ces proportions A. C :: *a*. *c*. Et A. D :: *a*. *d*. Et A. E :: *a*. *e*. Et B. D :: *b*. *d*. Et B. E :: *b*. *e*. Et C. E :: *c*. *e*.

DEFINITION.

Ces ſortes de proportions A. C :: *a*. *c*. Et A. D :: *a*. *d*. &c. tirées des autres A. B :: *a*. *b*. Et B. C :: *b*. *c*. &c. ſont appellées *ordonnées ſelon l'égalité*.

VIII COROLLAIRE.

60. SI on propoſe pluſieurs grandeurs A, B, C, D, E, & autant d'autres Z, Y, X, V, T; & que la premiére A & la ſeconde B ſoient d'une part entr'elles, comme la ſeconde Y & la troiſiéme X le ſont de l'autre part; & la ſeconde B & la troiſiéme C de la premiére part, comme la troiſiéme X & la quatriéme V de l'autre; & la troiſiéme C & la quatriéme D auſſi de la premiére, comme de l'autre la quatriéme V & la cinquiéme T, & enfin la quatriéme D & la cinquiéme E de la premiére part, comme de l'autre la premiére Z & la ſeconde Y; la premiére A & la derniere E ſeront d'une part entr'elles, comme la premiére Z & la derniére T de l'autre.

b. 47. Car la premiére proportion A. B :: Y. X. aura [b] pour ſon alterne A. Y :: B. X. Et la ſeconde B. C :: X. V. auſſi pour ſon alterne B. X :: C. V. Et la troiſiéme C. D :: V. T. encore pour ſon [b] alterne C. V :: D. T. Et comparant la
c. 52. premiére & la ſeconde alterne, on aura [c] par égalité A. Y :: C. V. qui étant pareillement comparée avec la troiſiéme alterne, [c] donne auſſi par égalité A. Y :: D. T. Mais le produit AT des extrêmes A & T de cette même pro-
d. 18. 2. portion eſt égal au [d] produit YD des moyens Y & D. Et dans la quatriéme proportion D. E :: Z. Y. le même produit DY des grandeurs D & Y, qui en ſont les extrêmes, eſt égal au [d] produit des moyens E & Z. Et par conſéquent
c. 14. 1. le produit des grandeurs A & T eſt [e] égal à celuy des grandeurs E & Z. D'où
f. 42. il eſt évident que les deux A & E ſont d'une part entr'elles, comme [f] de l'autre les deux Z & T.

Premiére Proportion { A. B :: Y. X. 20. 15 :: 12. 9. } [2e] { B. C :: X. V. 15. 5 :: 9. 3. } [3e] { C. D :: V. T. 5. 10 :: 3. 6. } [4e] { D. E :: Z. Y. 10. 30 :: 4. 12.

Premiére Alterne { A. Y :: B. X. 20. 12 :: 15. 9. } [2e] { B. X :: C. V. 15. 9 :: 5. 3. } [3e] { C. V :: D. T. 5. 3 :: 10. 6. } *Et* { A. Y :: C. V. 20. 12 :: 5. 3.

Et { A. Y :: D. T. 20. 12 :: 10. 6. } *Plans égaux* { DY. EZ. AT. 120. 120. 120. } *Donc* { A. E :: Z. T. 20. 30 :: 4. 6.

SCD LYON 1

Definition.

Ces sortes de proportions A. E :: Z. T. tirées des autres A. B :: Y. X. Et B. C :: X. V. Et C. D :: V. T. Et D. E :: Z. Y. sont appellées *troublées selon l'égalité.*

IX COROLLAIRE.

61. SI plusieurs rapports sont égaux ; tous les antécédens sont ensemble à tous les conséquens, comme chaque antécédent est à son conséquent.

Car supposant un même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*, & entre C & *c*, & entre D & *d* ; on aura déja par un changement alterne un [b] même rapport entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par composition [b], un même entre A+B & B, & entre *a*+*b* & *b*. Ou par un changement alterne, un même [b] entre A+*b* & *a*+B, & entre B & *b*. Et comme on suppose déja un même rapport entre B & B, & entre C & *c*; il sera par égalité le [c] même entre A+B & *a*+*b*, & entre C & *c*. Et par un changement alterne [b] entre A+B & C, & entre *a*+*b* & *c*. Et par [b] composition entre A+B+C & C, & entre *a*+*b*+*c* & *c*. Et par un changement alterne [b] un même entre A+B+C & *a*+*b*+*c*, & entre C & *c*. Et de nouveau par égalité un même [c] entre A+B+C & *a*+*b*+*c*, & entre D & *d*. Et par un changement alterne [b] entre A+B+C & D, & entre *a*+*b*+*c* & *d*. Et par [b] composition entre A+B+C+D & D, & entre *a*+*b*+*c*+*d* & *d*. Ou par un changement [b] alterne & par [c] égalité, un même entre A+B+C+D & *a*+*b*+*c*+*d*, & entre D & *d*, & entre C & *c*, & entre B & *b*, & entre A & *a*. b. 47. c. 52.

Proportions { A. *a* :: B. *b* :: C. *c* :: D. *d*. / 20. 12 :: 15. 9 :: 5. 3 :: 10. 6. } *Alterne* { A. B :: *a*. *b*. / 20. 15 :: 12. 9. }

Composée { A+B. B :: *a*+*b*. *b*. *Alterne, & par égalité* { A+B. *a*+*b* :: B. *b* :: C. *c*. / 35. 15 :: 21. 9. 35. 21 :: 15. 9 :: 5. 3.

Composée { A+B+C. C :: *a*+*b*+*c*. *c*. *Alterne, & par égalité* { A+B+C. *a*+*b*+*c* :: C. *c* :: D. *d*. / 40. 5 :: 24. 3. 40. 24 :: 5. 3 :: 10. 6.

Composée { A+B+C+D. D :: *a*+*b*+*c*+*d*. *d*. / 50. 10 :: 30. 6.

Alterne, & par égalité { A+B+C+D. *a*+*b*+*c*+*d* :: D. *d* :: C. *c* :: B. *b* :: A. *a*. / 50. 30 :: 10. 6 :: 5. 3 :: 15. 9 :: 20. 12.

X COROLLAIRE.

62. SI l'intervalle de deux termes d'une progression géométrique est égal à celuy de deux autres termes ; ces quatre termes disposez par ordre sont en proportion.

Car si les termes A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, sont en progression ; les deux termes B & E, entre lesquels sont interposez deux termes C & D, sont proportionels aux deux G & K, entre lesquels deux H & I

b. 5. sont interposez. Parcequ'il y a un même rapport [b] entre B & C, & entre G & H; & un même [b] entre C & D, & entre H & I; & un même [b] entre D & E, & entre I & K. Ou par conséquent un même [c] entre B & E, & entre
c. 59. G & K.

Progression ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I. K.
∷ 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536.

Et par égalité B. C :: G. H. C. D :: H. I. D. E :: I. K.
6. 12 :: 192. 384. 12. 24 :: 384. 768. 24. 48 :: 768. 1536.

ordonnée selon l'égalité B. E :: G. K.
6. 48 :: 192. 1536.

XI COROLLAIRE.

63. CHaque terme d'une progression est moyen proportionel entre deux qui en sont également éloignez; comme D entre les deux B & F.
b. 5. Puisqu'il y a un même rapport [b] entre B & C, & entre D & E. Et un même [b] entre C & D, & entre E & F. Ou ordonnant selon l'égalité, un même
c. 59. [c] entre B & D, & entre D & F.

Progression ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I. K.
∷ 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536.

Et par égalité B. C :: D. E. C. D :: E. F. *ordonnée selon l'égalité* B. D :: D. F.
6. 12 :: 24. 48. 12. 24 :: 48. 96. 6. 24 :: 24. 96.

XII COROLLAIRE.

64. EN toute progression géométrique le produit des extrêmes, ou du premier & du dernier terme, est égal à celuy du second & du pénultiéme, ou du troisiéme & de l'antépénultiéme, ou de deux qui sont également éloignez des deux extrêmes, ou au quarré du milieu, si leur nombre est impair. Puisque si deux termes sont également éloignez de deux
b. 62. autres interposez entr'eux, ou d'un seul; les quatre termes sont en [b] pro-
c. 63. portion, ou les trois en proportion [c] continuë.

XIII COROLLAIRE.

65. LE premier, troisiéme, cinquiéme, septiéme, neuviéme, onziéme, & les autres termes d'une progression, pris ainsi consécutivement
b. 62. & de deux en deux, sont pareillement en progression. Puisque le premier est au [b] troisiéme, comme le troisiéme au cinquiéme. Et le troisiéme [b] au cinquiéme, comme le cinquiéme au septiéme. Et ainsi du reste.

XIV COROLLAIRE.

66. ET par la même raison; le premier, quatriéme, septiéme, dixiéme, treiziéme, & les autres termes, pris ainsi de trois en trois, sont encore en progression.

SCD LYON 1

Et pareillement le premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-ſeptiéme, & les autres termes, pris ainſi de quatre en quatre, ſeront en progreſſion. Et généralement tous ceux qui conſervent un même intervalle, & qui ſont diſpoſez par ordre, le ſeront de la même ſorte.

XV COROLLAIRE.

67. EN toute progreſſion de pluſieurs termes A, B, C, D, E, où le premier terme ſurpaſſe le ſecond, la différence ou l'excez A—B, dont le premier ſurpaſſe le ſecond, eſt au ſecond B; comme la différence ou l'excez A—E, dont le premier ſurpaſſe le dernier, eſt à la ſomme entiére B+C+D+E de tous ceux qui ſuivent le premier.

Car le premier A étant au ſecond B par la ſuppoſition, comme le ſecond B eſt au troiſiéme C; & ainſi du reſte: il faut par diviſion [b] que la différence A—B & B ſoient entr'elles, comme B—C & C, & comme C—D & D, & comme D—E & E. Et par conſéquent le premier de ces antécédens qui eſt A—B eſt à ſon conſéquent B, comme [c] la ſomme entiére A—E de tous les antécédens A—B & B—C & C—D & D—E eſt à la ſomme entiére B+C+D+E de tous les conſéquens B, C, D, E. Et on prouvera de la même ſorte, ſi le dernier terme ſurpaſſe le premier, que la différence ou l'excez, dont le dernier ſurpaſſe le penultiéme, eſt au pénultiéme; comme la différence ou l'excez, dont le dernier ſurpaſſe le premier, eſt à la ſomme entiére de tous ceux qui précédent le premier.

b. 47.

c. 6.

Progreſſion ou proportions continuës { A. B :: B. C :: C. D :: D. E.
486. 162 :: 162. 54 :: 54. 18 :: 18. 6.

Leurs diviſées { A—B. B :: B—C. C :: C—D. D :: D—E. E.
324. 162 :: 108. 54 :: 36. 18 :: 12. 6.

Donc { A—B. B :: A—B+B—C+C—D+D—E. B+C+D+E
324. 162 :: 324 + 108 + 36 + 12. 162+54+18+6.

Ou { A—B. B :: A—E. B+C+D+E.
324. 162 :: 480. 240.

X THEOREME.

68. DE deux grandeurs inégales B & D, la plus grande B à un plus grand [b] rapport à une grandeur G, que la moindre D à la même G. Parceque la grande B contient plus G ou eſt moins dans G, que la petite D ne contient la même grandeur G ou qu'elle n'eſt dans G. Et la même G à un moindre [b] rapport à la grande B qu'à la petite B. Parceque G contient moins B que D, ou qu'elle eſt plus dans B que dans D.

b. 41.

{ B *ſurpaſſe* D. 10. 6. *Donc* { B. G :: D. G. 10. 4 :: 6. 4. *Et* { G. B :: G. D. 4. 10 :: 4. 6.

XI THEOREME.

69. ET s'il y a un plus grand rapport entre une grandeur B & une grandeur G, qu'entre une autre D & la seconde G; la premiére B surpasse [b] la troisiéme D. Puisqu'elle contient plus G ou qu'elle est moins dans G, que D ne contient G ou n'est contenuë dans G.

b. 41

Ou si G & B ont un moindre rapport que G & B; la seconde B surpasse la [b] troisiéme D. Parceque G contient moins B que D, ou qu'elle est plus dans B que dans D.

$$\left\{\begin{matrix} B.G :: D.G. \\ 10.4 :: 6.4. \end{matrix}\right. \textit{Ou} \left\{\begin{matrix} G.B :: G.D. \\ 4.10 :: 4.6. \end{matrix}\right. \textit{Donc} \left\{\begin{matrix} B \textit{ surpasse } D. \\ 10. \quad\quad 6. \end{matrix}\right.$$

I COROLLAIRE.

70. SI le rapport de deux grandeurs A & B est égal au rapport de deux Z & Y, & celuy des deux Z & Y plus grand que le rapport de deux autres G & H; le premier rapport des grandeurs A & B surpasse aussi le troisiéme rapport des grandeurs G & H.

Car Z contient plus Y ou est plus dans Y par la supposition, que G ne contient H ou n'est dans H. Et c'est pourquoi si on ajoûte une grandeur L qui manque à la grandeur G, afin que la grandeur Z contienne l'autre Y ou se trouve dans Y, comme G + L contiendra H ou se trouvera dans H; il y aura un même rapport [b] entre Z & Y, & entre G+L & H. Ou par égalité un [c] même entre A & B, & entre G+L & H. Et le produit des extrêmes A & H de cette proportion étant égal [d] au produit des moyens B & G+L, surpassera le [e] produit seul des moyens B & G de ces quatre termes A, B, G, H, dont les deux A & H sont aussi les extrêmes. D'où il est clair [f] que les grandeurs A & B ont un plus grand rapport que les deux G & H.

b. 37. c. 52. d. 38. e. 6. 1. f. 43.

$$\left\{\begin{matrix} A. B :: Z. Y. \\ 63.27 :: 7.3. \end{matrix}\right. \textit{Et} \left\{\begin{matrix} Z.Y :: G.H. \\ 7.3 :: 12.6. \end{matrix}\right. \textit{Et} \left\{\begin{matrix} Z.Y :: G+L.H :: A.B. \\ 7.3 :: 12+2.6 :: 63.27. \end{matrix}\right.$$

$$\textit{Plans égaux} \left\{\begin{matrix} BG+BL.AH. \\ 324+54.378. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} AH \textit{ surpasse } BG. \\ 378. \quad\quad 324. \end{matrix}\right. \textit{Donc} \left\{\begin{matrix} A. B :: G.H. \\ 63.27 :: 12.6. \end{matrix}\right.$$

II COROLLAIRE.

71. SI deux grandeurs A & Z ont un plus grand rapport que les deux B & Y, & ces deux B & Y un plus grand que deux grandeurs C & X. Le premier rapport des grandeurs A & Z est plus grand que le troisiéme des grandeurs C & X.

Car si on ajoûte une grandeur G qui manque à la grandeur B, afin que la grandeur A contienne Z ou se trouve dans Z, comme B+G contiendra Y ou sera dans Y, on aura la proportion [b] droitte A. Z :: B+G. Y. Mais B contient plus Y ou est moins dans Y, que [c] ne contient X ou n'est dans X. Et à plus forte raison B+G contient plus Y ou est moins dans Y, que

b. 37. c. *supposition.*

SCD LYON 1

C ne [d] contient X ou n'est dans X. Ou ce qui revient au même, B+G & Y ont un plus grand rapport [c] que C & X. Et ainsi puisqu'on a déja un même rapport entre A & Z, & [b] entre B+G & Y; il est visible que le rapport des grandeurs A & Z surpasse [d] le rapport des grandeurs C & X. d. 14. 1. e. 41.

$\left\{\begin{matrix} A.Z \because B.Y. \\ 6.3 \because 8.5. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} B.Y \because C.X. \\ 8.5 \because 30.20. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} A.Z :: B+G.Y. \\ 6.3 :: 8+2.5. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} BX \textit{ surpasse } YC. \\ 160. \quad 150. \end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix} BX+GX \textit{ surpasse } YC. \\ 160+40. \quad 150. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} B+G.Y \because C.X. \\ 10.5 \because 30.20. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} A.Z \because C.X. \\ 6.3 \because 30.20. \end{matrix}\right.$

III COROLLAIRE.

72. SI le rapport des grandeurs A & B surpasse le rapport des deux Z & Y; il y aura un moindre rapport par permutation [b] entre B & A qu'entre Y & Z. Parceque le produit des extrêmes B & Z est moindre [c] que celuy des moyennes A & Y. b. 43. c. 39.

$\left\{\begin{matrix} A.B \because Z.Y. \\ 7.3 \because 8.4. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} BZ \textit{ moindre que } AY. \\ 24. \quad 28. \end{matrix}\right.$ *Par permutation* $\left\{\begin{matrix} B.A \because Y.Z. \\ 3.7 \because 4.8. \end{matrix}\right.$

IV COROLLAIRE.

73. SI le rapport des grandeurs A & B surpasse le rapport des deux Z & Y; il y aura par un changement alterne un plus grand rapport entre [b] les deux A & Z qu'entre les deux B & Y; parceque le produit des extrêmes A & Y surpasse le produit des moyennes B & Z. b. 43. c. 39.

$\left\{\begin{matrix} A.B \because Z.Y. \\ 7.3 \because 8.4. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} AY \textit{ surpasse } BZ. \\ 28. \quad 24. \end{matrix}\right.$ *Changement Alterne* $\left\{\begin{matrix} A.Z \because B.Y. \\ 7.8 \because 3.4. \end{matrix}\right.$

V COROLLAIRE.

74. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux grandeurs Z & Y; les deux premiéres ensemble A & B & la seconde B en ont un plus grand [b] par composition, que les deux Z & Y ensemble & la quatriéme Y. Car le produit des extrêmes A & Y surpasse [c] le produit des moyennes B & Z. Et ajoûtant de part & d'autre un même produit des deux B & Y, on aura d'une part le produit des nouvelles extrêmes A+B & Y, qui surpassera [d] celuy des moyennes B & Z+Y, qu'on trouvera de l'autre. b. 43. c 39. d. 11.

$\left\{\begin{matrix} A.B \because Z.Y. \\ 7.3 \because 8.4. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} AY \textit{ surpasse } BZ. \\ 28. \quad 24. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} AY+BY \textit{ surpasse } BZ+BY. \\ 28+12. \quad 24+12. \end{matrix}\right.$

Par composition $\left\{\begin{matrix} A+B.B \because Z+Y.Y. \\ 10.3 \because 12.4. \end{matrix}\right.$

VI COROLLAIRE.

75. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux Z & Y; il y aura aussi par un changement [a] de division un plus grand rapport entre la premiere A moins la seconde B & la seconde B, qu'entre la troisiéme Z moins la quatriéme Y & la quatriéme Y. Car le pro- a 41.

SCD LYON 1

b. 39. duit des extrêmes A & Y surpasse [b] le produit des moyennes B & Z. Et ôtant le produit des deux B & Y de chacun de ces deux produits inégaux; le
c. 12. produit des extrêmes A—B & Y est [c] moindre que le produit des nouvelles moyennes B & Z—Y.

$$\left\{\begin{matrix} A.B :: Z.Y. \\ 7.3 :: 8.4. \end{matrix}\right. \quad \left\{\begin{matrix} AY \text{ surpasse } BZ: \\ 28. \qquad 24. \end{matrix}\right. \quad Et \quad \left\{\begin{matrix} AY-BY \text{ surpasse } BZ-BY. \\ 28-12. \qquad 24-12. \end{matrix}\right.$$

$$\text{Par division} \left\{\begin{matrix} A-B.B :: Z-Y.Y. \\ 4.3 :: 4.4. \end{matrix}\right.$$

VII COROLLAIRE.

76. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux Z & Y;
a. 41. il y aura par un changement de conversion un [a] moindre rapport entre la premiére A & la premiére A moins la seconde B, qu'entre la troisiéme Z & la troisiéme Z moins la quatriéme Y. Car le produit des extrêmes
b. 39. A & Y surpasse [b] celuy des moyennes B & Z. Et ôtant chacun de ces deux produits du même AZ des grandeurs A & Z; le premier reste ou le pro-
c. 12. duit des extrêmes A & Z—Y est moindre [c] que le second reste, qui est un produit des moyennes A—B & Z.

$$\left\{\begin{matrix} A.B :: Z.Y. \\ 7.3 :: 8.4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} AY \text{ surpasse } BZ. \\ 28. \qquad 24. \end{matrix}\right. Et \left\{\begin{matrix} -AY+AZ \text{ moindre que} -BZ+AZ \\ -28+56. \qquad -24+56. \end{matrix}\right.$$

$$\text{Par conversion} \left\{\begin{matrix} A.A-B :: Z.Z-Y. \\ 7.7-3 :: 8.8-4. \end{matrix}\right.$$

VIII COROLLAIRE.

77. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que leurs parties Z & Y; ils en auront un moindre que leurs parties A—Z &
b. 73. B—Y qui restent. Car le tout A & sa partie Z en ont un plus [b] grand que le tout B & sa partie Y. Et par conversion, le tout A & sa partie A—Z
c. 76. qui reste en ont un moindre [c] que le tout B & sa partie B—Y qui reste. Ou les touts A & B un moindre [b] que ces deux parties A—Z & B—Y.

$$\left\{\begin{matrix} A.B :: Z.Y. \\ 9.5 :: 7.4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.Z :: B.Y. \\ 9.7 :: 5.4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.A-Z :: B.B-Y. \\ 9.9-7 :: 5.5-4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.B :: A-Z.B-Y. \\ 9.5 :: 2.1. \end{matrix}\right.$$

IX COROLLAIRE.

8. ET si A & B ont un moindre rapport que leurs parties Z & Y; ils en ont un plus grand que les parties A—Z & B—Y qui restent.

$$\left\{\begin{matrix} A.B :: Z.Y. \\ 9.5 :: 8.4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.Z :: B.Y. \\ 9.8 :: 5.4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.A-Z :: B.B-Y. \\ 9.9-8 :: 5.5-4. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.B :: A-Z.B-Y. \\ 9.5 :: 9-8.5-4. \end{matrix}\right.$$

X COROLLAIRE.

79. SI on propose plusieurs grandeurs A, B, C, D, & autant d'autres Z, Y, X, V; & qu'il y ait un plus grand rapport entre A & B qu'entre

qu'entre Z & Y, & entre B & C qu'entre Y & X, & entre C & D qu'entre X & V; il y en aura auſſi un plus grand entre A & C qu'entre Z & X, & entre A & D qu'entre Z & V. Et ainſi du reſte.

Car on trouvera par des changemens alternes un plus grand [b] rapport entre A & Z qu'entre B & Y. Et entre B & Y qu'entre C & X. Et entre C & X qu'entre D & V. Et un plus grand à plus forte raiſon [c] entre A & Z qu'entre C & X. Et entre A & Z qu'entre D & V. Et entre A & Z qu'entre E & T. &c. Et entre B & Y qu'entre D & V. Et entre B & Y qu'entre E & T. Et entre C & X qu'entre E & T. Et ainſi on verra par des changemens alternes [b] qu'il y a un plus grand rapport entre A & C qu'entre Z & X. Et entre A & D qu'entre Z & V. Et entre A & E qu'entre Z & T. Et entre B & D qu'entre Y & V. Et entre B & E qu'entre Y & T. Et entre C & E qu'entre X & T.

b. 73.

c. 71.

Suppoſitions {A. B :: Z. Y. {B. C :: Y. X. {C. D :: X. V. {D. E :: V. T.
{7. 3 :: 8. 4. {3. 2 :: 4. 5. {2. 6 :: 5. 20. {6. 9 :: 20. 32.

Alternes {A. Z :: B. Y. {B. Y :: C. X. {C. X :: D. V. {D. V :: E. T.
{7. 8 :: 3. 4. {3. 4 :: 2. 5. {2. 5 :: 6. 20. {6. 20 :: 9. 32.

Et {A. Z :: C. X. {A. Z :: D. V. {A. Z :: E. T. {B. Y :: D. V.
{7. 8 :: 2. 5. {7. 8 :: 6. 20. {7. 8 :: 9. 32. {3. 4 :: 6. 20.

{B. Y :: E. T. {C. X :: E. T. *Alternes* {A. C :: Z. X. {A. D :: Z. V.
{3. 4 :: 9. 32. {2. 5 :: 9. 32. {7. 2 :: 8. 5. {7. 6 :: 8. 20.

{A. E :: Z. T. {B. D :: Y. V. {B. E :: Y. T. {C. E :: X. T.
{7. 9 :: 8. 32. {3. 6 :: 4. 20. {3. 9 :: 4. 32. {2. 9 :: 5. 32.

XI COROLLAIRE.

80. ET s'il y a un plus grand rapport entre la premiére A d'une part & la ſeconde B qu'entre la ſeconde Y & la troiſiéme X, & entre B & C qu'entre X & V, & entre C & D qu'entre V & T, Et entre D & E qu'entre la premiére Z & la ſeconde Y; il y aura un plus grand rapport entre la premiére A & la derniére E qu'entre la premiére Z & la derniére T.

Car on trouvera par des changemens [b] alternes un plus grand rapport entre A & Y qu'entre B & X. Et entre B & X qu'entre C & V. Et entre C & V qu'entre D & T. Et un plus grand à plus forte raiſon [c] entre A & Y qu'entre C & V. Et entre A & Y qu'entre D & T. Et ainſi le produit des extrêmes A & T ſurpaſſera [d] le produit des moyennes Y & D, qui [d] ſurpaſſe déja le produit des grandeurs E & Z; puiſqu'il y a un plus grand rapport

b. 73.

c. 71.

d. 39.

Suppoſitions {A. B :: Y. X. {B. C :: X. V. {C. D :: V. T. {D. E :: Z. Y.
{7. 3 :: 4. 5. {3. 2 :: 5. 20. {2. 6 :: 20. 64. {6. 9 :: 2. 4.

Alternes {A. Y :: B. X. {B. X :: C. V. {C. V :: D. T. {DY *ſurpaſſe* EZ.
{7. 4 :: 3. 5. {3. 5 :: 2. 20. {2. 20 :: 6. 64. {24. 18.

{A. Y :: C. V. {A. Y :: D. T. {AT *ſurpaſſe* DY {A. E :: Z. T.
{7. 4 :: 2. 20. {7. 4 :: 6. 64. {448. 24. {7. 9 :: 2. 64.

entre D & E qu'entre Z & Y. De sorte que le produit des extrêmes A & T
e. 6. 1. surpasse [e] le produit des moyennes nouvelles E & Z. Et il y a un plus grand
f. 43. rapport [f] entre A & E qu'entre Z & T.

XII COROLLAIRE.

81. SI on propose plusieurs grandeurs A, B, C, & autant d'autres Z, Y, X, & qu'il y ait un plus grand rapport entre la premiére A & la premiére Z, qu'entre la seconde B & la seconde Y; & un plus grand entre la seconde B & la seconde Y, qu'entre la troisiéme C & la troisiéme X. Et ainsi du reste s'il y en a d'autres; toutes les grandeurs ensemble A, B, C, ont un plus grand rapport à toutes les autres Z, Y, X, que la derniére C à la derniére X, ou que les deux B & C aux deux Y & X ensemble, & un moindre que la premiére A à la premiére Z.

Car en supposant un plus grand rapport entre A & Z qu'entre B & Y, & entre B & Y qu'entre C & X; il y aura par un changement alterne un
b. 73. plus grand [b] rapport entre A & B qu'entre Z & Y. Et un plus grand par
c. 74. composition [c] entre A+B & B, qu'entre Z+Y & Y. Et par un changement alterne encore un plus grand [b] entre A+B & Z+Y, qu'entre B & Y.
d. 71. Et un plus grand à plus forte raison [d] entre A+B & Z+Y, qu'entre C & X. Ou par un changement alterne un plus [b] grand entre A+B & C qu'entre Z+Y & X. Et par composition [c] entre A+B+C & C qu'entre Z+Y+X & X. Et par un changement alterne [b] entre A+B+C & Z+Y+X qu'entre C & X. Ce que j'avois premiérement à démontrer.

1° $\left\{\begin{matrix} A.Z :: B.Y :: C.X. \\ 7.8 :: 3.4 :: 2.5. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} A.B :: Z.Y. \\ 7.3 :: 8.4. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} A+B.B :: Z+Y.Y, \\ 10.3 :: 12.4. \end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix} A+B.Z+Y :: B.Y :: C.X. \\ 10.12 :: 3.4 :: 2.5. \end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix} A+B.C :: Z+Y.X. \\ 10.2 :: 12.5. \end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix} A+B+C.C :: Z+Y+X.X. \\ 12.2 :: 17.5. \end{matrix}\right.$ *Donc* $\left\{\begin{matrix} A+B+C.Z+Y+X :: C.X. \\ 12.17 :: 2.5. \end{matrix}\right.$

Et pareillement B & Y ont un plus grand rapport que C & X. Et par un
b. 73. changement alterne B & C en ont un plus grand [b] que Y & X. Et par com-
c. 74. position il y a encore un plus grand rapport [c] entre B+C & C, qu'entre
d. 76. Y+X & X. Et par conversion un moindre [d] entre B+C & B, qu'entre Y+X & Y. Et par consequent un moindre entre B+C & Y+X, qu'en-
e. 41. tre B & Y. Ou un plus grand [e] entre B & Y, qu'entre B+C & Y+X. Et
f. 71. un plus grand à plus [f] forte raison entre A & Z qu'entre B+C & Y+X. Et par un changement alterne un plus grand [b] entre A & B+C, qu'entre Z & Y+X. Et par composition un plus grand [c] entre A+B+C & B+C, qu'entre Z+Y+X & Y+X. Ce que j'avois encore à démontrer.

Et un plus petit enfin par conversion [d] entre A+B+C & A qu'entre Z+Y+X & Z. Et par un changement alterne un moindre [b] entre

A + B + C & Z + Y + X qu'entre A & Z. Ce qui restoit à démontrer.

2°. $\left\{\begin{matrix}B.Y :: C.X.\\ 3.4 :: 2.5.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}B.C :: Y.X.\\ 3.2 :: 4.5.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}B+C.C :: Y+X.X.\\ 5.2 :: 9.5.\end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix}B+C.B :: Y+X.Y.\\ 5.3 :: 9.4.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}B+C.Y+X :: B.Y.\\ 5.9. :: 3.4.\end{matrix}\right.$ *Ou* $\left\{\begin{matrix}B.Y :: B+C.Y+X.\\ 3.4 :: 5.9.\end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix}A.Z :: B.Y :: B+C.Y+X.\\ 7.8 :: 3.4 :: 5.9.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}A.B+C :: Z.Y+X.\\ 7.5 :: 8.9.\end{matrix}\right.$

Donc $\left\{\begin{matrix}A+B+C.B+C :: Z+Y+X.Y+X.\\ 12.5 :: 17.9.\end{matrix}\right.$

3°. *Et* $\left\{\begin{matrix}A+B+C.A :: Z+Y+X.Z.\\ 12.7 :: 17.8.\end{matrix}\right.$ *Donc* $\left\{\begin{matrix}A+B+C.Z+Y+X :: A.Z.\\ 12. 17 :: 7.8.\end{matrix}\right.$

PROBLEME.

82. *Pour trouver le quatriéme terme d'une proportion droitte, dont les trois premiers A, B, Z, sont déterminez.*

On prendra le produit des deux moyens B & Z. Et on divisera ce produit par le premier A qui reste. Et l'exposant Y sera le quatriéme qu'on cherche. Car le produit du premier A par ce même exposant Y est égal au produit[b] des moyens B & Z. Et par conséquent les quatre termes A, B, Z, Y, sont en[c] proportion, ou le terme Y le quatriéme[c] proportionel aux trois A, B, Z. [b. 18. 2.] [c. 42.]

1er. 2d. 3e. 4e
$\left\{\begin{matrix}A.B :: Z.Y?\\ 4.6 :: 10.15?\end{matrix}\right.$ *Multiplier le second terme* B. 6. *par le troisiéme terme* Z. 10. *Diviser le produit* $\overline{BZ}$. 60. *par le premier terme* A. 4. $\left\{\begin{matrix}Y. 15. \textit{Exposant}\\ \textit{\& 4e terme.}\end{matrix}\right.$

II PROBLEME.

83. *Pour trouver une progression dont on connoit les deux premiers termes A & B.*

On multipliera le second B par luy-même. Et divisant le produit BB par le premier terme A, l'exposant C sera le troisiéme. Parceque le plan AC est égal au quarré BB. Et multipliant aussi par luy-même le troisiéme C. Et divisant le produit CC par le second B, l'exposant D sera le quatriéme terme. Parceque le plan BD est égal au quarré CC, ou C moyen propor-

Multiplier le 2d B. 6. *par le* 2d B. 6. *Et diviser* $\overline{BB}$. $\overline{36}$. par le 1er A. 3. $\left\{\begin{matrix}C. 12. \textit{exposant}\\ \textit{\& 3e terme}\end{matrix}\right.$

Multiplier le 3e C. 12. *par le* 3e C. 12. *Et diviser* $\overline{CC}$. $\overline{144}$. *par le* 2d B. 6. $\left\{\begin{matrix}D. 24. \textit{Exposant}\\ \textit{\& 4e terme.}\end{matrix}\right.$

Multiplier le 4e D. 24. *par le même* D. 24. *Et diviser* $\overline{DD}$. $\overline{576}$. par le 3e C. 12. $\left\{\begin{matrix}E. 48. \textit{Exposant}\\ \textit{\& 5e terme.}\end{matrix}\right.$

Progression.
∴ A. B. C. D. E. &c.
∴ 2. 6. 12. 24. 48. &c.

tionel entre les deux B & D. Et le troisiéme D fournit à son tour & de la même sorte le cinquiéme terme E. Et ainsi du reste.

I COROLLAIRE.

84. SI le nombre A n'est pas au juste un diviseur du produit BC des nombres B & C ; le quatriéme terme Y n'est pas un nombre entier. Parce qu'on ne peut trouver aucun nombre [b] entier, dont le produit par A soit égal au produit BC des moyens B & C.

b. *supposition.* & 18. 2.

Il ne faut point s'embarrasser ici de ces divisions qu'on ne peut faire au juste & sans reste, ou dont les justes exposans ne sont pas des nombres entiers ou des grandeurs entiéres. Puisqu'on en doit donner une parfaite explication dans la suitte.

$$\begin{cases} A.B :: C.Y? \\ 4.6 :: 9.13+x. \end{cases}$$

Diviser BC. 54 $\begin{cases} 13+x. \ Y. \\ \text{exposant} \end{cases}$
par A. 4
2 *reste*

$$\begin{cases} \text{Produits égaux } AY. \quad BC. \\ 4 \text{ fois } 13,+4x \text{ ou } 52+4x. \quad 54 \text{ ou } 6 \text{ fois } 9. \end{cases}$$

II COROLLAIRE.

85. SI le premier terme A ne peut diviser au juste le quarré BB du second terme B ; le troisiéme terme C de la proportion continuë n'est pas un nombre [b] entier. Et la même raison qu'on vient d'exposer prouve encore que si les nombres A & B sont premiers entr'eux ; le troisiéme terme C de la progression [b] n'est pas un nombre entier.

b. 84.

Diviser BB. 81. $\begin{cases} C. \ 13+x. \\ \text{exposant} \end{cases}$
par A. 6.
3 *reste.*

$$\begin{cases} 6.9 :: 9.13+x. \\ A.B :: B. \quad C. \\ 4.9 :: 9.20+x. \end{cases}$$

Diviser BB. 81. $\begin{cases} C. \ 20+x. \\ \text{exposant} \end{cases}$
par A. 4.
1 *Reste.*

III COROLLAIRE.

86. LE dernier des termes infinis d'une progression, où le premier terme surpasse le second, est entiérement insensible ou infiniment petit, ou le plus approchant du rien. Parceque tel de ses termes, si petit qu'il puisse être, qu'on voudra concevoir, étant multiplié par luy-même ; & le produit divisé par le premier terme en donnera un autre, qui sera aussi éloigné du petit [b] que le petit le sera du premier. Et celuy-ci en fournira un autre semblable. Et ainsi de suitte jusques à l'infini. De sorte que nul des termes de la progression ne sera le dernier, qui ne soit infiniment petit ou le plus approchant du zéro ; comme le point si c'est une progression de lignes.

b. 83 & 84.

IV COROLLAIRE.

87. LE premier des termes infinis d'une progression double contient précisément une fois tous ceux qui le suivent. Et 2 fois, si c'est d'u-

SCD LYON 1

ne progreſſion triple. Et 3 fois, ſi elle eſt quadruple. Et 4 fois, ſi elle eſt quintuple. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

Car ſi du premier on ôte le ſecond, qui en eſt la moitié, ou le tiers, ou le quart, ou ſa cinquiéme partie; le reſte, qui en contient encore une moitié, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 4 cinquiémes, &c. contient auſſi une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois le ſecond. Et le rien même ou zéro, qu'on peut prendre indifféremment [b] pour le dernier qui en approche plus, ou qui eſt infiniment petit, étant auſſi retranché du premier, le laiſſe en ſon entier. Mais la différence A—B du premier A & du ſecond B eſt au ſecond B, comme [c] la différence A moins rien du premier au dernier eſt à la ſomme des termes infinis qui ſuivent le premier. Comme donc la différence A—B du premier au ſecond contient au juſte une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois le ſecond terme B, &c; la différence A moins rien du premier au dernier, ou le premier ſeul A, contient pareillement au juſte une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois la ſomme entiére des termes infinis qui le ſuivent; une fois, ſi la progreſſion eſt double; 2 fois, ſi elle eſt triple; 3 fois, ſi elle eſt quadruple; 4 fois, ſi elle eſt quintuple. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

b. 86.

c. 67.

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE HUITIEME.

DE LA COMPOSITION DES RAPPORTS.

I THEOREME.

1. SI deux grandeurs *a* & *b* ſont multipliées l'une & l'autre par une même grandeur *g*; les produits *ag* & *bg* ſont entr'eux [b] comme les grandeurs *a* & *b*. Parceque la grandeur *agb* ou *bga* eſt également le produit [c] des deux extrêmes *ag* & *b*, & des deux moyennes *bg* & *a*.

b. 42. 7.
c. 17. 3.

Produits égaux 1*agb*. 1*bga*.
10 *fois* 3 *ou* 30. 30 *ou* 15 *fois* 2.

Donc { *ag*. *bg* :: *a*. *b*. } *g*.
{ 10. 15 :: 2. 3. } 5.

Ou autrement ſoit A le produit de la grandeur *a* par *g*, & B celuy de l'autre *b* par *g*; ſelon l'idée de la multiplication, l'unité arbitraire *z* doit être contenuë dans la grandeur *g*, comme [b] la grandeur *a* dans le produit A des deux *a* & *g*. Et ainſi *z* & *g* ſont entr'elles [c] comme *a* & A. Et par la même raiſon *z* & *g* ſont [b] encore [c] entr'elles, comme *b* & le produit B des grandeurs *b* & *g*. Et par égalité les grandeurs *a* & A ſont [d] proportio-

b. 9. 2.
c. 37. 7.
d. 52. 7.

{ 1ere *Proport.* 1*ag*. } { 2e *Proport.* 1*bg*. } { *Par égalité* } { *Permutée* } { *Alterne*. }
{ *z*. *g* :: *a*. A. } { *z*. *g* :: *b*. B. } { *a*. A :: *b*. B. } { A. *a* :: B. *b*. } { A. B :: *a*. *b*. }
{ 1. 15 :: 2. 10. } { 1. 5 :: 3. 15. } { 2. 14 :: 3. 15. } { 10. 2 :: 15. 3. } { 10. 15 :: 2. 3. }

SCD LYON 1

nelles aux deux *b* & B. Ou par permutation les deux A & *a* aux [c] deux B & *b*. Et par un changement alterne, les produits A & B ſont [c] entr'eux comme les grandeurs *a* & *b*. c. 47. 7.

II THEOREME.

2. SI deux grandeurs A & B ſont diviſées l'une & l'autre par une même grandeur *g*; le rapport des deux expoſans, que je nomme *a* & *b*, eſt égal au rapport des grandeurs A & B.

Car ſelon l'idée de la diviſion, la grandeur A contient ſon diviſeur *g*, comme [b] l'expoſant *a* de la diviſion l'unité arbitraire *z*. Et l'autre grandeur B auſſi ſon diviſeur *g*, comme [b] l'expoſant *b* de la diviſion la même unité *z*. Et ainſi A & *g* ſont entr'elles [c] comme *a* & *z*; & B & *g* pareillement entr'elles [c] comme *b* & *z*. Et par des changemens alternes A & *a* ſont entr'elles [d] comme *g* & *z*. Et B & *b* pareillement [d] entr'elles comme *g* & *z*. Et par égalité A & *a* ſont entr'elles [e] comme B & *b*. Et par [d] permutation *a* & A entr'elles comme *b* & B. Et par un changement alterne *a* & *b* ſont entr'elles comme [d] les grandeurs A & B. b. 15. 2. c. 37. 7. d. 47. 7. e. 52. 7.

1ere *Proportion*	2e *Proportion*	1ere *Alterne*	2e *Alterne*
A. *g* :: *a*. *z*.	B. *g* :: *b*. *z*.	A. *a* :: *g*. *z*.	B. *b* :: *g*. *z*.
10. 5 :: 2. 1.	15. 5 :: 3. 1.	10. 2 :: 5. 1.	15. 3 :: 5. 1.

Par égalité	*Permutée.*	*Alterne*
A. *a* :: B. *b*.	*a*. A :: *b*. B.	*a*. *b* :: A. B.
10, 2 :: 15. 3.	2. 10 :: 3. 15.	2. 3 :: 10, 15.

COROLLAIRE.

3. SI deux nombres *a* & *b* ſont premiers entr'eux; ils ſont eux ſeuls les plus ſimples ou les plus petits, dont le rapport puiſſe être égal au leur.

Car ſi on propoſe deux tels nombres A & B qu'on voudra, qui aient entr'eux un même rapport que les nombres *a* & *b*; la meſure commune la plus grande ou le plus grand diviſeur commun *g* des nombres A & B ſera au juſte autant de [b] fois dans A, que la meſure commune la plus grande ou le plus grand diviſeur commun 1 des deux *a* & *b* eſt au juſte dans *a*. Et *g* ſera encore au juſte autant de fois [b] dans B, qu'il y aura de fois 1 dans *b*. Comme donc 1 ne peut [c] ſurpaſſer *g*; le nombre *a* ne peut [d] auſſi jamais ſurpaſſer le nombre A: ni *b* pareillement ſurpaſſer [d] l'autre B. Et par conſéquent les deux *a* & *b* qui ſont premiers entr'eux, ſont eux ſeuls les plus ſimples ou les plus petits, dont le rapport puiſſe être égal au leur. b. 35. 7. c. *définition*. d 2. 7.

a. *b* :: A. B.	1. *a* :: *g*. A.	1. *b* :: *g*. B.	1. *g* :: *a*. A.	1. *g* :: *b*. B.
13. 8 :: 26. 16.	1. 13 :: 2. 26.	1. 8 :: 2. 16.	1. 2 :: 13. 26.	1. 2 :: 8. 16.

Definition.

4. On nommera *expoſans* d'un rapport les nombres les plus ſimples ou les plus petits, qui peuvent avoir un même rapport que ſes termes. Ou

SCD LYON 1

on dira ſimplement que deux nombres ou grandeurs ont pour expoſans les nombres les plus ſimples ou les plus petits, qui puiſſent leur être proportionels. Que les nombres 4 & 6, par éxemple, ont pour expoſans les nombres 2 & 3, qui leur ſont proportionels & premiers entr'eux. Et pareillement que les deux grandeurs, l'une de 15 pieds & l'autre de 21 pieds, ont pour expoſans les nombres 5 & 7, qui ſont premiers entr'eux, & proportionels aux deux nombres 15 & 21, ou aux deux grandeurs de 15 pieds & de 21 pieds. Car comme 1, qui eſt la meſure commune la plus grande des nombres 5 & 7, eſt 5 fois dans 5, & 7 fois dans 7; de même auſſi 3 pieds, qui ſont la plus grande commune des 15 pieds & des 21 pieds, eſt au juſte 5 fois dans 15 pieds, & 7 fois dans 21 pieds.

2 & 3 expoſans de 4 & 6. 5 & 7 expoſans de 15 & 21, ou de 15 pieds & 21 pieds.
Proportion 2. 3 :: 4. 6. Proportion 5. 7 :: 15. 21 :: 15 pieds. 21 pieds.

I PROBLEME.

5. *Pour trouver les deux expoſans de deux nombres A & B.*

On prendra [a] leur plus grand diviſeur commun *g*. Et diviſant enſuitte l'un & l'autre par *g*; les deux expoſans *a* & *b* ſeront les [b] expoſans des nombres A & B. Parce qu'ils leur ſont [c] proportionels, & [d] premiers entr'eux.

a. 42. 6.
b. 4.
c 2.
d. 46. 6.

Diviſer le 1er A. 15. 5 expoſant. 5 Diviſer le 2d B. 21. 5 expoſant.
par le plus grand diviſeur 1 g. 3. a. 5. par le diviſeur 1 g. 3. b. 7.

5 A. B :: *a. b.* 5 *a. b. expoſans des deux* A. B.
15. 21 :: 5. 7. 5. 7. 15. 21.

II PROBLEME.

6. *Pour trouver les expoſans de deux grandeurs commenſurables A & B.*

On cherchera [b] leur meſure commune la plus grande *g*. Et enſuitte [c] les nombres *a* & *b*, qui expoſent, l'un combien de fois la meſure *g* eſt au juſte dans A, & l'autre combien elle eſt de fois dans B. Et les nombres *a* & *b* ſeront les expoſans du rapport des grandeurs A & B. Car les nombres *a* & *b* étant [d] proportionels aux grandeurs A & B; leur plus grand diviſeur commun eſt au juſte autant de fois dans *a* que la meſure *g* eſt au juſte dans A; & encore au juſte [e] autant de fois dans *b*, que la même *g* eſt au juſte dans B. Mais 1 eſt au juſte autant [f] de fois dans *a* que *g* dans A; & 1 eſt encore au juſte autant [f] de fois dans *b* que *g* dans B. Et par conſéquent 1 eſt le plus grand diviſeur [g] commun des nombres *a* & *b*. Et ces deux nombres ſont premiers [h] entr'eux, & les deux expoſans [k] du rapport des grandeurs A & B, ou les expoſans des grandeurs A & B.

b. 42. 6.
c. 17. 2.
d. 2. 7.
e. 35. 7.
f. 15. 2.
g. 44. 6.
h. *définition.*
k. 3.

5 A B. *a. b.* 5 *g plus grand diviſeur commun.*
15 *pieds.* 21 *pieds* :: 15. 21 :: 5. 7. 3 *pieds*

5 1. *a* :: *g.* A. 5 1. *b* :: *g.* B.
1. 5 :: 3 *pieds* 15. *pieds.* 1. 7 :: 3 *pieds.* 21 *pieds.*

I COROLLAIRE.

SCD LYON 1

I COROLLAIRE.

7. Les rapports égaux ont les mêmes exposans.

Car si les grandeurs A & B sont entr'elles comme les grandeurs *a* & *b*; & que G & *g* soient les mesures communes les plus grandes, l'une des grandeurs A & B, & l'autre des grandeurs *a* & *b*. Un même nombre ζ expose également combien de fois [b] au juste G est dans A, & *g* dans *a*. Et un même nombre *y* expose encore également [b] combien de fois G est dans B, & *g* dans *b* au juste. Et ainsi les nombres ζ & *y* sont proportionels [c] aux grandeurs A & B. Et ils le sont encore [c] aux grandeurs *a* & *b*. Et parcequ'ils sont premiers entr'eux, ils sont également les deux [d] exposans de chacun des rapports égaux qui sont proposez.

b. 35. 7.
c. 37. 7.
d. 3.

$\left\{\begin{matrix} A. B :: a. b. \\ 15. 21 :: 10. 14. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} G. g. \\ 3. 2. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} A. B :: ζ. y. \\ 15. 21 :: 5. 7. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. b :: ζ. y. \\ 10. 14 :: 5. 7. \end{matrix}\right.$

II COROLLAIRE.

8. Les rapports, dont les exposans sont les mêmes, sont des rapports égaux.

Car si les mêmes nombres ζ & *y* sont également les deux exposans des grandeurs A & B, & des deux *a* & *b*; il y aura un même rapport entre les deux nombres ζ & *y*, & [b] entre les grandeurs A & B. Et pareillement un [b] même entre ces deux nombres ζ & *y*, & entre les deux grandeurs *a* & *b*. Et par égalité un [c] même entre les grandeurs A & B, & entre les deux *a* & *b*.

b. *supposition.*
c. 52. 7.

$\left\{\begin{matrix} ζ. y :: A. B. \\ 5. 7 :: 15. 21. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} ζ. y :: a. b. \\ 5. 7 :: 10. 14. \end{matrix}\right.$ *Par égalité* $\left\{\begin{matrix} A. B :: a. b. \\ 15. 21 :: 10. 14. \end{matrix}\right.$

III COROLLAIRE.

9. Si deux nombres *a* & *b* sont les plus simples ou les plus petits, dont le rapport puisse être égal au leur; ils sont [b] premiers entr'eux. Parce qu'ils n'ont point d'autres [c] exposans qu'eux-mêmes.

b. 3.
c. *supposition.*

IV COROLLAIRE.

10. Deux grandeurs commensurables A & B sont toûjours les produits *ag* & *bg* de leurs exposans *a* & *b* par leur plus grand diviseur commun *g*.

Ou si deux nombres *a* & *b* sont premiers entr'eux, & proportionels à deux autres A & B; les nombres A & B sont les produits mêmes *ag* & *bg* des nombres *a* & *b* par le plus grand diviseur commun *g* des deux A & B.

Car si on divise chacune des grandeurs, ou chacun des nombres A & B, par leur plus grand diviseur commun *g*; les exposans de ces deux divisions sont deux nombres qui sont premiers [b] entr'eux. Et par conséquent ces

b. 46. 6.

$\left\{\begin{matrix} A. B :: a. b. \\ 15. 21 :: 5. 7. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} g. \\ 3. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} A. B. \\ 15. 21. \\ ag. bg. \end{matrix}\right.$

SCD LYON 1

c. 7. d. 18. 2. deux nombres ſont les [c] expoſans mêmes *a* & *b* des grandeurs, ou des nombres A & B qu'on propoſe. Et A eſt [d] un produit *ag* du premier *a* des deux expoſans par le plus grand diviſeur commun *g*; & B un [d] autre produit *bg* du ſecond *b* de ces mêmes expoſans par le plus grand diviſeur commun *g*.

DEFINITIONS.

11. On dira que divers nombres ou diverſes grandeurs ont pour *expoſans* les nombres les plus ſimples ou les plus petits, dont les rapports alternatifs ſont égaux aux leurs alternatifs. Et on nommera *rélatifs* les termes de part & d'autre qui ſe répondront chacun à chacun, & ſelon le même ordre.

III PROBLEME.

12. *POur trouver les expoſans de divers nombres* A, B, C, D.

b. 45. 6. On cherchera leur plus grand [b] diviſeur commun *g*. Et diviſant enſuitte chacun d'eux par *g*, les divers expoſans *a*, *b*, *c*, *d*, ſont ceux des

c. 47. 6. nombres propoſez A, B, C, D. Car les quatre *a*, *b*, *c*, *d*, ſont [c] premiers entr'eux, & par conſéquent deux au moins des quatre, comme les deux *a* &

d. 3. *d*, ſont premiers entr'eux, & les ſeuls [d] expoſans de leurs relatifs A & D. Et les deux *a* & *d* étant déterminez, les autres *b* & *c* le ſont pareillement. Puiſque les deux *a* & *b* étant proportionels aux deux A & B, ou les deux *d* & *b* aux deux D & B; & *a* & *d* les moindres rélatifs des deux A & D; le nombre *b* eſt auſſi le moindre rélatif de B. Et *c* pareillement le moindre rélatif de C. Et par conſéquent les nombres *a*, *b*, *c*, *d*, ſont les expoſans des quatre A, B, C, D.

Diviſer A. 15. par 1*g*. 3. { *a*. 5. *Diviſer* B. 21. par 1*g*. 3. { *b*. 7. *Diviſer* C. 6. par 1*g*. 3. { *c*. 2. *Diviſer* D. 18. par 1*g*. 3. { *d*. 6.

Proportions Alternatives.

1ere { A. B :: *a*. *b*. / 15. 21 :: 5. 7.
2e { A. C :: *a*. *c*. / 15. 6 :: 5. 2.
3e { A. D :: *a*. *d*. / 15. 18 :: 5. 6.
4e { B. C :: *b*. *c*. / 21. 6 :: 7. 2.
5e { B. D :: *b*. *d*. / 21. 18 :: 7. 6.
6e { C. D :: *c*. *d*. / 6. 18 :: 2. 6.

IV PROBLEME.

13. *ET pour trouver les expoſans de diverſes grandeurs* A, B, C, D.

b. 45. 6. On cherchera leur [b] meſure commune la plus grande *g*. Et on verra enſuitte combien de fois au juſte *g* eſt dans chaque grandeur. Et les nombres

c. 3. *a*, *b*, *c*, *d*, qui expoſent comment elle s'y trouve, ſont les [c] expoſans de ces mêmes grandeurs, parce qu'ils ſont premiers entr'eux, ou que leur meſure commune la plus grande

d. 47. 6. [d] eſt 1.

{ A. 15 *pieds*. B. 21 *pieds*. C. 6 *pieds*. D. 18 *pieds*. } { *g*. 3 *pieds* } *Expoſans* { *a*. *b*. *c*. *d*. / 5. 7. 8. 6. }

SCD LYON 1

V PROBLEME.

14. *Tels & tant de rapports qu'on voudra étant proposez, trouver les nombres les plus simples dont le premier & le second aient un rapport égal au premier rapport qu'on propose. Et le second & troisiéme un rapport égal au second qu'on propose. Et ainsi du reste.*

Comme si l'on propose les trois rapports qui sont, le premier entre deux nombres A & Z, & le second entre les deux B & Y, & le troisiéme entre les deux C & X. On cherchera en premier lieu les[b] exposans *a* & ζ des deux termes A & Z. Et ensuite les deux [b] exposans *b* & *y* des termes B & Y, & les deux *c* & *x* des [b] termes C & X. Et aprés cela on prendra le moindre [c] nombre *g*, que les deux ζ & *b* peuvent chacun mesurer sans reste. Et on [d] cherchera deux quatriémes termes *f* & *h* proportionels, l'un aux trois ζ, *a*, *g*, & l'autre aux trois *b*, *y*, *g*. Ce qui résoudroit déja la question, si l'on n'avoit proposé que les deux rapports qui sont entre A & Z, & entre B & Y.

b. 6. c. 48. 6. d. 82. 7.

Car les deux exposans *a* & ζ sont [f] toûjours diviseurs, le premier *a* du premier nombre, & le second ζ du [f] second des deux premiers qu'on cherche, & qui doivent être proportionels aux deux A & Z. Et les deux exposans *b* & *y* sont pareillement diviseurs, le premier *b* du [f] premier, & le second *y* du second des deux nombres qui doivent être proportionels aux deux B & Y. Et par conséquent le second des nombres que l'on cherche est divisible & par ζ & par *b*, & ne peut pas [g] être plus petit que *g*. Mais il y a un même rapport [h] entre A & Z, & entre *f* & *g*; ou [k] entre Z & A, & entre *g* & *f*. Et pareillement un même [k] entre B & Y, & entre *g* & *h*. Et par conséquent les nombres *f*, *g*, *h*, sont les trois plus simples, dont les deux premiers puissent être proportionels aux deux A & Z, & le second & troisiéme aux deux B & Y.

f. 18. g. 48. 6. h. 47. 7. k. *supposition.*

A. Z :: *a*. ζ.	B. Y :: *b*. *y*.	*g le moindre que* ζ *& h mesurent*
15. 20 :: 3. 4.	42. 35 :: 6. 5.	12. 4. 6.

Z. A :: ζ. *a* :: *g*. *f*.	B. Y :: *b*. *y* :: *g*. *h*.	A. Z :: *f*. *g*.
20. 15 :: 4. 3 :: 12 9.	42. 35 :: 6. 5 :: 12. 10.	15. 20 :: 9. 12.

Et comme il reste encore un rapport des nombres C & X. On prendra de la même sorte le moindre [b] nombre H que les deux *h* & *c* mesurent chacun sans reste. Et on cherchera un quatriéme terme I proportionel [c] aux trois *c*, *x*, H. Et divisant encore H par *h*, on multipliera par l'exposant *e* chacun des nombres *f* & *g* qui précédent *h*. Et les produits F & G & les deux nouveaux termes H & I seront les quatre que l'on cherche. Car *h* & *c*, qui doivent mesurer [d] nécessairement [e] le troisiéme des nombres qu'on

b. 48. 6. c. 82. 7. d. *démonstration précédente.* e. 10.

C. X :: *c*. *z*.	H *le moindre que h & c*.	*c*. *x* :: H. I.	*e*. *f*. *g*.
6. 21 :: 2. 7.	10. 10. 2.	2. 7 :: 10. 35.	1. 9. 12.

F. G :: *f*. *g* :: A. Z :: G. H :: *g*. *h* :: B. Y. H. I :: *c*. *x* :: C. X.
9. 12 :: 9. 12 :: 15. 20. 12. 10 :: 12. 10 :: 42. 35. 10. 35 :: 2. 7 :: 6. 21.
(*ef*. *eg*. *eg*. H. I. *Les 4 cherchez.*

demande, n'en peuvent mesurer au juste[f] un moindre que le terme H, qui est par conséquent le troisiéme de ceux qu'on désire. De sorte que le quatriéme[c] est I. Et comme G & H sont aussi entr'eux comme les deux *g* & *h*, ou comme[g] les deux B & Y; le terme G est le second des quatre, & le premier est F par la même raison.

f. 48. 6.
c. 82. 7.
g. 52. 7.

I COROLLAIRE.

15. SI trois nombres A, B, C, sont en proportion continuë, & deux nombres *a* & *b* les exposans des deux A & B, ou des deux B & C; les nombres A, B, C, sont les trois produits de leur plus grand diviseur commun, l'un par le quarré *aa* du premier *a* des deux exposans, l'autre par le plan *ab* des deux exposans *a* & *b*, & le troisiéme par le quarré *bb* du second *b* des deux exposans.

Car A & B sont déja les[b] produits *az* & *bz* de leurs exposans *a* & *b* par leur plus grand diviseur commun z. Et B & C ayant aussi les mêmes[c] exposans *a* & *b*, le nombre *a* mesure B ou *bz* au juste. Et comme *a* & *b* sont premiers[d] entr'eux, le nombre *a* mesure z au[e] juste. Et nommant *y* l'exposant entier de la division du nombre z par *a*; le nombre z est le même que[f] le produit *ay* du diviseur *a* par l'exposant *y*, & le terme A ou *az* le même[f] que le produit *aay* du nombre z ou *ay* par *a*, & le terme B ou *bz* pareillement le même[f] que le produit *aby* du nombre z ou *ay* par *b*. Mais *bby* est le troisiéme[g] proportionel aux deux *aay* & *aby*, ou aux deux A & B. Et C est aussi le troisiéme proportionel aux deux[h] mêmes A & B. Et par conséquent les nombres entiers *bby* & C ne sont qu'un[k] même nombre. Mais *y* est le plus grand diviseur[l] commun des extrêmes *aay* & *bby*; puisque chacun étant divisé par *y*, les exposans *aa* & *bb* sont premiers[m] entr'eux, les deux *a* & *b* l'étant déja[d] entr'eux. Et ainsi *y* est le plus grand diviseur[n] commun des termes A, B, C. Et ces termes sont les trois produits de leur plus grand diviseur commun *y*, l'un par *aa*, l'autre par *ab*, & le troisiéme par *bb*.

b. 10.
c. 7.
d. 9.
e. 22. 6.
f. 18. 2. & 20. 3.
g. 83. 7.
h. *suppositon.*
k. 51. 7.
l. 10.
m. 38. 6.
n. 45. 6.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\ A.\ B.\ C. \\ \div\ az.\ bz.\ C. \\ \div\ aay.aby.bby. \\ \div\ 16.\ 24.\ 36. \end{array}\right. \begin{array}{l} \textit{plus grande} \\ \textit{mesure} \\ \textit{de A \& B} \end{array} \left\{\begin{array}{l} z. \\ 8. \\ ay. \end{array}\right. \begin{array}{l} \textit{Plus grande} \\ \textit{de B \& C.} \end{array} \left\{\begin{array}{l} y. \\ 4. \\ \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ bz :: B.\ C. \\ 16.\ 24 :: 2.\ 3 :: 24.\ 36. \end{array}\right.$$

II COROLLAIRE.

16. ET si quatre nombres A, B, C, D, sont en progression, & deux autres *a* & *b* les exposans des deux A & B, ou B & C, ou C & D; les quatre A, B, C, D, sont les quatre produits de leur plus grand diviseur commun, l'un par le cube a^3, l'autre par le solide *aab*, le troisiéme par le solide *abb*, & le quatriéme par le cube b^3.

Car les trois A, B, C, sont déja trois produits *aay*, *aby*, *bby*, de leur plus grand diviseur[b] commun *y*, l'un par *aa*, le second par *ab*, & le troisiéme par *bb*. Et le troisiéme C ou *bby* & le quatriéme D sont aussi les produits[c] de leur plus grand diviseur commun par[d] leurs exposans *a* & *b*. Et ainsi *a* mesure C ou *bby* au juste. Et comme *a* & *b* sont premiers[e] entr'eux,

b. 15.
c. 10.
d. 7.
e. 9.

& a & bb auſſi premiers [n] entr'eux; le nombre a meſure y au [f] juſte. Et nommant x l'expoſant de la diviſion du nombre y par a; le nombre y eſt le même [g] que le produit ax, & le terme A ou aay le même que [h] le produit a^2x du nombre y ou ax par aa; & B ou aby auſſi le même [h] que le produit $aabx$ du nombre y ou ax par ab. Et C ou bby eſt encore un [h] produit $abbx$ de bb par y ou ax. Mais b^3x eſt le quatriéme [k] proportionel aux trois a^2x, $aabx$, $abbx$, ou aux trois A, B, C. Et par conſéquent D qui eſt auſſi le quatriéme proportionel aux mêmes A, B, C, eſt le nombre même [l] ou le produit b^3x. Mais x eſt le plus grand diviſeur [m] commun des extrêmes a^2x & b^3x; puiſque diviſant l'un & l'autre par x, les expoſans a^3 & b^3 ſont premiers [n] entr'eux, les deux a & b l'étant déja [e] entr'eux. Et par conſéquent x eſt le plus grand diviſeur commun des quatre termes A, B, C, D. Et ces termes ſont les quatre produits de leur plus grand diviſeur commun x par les nombres a^3, aab, abb, b^3.

f. 22. 6.
g. 18. 2.
h. 20. 3.
k. 8. 7.
l. 51 7.
m. 10.
n. 38. 6.

A. B :: B. C :: C. D :: $a.b.$ } y. *Plus grande meſure*
$aay.\ aby$ :: $aby.\ bby$ :: $bby.$ D :: $a.b.$ } 10. *des trois* A. B. C.
$a^3x.\ aabx$ :: $aabx.\ abbx$ :: $abbx.\ b^3x$ :: $a.b.$ } x. *Plus grande meſure*
40. 60 :: 60. 90 :: 90. 135 :: 2. 3. } 5. *des quatre* A.B.C.D.

Et on démontrera de la même ſorte que ſi cinq nombres A, B, C, D, E, ſont en progreſſion, & les nombres a & b les expoſans des deux A & B, ou de deux conſécutifs; ces nombres ſont les cinq produits de leur plus grand diviſeur commun v; le premier par a^4, le ſecond par a^3b, le troiſiéme par aab^2, le quatriéme par ab^3, & le cinquiéme par b^4.

A. B :: B. C :: C. D :: D. E :: $a.b.$
$a^3x.\ aabx$ :: $aabx.\ abbx$ :: $abbx.\ b^3x$ :: D. E :: $a.b.$
$a^4v.\ a^3bv$ :: $a^3bv.\ aabbv$ :: $aabbv.\ ab^3v$ :: $ab^3v.\ b^4v$ :: $a.b.$
48. 72 :: 72. 108 :: 108. 162 :: 162. 243 :: 2. 3.

Plus grande meſure commune { 1x. *des quatre* A. B. C. D. 6.
Plus grande commune { 1v. *des cinq* A. B. C. D. E. 3.

Et generalement ſi pluſieurs nombres ou grandeurs ſont en progreſſion; ce ſont les produits mêmes de leur plus grand diviſeur commun ou de leur meſure commune la plus grande; le premier par une puiſſance du nombre a, qui ait autant de degrez moins un qu'il y a de termes; & le ſecond par un produit d'une puiſſance du nombre a moindre d'un degré que la précédente multipliée par le nombre b; & le troiſiéme par un produit d'une autre puiſſance du même nombre a moindre encore d'un degré que la précédente multipliée par le quarré bb. Et ainſi du reſte.

Progreſſion ∴ A. B. C. D. E. F.
∴ $a^5t.$ $a^4bt.$ $a^3bbt.$ $aab^3t.$ $ab^4t.$ $b^5t.$ } $a.\ b.\ t.$
∴ 64. 96. 144. 216. 324. 486. } 2. 3. 2.

III COROLLAIRE.

17. SI des grandeurs commenſurables ſont en progreſſion; toute meſure commune des extrêmes eſt auſſi une meſure juſte de chaque autre terme.

b 16. Car les extrêmes sont deux [b] produits de la mesure commune la plus
c. 38. 6. grande des termes par deux puissances également élevées, & [c] premières entr'elles, des exposans *a* & *b* du premier & du second terme, ou de deux consécutifs. Et par conséquent la mesure commune la plus grande des extrêmes est aussi la plus grande des termes, & toute autre commune des ex-
d. 44 & 45 & 10. 6. trêmes commune aussi de tous [d] les autres termes. Comme s'il y a cinq termes A, B, C, D, E; les extrêmes A & E sont deux [b] produits de la mesure commune la plus grande *v* des termes; l'un par a^4, & l'autre par b^4. Et comme a^4 & b^4 sont [c] premiers entr'eux, les exposans *a* & *b* l'é-
c. 9. tant [c] déja entr'eux; les extrêmes A & E, ou a^4v & b^4v, ont pour mesure commune la plus grande, la plus grande *v* de tous les termes. Et toute autre mesure commune des extrêmes mesurant *v* au juste, mesure aussi [d] chacun des autres termes.

∺ A. B. C. D. E.
∺ a^4v. a^3bv. $aabbv$. ab^3v. b^4v.
∺ 48. 72. 108. 162. 243.

IV COROLLAIRE.

18. SI le premier terme A d'une progression mesure au juste le second terme B; chaque terme mesure au juste chacun des termes qui le suivent.

b. 5. 7. Car le premier A mesure le second B au juste, comme B au juste [b] le troisiéme C; & C le quatriéme D. Et ainsi du reste. Et par conséquent la me-
c. 9. 6. sure A du terme B diviseur de C, mesure C au [c] juste. Et [b] comme C mesure encore D; la premiére A mesure D au [c] juste, & pareillement E, & ensuitte F, & chacun de tous les autres termes. Mais s'il y a un terme interposé, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq, &c, entre deux termes de la pro-
d. 62. 7. gression; le premier des deux est à l'autre, comme [d] le premier A de la progression est au troisiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au sixiéme F, &c. Et c'est pourquoi comme le premier A mesure au juste chacun des termes C, D, E, F; le premier des deux que l'on aura pris peut toûjours [d] mesurer l'autre au juste. Ou ce qui revient au même, chaque terme de la progression peut mesurer au juste chacun des termes qui le suivent.

Progression ∺ A. B. C. D. E. F. G H. I. K.
∺ 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. 3072.

V COROLLAIRE.

19. ET si le premier terme A d'une progression ne mesure pas le second au juste; nul aussi ne peut mesurer au juste aucun des termes qui le suivent.

Car deux termes d'une progression n'ont point de mesure commune, qui
b. 17. ne mesure au juste [b] chacun de ceux qui sont interposez. Et ainsi comme A qui est sa juste mesure, ne mesure pas B; le terme A & tel autre des termes qu'on voudra ne peuvent avoir A pour mesure commune. Ou ce qui revient au même, le terme A ne peut mesurer aucun terme au juste. Mais comme A ne mesure pas B; nul aussi ne mesure le terme qui le suit immé-

SCD LYON 1

diatément ; puiſque le premier A & le ſecond B ſont [c] entr'eux, comme deux conſécutifs. Mais s'il y a un terme interpoſé, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq, &c, entre deux termes de la progreſſion ; le premier de ces deux eſt à l'autre, comme le premier A de la progreſſion eſt au troiſiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au ſixiéme F, &c. Et c'eſt pourquoi comme le premier A ne meſure au juſte aucun des termes C, D, E, F, &c ; le premier des deux que l'on aura pris ne peut auſſi [d] meſurer au juſte aucun des termes qui le ſuivent. Ou ce qui revient au même, nul terme ne meſure au juſte aucun des termes qui le ſuivent.

c. 5. 7.

d. 62. 7.

Progreſſion ∷ A. B. C. D. E. F. G. H.
∷ 256. 384. 576. 864. 1296. 1944. 2916. 4374.

VI COROLLAIRE.

20. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A diviſe le dernier H ; il diviſe [b] chaque autre, & il eſt luy-même le [c] plus grand diviſeur [b] commun des termes. Et les expoſans *a* & *b* des deux premiers termes ou de deux conſécutifs [d] ſont 1 & *b*.

b. 17. c. 16. d. 4. & 17. 2.

Progreſſion ∷ A. B. C. D. E. F. G. H.
∷ 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.
∷ 1*Z*. 1*bZ*. 1*bbZ*. 1*b*³*Z*. 1*b*⁴*Z*. 1*b*⁵*Z*. 1*b*⁶*Z*. 1*b*⁷*Z*.

VII COROLLAIRE.

21. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1 ; tout diviſeur ſimple du dernier I ou *b*⁸ l'eſt auſſi [b] de chacun des interpoſez. Car tous les termes, qui ſuivent 1 ou A, ſont les puiſſances ſucceſſives de *b* ou B multipliées par le plus grand diviſeur commun 1 des extrêmes & de tous les termes. Et ainſi chaque diviſeur ſimple de la derniére I de toutes ces puiſſances l'eſt [c] auſſi de chacune des interpoſées.

b. 27. 6.

c. 16.

Progreſſion ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∷ 1. 6. 36. 216. 1296. 7776. 46656. 279936. 1679616.
∷ 1. *b*. *bb*. *b*³. *b*⁴. *b*⁵. *b*⁶. *b*⁷. *b*⁸.

VIII COROLLAIRE.

22. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1, & le ſecond B ou *b* un nombre ſimple ; le dernier I ou *b*⁸ ne [b] peut avoir aucun diviſeur que luy-même, ou qu'un des termes qui ſont avant luy. Parceque tous les termes, qui ſuivent 1, ſont les puiſſances ſucceſſives de *b*.

b. 22.

Progreſſion ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∷ 1. 5. 25. 125. 625. 3125. 15625. 78125. 390625.
∷ 1. *b*. *bb*. *b*³. *b*⁴. *b*⁵. *b*⁶. *l*7. *b*⁸.

IX COROLLAIRE.

23. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1 ; le ſecond B ou *b* meſure chaque autre par l'un de ceux qui précé-

SCD LYON 1

dent cet autre. Ou ce qui revient au même, le second *b* divise au juste
b. 22. chaque terme, & l'exposant est encore un des [b] termes qui précedent celuy qu'on divise. Comme si le neuviéme est I ou b^8, & qu'il soit divisé par b^3; l'exposant b^5 est un des termes qui précédent b^8.

Progression	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.
	1.	6.	36.	216.	1296.	7776.	46656.	279986.	1679616.
	1.	*b.*	*bb.*	b^3.	b^4.	b^5.	b^6.	b^7.	b^8.

X COROLLAIRE.

24. SI plusieurs nombres sont en progression, & que les extrêmes A &
b. 13 & 14. I soient premiers entr'eux; tous ces nombres sont eux seuls [b] les simples, ou les moindres qui puissent exposer la même progression, ou dont les rapports alternatifs soient égaux aux leurs. Parceque les deux A
c. 4. & I sont eux seuls [c] les plus simples dont le rapport soit égal au leur.

Progression	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.
	256.	384.	576.	864.	1296.	1944.	2916.	4374.	6561.
	$1a^8$.	a^7b.	a^6bb.	a^5b^3.	a^4b^4.	a^3b^5.	aab^6.	ab^7.	$1b^8$.

XI COROLLAIRE.

25. SI plusieurs nombres sont en progression, & les moindres dont les rapports alternatifs soient égaux aux leurs; les deux extrêmes sont
b. *définition.* premiers [b] entr'eux. Puisque ces nombres ne [c] peuvent tous avoir d'autres
c. *supposition.* exposans alternatifs qu'eux-mêmes, ou d'autres diviseurs communs que l'unité seule. Et comme les extrêmes n'ont point de diviseurs communs,
d. 17. que ceux [d] mêmes qui sont communs à tous les termes; les deux extrêmes sont [b] premiers entr'eux, comme les deux $1a^8$ & $1b^8$, ou les deux 1 & b^8, si on prend A ou *a* pour 1.

VI PROBLEME.

26. *POur former une progression des nombres les plus simples & d'autant qu'on voudra, où le rapport du premier & du second terme, ou de deux consécutifs soit égal au rapport commensurable de deux nombres ou grandeurs A & B.*

b. 5. On prendra les [b] exposans *a* & *b* des deux grandeurs A & B. Et multipliant *a* & *b* par *a*; & *b* par *b*; les trois produits *aa*, *ab*, *bb*, résoudront
c. 12. la [c] question, si la progression doit n'avoir que trois termes. Parcequ'il y a
d. 1. un même [d] rapport entre les deux exposans *a* & *b*, & entre le premier & le second des termes; & encore entre le second & le troisiéme, & entre les [d] deux exposans *a* & *b*, & entre les grandeurs A & B: & que les extrêmes *aa* & *bb* sont premiers [e] entr'eux, les deux exposans *a* & *b* l'étant déc. 38. 6. ja entr'eux.

A. B. *a. b. exposans* 30. 45. 2. 3. *Et* *aa. ab* :: *ab. bb* :: *a. b* :: 4. 6 :: 6. 9 :: 2. 3 :: 30. 45. A. B. *aa. bb. premiers* 4. 9. *entr'eux.*

Et

Et si la progression doit avoir quatre termes. On multipliera chacun des trois *aa*, *ab*, *bb*, par *a*; & le dernier *bb* par *b*. Et les produits a^3, *aab*, *abb*, b^3, résoudront [c] la question. Parceque les extrêmes a^3 & b^3 sont premiers [d] entr'eux, & que chacun des termes est à celuy qui le suit immédiatement, comme [e] l'exposant *a* est à l'exposant *b*. c. 12. d. 38. 6. e. 1.

A. B :: *a*. *b* :: a^3.*aab* :: *aab*. *abb* :: *abb*. b^3. *a*. *b*. *exposans*. a^3. b^3. *premiers*
30. 45 :: 2. 3 :: 8. 12 :: 12. 18 :: 18. 27. 2. 3. 8. 27. *entr'eux*.

Et par la même raison, si la progression doit avoir cinq termes. On prendra les produits des quatre précédens par *a*; & encore le produit du dernier b^3 par *b*. Et les termes a^4, a^3b, *aabb*, ab^3, b^4, résoudront [c] la question. Et ainsi de suitte jusques à l'infini. c. 12.

A. B :: *a*. *b* :: *a*4. a^3b :: a^3b. *aabb* :: *aabb*. ab^3 :: ab^3. *b*4. *a*. *b*. *exposans*.
30. 45 :: 2. 3 :: 16. 24 :: 24. 36 :: 36. 54 :: 54. 81. 2. 3.

I COROLLAIRE.

27. En toute progression des nombres les plus simples, où 1 n'est point un des extrêmes; les exposans *a* & *b* des deux premiers termes, ou de deux consécutifs, sont deux nombres différens chacun de l'unité; puisqu'ils sont [c] les racines quarrées, ou cubiques, ou quatriémes, ou cinquiémes, ou sixiémes, ou autres linéaires des puissances parfaites & semblables qui sont les deux extrêmes. c. 26 & 16.

II COROLLAIRE.

28. On ne peut continuer en nombres entiers une progression de nombres réduitte aux exposans, & où 1 n'est point un extrême A ou F. Car le premier terme A est au second B, comme [b] le dernier F est au nouveau terme G, qui suivroit F en continuant la progression. Et par conséquent G est l'exposant [c] du produit des termes B & F divisé par A. Il faut donc, afin que G soit un nombre entier, que le premier terme A divise au [c] juste le produit BF des termes B & F, ou qu'il divise au juste le [d] seul terme B, les deux A & F étant [e] premiers entr'eux. Mais A ne [f] peut diviser B au juste, puisque les exposans *a* & *b* sont deux nombres différens chacun de l'unité. Et par conséquent l'exposant juste ou le terme nouveau G n'est point un nombre entier. b. 5. 7. c. 83. 7. d. 12. 6. e. 25. f. 17. 2.

A. B. C. D. E. F. G. *Diviser* BF. 11664. G. *expos.*
32. 48. 72. 108. 162. 243. 364+*x*. *par* A. 32. 364+*x*.
a^5. a^4b. a^3bb. aab^3. ab^4. b^5. G. *Reste* 16.

III COROLLAIRE.

29. On ne peut [b] continuer en nombres entiers une progression qui n'est pas multiple. Parce qu'étant réduitte aux exposans, le premier terme n'est [c] point 1. b. 28. c. *supposition & définition*.

IV COROLLAIRE.

30. IL y a toûjours un nombre moyen proportionel entre deux nombres quarrez *aa* & *bb*. Car le plan *ab* de leurs côtez *a* & *b* eſt moyen proportionel entr'eux, le rapport étant le même entre les nombres *a* & *b*, & entre [b] le quarré *aa* & le plan *ab*; & pareillement le même entre *a* & *b*, & entre [b] le plan *ab* & le quarré *bb*. Ou le même par égalité entre [c] le quarré *aa* & le plan *ab*, & entre le plan *ab* & le quarré *bb*.

b. 1.
c. 47. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} aa.\ ab :: a.\ b :: ab.\ bb. \\ 225.210 :: 15.14 :: 210.196. \end{array}\right.$$

Il y a par la même raiſon deux nombres moyens proportionels *aab* & *abb* entre deux nombres cubiques a^3 & b^3. Et trois moyens proportionels a^3b, *aabb*, ab^3 entre deux nombres quarrez de quarrez a^4 & b^4. Et ainſi du reſte, juſques à l'infini.

V COROLLAIRE.

31. OU pour rendre la propoſition générale; le plan *ab* de deux grandeurs *a* & *b* eſt toûjours moyen proportionel entre leurs quarrez *aa* & *bb*. Parceque les rapports ſont égaux [b] entre *aa* & *ab*, & entre *a* & *b*, & [b] entre *ab* & *bb*.

b. 1.

$$\left\{\begin{array}{l} aa.\ ab :: a.\ b :: ab.\ bb. \\ 225.210 :: 15.14 :: 210.196. \end{array}\right.$$

b. 1. Et on prouvera généralement & de la même ſorte [b] que deux ſolides *aab* & *abb*, l'un du quarré *aa* de la première *a* par la ſeconde *b*, & l'autre de la première *a* par le quarré *bb* de la ſeconde *b*, ſont toûjours deux moyens proportionels entre leurs cubes a^3 & b^3.

$$\left\{\begin{array}{l} a^3.\ aab :: a.\ b :: aab.abb. \\ 216.144 :: 3.2 :: 144.96. \end{array}\right. Et \left\{\begin{array}{l} a.\ b :: abb.\ b^3. \\ 3.2 :: 96.64. \end{array}\right. \begin{array}{l} Et\ par \\ égalité \end{array} \left\{\begin{array}{l} \div\ a^3.\ aab.abb.\ b^3. \\ \div\ 216.144.96.64. \end{array}\right.$$

b. 1. Et pareillement [b] qu'entre les quatriémes puiſſances a^4 & b^4 de deux grandeurs *a* & *b*, il y a toûjours trois ſolides moyens proportionels a^3b, $aabb$, ab^3. Et quatre ſurſolides a^4b, a^3bb, aab^3, ab^4, entre leurs cinquiémes puiſſances a^5 & b^5. Et ainſi de ſuitte juſqu'à l'infini.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\ a4.\ a3b.\ aabb.\ ab3.\ b4. \\ \div 1296.864.576.384.256. \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} \div\ a^5.\ a^4b.\ a^3bb.\ aab^3.\ ab^4.\ b^5. \\ \div 32.64.128.256.512.1024. \end{array}\right.$$

VI COROLLAIRE.

32. SI trois nombres A, B, C, ſont en proportion continuë, & réduits à leurs expoſans, ou les moindres dont les rapports alternatifs ſoient égaux aux leurs, chacun à chacun & ſelon le même ordre; chacun des trois eſt premier à l'égard des deux autres enſemble.

Car nommant *a* & *b* les expoſans des deux A & B, ou des deux B & C; ces trois nombres [b] ſont *aa*, *ab*, *bb*. Mais les deux *a* & *b* ſont [c] premiers entr'eux. Et par conſéquent les deux *a*+*b* & *b* ſont premiers [d] entr'eux, & *aa*+*ab* & *b* auſſi premiers [c] entr'eux, & *aa*+*ab* & *bb*, ou A+B & C, encore premiers [c] entr'eux. Et comme *a* & *b* ſont premiers [c] entr'eux; les

b. 15.
c. 6.
d. 17. 6.
c. 36. 6.

SCD LYON 1

deux $a+b$ & a sont premiers [d] entr'eux, & les deux $ab+bb$ & a aussi [e] premiers entr'eux, & $ab+bb$ & aa, ou B+C & A, encore premiers [e] entr'eux. Et pareillement a & b étant premiers [e] entr'eux ; les nombres a & bb sont [e] premiers entr'eux, & aa & b le [e] sont encore entr'eux. Et par conséquent d'une part a & $aa+bb$ sont premiers [d] entr'eux, & de l'autre b & $aa+bb$ aussi premiers [d] entr'eux, & ab & $aa+bb$, ou B & A+C, encore premiers [e] entr'eux.

d. 17. 6.
e. 36. 6.

A.	B.	C.	a.	b.	$a+b$.	$aa+ab$.	$ab+bb$.	$aa+bb$.
aa.	ab.	bb.	2.	3.	2+3.	A+B.	B+C.	A+C.
4.	6.	9.				10.	15.	13.

VII COROLLAIRE.

33. ET généralement en toute progression réduitte aux exposans, & où 1 n'est point un extrême ; chaque terme est premier à l'égard de tous les autres ensemble.

Car les exposans a & b des deux premiers termes A & B sont [b] premiers entr'eux. Et les quatre nombres A. B. C. D. qui sont en progression, & réduits à leurs exposans, [c] sont a^3, aab, abb, b^3. Et les nombres a & b^3 sont premiers entr'eux, & a mesure $aab+abb$. Et tout diviseur du nombre a, qui ne peut [d] mesurer b^3, mesurant [e] encore $aab+abb$, ne peut [f] mesurer $aab+abb+b^3$. Et par conséquent a & $aab+abb+b^3$ sont premiers [g] entr'eux. Et les deux aa & $aab+abb+b^3$ le sont encore [h] entr'eux. Et les deux a^3 & $aab+abb+b^3$, ou A & B+C+D, le sont [d] enfin entr'eux. Et par la même raison, [d] les deux b^3 & $a^3+aab+abb$, ou D & A+B+C, sont premiers entr'eux. Et les nombres ab & $a^3+abb+b^3$ le sont [h] aussi entr'eux. Et par conséquent aab & $a^3+abb+b^3$, ou B & A+C+D, sont [h] premiers entr'eux. Et les deux abb & $a^3+aab+b^3$, ou C & A+B+D le sont encore [h] entr'eux.

b. 6.
c. 16.
d. 38. 6.
e. 9. 6.
f. 15. 6.
g. *définition.*
h. 36. 6.

A.	B.	C.	D.
8.	12.	18.	27.
a^3.	aab.	abb.	b^3.

A.	B+C+D.	A+B+C.	D.	B.	A+C+D.	C.	A+B+D.
8.	57.	38.	27.	12	57.	18.	47.
a^3.	$aab+abb+b^3$.	$a^3+aab+abb$.	b^3.	aab.	$a^3+abb+b^3$.	abb.	$a^3+aab+b^3$.

VIII COROLLAIRE.

34. SI deux nombres C & G sont proportionels à deux nombres c & g, & qu'il y ait plusieurs moyens proportionels entre les deux C & G, comme les trois D, E, F ; il y aura pareillement trois nombres d, e, f, moyens proportionels entre les deux c & g.

Car nommant z la mesure commune la plus grande des termes C & G, ou des cinq C, D, E, F, G, & a & b les exposans des deux premiers C & D, ou de deux consécutifs ; ces mêmes termes seront les cinq [b] produits a^4z, a^3bz, $aabbz$, ab^3z, b^4z. Et si on les réduit [c] aux plus simples termes, en divisant chacun par leur plus grand diviseur [c] commun z ; les

b. 16.
c. 12.

exposans seront les cinq nombres a^4, a^3b, $aabb$, ab^3, b^4; dont les extrêmes a^4 & b^4 sont [d] premiers entr'eux. Et par conséquent ces deux extrêmes a^4 & b^4, qui sont proportionels [e] aux extrêmes C & G, le sont par égalité aux [f] deux termes c & g. Et ces deux termes c & g sont les [g] produits mêmes a^4y & b^4y de leur plus grand diviseur commun y, l'un par a^4, & l'autre par b^4. Mais entre les deux nombres a^4y & b^4y, il y a les [h] trois moyens proportionels a^3by, $aabby$, ab^3y. Et ainsi ces trois mêmes que je nomme encore d, e, f, sont moyens [h] proportionels entre les deux c & g.

d. 25.
e. 60. 7.
f. 47. 2.
g. 35. 7.
h. 30.

C.	G.	: :	c.	g.
112.	567	: :	80.	405.

	C.	D.	E.	F.	G.				c.	d.	e.	f.	g.
∺	112.	168.	252.	378.	567.	$z.y.$	$a.b.$	∺	80.	120.	180.	270.	405.
∺	a^4z.	a^3bz.	$aabbz$.	ab^3z.	b^4z.	7. 5.	2. 3.	∺	a^4y.	a^3by.	$aabby$.	ab^3y.	b^4y.

IX COROLLAIRE.

35. S'Il y a plusieurs nombres moyens proportionels entre deux nombres A & F, qui soient premiers entr'eux, il y aura autant de nombres moyens proportionels entre 1 & le premier A, & encore autant d'autres entre 1 & le dernier F.

Car nommant a & b les exposans des deux premiers A & B, ou de deux consécutifs; les six termes A, B, C, D, E, F, seront les mêmes [b] que les six nombres ou les six produits a^5, a^4b, a^3bb, aab^3, ab^4, b^5. Et comme entre A & F, ou entre a^5 & b^5, il y a quatre [c] moyens proportionels B, C, D, E, ou a^4b, a^3bb, aab^3, ab^4; il y aura de la même sorte entre 1 & A, ou entre 1 & a^5, les quatre [d] moyens proportionels a, aa, a^3, a^4. Et pareillement entre 1 & F, ou entre 1 & b^5, les quatre moyens b, bb, b^3, b^4.

b. 16.
c. *supposition.*
d. 30.

	A.	B.	C.	D.	E.	F.						
∺	7776.	6480.	5400.	4500.	3750.	3125.	∺	1.	a.	aa.	a^3.	a^4.	a^5.
∺	a^5.	a^4b.	a^3bb.	aab^3.	ab^4.	b^5.	∺	1.	6.	36.	216.	1296.	7776.
							∺	1.	b.	bb.	b^3.	b^4.	b^5.
							∺	1.	5.	25.	125.	625.	3125.

X COROLLAIRE.

36. ET s'il y a plusieurs nombres moyens proportionels entre l'unité & un certain nombre A, & autant entre la même unité & un autre nombre F; il y en aura pareillement autant entre les nombres A & F.

Car d'une part tous les termes, qui suivent l'unité, sont les puissances successives [b] du second a; & de l'autre part les [b] successives de b. Et les derniéres A & F deux puissances également élevées [c] l'une du nombre a, & l'autre du nombre b. Et ainsi il y aura entre ces deux puissances semblables, ou entre les nombres A & F, autant de nombres [d] moyens proportionels, que l'on en suppose entre 1 & A, ou entre 1 & F. Comme s'il y a quatre moyens a, aa, a^3, a^4, entre 1 & A; & quatre autres b, bb, b^3, b^4, entre

b. 16.
c. 83. 7.
d. 30.

SCD LYON 1

1 & F ; les deux A & F ſont a^5 & b^5, entre leſquels il y a quatre nombres moyens proportionels a^4b, a^3bb, aab^3, ab^4.

$\left\{\begin{array}{l} :: 1.\ a.\ aa.\ a^3.\ a4.\ A. \\ :: 1.\ 6.\ 36.\ 216.\ 1296.\ 7776. \\ :: 1.\ a.\ aa.\ a^3.\ a^4.\ a^5. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} :: 1.\ b.\ bb.\ b^3.\ b4.\ F. \\ :: 1.\ 5.\ 25.\ 125.\ 625.\ 3125. \\ :: 1.\ b.\ bb.\ b^3.\ b4.\ b^5. \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} :: A.\ B.\ C.\ D.\ E.\ F. \\ :: 7776.\ 6480.\ 5400.\ 4500.\ 3750.\ 3125. \\ :: a^5.\ a4.\ a^3bb.\ aab^3.\ ab4.\ b^5. \end{array}\right.$

XI COROLLAIRE.

37. SI deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs a & b; les quarrez AA & BB des deux premiéres ſont auſſi entr'eux comme les quarrez aa & bb des deux autres.

Car les grandeurs A & B ſont proportionelles [b] aux deux AA & AB, & aux [b] deux AB & BB. Et les grandeurs a & b le ſont auſſi [b] aux deux aa & ab, & aux [b] deux ab & bb. Et les deux A & B l'étant déja [c] aux deux a & b; les grandeurs AA & AB le ſont par [d] égalité aux deux aa & ab. Et les deux AB & BB aux [d] deux ab & bb. D'où il eſt clair que les deux quarrez AA & BB ſont [c] proportionels aux deux autres aa & bb. b. 1. c. *ſuppoſition* d. 52. 7. c. 60. 7.

$\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b. \\ 15.\ 21 :: 10.\ 14. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: AA.\ AB :: AB.\ BB. \\ 15.\ 21 :: 225.\ 315 :: 315.\ 441. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: aa.\ ab :: ab.\ bb. \\ 10.\ 14 :: 100.\ 140 :: 140.\ 196. \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} AA.\ AB :: aa.\ ab. \\ 225.\ 315 :: 100.\ 140. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} AB.\ BB.\ ab.\ bb. \\ 315.\ 441 :: 140.\ 196. \end{array}\right.$ *Donc* $\left\{\begin{array}{l} AA.\ BB :: aa.\ bb. \\ 225.\ 441 :: 100.\ 196. \end{array}\right.$

XII COROLLAIRE.

38. ET ſi deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs a & b; les cubes A^3 & B^3 des deux premiéres ſont auſſi entr'eux comme les cubes a^3 & b^3 des deux autres.

Car les grandeurs A & B ſont proportionelles [b] aux deux A^3 & AAB, & aux [b] deux AAB & ABB, & aux [b] deux ABB & B^3. Et les grandeurs a & b auſſi proportionelles aux [b] deux a^3 & aab, & aux [b] deux aab & abb, & [b] aux deux abb & b^3. Comme donc les deux A & B ſont déja proportionelles aux deux [c] autres a & b; les deux A^3 & AAB le ſont encore par égalité [d] aux deux a^3 & aab. Et les deux AAB & ABB aux [d] deux aab & abb. Et les deux ABB & B^3 aux [d] deux abb & b^3. Et par conſéquent les cubes A^3 & B^3 ſont proportionels aux [c] deux a^3 & b^3. b. 1. c. *ſuppoſition.* d. 52. 7. c. 60. 7.

$\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: A^3.\ AAB :: AAB.\ ABB :: ABB.\ B^3. \\ 6.\ 4 :: 216.\ 144 :: 144.\ 96 :: 96.\ 64. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b. \\ 6.\ 4 :: 3.\ 2. \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: a^3.\ aab :: aab.\ abb :: abb.\ b^3. \\ 3.\ 2 :: 27.\ 18 :: 18.\ 12 :: 12.\ 8. \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} A^3.\ AAB :: a^3.\ aab. \\ 216.\ 144 :: 27.\ 18 :: \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} AAB.\ ABB :: aab.\ abb. \\ 144.\ 96 :: 18.\ 12. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} ABB.\ B^3 :: abb.\ b^3. \\ 96.\ 64 :: 12.\ 8. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} A^3.\ B^3 :: a^3.\ b^3. \\ 216.\ 64 :: 27.\ 8. \end{array}\right.$

Et on prouvera en suivant le même ordre que les quarrez des quarrez des termes d'une proportion sont pareillement en proportion. Et leurs cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes, ou huitiémes, ou autres puissances également élevées aussi en proportion.

$$\left\{\begin{array}{l} A : B :: a. b. \\ 6. 4 :: 3. 2. \end{array}\right. \text{Et} \left\{\begin{array}{l} A4. B4 :: a4. b4. \\ 1296. 256 :: 81. 16. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A5. B5. a5. b5. \\ 7776. 1024. :: 243. 32. \end{array}\right. \text{&c.}$$

XIII COROLLAIRE.

39. SI plusieurs grandeurs sont en progression, leurs quarrez, ou leurs cubes, ou leurs puissances quatriémes, ou cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes, ou huitiémes, ou autres également élevées, sont pareillement en [b] progression. Puisque le premier & le second terme sont entr'eux, [c] comme le second & le troisiéme; & le second & le troisiéme, comme le troisiéme & le quatriéme. Et ainsi du reste.

b. 37 & 38.
c. *définition.*

Progression des grandeurs ∴ $a^5t.$ $a^4bt.$ $a^3bbt.$ $aab^4tt.$ $b^5t.$
Progression des quarrez ∴ $a^{10}tt.$ $a^8bbtt.$ $a^6b^4tt.$ $a^4b^6tt.$ $b^{10}tt.$
Progression des cubes ∴ $a^{15}t^3.$ $a^{12}b^3t^3.$ $a^9b^6t^3.$ $a^6b^9t^3.$ $b^{15}t^3.$

XIV COROLLAIRE.

40. SI deux grandeurs A & B sont égales; leurs quarrez AA & BB sont [a] égaux; puisqu'ils sont égaux l'un & l'autre à un [b] même plan AB. Et leurs cubes, ou quarrez de quarrez, ou telles autres de leurs puissances qu'on voudra, qui seront également élevées, auront [a] pareillement [b] une même valeur.

a. 14. 1.
b. 1.

Et si les quarrez AA & BB sont égaux; leurs côtez *a* & *b* sont pareillement égaux. Car ayant pris [c] les exposans *a* & *b* des côtez A & B, & nommé *y* leur mesure commune la plus grande; le côté A sera égal [d] au produit *ay*, & le côté B au [d] produit *by*. Et le quarré AA au [e] quarré *aayy*, & les quarrez AA & BB, ou leurs égaux *aayy* & *bbyy*, auront [g] pour exposans [h] les quarrez *aa* & *bb* qui sont premiers [i] entr'eux, les côtez *a* & *b* l'étant déja entr'eux. Mais 1 & 1 sont les deux exposans [k] des quarrez égaux AA & BB. Et par consequent chacun des [k] exposans quarrez *aa* & *bb* est 1, & chacun de leurs côtez *a* & *b* est [l] pareillement 1. Et 1 *y* est également la valeur [m] de chacun des côtez *ay* & *by*, ou des deux A & B. De sorte que les quarrez égaux AA & BB ont aussi leurs côtez A & B égaux.

c. 6.
d. 10.
e. 20. 3.
g. 7.
h. 3 & 4.
i. 38. 6.
k. 4.
l. 13. 4.
m. 20. 3.

$$AA. BB :: 1. 1. \left\{\begin{array}{l} A. B :: a. b. \\ ay. by :: a. b. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} AA. BB :: aa. bb :: 1. 1. \\ aayy. bbyy :: aa. bb :: 1. 1. \end{array}\right.$$

Et on pourroit démontrer dans un ordre semblable, que les cubes égaux A^3 & B^3 ont aussi les côtez égaux A & B. Et ce seroit la même chose des autres puissances également élevées & égales entr'elles.

$$\left\{\begin{array}{l} A^3. B^3 :: 1. 1. \\ \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A. B :: a. b. \\ ay. by :: a. b. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A^3. B^3 :: a^3. b^3 :: 1. 1. \\ a^3y^3. b^3y^3 :: a^3. b^3 :: 1. 1. \end{array}\right.$$

SCD LYON 1

XV COROLLAIRE.

41. SI les quarrez, ou les cubes, ou quelques autres puissances également élevées de certaines grandeurs sont en progression; les grandeurs sont pareillement en progression.

Comme si les quarrez aa, bb, cc, dd, ee, ou les cubes a^3, b^3, c^3, d^3, e^3, sont en progression; les côtez a, b, c, d, e, sont pareillement en progression. Car dans la proportion continuë des termes aa, bb, cc, le produit $aacc$ des extrêmes est [b] égal au quarré b^4 du moyen. Et les racines quarrées ac & bc, l'une du produit $aacc$, & l'autre du quarré b^4, sont [c] égales entr'elles. Et pareillement dans la proportion continuë des termes a^3, b^3, c^3, le produit a^3c^3 des extrêmes est égal [b] au quarré b^6 du moyen. Et les racines cubiques ac & bb, l'une du produit a^3c^3, & l'autre du produit ou du quarré b^6, sont égales [c] entr'elles. Comme donc le plan ac des grandeurs a & c est égal au quarré bb de la moyenne b; il y a un [b] même rapport entre a & b, & entre b & c. Et on prouvera de la même sorte que c est moyenne [b] entre [c] les grandeurs b & d, & d entre les deux c & e, & qu'ainsi toutes les grandeurs a, b, c, d, e, sont en [d] progression.

b. 44. 7.
c. 40.
d. 5. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\!\div\ aa.\ bb.\ cc.\ dd.\ ee. \\ \div\!\div\ 1024.\ 2304.\ 5184.\ 11664.\ 59049. \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} \textit{quarrez} \\ \textit{égaux} \end{array} \left\{\begin{array}{l} aacc.\ b^4. \\ 5308416.\ 5308416. \end{array}\right.$$

$$\textit{Et} \left\{\begin{array}{l} bbdd.\ c^4. \\ 26873856.\ 26873856. \end{array}\right. \quad \textit{Et} \left\{\begin{array}{l} ccee.\ d^4. \\ 136048896. \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} \textit{côtez} \\ \textit{égaux} \end{array} \left\{\begin{array}{l} ac.bb. \\ 2304. \end{array}\right. \quad \textit{Et} \left\{\begin{array}{l} bd.\ cc. \\ 5184. \end{array}\right.$$

$$\textit{Et} \left\{\begin{array}{l} ce.\ dd. \\ 11664. \end{array}\right. \quad \textit{Progression} \left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ c.\ d.\ e. \\ 32.\ 48.\ 72.\ 108.\ 243. \end{array}\right.$$

XVI COROLLAIRE.

42. SI une grandeur c divise une grandeur d au juste; le quarré cc de la premiére divise au juste le quarré dd de l'autre grandeur d. Et le cube c^3 l'autre cube d^3. Et ainsi du reste.

Car les grandeurs c & d sont proportionelles [b] aux deux grandeurs cc & cd, & aux [b] deux cd & dd; ou aux [b] deux c^3 & ccd, & aux deux ccd & cdd, & aux [b] deux cdd & d^3. Et par conséquent comme c mesure d au juste; le quarré cc mesure [c] le plan cd au juste, & cd encore au juste le quarré dd. Et par conséquent le quarré cc diviseur éxact de cd, qui l'est à son tour du quarré dd, mesure au juste [d] le quarré dd. Et pareillement le cube c^3 mesure [b] au juste [c] le solide ccd, & celuy-ci au juste [c] le solide cdd, & cdd mesure le cube d^3 au juste. Et par conséquent la mesure c^3 du solide ccd, qui l'est aussi du solide cdd, qui mesure à son tour le cube d^3, est une mesure juste [d] du même cube d^3.

b. 1.
c. 2. 7.
d. 9. 6. ou 18.

$$\left\{\begin{array}{l} c.\ d :: cc.\ cd :: cd.\ dd. \\ 2.\ 6 :: 4.\ 12 :: 12.\ 36. \\ c.\ ce :: cc.\ cce :: cce.\ ccee. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} c.\ d :: c^3.\ ccd :: ccd.\ cdd :: cdd.\ d^3. \\ 2.\ 6 :: 8.\ 24 :: 24.\ 72 :: 72.\ 216. \\ c.\ ce :: c^3.\ c^3e :: c^3e.\ c^3ee :: c^3ee.\ c^3e^3. \end{array}\right.$$

SCD LYON 1

XVII COROLLAIRE.

43. SI une grandeur c ne mesure pas une grandeur d au juste ; le quarré cc de la premiére ne mesure pas au juste le quarré dd de l'autre grandeur d ; ni le cube c^3 l'autre cube d^3. Et ainsi du reste. Car les côtez c & d sont proportionels [b] aux deux grandeurs cc & cd, & aux [b] deux cd & dd ; ou [b] aux deux c^3 & ccd, & aux [b] deux ccd & cdd, & aux [b] deux cdd & d^3. Et ainsi comme c ne mesure pas d au juste ; le quarré cc ne mesure pas [c] le plan cd au juste ; ni le cube c^3 le [c] solide ccd : ni par conséquent [d] le quarré cc l'autre quarré dd ; ou le cube c^3 l'autre cube d^3 ; à cause des trois termes cc, cd, dd, ou des quatre c^3, ccd, cdd, d^3, qui sont en progression.

b. 1.
c. 2. 7.
d. 19.

$$\begin{cases} c.\ d :: cc.\ cd :: cd.\ dd. \\ 4.\ 6 :: 16.\ 24 :: 24.\ 36. \\ a.\ b :: aacc.\ abcc :: abcc.\ bbcc. \end{cases} \qquad \begin{cases} c.\ d :: c^3.\ ccd :: ccd.\ cdd :: cdd.\ d^3. \\ 4.\ 6 :: 64.\ 96 :: 96.\ 144 :: 144.\ 216. \\ a.\ b :: a^3c^3.\ aabc^3 :: aabc^3.\ abbc^3 :: abbc^3.\ b^3c^3. \end{cases}$$

XVIII COROLLAIRE.

44. SI un quarré cc mesure au juste un quarré dd ; le côté c mesure le côté d au juste. Car les grandeurs cc, cd, dd, sont en [b] progression, ou forment une proportion continuë, où cc est une mesure [c] commune des extrêmes cc & dd, & par conséquent une [d] mesure du moyen cd. Mais cc & cd ont un même rapport [e] que les côtez c & d. Comme donc cc mesure cd au juste, le côté c mesure [f] aussi l'autre côté d au juste.

b. 13.
c. *Supposition.*
d. 17.
e. 1.
f. 36. 7.

$$\begin{matrix} cc. & cd :: & cd. & dd :: & c. & d :: a. & b. \\ 4. & 12 :: & 12. & 36 :: & 2. & 6 :: 1. & 3. \\ aacc. & abcc :: & abcc. & bbcc :: & ac. & bc :: a. & b. \end{matrix} \begin{matrix} \} z. \\ \} z. \end{matrix}$$

XIX COROLLAIRE.

45. ET si un cube c^3 mesure un cube d^3 au juste ; le côté c mesure aussi le côté d au juste. Car les grandeurs c^3, ccd, cdd, d^3, sont une [b] progression, où c^3 est une mesure [c] commune des extrêmes c^3 & d^3. Et par conséquent une juste [d] mesure du second terme ccd. Mais c^3 & ccd sont entr'eux comme [e] les grandeurs c & d. Comme donc c^3 mesure au juste ccd, le côté c mesure [f] aussi l'autre côté d au juste. Et il en est ainsi des autres puissances également élevées.

b. 13.
c. *Supposition.*
d. 17.
e. 1.
f. 36. 7.

$$\begin{cases} c^3.\ ccd :: ccd.\ cdd :: cdd.\ d^3 :: c.\ d :: a.\ b. \\ 8.\ 24 :: 24.\ 72 :: 72.\ 216 :: 2.\ 6 :: 1.\ 3. \\ a^3z^3.\ aabz^3 :: aabbz^3.\ abbz^3 :: abbz^3.\ b^3z^3 :: az.\ bz :: a.\ b. \end{cases}$$

XX COROLLAIRE.

46. ET si un quarré cc ne mesure pas au juste un quarré dd ; ni un cube c^3 un autre cube d^3 ; & ainsi du reste ; le côté c ne mesure [a] pas le côté

a. 16. 1.

côté *d* au juſte ; parceque *c* ne peut meſurer *d*, que le quarré *cc* ne meſure auſſi [b] le quarré *dd*, ou le cube c^3 l'autre [b] cube d^3. Et ainſi du reſte. b. 31. 6.

$$\left\{\begin{array}{llllllll} cc. & cd :: & cd. & dd :: & c. & d :: & a. & b. \\ 16. & 24 :: & 24. & 36 :: & 4. & 6 :: & 2. & 3. \\ aazz. & abzz :: & abzz. & bbzz :: & az. & bz :: & a. & b. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} z. \\ 2. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{llllllll} c^3. & ccd :: & ccd. & cdd :: & cdd. & d^3 :: & c. & d :: a. b. \\ 64. & 96 :: & 96. & 144 :: & 144. & 216 :: & 4. & 6 :: 2. 3. \\ a^3z^3. & aabz^3 :: & aabz^3. & abbz^3 :: & abbz^3. & b^3z^3 :: & az. & bz :: a. b. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} z. \\ 2. \end{array}\right.$$

XXI COROLLAIRE.

47. Si un nombre quarré *cc* diviſe au juſte un quarré *dd* ; l'expoſant *e* eſt un nombre quarré. Car *cc* & *dd* ſont [b] entr'eux [c] comme 1 & l'expoſant *e* Et un nombre plan *cd* eſt moyen [d] proportionel entre *cc* & *dd*. Et ainſi il y a un nombre *z* moyen [c] proportionel entre 1 & *e*. Ou deux rapports égaux [c] entre 1 & *z*, & entre *z* & *e*. Et comme il y a auſſi deux rapports égaux entre 1 & *z*, & [f] entre *z* & le nombre quarré *zz* ; les nombres *z* & *e* ſeront entr'eux [g] par égalité comme *z* & *zz*, & le nombre entier ou l'expoſant *e* ſera le même [h] que le nombre quarré *zz*. b. 36. 7. c. 15. 2. d. 31. c. 35. f. 1. g. 52. 7. h. 51. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} cc. \; dd :: 1. e. \\ 4. \; 36 :: 1. 9. \\ cc. \; cce :: 1. e. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \div\; cc. \; cd. \; dd. \\ \div\; 4. \; 12. \; 36. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 1. z :: z. e :: z. zz. \\ 1. 3 :: 3. 9 :: 3. \; 9. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} z. z :: e. zz :: 1. 1. \\ 3. 3 :: 9. \; 9 :: 1. 1. \end{array}\right.$$

XXII COROLLAIRE.

48. Le produit *bd* d'un nombre quarré *b* par un nombre quarré *d* eſt toûjours un nombre quarré. Car le quarré *bbdd* du produit *bd* eſt un nombre quarré, lequel étant diviſé par le nombre quarré *d*, l'expoſant *bbd* eſt pareillement un nombre [b] quarré ; lequel étant auſſi diviſé par le nombre quarré *b*, l'expoſant *bd* eſt un [b] nombre quarré. b. 47.

$$\left\{\begin{array}{llllll} b. & d. & bd. & bbdd. & bbd. & bd. \\ 4. & 9. & 36. & 1296. & 144. & 36. \end{array}\right.$$

XXIII COROLLAIRE.

49. Toute puiſſance d'un nombre quarré *b* eſt un [b] nombre quarré. Car le cube b^3 eſt le produit du nombre quarré *b* par le nombre quarré *bb*. Et b^5 du quarré b^2 par le quarré b^3, ou du quarré b^4 par le quarré *b*. Et ainſi du reſte. b. 48.

$$\text{Quarrez} \left\{\begin{array}{llllll} b. & bb. & b^3. & b^4. & b^5. & b^6. \\ 25. & 625. & 15625. & 390625. & 9765625. & 244140625. \end{array}\right.$$

XXIV COROLLAIRE.

50. Si un nombre cubique c^3 diviſe au juſte un nombre cubique d^3 ; l'expoſant entier *e* eſt un nombre cubique. Car c^3 & d^3 ſont [b] entr'eux comme 1 & l'expoſant *e*. Et deux nombres plans *ccd*, *cdd*, ſont [d] moyens proportionels entre les cubes c^3 & d^3. Et ainſi il y a deux nombres *z* & *y* b. 36. 7. c. 15. 2. d. 31.

SCD LYON 1

e. 35. moyens [e] proportionels entre 1 & e, ou trois rapports [e] égaux entre 1 & z,
f. 1. & entre z & y, & entre y & e. Mais il y a auſſi trois rapports [f] égaux entre
1 & z, & entre z & zz, & entre zz & z^3. Et ainſi les nombres z & y ſeront
g. 52. 7. entr'eux par égalité [g] comme les deux z & zz; & les deux y & e comme les
deux zz & z^3. D'où il eſt évident que le nombre entier y ſera le même que
h 51. 7. le nombre [h] quarré zz, & enſuitte le nombre entier ou l'expoſant e le même que le nombre cubique z^3.

$\left\{\begin{matrix} c^3. & d^3 :: 1. & e. \\ 8. & 216 :: 1. & 27. \end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix} \div c^3. & ccd. & cdd. & d^3. \\ \div 8. & 24. & 72. & 216. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} 1. & z :: z. & y :: y. & e :: z. zz :: zz. z^3. \\ 1. & 3 :: 3. & 9 :: 9. & 27 :: 3. 9 :: 9. 27. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} z. & z :: y. & zz :: e. & z^3. \\ 3. & 3 :: 9. & 9 :: 27. & 27. \end{matrix}\right.$

Et on démontrera de la même ſorte que ſi une puiſſance parfaite c^4, ou c^5, ou c^6, &c, diviſe au juſte une autre ſemblable d^4, ou d^5, ou d^6, &c; l'expoſant ſera toûjours une puiſſance parfaite & ſemblable z^4, ou z^5, ou z^6, &c.

Diviſer $1d^4. 1296.$ $\left\{\begin{matrix} 12^4. \\ 81. \end{matrix}\right.$ *Et* $1d^5. 7776.$ $\left\{\begin{matrix} 12^5. \\ 243. \end{matrix}\right.$ *Et* $1d^6. 46656.$ $\left\{\begin{matrix} 12^6. \\ 729. \end{matrix}\right.$
par $1c^4. 16.$ *par* $1c^5. 32.$ *par* $1c^6. 64.$

XXV COROLLAIRE.

51. LE produit bd d'un nombre cubique b par un cubique d eſt un nom-
b. 50. bre cubique. Car le cube b^3d^3 du produit bd eſt un nombre [b] cubique, lequel étant diviſé par le cubique b, l'expoſant bbd^3 eſt un nombre [b] cubique; lequel étant encore diviſé par le cubique b, l'expoſant bd^3 eſt auſſi un nombre [b] cubique; lequel étant pareillement diviſé par le cubique d, l'expoſant bdd eſt un [b] nombre cubique, qui étant à ſon tour diviſé par le cubique d, l'expoſant bd eſt un nombre [b] cubique.

$\left\{\begin{matrix} b. & d. & bd. & b^3d^3. & bbd^3. & bd^3. & bdd. & bd. \\ 8. & 27. & 216. & 10077696. & 1259712. & 157464. & 5832. & 216. \end{matrix}\right.$

XXVI COROLLAIRE.

52. TOute puiſſance d'un nombre cubique c eſt un nombre [b] cubique.
b. 51. Car ſon quarré cc eſt un produit du nombre cubique c par le cubique c. Et ſon quarré de quarré c^4 un produit des deux nombres cubiques cc & cc, ou du cubique c^3 par le cubique c. Et c^5 un produit du cubique c^4 par le cubique c, ou du cubique c^3 par le cubique cc. Et ainſi des autres.

Cubes $\left\{\begin{matrix} c. & cc. & c^3. & c^4. & c^5. & c^6. \\ a^3. & a^6. & a^9. & a^{12}. & a^{15}. & a^{18}. \end{matrix}\right.$ &c.

XXVII COROLLAIRE.

53. ET on démontrera en ſuivant le même ordre, que tout produit de deux puiſſances parfaites & ſemblables eſt auſſi une puiſſance parfaite & qui leur eſt ſemblable.

Et que toutes les diverſes puiſſances d'une puiſſance parfaite ſont au-

SCD LYON 1

tant de puissances parfaites, qui luy sont encore pareilles ou semblables.

4es *Puissances* $\begin{cases} b. & d. & bd. \\ a^4. & z^4. & a^4z^4. \end{cases}$ $\begin{cases} c. & cc. & c^3. & c^4. & c^5. & c^6. & c^7. & c^8. \\ a^4. & a^8. & a^{12}. & a^{16}. & a^{20}. & a^{24}. & a^{28}. & a^{32}. \end{cases}$

XXVIII COROLLAIRE.

54. ET pour donner une démonstration générale; le produit *aabb* de deux nombres quarrez *aa* & *bb* est un nombre quarré, qui a pour côté le plan *ab* de leurs côtez *a* & *b*. Et le produit a^3b^3 de deux cubiques a^3 & b^3 est aussi un nombre cubique, qui a pour côté le plan *ab* des côtez *a* & *b*. Et pareillement le produit a^4b^4 de deux puissances quatriémes & parfaites est une puissance quatriéme & parfaite, qui a pour racine quatriéme le plan *ab* de leurs racines quatriémes *a* & *b*. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

(*Quarrez* $aa.bb.aabb$.(*Cubes* $a^3.b^3.a^3b^3$.(4es *puissances* $a^4.b^4.a^4b^4$.(*Côtez* $a.b.ab$.

XXIX COROLLAIRE.

55. SI le cube c^3 d'un nombre *c* est un nombre quarré; ce même nombre *c* est [b] un nombre quarré. Car le nombre quarré c^3 étant divisé par le nombre quarré *cc*, l'exposant *c* est un nombre [b] quarré. b. 47.

Quarrez $\begin{cases} c^3. & cc. & c. \\ 64. & 16. & 4. \\ a^6. & a^4. & aa. \end{cases}$

XXX COROLLAIRE.

56. ET si le quarré *cc* d'un nombre *c* est un nombre cubique; le nombre *c* est un nombre [b] cubique. Car le cube c^3 du nombre *c* est un [b] nombre cubique, lequel étant divisé par le cubique *cc*, l'exposant *c* est un [b] nombre cubique. b. 50.

Cubes $\begin{cases} cc. & c^3. & c. \\ 64. & 512. & 8. \\ a^6. & a^9. & a^3. \end{cases}$

XXXI COROLLAIRE.

57. ET on démontrera de la même sorte, si quelque puissance parfaite d'un nombre est encore une autre puissance; que ce nombre est pareillement une puissance parfaite & semblable. Comme si la puissance septiéme c^7 d'un nombre *c* est une puissance cinquiéme & parfaite; le nombre *c* est luy-même une puissance parfaite [b] & cinquiéme. Et si la cinquiéme puissance c^5 d'un nombre *c* est une puissance septiéme & parfaite, le nombre *c* est pareillement une [b] puissance septiéme & parfaite. b. 50.

Puissances 5^{es} $\begin{cases} c^7. & c^5. & cc. & c^3. & c. \\ a^{35}. & a^{25}. & a^{10}. & a^{15}. & a^5. \end{cases}$ *Puissances* 7^{es} $\begin{cases} c^7. & c^5. & cc. & c^3. & c. \\ a^{49}. & a^{35}. & a^{14}. & a^{21}. & a^7. \end{cases}$

XXXII COROLLAIRE.

58. SI un nombre quarré *a* & un certain nombre *b* sont proportionels à deux nombres quarrez *z* & *y*; le nombre *b* est un nombre quarré.

b 48. Car le produit bz des deux moyens b & z eſt un nombre [b] quarré, ou le
c. 38. 7. produit même ay des extrêmes [c] ou des deux quarrez a & y. Et diviſant le nombre quarré bz ou ay par le nombre quarré z, l'expoſant b eſt un nombre [d] quarré.

$$\begin{cases} a. & b :: & z. & y. \\ 4. & 9 :: & 400. & 900. \\ cc. & dd :: & xx. & vv. \end{cases} \quad \begin{cases} ay. & bz. & z. & b. \\ 3600. & 3600. & 400. & 9. \\ ccvv. & ddxx. & xx. & dd. \end{cases}$$

d. 47.

XXXIII COROLLAIRE.

59. ET on démontrera de la même ſorte, ſi un nombre cubique a & un nombre b ſont proportionels à deux cubiques z & y; que b eſt auſſi un nombre [b] cubique. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

b. 50.

$$\begin{cases} a. & b :: & z. & y. \\ 8. & 27 :: & 64. & 216. \\ c^3. & d^3 :: & x^3. & v^3. \end{cases} \quad \begin{cases} ay. & bz. & z. & b. \\ 1728. & 1728. & 64. & 27. \\ c^3v^3. & d^3x^3. & x^3. & d^3. \end{cases}$$

XXXIV COROLLAIRE.

60. SI un nombre quarré A & deux nombres B & C ſont en progreſſion; le nombre C eſt un nombre quarré. Car nommant y leur plus grand diviſeur commun, & a & b les expoſans des deux premiers A & B; ces trois termes ſont les nombres [b] mêmes aay, aby, bby. Et diviſant le nombre quarré A ou aay par le quarré aa, l'expoſant y eſt un nombre [c] quarré. Et par conſéquent C ou bby, qui eſt un produit des deux nombres quarrez bb & y, eſt un nombre [d] quarré.

b. 31.
c. 47.
d. 48.

$$\begin{cases} A. & B :: & B. & C :: & a. & b. \\ 16. & 24 :: & 24. & 36 :: & 2. & 3. \\ aay. & aby :: & aby. & bby :: & a. & b. \end{cases} \quad \begin{cases} Quarrez. & C. \\ 4. & 4. & 9. & 36. \\ aa. & y. & bb. & bby. \end{cases}$$

XXXV COROLLAIRE.

61. ET ſi un nombre cubique A & trois nombres B, C, D, ſont en progreſſion; le quatriéme D eſt un nombre cubique. Car nommant x leur plus grand diviſeur commun, & a & b les expoſans des deux premiers A & B; ces quatre termes ſont les nombres [b] mêmes a^3x, $aabx$, $abbx$, b^3x. Et diviſant le nombre cubique A ou a^3x par le cubique a^3, l'expoſant x eſt un nombre [c] cubique, & le nombre D ou b^3x eſt pareillement [d] cubique, puiſqu'il eſt un produit des deux cubiques b^3 & x.

b. 31.
c. 50.
d. 51.

Et on démontrera en ſuivant le même ordre, que ſi une puiſſance quatriéme & parfaite A & quatre nombres B, C, D, E, ſont en progreſſion; le cinquiéme E eſt pareillement une puiſſance quatriéme & parfaite. Et ainſi des autres juſques à l'infini.

$$\begin{cases} \div & A. & B. & C. & D :: & a. & b. \\ \div & 64. & 96. & 144. & 216 :: & 2. & 3. \\ \div & a^3x. & aabx. & abbx. & b^3x :: & a. & b. \\ \div & a^3v^3. & aabv^3. & abbv^3. & b^3v^3 :: & a. & b. \end{cases} \quad \begin{cases} \div & A. & B. & C. & D. & E :: & a. & b. \\ \div & 256. & 384. & 576. & 864. & 1296 :: & 2. & 3. \\ \div & a^4x. & a^3bx. & aabbx. & ab^3x. & b^4x :: & a. & b. \\ \div & a^4v^4. & a^3bv^4. & aabbv^4. & ab^3v^4. & b^4v^4 :: & a. & b. \end{cases}$$

XXXVI COROLLAIRE.

62. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit un nombre quarré; les troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, neuviéme,

SCD LYON 1

& autres termes pris ainſi de deux en deux ſont des nombres quarrez. Car le premier A, qui eſt un quarré, & le ſecond B, & le troiſiéme C ſont [b] en progreſſion; & par conſéquent le troiſiéme C eſt un nombre [c] quarré. Et pareillement le premier A, qui eſt déja quarré, & le troiſiéme C, & le cinquiéme E, ſont [d] en progreſſion; & par conſéquent le cinquiéme E eſt un nombre [c] quarré. Et comme le troiſiéme C qui eſt déja quarré, & le cinquiéme E, & le ſeptiéme G, ſont auſſi en [d] progreſſion; le ſeptiéme G eſt un nombre [c] quarré. Et le cinquiéme E qui eſt un quarré, & le ſeptiéme G, & le neuviéme I, étant encore en [d] progreſſion; le neuviéme I eſt encore [d] un nombre quarré. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

b. *ſuppoſition.* c. 60. d. 67. 7.

1er. 2d. 3e. 4e. 5e. 6e. 7e. 8e. 9e. 10e. 11e. 12e. 13e. 14e. 15e. 16e.
A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q.
A. C. E. G. I. L. N. P. *quarrez.*

XXXVII COROLLAIRE.

63. ET ſi pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit un nombre cubique; les premier, quatriéme, ſeptiéme, dixiéme, treiziéme, ſeiziéme, dix-neuviéme, & autres termes pris ainſi de trois en trois ſont des nombres cubiques. Car le premier A, qu'on ſuppoſe cubique, & le ſecond B, & le troiſiéme C, & le quatriéme D, ſont en [b] progreſſion. Et par conſéquent le quatriéme D eſt un [c] nombre cubique. Et le premier A cubique, & le troiſiéme C, & le cinquiéme E, & le ſeptiéme G, ſont auſſi en [d] progreſſion. Et par conſéquent le ſeptiéme G eſt un nombre [c] cubique. Et le premier A cubique, & le quatriéme D, & le ſeptiéme G, & le dixiéme K, ſont pareillement en [d] progreſſion. Et par conſéquent le dixiéme K eſt [c] un nombre cubique. Et comme le quatriéme D, & le ſeptiéme G, & le dixiéme K, & le treiziéme N, ſont [d] en progreſſion, le treiziéme N eſt un nombre [c] cubique. Et pareillement le ſeiziéme Q, & enſuitte [c] le dix-neuviéme T. Et ainſi du reſte.

b. *ſuppoſition.* c. 61. d. 67. 7.

Et pareillement ſi le premier terme A de la progreſſion eſt une puiſſance quatriéme & parfaite: les premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-ſeptiéme, & autres termes pris ainſi de quatre en quatre [c] ſont des puiſſances quatriémes & parfaites. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances juſques à l'infini.

1er. 2d. 3e. 4e. 5e. 6e. 7e. 8e. 9e. 10e. 11e. 12e. 13e. 14e. 15e. 16e. 17e. 18e. 19e.
A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. T.
A. D. G. K. N. Q. T. *cubes.*
A. E. I. N. R. 4ts *puiſſances.*

XXXVIII COROLLAIRE.

64. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1, & le ſecond B un nombre quarré, ou cubique, ou une puiſſance parfaite; tous les autres ſont auſſi des nombres [b] quarrez, ou cubiques, ou

b. 49. c. 51.

d. 51 & 52. des puiſſances parfaites, & encore [d] ſemblables à la puiſſance B ; puiſque tous ces divers termes ſont les puiſſances ſucceſſives de B.

∴	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.	K.	L.	M.	N.	O.
∴	1.	aa.	a^4.	a^6.	a^8.	a^{10}.	a^{12}.	a^{14}.	a^{16}.	a^{18}.	a^{20}.	a^{22}.	a^{24}.	a^{26}.
∴	1.	a^3.	a^6.	a^9.	a^{12}.	a^{15}.	a^{18}.	a^{21}.	a^{24}.	a^{27}.	a^{30}.	a^{33}.	a^{36}.	a^{39}.
∴	1.	a^4.	a^8.	a^{12}.	a^{16}.	a^{20}.	a^{24}.	a^{28}.	a^{32}.	a^{36}.	a^{40}.	a^{44}.	a^{48}.	a^{52}.
∴	1.	a^5.	a^{10}.	a^{15}.	a^{20}.	a^{25}.	a^{30}.	a^{35}.	a^{40}.	a^{45}.	a^{50}.	a^{55}.	a^{60}.	a^{65}.

XXXIX COROLLAIRE.

65. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1, & le ſecond B un nombre non quarré ; les premier, troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, & autres termes pris ainſi de deux en deux ſont les

a. 16. 1. ſeuls [a] qui ſoient des quarrez parfaits. Ou ſi B eſt un nombre non cubique, les premier, quatriéme, ſeptiéme, dixiéme, treiziéme, & autres termes pris ainſi de trois en trois ſont auſſi les ſeuls qui puiſſent être des cubes parfaits. Et ainſi du reſte.

Car ſi l'un de ceux qui ne ſont point pris de deux en deux, comme le douziéme M eſt un nombre quarré. Puiſque le premier A ou 1, qui eſt un

b. 62. 7. quarré, & le ſecond terme B ſont entr'eux, comme le [b] douziéme M, qu'on ſuppoſe quarré, & le treiziéme N qui eſt un [c] quarré ; le ſecond terme

c. 62. B eſt un nombre [d] quarré. Ce qui répugne à la ſuppoſition.

d. 58. Et pareillement ſi l'un des termes qui ne ſont point pris de trois en trois, comme le douziéme M eſt un nombre cubique. Puiſque le troiſiéme C,

b. 63. qui eſt déja [b] cubique, & le ſecond terme B ſont entr'eux, comme [c] le treiziéme N, qui eſt déja [b] cubique, & le douziéme M qu'on ſuppoſe cubi-

c. 62. 7. que ; le ſecond terme B eſt un nombre [d] cubique. Ce qui répugne à la ſuppoſition. Et ſi c'eſt l'onziéme L qu'on ſuppoſe cubique. Puiſque le premier

d. 59. A ou 1, qui eſt cubique, & le ſecond B ſont entr'eux, comme le dixiéme K, qui eſt déja [b] cubique, & l'onziéme L qu'on ſuppoſe cubique ; le ſecond terme B eſt un nombre [d] cubique. Ce qui répugne encore à la ſuppoſition. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

∴	1er.	2d.	3e.	4e.	5e.	6e.	7e.	8e.	9e.	10e.	11e.	12e.	13e.	14e.	15e.	16e.	17e.	&c.
∴	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.	K.	L.	M.	N.	O.	P.	Q.	R.	&c.

B *non quarré. Seuls quarrez* 1. C. E. G. I. L. N. P. R. &c.
B *non cubique. Seuls cubes* 1. D. G. K. N. Q. T. Y. &c.
B *non* 4e *puiſſance. Seules puiſſances* 4es 1. E. I. N. R. X. &c.
B *non* 5e *puiſſance. Seules puiſſances* 5es 1. F. L. Q. X. &c.

XL COROLLAIRE.

66. EN toute progreſſion chaque terme eſt à celuy qui le ſuit immédiatement comme le premier A eſt au ſecond B. Et ſi deux termes en ont un interpoſé ; ils ſont entr'eux comme les quarrez AA & BB du premier & du ſecond terme, ou comme les quarrez de deux conſécutifs. Ou com-

SCD LYON 1

me les cubes, s'il y en a deux interposez. Ou comme les quarrez de quarrez, s'il y en a trois. Ou comme les cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes puissances, &c; s'il y en a quatre, ou cinq, ou six, ou sept interposez, &c.

Car il est déja clair que chacun est à celuy qui le suit immédiatement, comme [b] le premier au second. Et que si deux termes en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interposez, &c; le premier des deux est à l'autre, comme [c] le premier A est au troisiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au sixiéme F, &c. Mais les termes A & B sont encore entr'eux, comme [d] les deux grandeurs AA & AB. Et ces deux AA & AB comme les deux AB & BB. Et les deux B & C par égalité sont aussi [e] entr'eux comme AB & BB. D'où il est évident que le premier terme A & le troisiéme C, ou deux qui ont un terme interposé, sont entr'eux [f] comme les quarrez AA & BB des deux premiers termes, ou comme ceux [g] de deux consécutifs; ces deux quarrez étant [g] proportionels aux deux AA & BB.

b. 5. 7.
c. 62. 7.
d. 1.
e. 52. 7.
f. 59. 7.
g. 39.

A. B:: B. C:: C. D:: D. E:: AA. AB:: AB. BB.
48. 72:: 72. 108:: 108. 162:: 162. 243:: 2304. 3456:: 3456. 5184.
$a^4z.\ a^3bz::a^3bz.\ aabbz::aabbz.\ ab^3z::ab^3z.\ b^4z::a^8zz.\ a^7bzz::a^7bzz.\ a^6bbzz.$

* * * * *
AA. AB. BB. BC. CC. CD. DD. DE. EE. } z. a. b.
2304. 3456. 5184. 7776. 11664. 17496. 26244. 39366. 59049. } 3. 2. 5.
$a^8zz.\ a^7bzz.\ a^6bbzz.\ a^5b^3zz.\ a^4b^4zz.\ a^3b^5zz.\ aab^6zz.\ ab^7zz.\ b^8zz.$

Et pareillement les termes A, B, C, D, d'une part sont en [b] progression, & les quatre A^3, AAB, ABB, B^3, le sont aussi [c] de l'autre. Et les deux A & B sont encore entr'eux, comme les [d] deux A^3 & AAB. Et par égalité [e] les deux B & C entr'eux comme les deux AAB & ABB. Et les deux C & D comme [d] les deux ABB & B^3. D'où il est évident que le premier terme A & le quatriéme D, ou deux qui en ont deux interposez, sont entr'eux [f] comme les cubes A^3 & B^3 des deux premiers termes, ou comme [g] ceux de deux consécutifs, ces deux cubes étant proportionels aux [g] deux premiers A^3 & B^3.

b. 5. 7.
c. 31.
d. 1.
e. 52. 7.
f. 59. 7.
g. 39.

Et on prouvera de la même sorte que le premier terme A & le cinquiéme E, ou deux qui en ont trois interposez, sont entr'eux comme les quarrez des quarrez des deux premiers termes, ou de deux consécutifs. Et s'il y avoit quatre termes interposez; le premier terme A & le sixiéme F, ou deux qui en auroient quatre interposez, seroient entr'eux comme les puissances cin-

A. B:: B. C:: C. D:: A^3. AAB:: AAB. ABB:: ABB. B^3.
32. 48:: 48. 72:: 72. 108:: 13824. 20736:: 20736. 31104:: 31104. 46656.
$a^3z.\ aabz::aabz.\ abbz::abbz.\ b^3z::a^9z^3.\ a^8bz^3::a^8bz^3.\ a^7bbz^3::a^7bbbz^3.\ a^6b^3z^3.$

* * * *
A^3. AAB. ABB. B^3. BBC. BCC. C^3. CCD. CDD. D^3.
13824. 20736. 31104. 46656. 69984. 104976. 157464. 236196. 354294. 531441.
$a^9z^3.\ a^8bz^3.\ a^7bbz^3.\ a^6b^3z^3.\ a^5b^4z^3.\ a^4b^5z^3.\ a^3b^6z^3.\ aab^7z^3.\ ab^8z^3.\ b^9z^3.$

SCD LYON 1

quiémes A^5 & B^5 des deux premiers A & B, ou comme les cinquiémes de deux consécutifs. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

XLI COROLLAIRE.

67. SI plusieurs grandeurs A, B, C, D, E, sont en progression, & autant d'autres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, aussi en progression, & les extrêmes A & E d'une part proportionelles aux deux extrêmes *a* & *e* de l'autre; tous les rapports alternatifs des premiéres grandeurs sont égaux aux alternatifs des autres, chacun à chacun, & selon le même ordre.

b. 66. Car les extrêmes A & E sont entr'elles [b] comme les puissances A^4 & B^4 des termes A & B; & les extrêmes *a* & *e* pareillement entr'elles [b] comme les puissances quatriémes a^4 & b^4 des termes *a* & *b*. Et les extrêmes A & E entr'elles par la supposition, comme les deux *a* & *e* Et ainsi les puissances c. 52. 7. A^4 & B^4 sont entr'elles [c] par égalité comme les autres a^4 & b^4. Et leurs côtez ou les termes A & B pareillement entr'eux [d] comme les côtez ou les termes *a* & *b*. Et on prouvera de la même [d] sorte, ou par égalité [c], que les termes B & C sont entr'eux comme les deux *b* & *c*. Et les deux C & D comme [c] les deux *c* & *d*. Et les [d] deux D & E comme [c] les deux *d* & *e*. Et par conséquent tous les rapports alternatifs des cinq A, B, C, D, E, sont c. 59. 7. égaux [c] à tous ceux des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, chacun à chacun, & selon le même ordre.

::	A.	B.	C.	D.	E.	::	*a*.	*b*.	*c*.	*d*.	*e*.
::	48.	72.	108.	162.	243.	::	16.	24.	36.	54.	81.
::	zy^4.	zy^3x.	$zyyxx$.	zyx^3.	zx^4.	::	vy^4.	vy^3x.	$vyyxx$.	vyx^3.	vx^4.

A.	E::	*a*.	*e*::	A^4.		B^4::	a^4.		b^4.			
48.	243 ::	16.	81 ::	5308416.		26873856 ::	65536.		331776.			
zy^4.	zx^4 ::	vy^4.	vx^4 ::	z^4y^{16}.		$z^4y^{12}x^4$ ::	v^4y^{16}.		$v^4y^{12}x^4$.			

A.	B::	*a*.	*b*::	*b*.	*c*::	B.	C::	C.	D::	*c*.	*d*.	
48.	72 ::	16.	24 ::	24.	36 ::	72.	108::	108.	162 ::	36.	54.	
zy^4.	zy^3x ::	vy^4.	vy^3x ::	vy^3x.	$vyyxx$ ::	zy^3x.	$zyyxx$::	$zyyxx$.	zyx^3::	$vyyxx$.	vyx^3.	

A.	C::	*a*.	*c*.	A.	D::	*a*.	*d*.	B.	D ::	*b*.	*d*.	
48.	108::	16.	36.	48.	162::	16.	54.	72.	162 ::	24.	54.	
:: zy^4.	$zyyxx$::	vy^4.	$vyyxx$.	zy^4.	zyx^3::	vy^4.	vyx^3.	zy^3x.	zyx^3 ::	vy^3x.	vyx^3.	

B.	E::	*b*.	*e*.	C.	E::	*c*.	*e*.	D.	E::	*d*.	*e*.	
72.	243 ::	24.	81.	108.	243 ::	36.	81.	162.	243::	54.	81.	
zy^3x.	zx^4 ::	vy^3x.	vx^4.	$zyyxx$.	zx^4 ::	$vyyxx$.	vx^4.	zyx^3.	zx^4::	vyx^3.	vx^4.	

XLII COROLLAIRE.

68. EN toute progression où le premier & le second terme sont commensurables, le rapport de chaque terme à celuy qui le suit immediatement doit avoir les mêmes exposans *a* & *b* du premier terme A & du second B. Et le rapport de deux qui en ont un interposé, a pour exposans les nombres

nombres quarrez *aa* & *bb*. Et les cubiques a^3 & b^3, s'ils en ont deux interposez. Et deux quarrez de quarrez a^4 & b^4 s'ils en ont trois interposez. Et deux puissances cinquiémes a^5 & b^5, ou deux sixiémes a^6 & b^6, ou deux septiémes a^7 & b^7, s'il y en a quatre, ou cinq, ou six interposez, & ainsi du reste.

Car nommant *y* la mesure[b] commune la plus grande des deux termes A & C, ou des[c] trois A, B, C, & *a* & *b* les exposans des deux premiers A & B; ces trois termes sont les[d] produits mêmes *aay*, *aby*, *bby*. Et leurs exposans sont[e] les nombres *aa*, *ab*, *bb*, dont les deux extrêmes *aa* & *bb* sont premiers[f] entr'eux, les deux *a* & *b* l'étant déja[g] entr'eux. Et ainsi le premier terme A & le troisiéme C, ou deux[h] qui ont un terme interposé, ont pour exposans les deux[k] nombres quarrez *aa* & *bb*.

b. 43. 7.
c. 45. 7.
d. 15.
e. 13.
f. 38. 6.
g. 4.
h. 62. 7.
k. 7.

Et nommant encore *x* la mesure[b] commune la plus grande des termes A & D, ou des quatre A, B, C, D; ces termes sont les produits[16] mêmes a^3x, *aabx*, *abbx*, b^3x. Et leurs exposans sont les nombres a^3, *aab*, *abb*, b^3, dont les deux extrêmes a^3 & b^3 sont premiers[f] entr'eux, leurs côtez *a* & *b* l'étant[g] déja entr'eux. Et ainsi le premier terme A & le quatriéme D, ou deux qui ont deux termes[h] interposez, ont pour exposans[k] les nombres cubiques a^3 & b^3. Et on prouvera le reste en suivant le même ordre.

::	A.	B.	C.	D.	E.	F.
::	160.	240.	360.	540.	810.	1215.
::	a^3t.	a^2bt.	ab^2t.	aab^3t.	ab^4t.	b^5t.
::	*aay*.	*aby*.	*bby*.	D.	E.	F.
::	a^3x.	*aabx*.	*abbx*.	b^3x.	E.	F.
::	a^4v.	a^3bv.	*aabbv*.	ab^3v.	b^4v.	F.

A. C :: *aa*. *bb*.
160. 360 :: 4. 9.
a^3t. a^2bbt :: *aa*. *bb*.
aay. *bby* :: *aa*. *bb*.

Plus grande mesure des termes A & C { *y*. a^2t. 40. 40.

Plus grande mesure des termes A & D { *x*. *aat*. 20. 20.

Plus grande des deux A & E { *v*. *at*. 10. 10.

Plus grande des deux A & F { *t*. 5.

A. D :: a^3. b^3.
160. 540 :: 8. 27.
a^3t. aab^3t :: a^3. b^3.
a^3x. b^3x :: a^3. b^3.

A. E :: a^4. b^4.
160. 810 :: 16. 81.
a^3t. ab^4t :: a^4. b^4.
a^4v. b^4v :: a^4. b^4.

A. F :: a^5. b^5.
a^5t. b^5t :: a^5. b^5.
160. 1215 :: 32. 243.

XLIII COROLLAIRE.

69. En toute progression où le premier & le troisiéme terme ont pour exposans deux nombres quarrez, ou le premier & le quatriéme deux nombres cubiques, ou le premier & le cinquiéme deux puissances cinquiéquiémes & parfaites, &c; le premier est commensurable au second.

Car si le premier A & le troisiéme C ont pour exposans deux nombres quarrez *aa* & *bb*; ils sont entr'eux[b] comme ces deux quarrez. Mais A & C sont encore entr'eux[c] comme les quarrez AA & BB des deux premiers termes. Et ainsi les exposans *aa* & *bb* sont entr'eux[d] par égalité comme les quarrez AA & BB; & les côtez *a* & *b* pareillement entr'eux[e] comme les

b. 10 & 1.
c. 66.
d. 52. 7.
e. 39.

côtez ou les termes A & B. Comme donc les côtez ou les nombres a & b sont [f] commensurables ; les deux termes A & B le sont [g] pareillement.

f. *suppoſition.*
g. 36. 7.

Et ſi le premier terme A & le quatriéme D ont pour expoſans deux nombres cubiques a^3 & b^3 ; ils ſont entr'eux [b] comme ces mêmes cubes. Mais A & D ſont encore entr'eux [c] comme les cubes A^3 & B^3 des deux premiers termes. Et ainſi les expoſans a^3 & b^3 ſont entr'eux [d] par égalité, comme les cubes A^3 & B^3 ; & les côtez a & b pareillement entr'eux [e] comme les côtez ou les termes A & B. Comme donc les côtez ou les nombres a & b ſont commenſurables [f] ; les côtez ou les termes A & B le ſont [g] pareillement. Et prouvera tout le reſte en ſuivant le même ordre.

b. 10 & 11.
c. 66.
d. 52. 7.
e. 39.
f. *suppoſition.*
g. 36. 7.

$$\begin{cases} \fallingdotseq & A. & B. & C. & D. & E. & F. \\ \fallingdotseq & 160. & 240. & 360. & 540. & 810. & 1215. \\ \fallingdotseq & a^5t. & a^4bt. & a^3bbt. & aab^3t. & ab^4t. & b^5t. \end{cases} \quad \begin{cases} aa.bb :: & A. & C :: & AA. & BB. \\ 4. \ 9 :: & 160. & 360 :: & 25600. & 57600. \\ aa.bb :: & a^5t. & a^3bbt :: & a^{10}tt. & a^8bbtt. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3. \ b^3 :: & A. & D :: & A^3. & B^3. \\ 8. \ 27 :: & 160. & 540 :: & 4096000. & 13824000. \\ a^3. \ b^3 :: & a^5t. & aab^3t :: & a^{15}t^3. & a^{12}b^3t^3. \end{cases} \quad \begin{cases} a. \ b :: & A. & B. \\ 2. \ 3 :: & 160. & 240. \\ a. \ b :: & a^5t. & a^4bt. \end{cases}$$

&c.

XLIV COROLLAIRE.

70. SI le premier & le ſecond terme ne ſont pas commenſurables ou comme nombre à nombre ; le premier & le troiſiéme, ou deux qui en en ont un interpoſé, n'ont point pour expoſans [b] des nombres quarrez ; ni le premier & le quatriéme, ou deux qui ont deux termes interpoſez, deux nombres cubiques [b] pour leurs expoſans. Et ainſi du reſte. Parceque ſi ces deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c, avoient pour expoſans des nombres quarrez, ou cubiques, ou des puiſſances parfaites & quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, &c; le premier & le ſecond terme ſeroient [c] commenſurables ou comme nombre à nombre. Ce qui répugne à la ſuppoſition.

b. 16. 1.
c. 69.

XLV COROLLAIRE.

71. EN toute progreſſion ; où le premier & le troiſiéme terme, ou deux qui ont un terme interpoſé, ont pour expoſans deux nombres non quarrez ; ou le premier & le quatriéme, ou deux qui ont deux termes interpoſez, deux nombres non cubiques auſſi pour expoſans, &c ; le premier & le ſecond, ou deux conſécutifs, ne ſont pas [a] commenſurables ou comme nombre à nombre. Puiſque s'ils l'étoient, le premier & le troiſiéme terme auroient pour expoſans des nombres [b] quarrez, ou le premier & le quatriéme deux nombres cubiques. Ce qui répugne à la ſuppoſition. On verra plus diſtinctement dans la ſuitte la nature & les proprietez des nombres ou grandeurs incommenſurables.

a. 16. 1.
b. 68.

DEFINITIONS.

72. EN toute progreſſion où le premier & le troiſiéme terme ont pour expoſans deux nombres non quarrez ; je dirai que le premier &

SCD LYON 1

le second, ou que deux consécutifs, & qui sont alors non comme nombre à nombre, sont *incommensurables en puissance première* ou *linéaire*, ou *en puissance simple*; ou *en longueur*, si l'un & l'autre est une ligne droitte. Mais je dirai qu'ils sont *commensurables en seconde puissance*, pour marquer que leurs quarrez, qui ont entr'eux un même rapport que le premier & le troisiéme terme, sont entr'eux comme nombre à nombre.

Et si le premier & le quatriéme ont pour exposans deux nombres cubiques; je dirai que le premier & le second, ou que deux consécutifs, *sont incommensurables en longueur*, si l'un & l'autre est une ligne; ou *en puissance première* ou *simple* ou *linéaire*: mais qu'ils sont *commensurables en troisiéme puissance*, pour marquer que leurs cubes, qui sont entr'eux comme le premier & le quatriéme terme, sont commensurables ou comme nombre à nombre.

XLVI COROLLAIRE.

73. SI le premier & le troisiéme terme sont incommensurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le second ou deux consécutifs sont incommensurables même [b] en seconde puissance, ou le quarré du premier incommensurable au quarré du second. Parceque ces deux quarrez, ou ceux de deux termes consécutifs, sont entr'eux [c] comme le premier & le troisiéme terme. b. 36. 7. c. 66.

XLVII COROLLAIRE.

74. ET pareillement si le premier & le quatriéme sont incommensurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le second, ou deux consécutifs, sont incommensurables [b] en troisiéme puissance, ou leurs cubes incommensurables; puisque ces cubes sont entr'eux [c] comme le premier & le quatriéme terme. b. 36. 7. c. 66.

Et pareillement si le premier & le cinquiéme, ou le premier & le sixiéme, ou le premier & le septiéme, ou deux qui en ont trois, ou quatre, ou cinq interposez, &c, sont incommensurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le second, ou deux consécutifs, sont incommensurables [c] en quatriéme, ou cinquiéme, ou sixiéme puissance, &c.

XLVIII COROLLAIRE.

75. ET si le premier & le second terme sont incommensurables en seconde, ou troisiéme, ou quatriéme, ou cinquiéme, ou sixiéme puissance, &c; le premier & le troisiéme, ou le premier & le quatriéme, ou le premier & le cinquiéme, ou le premier & le sixiéme, ou le premier & le septiéme, ou deux qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interposez, sont [b] pareillement incommensurables. Puisque leur rapport est égal à [c] celuy des puissances secondes, ou troisiémes, ou quatriémes, ou cinquiémes, ou sixiémes, du premier & du second terme, lesquelles on suppose incommensurables. b. 36. 7. c. 66.

SCD LYON 1

XLIX COROLLAIRE.

76. LEs exposans de deux nombres quarrez, ou cubiques, ou quarrez de quarrez, ou de deux puissances parfaites & cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes, ou autres, sont pareillement deux nombres quarrez, ou cubiques, ou quarrez de quarrez, ou deux puissances parfaites & cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes, ou semblables aux deux autres.
b. 31. Parcequ'il y a toûjours un nombre plan AB moyen [b] proportionel entre deux nombres quarrez AA & BB. Et deux nombres solides AAB, ABB, moyens proportionels entre deux cubiques A^3 & B^3. Et ainsi du reste. De
c. 68. sorte que le premier & le second terme étant commensurables dans chacune de ces progressions, les extrêmes ou les nombres quarrez AA & BB ont pour [c] exposans deux nombres quarrez *aa* & *bb*; & les extrêmes ou les cubiques A^3 & B^3 deux [c] cubiques a^3 & b^3. Et ainsi du reste.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\!\div\ \text{AA. AB. BB.} \\ \div\!\div\ 100.\ 150.\ 225. \\ \div\!\div\ aazz.\ abzz.\ bbzz. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{AA. BB} :: aa.\ bb. \\ 100.\ 225 :: 4.\ 9. \\ aazz.\ bbzz :: aa.\ bb. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \textit{Exposans}\ aa.\ bb. \\ 4.\ 9. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} zz. \\ 25. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \div\!\div\ A^3.\ \text{AAB. ABB.}\ B^3. \\ \div\!\div\ 1000.\ 1500.\ 2250.\ 3375. \\ \div\!\div\ a^3z^3.\ aabz^3.\ abbz^3.\ b^3z^3. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} A^3.\ B^3 :: a^3.\ b^3. \\ 1000.\ 3375 :: 8.\ 27. \\ a^3z^3.\ b^3z^3 :: a^3.\ b^3. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \textit{Exposans.} \\ 8.\ 27. \\ a^3.\ b^3. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 125. \\ z^3. \end{array}\right.$$

DEFINITIONS.

77. ON dira qu'un rapport est composé de deux ou de plusieurs rapports, s'il peut avoir pour termes les deux produits, l'un des antécédens, & l'autre des conséquens des deux rapports ou de tous les rapports. On dira par éxemple que le rapport des deux grandeurs *ab* & *zy* est comsé des deux rapports qui sont, l'un entre *a* & *z*, & l'autre entre *b* & *y*; ou l'un entre les grandeurs *a* & *y*, & l'autre entre les deux *b* & *z*.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Rapport simple entre } a \text{ \& } z. \\ \text{Rapport simple entre } b \text{ \& } y. \\ \text{Rapport composé entre } \overline{ab} \text{ \& } \overline{zy}. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{entre } a \text{ \& } y. \\ \text{entre } b \text{ \& } z. \\ \text{entre } \overline{ab} \text{ \& } \overline{yz}. \end{array}\right.$$

Et pareillement le rapport des grandeurs *abc* & *zyx* est nommé composé des trois qui sont entre *a* & *z*, & entre *b* & *y*, & entre *c* & *x*. Ou entre *a* & *z*, & entre *b* & *x*, & entre *c* & *y*. Ou entre *a* & *y*, & entre *b* & *z*, & entre *c* & *x*. Ou entre *a* & *y*, & entre *b* & *x*, & entre *c* & *z*. Ou entre *a* & *x*, & entre *b* & *z*, & entre *c* & *y*. Ou entre *a* & *x*, & entre *b* & *y*, & entre *c* & *z*. Et ainsi des autres.

$$\left\{\begin{array}{ll} a. & z. \\ b. & y. \\ c. & x. \\ \overline{abc}. & \overline{zyx}. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} a. & z. \\ b. & x. \\ c. & y. \\ \overline{abc}. & \overline{zxy}. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} a. & y. \\ b. & z. \\ c. & x. \\ \overline{abc}. & \overline{yzx}. \end{array}\right. \quad \&c.$$

78. Et si deux rapports ont chacun un même antécédent & un même con-

SCD LYON 1

ſéquent; on dira que le rapport compoſé de deux eſt *doublé* d'un ſeul de ces rapports. Que le rapport par exemple des grandeurs aa & bb eſt doublé du rapport ſeul qui eſt entre a & b; parce qu'il eſt compoſé de deux rapports qui ſont, l'un entre a & b, & l'autre encore entre les mêmes a & b.

{ Rapport ſimple entre a & b.
Rapport ſimple entre a & b.
Rapport doublé entre $\overline{aa}$ & $\overline{bb}$.

79. Et ſi trois, ou quatre, ou cinq rapports ont auſſi chacun un même antécédent, & un même conſéquent; on dira que le rapport compoſé des trois, ou des quatre, ou des cinq, eſt *triplé*, ou *quadruplé*, ou *quintuplé* d'un ſeul de ces rapports. Que le rapport par exemple des grandeurs a^3 & b^3 compoſé des trois qui ſe trouvent l'un entre a & b, & le ſecond encore entre a & b, & le troiſiéme pareillement entre les mêmes a & b, eſt un rapport triplé du rapport ſeul qui eſt entre a & b.

{ Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Triplé entre $\overline{a^3}$ & $\overline{b^3}$.

{ Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Quadruplé entre $\overline{a^4}$ & $\overline{b^4}$.

{ Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Simple entre a & b.
Quintuplé entre $\overline{a^5}$ & $\overline{b^5}$.

80. Et ſi pluſieurs rapports ſont égaux; les deux produits l'un de tous les antécédens, & l'autre de tous les conſéquens, ſont nommez *pareils ou ſemblables*. *Plans ſemblables*, ſi c'eſt de deux rapports égaux. Et *ſolides ſemblables*, ſi c'eſt de trois égaux. Et *ſurſolides ſemblables*, ſi c'eſt de quatre égaux. Et *produits ſemblables* de 5, ou de 6, ou de 7 degrez, ou d'autant qu'on voudra; ſi c'eſt de 5 ou de 6, ou de 7 rapports égaux. Comme ſi les rapports ſont égaux entre A & a, & entre B & b, & entre C & c, & entre D & d, & entre E & e; les deux plans AB & ab ſont nommez ſemblables, & auſſi les deux plans AC & ac, & encore les deux AD & ad, & enſuitte les deux AE & ae, & les deux BC & bc, & les deux BD & bd, & les deux CD & cd, & les deux DE & de. Et pareillement les ſolides ABC & abc ſont ſemblables, & encore les ſolides ABD & abd, & les deux ABE & abe, & les deux ACD & acd, & les deux ACE & ace, & les deux ADE & ade, & les deux BCD & bcd, & les deux BCE & bce, & les deux BDE & bde, & les deux CDE & cde. Et les ſurſolides ABCD & $abcd$ ſont encore ſemblables, & les deux ABCE & $abce$, & les deux ABDE & $abde$, & les deux ACDE & $acde$, & les deux BCDE & $bcde$. Et enfin les produits ABCDE & $abcde$ ſont deux produits ſemblables du cinquiéme degré. Et dans tous ces produits comparez deux à deux, chaque antécédent & ſon conſéquent ſont nommez *côtez rélatifs*, comme A & a, & B & b, &c.

{ *Proportions.*
A. a:: B. b:: C. c:: D. d:: E. e.
20. 12:: 15. 9:: 5. 3:: 10. 6:: 25. 15.

{ *Antécédens.*
A. B. C. D. E.
20. 15. 5. 10. 25.

{ *Conſéquens.*
a. b. c. d. e.
12. 9. 3. 6. 15.

	Proportions.	*Antécédens.*	*Conséquens.*
	A. *a* :: B. *b* :: C. *c* :: D. *d* :: E. *e*.	A. B. C. D. E.	*a.b. c. d. e.*
	20. 12 :: 15. 9 :: 5. 3 :: 10. 6 :: 25. 15.	20. 15. 5. 10. 25.	12. 9. 3. 6. 15.
Plans semblables	AB. *ab.* 300. 108.	AC. *ac.* 100. 36.	AD. *ad.* 200. 72.
	AE. *ae.* 500. 180.	BC. *bc.* 75. 27.	
	BD. *bd.* 150. 54.	BE. *be.* 375. 135.	CD. *cd.* 50. 18.
	CE. *ce.* 125. 45.	DE. *de.* 250. 90.	
Solides semblables	ABC. *abc.* 1500. 324.	ABD. *abd.* 3000. 648.	ABE. *abe.* 7500. 1620.
	ACD. *acd.* 1000. 216.	ACE. *ace.* 2500. 540.	
	ADE. *ade.* 5000. 1080.	BCD. *bcd.* 750. 162.	BCE. *bce.* 1875. 405.
	BDE. *bde.* 3750. 810.	CDE. *cde.* 1250. 270.	
Surſolides ſemblables	ABCD. *abcd.* 15000. 1944.	ABCE. *abce.* 37500. 4860.	ABDE. *abde.* 75000. 9720.
	ACDE. *acde.* 25000. 3240.		
	BCDE. *bcde.* 18750. 2430.	*Produits ſemblables du 5e degré.*	ABCDE. *abcde.* 375000. 29160.

L COROLLAIRE.

b. 80. 81. TOus les nombres quarrez ſont nombres plans [b] ſemblables. Et les cubiques ſolides ſemblables. Et ainſi du reſte. Parceque deux quarrez comme *aa* & *bb* ſont toûjours deux produits, l'un des antécedens *a* & *a*, & l'autre des conſéquens *b* & *b* de deux rapports parfaitement égaux qui ſe trouvent, l'un entre *a* & *b*, & l'autre encore entre les mêmes *a* & *b*. Et les nombres cubiques a^3 & b^3 ſont deux ſolides, l'un des antécédens *a*, *a*, *a*, & l'autre des conſéquens, *b*, *b*, *b*, des trois rapports égaux; l'un des nombres *a* & *b*, & l'autre auſſi des mêmes nombres *a* & *b*, & le troiſiéme encore des deux mêmes *a* & *b*. Et ainſi du reſte.

a. b :: *a. b* :: *a. b*.	*Plans aa. bb.*	*Solides* a^3. b^3.	
6. 4 :: 6. 4 :: 6. 4.	*ſemblables* 36. 16.	*ſemblables* 216. 64.	

LI COROLLAIRE.

a. 78. b. 39. 82. SI deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs *a* & *b*; le rapport doublé [a] des deux premiéres eſt égal [b] au rapport doublé des deux autres. Parce que le rapport doublé des deux premieres eſt celuy de leurs [a] quarrez mêmes AA & BB; & le rapport doublé des deux autres auſſi celuy de leurs [a] quarrez *aa* & *bb*, auſquels les deux AA & BB c. 79. ſont [b] proportionels. Et pareillement le rapport [c] triplé, ou [c] quadruplé des deux premiéres, &c, eſt égal [b] au rapport triplé, ou [b] quadruplé des deux autres. Et ainſi du reſte.

Rapports ſimples.	*Rapports doublez.*	*Rapports triplez.*
A. *a* :: B. *b* :: A. *a* :: B. *b*.	AA. *aa* :: BB. *bb*.	A^3. a^3 :: B^3. b^3.
6. 3 :: 8. 4 :: 6. 3 :: 8. 4.	36. 9 :: 64. 16.	216. 27 :: 512. 64.
xt. vt :: *xs. vs* :: *xt. vt* :: *xs. vs*.	*xxtt. vvtt* :: *xxſs. vvſs*.	x^3t^3. v^3t^3 :: x^3s^3. v^3s^3.

SCD LYON 1

LII COROLLAIRE.

83. SI deux grandeurs A & *a* ſont entr'elles comme deux Z & *z*, & deux grandeurs B & *b* pareillement entr'elles comme deux Y & *y*; le rapport compoſé des deux qui ſont, l'un entre A & *a*, & l'autre entre B & *b*; ou celuy des deux plans AB & *ab*, eſt égal au rapport compoſé des deux autres rapports, ou à celuy des plans ZY & *zy*.

Car le plan A*z* des extrêmes A & *z* eſt [b] égal à l'autre plan *a*Z des moyens *a* & Z. Et le plan B*y* des extrêmes B & *y* égal [b] à l'autre *b*Y des moyens *b* & Y. Et multipliant A*z* par B*y*, & *a*Z par *b*Y; les ſurſolides ou les produits AB*zy* & *ab*ZY ſont encore [c] égaux. Et comme ces mêmes ſurſolides ſont auſſi [d] les produits, l'un des extrêmes AB & *zy*, & l'autre des moyens *ab* & ZY; les deux AB & *ab* ſont proportionels [e] aux deux ZY & *zy*. Et les deux rapports compoſez ſont [e] égaux. b. 38. 7. c. 20. 3. & 9. 2. d. 17. 3. e. 42. 7.

1ere Proportion.	2e Proportion.	Plans égaux.	Plans égaux.	Surſolides égaux.
A. *a* :: Z. *z*.	B. *b* :: Y. *y*.	A*z*. *a*Z.	B*y*. *b*Y.	AB*zy*. *ab*ZY.
6. 3 :: 10. 5.	20. 28 :: 25. 35.	30. 30.	700. 700.	21000. 21000.
xt. vt :: *xr. vr*.	*ps. pq* :: *ns. nq*.	*xtvr*. *vtxr*.	*psnq*. *pqns*.	*xtvrpsnq*. *vtxrpqns*.

Rapports compoſez égaux.

AB. *ab* ::	ZY. *zy* ::	*xs. vq*.
120. 84 ::	250. 175 ::	10. 7.
xtps. vtpq ::	*xrns. vrnq* ::	*xs. vq*.

LIII COROLLAIRE.

84. LE rapport de deux plans ſemblables AB & *ab* eſt doublé du rapport de leurs côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*. Et celuy de deux ſolides ſemblables ABC & *abc* eſt triplé du rapport des côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*. Et ainſi des autres produits ſemblables.

Car prenant d'une part les deux mêmes rapports, qui ſont l'un entre A & *a*, & l'autre entre A & *a*; & de l'autre les deux rapports égaux, qui ſont entre les grandeurs B & *b*, & entre les deux A & *a*; le rapport des deux plans ſemblables AB & *ab* compoſé des [b] deux ſimples qui ſe trouvent entre A & *a*, & entre B & *b*, eſt égal [c] au rapport des quarrez AA & *aa* compoſé [b] des deux qui ſe trouvent entre A & *a*, & entre A & *a*. Et les mêmes plans ſemblables AB & *ab* ſont encore entr'eux par la même [c] raiſon comme les quarrez BB & *bb*. Comme donc les quarrez AA & *aa* ont un rapport [d] doublé du rapport des côtez A & *a*, & les quarrez BB & *bb* un doublé [d] dur apport des côtez B & *b*; les plans ſemblables AB & *ab* ont [c] entr'eux un raport doublé [d] du raport des côtez rélatifs A & *a*, ou des rélatifs B & *b*. b. 77. c. 82. d. 78.

Rapports ſimples & égaux.				Rapports doublez & égaux.		
A. *a* ::	B. *b* ::	A. *a* ::	B. *b*.	AB. *ab* ::	AA. *aa* ::	BB. *bb*.
6. 3 ::	8. 4 ::	6. 3 ::	8. 4.	48. 12 ::	36. 9 ::	64. 16.
xt, vt ::	*xs. vs* ::	*xt. vt* ::	*xs. vs*.	*xxts. vvts* ::	*xxtt. vvtt* ::	*xxſs. vvſs*.

Et ſuppoſant de nouveau les côtez C & *c* proportionels aux côtez A & *a*,

SCD LYON 1

ou B & *b*; le rapport des solides semblables ABC & *abc* est [b] composé des deux qui se trouvent, l'un d'une part entre AB & *ab*, & l'autre de l'autre entre C & *c*. Et il est [c] égal au rapport des cubes A^3 & a^3 pareillement composé [d] des deux qui se trouvent, l'un d'une part entre AA & *aa*, & l'autre de l'autre entre A & *a*. Et les mêmes solides ABC & *abc* sont encore entr'eux par une raison semblable comme les deux cubes B^3 & b^3, & aussi comme les deux autres C^3 & c^3. Ou ce qui revient au même, leur rapport est triplé du rapport des côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*.

b. 78. c. 82 & 84. d. 83 & 84.

Rapports simples & égaux.				*Rapports triplez & égaux.*				
A. *a* ::	B. *b* ::	C. *c*.		ABC. *abc* ::	A^3. a^3 ::	B^3. b^3 ::	C^3. c^3.	
6. 3 ::	8. 4 ::	10. 5.		480. 60 ::	216. 27 ::	512. 64 ::	1000. 125.	
xt. *vt* ::	*xs*. *vs* ::	*xr*. *vr*.		x^3tsr. v^3tsr ::	x^3t^3. v^3t^3 ::	x^3s^3. v^3s^3 ::	x^3r^3. v^3r^3.	

Et on verra de la même sorte que le rapport de deux sursolides semblables ABCD & *abcd* est quadruplé du rapport de leurs côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*, ou D & *d*. Et ainsi du reste.

Rapports simples & égaux.				*Rapports quadruplez & égaux.*			
A. *a* ::	B. *b* ::	C. *c* ::	D. *d*.	ABCD. *abcd* ::	A^4. a^4 ::	B^4. b^4. &c.	
6. 3. ::	8. 4 ::	10. 5 ::	14. 7.	6720. 420 ::	1296. 81 ::	4096. 256. &c.	
xt. *vt* ::	*xs*. *vs* ::	*xr*. *vr* ::	*xq*. *vq*.	x^4tsrq. v^4tsrq ::	x^4t^4. v^4t^4 ::	x^4s^4. v^4s^4. &c.	

LIV COROLLAIRE.

85. DEux nombres plans, ou solides, ou sursolides semblables, &c; ont pour exposans deux nombres [b] quarrez, ou cubiques, ou quarrez de quarrez, &c. Parcequ'ils ont [c] les mêmes [d] exposans que les quarrez, ou les cubes, ou les quarrez de quarrez des nombres qui sont leurs côtez rélatifs.

b. 76. c. 84. d. 7.

A. *a* ::	B. *b* ::	C. *c* ::	D. *d* ::	E. *e*.	*Plans semblables*	AB. *ab* ::	*xx*. *vv*.	
6. 3 ::	8. 4 ::	10. 5 ::	14. 7 ::	12. 6.		48. 12 ::	4. 1.	
xt. *vt* ::	*xs*. *vs* ::	*xr*. *vr* ::	*xq*. *vq* ::	*xp*. *vp*.		*xxts*. *vvts* ::	*xx*. *vv*.	

Solides semblables	ABC. *abc* ::	x^3. v^3.	*Sursolides semblables*	ABCD. *abcd* ::	x^4. v^4.
	480. 60 ::	3. 1.		6720. 420 ::	16. 1.
	x^3tsr. v^3tsr ::	x^3. v^3.		x^4tsrq. v^4tsrq ::	x^4. v^4.

Produits semblables des 5 degrez.	ABCDE. *abcde* ::	x^5. v^5.	
	80640. 2520 ::	32. 1.	
	x^5tsrqp. v^5tsrqp ::	x^5. v^5.	

LV COROLLAIRE.

86. TOut produit de deux nombres plans semblables est un nombre quarré. Car nommant *y* leur plus grand diviseur commun, & *aa* & *bb* les deux nombres quarrez qui sont [b] leurs exposans; ces nombres

b. 85.

bres plans semblables [c] sont *aay* & *bby*, & leur produit est le nombre quarré *aabbyy*. c. 10.

A. B :: C. D.		AC. BD.		ACBD.
6. 4 :: 15. 10.	*Plans semblables*	90. 40.	*Quarré*	3600.
az. bz :: *av. bv.*		*aazv. bbzv.*		*aabbzzvv.*
		aay. bby.		*aabbyy.*

LVI COROLLAIRE.

87. ENtre deux nombres plans semblables il y a toûjours un nombre moyen proportionel. Et deux moyens entre deux nombres solides & semblables. Et trois entre deux surfolides semblables. Et ainsi du reste. Car nommant *y* le plus grand diviseur commun des deux plans semblables, & *aa* & *bb* les deux nombres quarrez qu'ils ont [b] pour exposans; ces nombres plans semblables sont [c] l'un *aay*, & l'autre *bby*; entre lesquels un nombre *aby* est moyen [d] proportionel. b. 85. c. 10. d. 1.

A. B :: C. D.		AC. BD.		AC. M :: M. BD.
6. 4 :: 15. 10.	*Plans semblables*	90. 40.	*Proportion.*	90. 60 :: 60. 40.
az. bz :: *av. bv.*		*aazv. bbzv.*		*aay. aby* :: *aby. bby.*
		aay. bby.		*aazv. abzv* :: *abzv. bbzv.*

Et nommant *x* le plus grand diviseur commun des solides semblables, & a^3 & b^3 les deux nombres cubiques qu'ils ont [b] pour exposans; ces solides semblables sont l'un a^3x, & l'autre b^3x; entre lesquels deux nombres *aabx* & *abbx* sont deux moyens [d] proportionels. Et ainsi du reste. b. 85. c. 10. d. 1.

A. B :: C. D :: E. F.		ACE. BDF.		ACE. M. N. BDF.
6. 4 :: 15. 10 :: 12. 8.	*Solides semblables*	1080. 320.		1080. 720. 480. 320.
az. bz :: *av. bv* :: *at. bt.*		$a^3zvt.$ $b^3zvt.$		$a^3zvt.$ $aab^2zvt.$ $abb^2zvt.$ $b^3zvt.$
		$a^3x.$ $b^3x.$		$a^3x.$ $aabx.$ $abbx.$ $b^3x.$

LVII COROLLAIRE.

88. SI entre deux nombres A & C il y a un nombre B moyen proportionel; ils sont plans semblables. Car nommant *a* & *b* les [b] exposans du premier au moyen, & *y* la mesure [c] commune la plus grande, ou le plus grand diviseur commun des trois, ou des [d] deux extrêmes; ces trois nombres [c] sont *aay*, *aby*, *bby*; & les deux *aay* & *bby* deux nombres [f] plans semblables, puisque le premier *aay* est un produit de deux antécédens *a* & *ay*, & l'autre *bby* un des deux conséquens *b* & *by* de deux rapports égaux, qui sont l'un entre les nombres *a* & *b*, & l'autre entre les nombres *ay* & *by*. b. 6. c. 45. 6. d. 17. e. 15. f. 78.

A. B :: B. C :: *a. b* :: *ay. by.*
20. 30 :: 30. 45 :: 2. 3 :: 10. 15.
aay. aby :: *aby. bby* :: *a. b* :: *ay. by.*

	A.	C.
Plans semblables	20.	45.
	aay.	*bby.*

SCD LYON 1

LVIII COROLLAIRE.

89. SI le produit *ce* de deux nombres *c* & *e* eſt un nombre quarré; ces deux nombres *c* & *e* ſont nombres plans ſemblables. Car entre le nombre quarré *cc* & le nombre *ee* qu'on ſuppoſe quarré, il y a toûjours un nombre [b] comme *z* moyen proportionel. Mais ces nombres quarrez *cc* & *ee* ſont proportionels [c] aux deux nombres *c* & *e*. Et par conſéquent il y a auſſi un nombre comme *d* moyen [d] proportionel entre les deux *c* & *e*. Et les mêmes *c* & *e* ſont nombres [e] plans ſemblables.

b. 31. c. 1. d. 34. e. 88.

Quarré { *cc.* 900. *aabbyy.* } ∺ { *cc.* 400. *a⁴yy.* } *z.* 600. *a³byy.* { *ee.* 900. *aabbyy.* } ∺ { *cc.* 400. *a⁴yy.* } :: *ee.* 900. *aabbyy* :: *c.* 20. *aay.* *e.* 45. *bby.*

{ *c.* 20. *aay.* *d* :: 30. *aby.* *d.* 30. *aby.* *e.* 45. *bby.* } ∺ { *a.* 2. *ay.* *b* :: 3. *by.* } :: 10. 15. Plans ſemblables { *c.* 20. *aay.* *e.* 45. *bby.* }

LIX COROLLAIRE.

90. SI entre deux nombres il y a deux, ou trois, ou quatre nombres moyens proportionels; les deux ſont nombres ſolides ſemblables, ou nombres ſurſolides ſemblables, ou nombres qui ſont des produits ſemblables & de quatre degrez. Et ainſi du reſte. Car nommant *a* & *b* les [b] expoſans du premier des deux nombres au premier des moyens, & *x* le plus grand diviſeur [c] commun des quatre, ou des ſeuls [d] extrêmes, s'il y a deux moyens; les quatre nombres [e] ſont a^3x, *aabx*, *abbx*, b^3x, & les deux a^3x & b^3x ſont deux nombres [f] ſolides ſemblables; puiſque le premier a^3x eſt un produit des trois antécédens *a*, *a*, *ax*; & l'autre b^3x un produit des trois conſéquens *b*, *b*, *bx*. Et il en eſt ainſi du reſte.

b. 6. c. 45. 6. d. 17. e. 16. f. 79.

{ ∺ A. 40. a^3x. ∺ B. 60. *aabx*. ∺ C. 90. *abbx*. D :: 135 :: b^3x :: *a.* 2. *b* :: 3. *a.* 2. *b* :: 3. *ax.* 10. *bx.* } Solides ſemblables { A. 40. a^3x. D. 135. b^3x. }

LX COROLLAIRE.

91. SI pluſieurs nombres A, B, C, D, E, F, G, &c, ſont en progreſſion; le rapport de deux qui en ont un interpoſé, eſt doublé [a] du rapport des deux premiers termes, ou de deux [b] conſécutifs. Et [a] triplé, s'il y en a deux interpoſez. Et quadruplé, ou quintuplé, ou ſextuplé de ce même rapport; s'il y a trois termes, ou quatre, ou cinq interpoſez. Et ainſi du reſte. Ou ce qui ſignifie encore la même choſe; deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c; ſont nom-

a. 84. b. 82.

{ ∺ A. 768. a^8z. ∺ B. 1152. a^7bz. ∺ C. 1728. a^6bbz. ∺ D. 2592. a^5b^3z. ∺ E. 3888. a^4b^4z. ∺ F. 5832. a^3b^5z. ∺ G. 8748. *aab*^{6}*z*. ∺ H. 13122. *ab*^{7}*z*. I. 19683. b^8z. } { *a.* 2. *b.* 3. *z.* 6. }

bres plans [c] semblables, ou solides [d] semblables, ou sursolides [d] semblables, ou nombres qui sont des produits [d] semblables de cinq, ou de six degrez. Et ainsi du reste. c. 88. d. 90.

LXI COROLLAIRE.

92. ET généralement en toute progression, deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interposez, &c; ont entr'eux un rapport [b] doublé, ou [b] triplé, ou [b] quadruplé, ou [b] quintuplé, ou [b] sextuplé du rapport des deux premiers termes, ou de deux [c] consécutifs. Ou un rapport égal à celui des [d] quarrez, ou des cubes, ou des puissances quatriémes, ou cinquiémes, ou sixiémes, des deux premiers termes, ou de deux consécutifs. Ce qui signifie une même chose. b. 81. c. 82. d. 66.

Progression ∴ $a^9z.\ a^8bz.\ a^7b^2z.\ a^6b^3z.\ a^5b^4z.\ a^4b^5z.\ a^3b^6z.\ aab^7z.\ ab^8z.\ b^9z.$

LXII COROLLAIRE.

93. SI l'on propose une suitte de grandeurs a, b, c, d, e, f; le rapport de la premiére a & de la derniére f est composé de tous les rapports successifs, qui sont entre la premiére a & la seconde b, & entre la seconde b & la troisiéme c, & entre la troisiéme c & la quatriéme d, & entre la quatriéme d & la cinquiéme e, & entre la cinquiéme e & la sixiéme f. Car le rapport composé de tous ces rapports successifs est [b] celuy des produits $abcde$ & $bcdef$; l'un de tous les antécédens, & l'autre de tous les conséquens. Mais les deux a & f sont entr'elles [c] comme ces deux produits $abcde$ & $bcdef$. Et par conséquent les mêmes a & f ont entr'elles un rapport [d] composé de tous les rapports successifs de chacune des grandeurs à celle qui la suit. b. 77. c. 1. d. 52. 7.

$\left\{\begin{matrix} a. & b. & 7. \\ b. & c. & 3. \\ c. & d. & 4. \\ d. & e. & 1. \\ e. & f. & 11. \end{matrix}\right.$

Rapports composez $\left\{\begin{matrix} a. & f :: & abcde. & bcdef. \\ 5.11 :: & & 420. & 924. \end{matrix}\right.$

LXIII COROLLAIRE.

94. D'Où l'on pourroit conclurre qu'en toute progression le rapport de deux termes est composé de tous les égaux qui sont entre le premier des deux & le premier de leurs interposez, & entre le premier des interposez & le second des mêmes interposez. Et ainsi du reste.

Progression $\left\{\begin{matrix} \therefore & A. & B. & C. & D. & E. & F. & G. & H. & I. & K. \\ \therefore & a^9z. & a^8bz. & a^7b^2z. & a^6b^3z. & a^5b^4z. & a^4b^5z. & a^3b^6z. & aab^7z. & ab^8z. & b^9z. \end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix} B. & D :: & BC. & CD. \\ a^8bz. & a^6b^3z :: & a^{15}b^5zz. & a^{13}b^5zz. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} B. & E :: & BCD. & CDE. \\ a^8bz. & a^5b^4z :: & a^{21}b^6z^3. & a^{18}b^9z^3. \end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix} B. & F :: & BCDE. & CDEF. \\ a^8bz. & a^4b^5z :: & a^{26}b^{10}z^4. & a^{22}b^{14}z^4. \end{matrix}\right.$

LXIV COROLLAIRE.

95. D'Où l'on concluroit de nouveau que le rapport de deux, qui en
b. 78. ont un interposé, est [b] doublé du rapport de deux consécutifs.
c. 79. Ou [c] triplé, s'il y en a deux interposez. Et [c] quadruplé, ou [c] quintuplé, ou [c] sextuplé, &c; s'il y en a trois, ou quatre, ou cinq, &c. Et ainsi du reste.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\!\!\div\ A.\quad B.\quad C.\quad D.\quad E.\quad F. \\ \div\!\!\div\ a^5z.\ a^4bz.\ a^3bbz.\ aab^3z.\ ab^4z.\ b^5z. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} B.\quad D::\quad BB.\quad CC::\quad AA.\quad BB.\ \&c. \\ a^4bz.\ aab^3z::a^8bbzz.\ a^6b^4zz::a^{10}zz.\ a^8bbzz.\ \&c. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} B.\quad E::\quad B^3.\quad C^3::\quad A^3.\quad B^3::\quad C.\quad D^3.\ \&c. \\ a^4bz.\ ab^4z::a^{12}b^3z^3.\ a^9b^6z^3::a^{15}z^3.\ a^{12}b^3z^3::a^9b^6z^3.\ a^6b^9z^3.\ \&c. \end{array}\right.$$

DEFINITION.

96. Si plusieurs grandeurs A, B, C, D, E, F, G, sont en progression; je dirai que le rapport de deux A & D, qui en ont deux interposées, est à demi-doublé du rapport de deux A & C, ou B & D, entre lesquelles une seule se trouve interposée.

$$\textit{Progression}\left\{\begin{array}{l} \div\!\!\div\ A.\quad B.\quad C.\quad D.\quad E.\quad F.\quad G. \\ \div\!\!\div\ 128.\ 192.\ 288.\ 432.\ 648.\ 972.\ 1458. \\ \div\!\!\div\ a^6z.\ a^5bz.\ a^4bbz.\ a^3b^3z.\ aab^4z.\ ab^5z.\ b^6z. \end{array}\right.$$

$$\textit{Rapports simples}\left\{\begin{array}{l} A.\quad B::\quad B.\quad C.\&c. \\ 128.\ 192::192.\ 288.\&c. \\ a^6z.a^5bz::a^5bz.a^4bbz.\&c. \end{array}\right. \textit{Rapports doublez}\left\{\begin{array}{l} A.\quad C::\quad AA.\quad BB. \\ 128.\ 288::16384.\ 36864. \\ a^6z.a^4bbzz::\ a^{12}zz.a^{10}bbzz. \end{array}\right.$$

$$\textit{Rapport à demi doublé entre}\left\{\begin{array}{l} A.\quad D. \\ 128.\ 432. \\ a^6z.\ a^3b^3z. \end{array}\right. \textit{du rapport doublé qui est entre}\left\{\begin{array}{l} A.\quad C. \\ 128.\ 288. \\ a^6z.\ a^4bbz. \end{array}\right.$$

III. THEOREME.

97. SI le premier terme d'une proportion droite est le plus grand des quatre; les deux extrêmes surpassent les deux moyens ensemble. Car si les termes A & B ont un même rapport que les deux a & b, & que le premier A surpasse chacun des trois autres; il y aura par un changement de
b. 47. 7. conversion un même rapport [b] entre A & A—a, & entre B & B—b. Ou par un changement alterne [b] un même entre A & B & entre A—a & B—b.
c 36. 7. Et comme A surpasse B; le [c] terme A—a surpasse B—b. Et ajoûtant $a+b$ de part & d'autre, la premiére somme A—$a+a+b$ ou A+b, qui est cel-
d. 10. 1. le des extrêmes A & b, surpasse [d] la seconde B—$b+a+b$ ou B+a, qui est celle des moyens B & a.

$$\left\{\begin{array}{l} A.\quad B::\quad a.\quad b. \\ 21.\ 14::15.\ 10. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\quad A-a::\ B.\ B-b. \\ 21.\quad 6\ ::14.\ 4. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\quad B::\ A-a.\ B-b. \\ 21.\ 14::\ 6.\quad 4. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A-a\ \textit{surpasse}\ B-b. \\ 6.\qquad\qquad 4. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \textit{Et}\ A-a+a+b\ \textit{surpasse}\ B-b+a+b. \\ 6+25.\qquad\qquad 4+25. \end{array}\right.$$

SCD LYON 1

I COROLLAIRE.

98. ET si le premier terme est le moindre des quatre ; les extrêmes surpassent encore les deux moyens. Car comme le premier *a* est moindre que le second *b* ; le troisiéme A est [b] moindre aussi que le quatriéme B. Et les termes *a* & A étant proportionels [c] aux deux *b* & B ; comme le terme *a* est moindre que le terme A ; le terme *b* est moindre [d] aussi que le terme B. Et ainsi le terme B est le plus grand des quatre. Mais les deux B & A sont entr'eux comme les deux *b* & *a*. Et par conséquent les deux extrêmes ensemble B & *a* surpassent [e] les deux moyens ensemble A & *b*.

b. 36. 7.
c. 47. 7.
d. 10. 1.
e. 97.

$\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: A.\ B. \\ 10.\ 15 :: 14.\ 21. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ A :: b.\ B. \\ 10.\ 14 :: 15.\ 21. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} B.\ b :: A.\ a. \\ 21.\ 15 :: 14.\ 10. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} B.\ A :: b.\ a. \\ 21.\ 14 :: 15.\ 10. \end{array}\right.$

II COROLLAIRE.

99. DAns la proportion géométrique continuë la somme des extrêmes surpasse [b] le double du moyen ; puisque l'un des extrêmes est nécessairement le plus petit, & l'autre le plus grand des trois.

b. 98.

$\left\{\begin{array}{l} \vdots\ A.\ B.\ C. \\ \vdots\ 20.\ 30.\ 45. \\ \vdots\ aay.\ aby.\ bby. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} A+C \text{ surpasse } 2B. \\ 65. \qquad 60. \\ aay+bby. \qquad 2aby. \end{array}\right.$

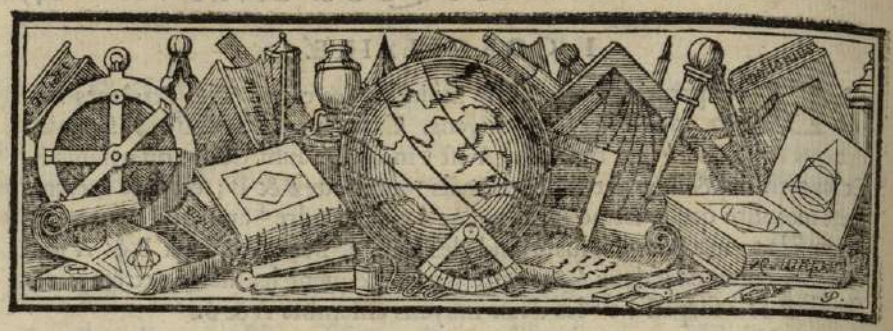
III COROLLAIRE.

100. EN toute progression géométrique la somme de deux termes, tels qu'on voudra, surpasse [a] toûjours celle de deux termes moyens, qui en sont également distans ; ou le double [b] d'un seul, qui en est aussi également distant ; puisque les quatre termes sont [c] en proportion, ou les trois en proportion [d] continuë, & que l'un des deux, qu'on prend pour extrêmes, est nécessairement le moindre, & l'autre le plus grand des quatre, ou des trois termes.

a. 98.
b. 99.
c. 62.
d. 63.

$\left\{\begin{array}{l} \vdots\ A. \quad B. \quad C. \quad D. \quad E. \quad F. \quad G. \quad H. \quad I. \\ \vdots\ 768.\ 1152.\ 1728.\ 2592.\ 3888.\ 5832.\ 8748.\ 13122.\ 19683. \\ \vdots\ a^8z.\ a^7bz.\ a^6bbz.\ a^5b^3z.\ a^4b^4z.\ a^3b^5z.\ aab^6z.\ ab^7z.\ b^8z. \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} B+G \text{ surpasse } D+E. \\ 9900. \qquad 6480. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} B+H \text{ surpasse } 2E. \\ 14274. \qquad 7776. \end{array}\right.$



NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE NEUVIEME.

DES FRACTIONS OU GRANDEURS ROMPUES.

DEFINITIONS.

1. LORSQU'UNE grandeur est prise pour unité, ou que l'unité répresentée par cette grandeur est conceuë comme étant divisible ; on appelle *fraction*, ou *grandeur rompuë*, une ou plusieurs des parties égales que l'on y conçoit, ou qui la composent : comme lorsqu'on dit un demi, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 7 fois la dixiéme partie d'un tout. Et ainsi du reste.

Et si la fraction contient une ou plusieurs des parties égales, que comprend l'unité numérique ; on dit que c'est *un nombre rompu* : Comme lorsqu'on marque simplement un demi, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 7 dixiémes. Et ainsi du reste.

2. On nomme *second terme*, ou *dénominateur*, ou *consequent* d'une fraction ou d'un nombre rompu, le nombre entier qui marque en combien de parties égales on divise le tout ou l'unité ; & *premier terme*, ou *numérateur*, ou *antécédent*, celuy qui marque combien il y a dans la fraction de ces parties égales. 2 par exemple est l'antécédent, ou le premier terme, ou le numérateur de la fraction 2 tiers ; & 3 en est le second terme, ou le conséquent, ou le dénominateur. Et ces deux termes sont nommez, l'un numé-

SCD LYON 1

rateur, & l'autre dénominateur; parceque le premier 2 fait l'énumération de deux des trois parties égales, qui forment ensemble l'unité, ou le tout qui la représente, & qui sont dénommées au second terme 3.

3. La partie, que le tout ou l'unité renferme ainsi plusieurs fois sans reste, ou le nombre rompu qui désigne cette même partie, sera appellée la partie dénommée, comme dans la fraction 2 tiers, la partie dénommée est un tiers; & un quart, dans la fraction 3 quarts; & une dixiéme, dans la fraction 7 dixiémes.

2 numérateur, & 3 dénominateur du nombre rompu 2 tiers.

4. Pour exprimer une fraction ou un nombre rompu; on écrit ses termes l'un sur l'autre avec une petite ligne que l'on tire entre-deux, disposant le premier ou le numérateur au dessus, & le second ou le dénominateur au dessous. Pour marquer par exemple une moitié, ou un demi; on écrit $\frac{1}{2}$. Et pour marquer 3 quarts, on écrit $\frac{3}{4}$. Et on exprime 2 tiers, écrivant $\frac{2}{3}$; & 7 dixiémes, écrivant $\frac{7}{10}$, & 25 seiziémes, écrivant $\frac{25}{16}$. Et $\frac{a}{b}$ signifie une fraction ou un nombre rompu, dont le numérateur est tel nombre a qu'on voudra, & le dénominateur un nombre b tel aussi qu'on voudra.

1a numerateur, & 1b dénominateur de la grandeur rompuë $\frac{a}{b}$.

Pour marquer d'une maniére abbrégée qu'une grandeur est égale à une autre; on employe cette marque $=$, ou plus communément celle-ci $\propto$. L'expression par exemple $a=7$, ou $a\propto 7$, signifie qu'on prend a pour 7, ou qu'un certain nombre a est égalé à 7. Et celle-ci $9+3\propto 14-2$, ou $9+3\propto 14-2$, signifie que $9+3$ valent au juste $14-2$, ou que $9+3$ sont égaux à $14-2$. Et $a-b=z+c$, ou $a-b\propto z+c$, signifie de la même sorte que l'excez dont a surpasse b est égal à la somme $z+c$ des grandeurs z & c. Et l'expression $z-a+b+c=0$, ou $z-a+b+c\propto 0$ signifie que la grandeur $z-a+b+c$ est de nulle valeur, ou égale à zéro. Cette marque $\propto$ sera celle de l'égalité, dont nous nous servirons dans la suitte de tout cét ouvrage.

I THEOREME.

5. Il y a toûjours un même rapport entre l'unité & la fraction $\frac{a}{b}$ qu'entre le dénominateur b & le numérateur a.

Car 1 est autant de fois au juste dans le dénominateur b que [b] la partie dénommée $\frac{1}{b}$ est dans l'unité. Et la partie dénommée $\frac{1}{b}$ est aussi autant de fois au juste dans 1, que toutes [b] les parties dénommées, qui forment ensemble la fraction $\frac{a}{b}$, dans le nombre pareil des unitez, qui forment ensemble le numérateur a. Et ainsi l'unité est au dénominateur b, comme [c] la partie dénommée $\frac{1}{b}$ est à l'unité. Et cette partie dénommée $\frac{1}{b}$ est aussi à l'unité, comme [c] la fraction $\frac{a}{b}$ est au numérateur a. Et par égalité 1 est au dé-

b 2 & 3.
c 37. 7.

nominateur b, comme [d] la fraction $\frac{a}{b}$ est au numérateur a. Et par un changement alterne l'unité est à la fraction $\frac{a}{b}$, comme [e] le dénominateur b est au numérateur a. L'unité par exemple, qui vaut ses 3 tiers, contient une fois la fraction 2 tiers & sa moitié 1 tiers, comme le dénominateur 3 contient une fois le numérateur 2 & sa moitié 1.

d. 52. 7.

e. 47. 7.

$$\begin{cases} 1.\ b :: \frac{1}{b}.\ 1. \\ 1.\ 3 :: \frac{1}{3}.\ 1. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{b}.\ 1 :: \frac{a}{b}.\ a. \\ \frac{1}{3}.\ 1 :: \frac{2}{3}.\ 2. \end{cases} \quad \begin{cases} 1.\ b :: \frac{a}{b}.\ a. \\ 1.\ 3 :: \frac{2}{3}.\ 2. \end{cases} \quad \begin{cases} 1.\ \frac{a}{b} :: b.\ a. \\ 1.\ \frac{2}{3} :: 3.\ 2. \end{cases}$$

I COROLLAIRE.

6. TOute fraction $\frac{a}{b}$ est à l'unité comme le numérateur a est au dénominateur b. Car 1 & $\frac{a}{b}$ ont un même rapport [b] que le dénominateur b & le numérateur a. Et par [c] permutation $\frac{a}{b}$ & 1 ont un même rapport que le numérateur a & le dénominateur b. La fraction $\frac{2}{3}$ contient 2 fois un tiers de l'unité, comme le numérateur 2 contient 2 fois le tiers 1 du dénominateur 3.

b. 5.

c. 47. 7.

$$\begin{cases} 1.\ \frac{a}{b} :: b.\ a. \\ 1.\ \frac{2}{3} :: 3.\ 2. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.\ 1 :: a.\ b. \\ \frac{2}{3}.\ 1 :: 2.\ 3. \end{cases}$$

II COROLLAIRE.

7. TOute fraction $\frac{a}{b}$ doit donc avoir une même valeur que l'exposant de la division du numérateur a par le dénominateur b. Car la fraction $\frac{a}{b}$ est à l'unité, comme [b] le numérateur a est au dénominateur b. Et l'exposant e de la division du numérateur a par le dénominateur b est pareillement à l'unité, comme [c] le numérateur a est au dénominateur b. Et par égalité, la fraction $\frac{a}{b}$ & l'unité sont entr'elles, comme [d] l'exposant e & la même unité. Et par un changement alterne, la fraction $\frac{a}{b}$ est à l'exposant e, comme [e] l'unité est à l'unité. Et par conséquent la fraction $\frac{a}{b}$ est [f] égale à l'exposant e. La fraction $\frac{8}{4}$ par exemple est égale à l'exposant 2, qu'on trouve en divisant 8 par 4. Et la fraction $\frac{3}{4}$ égale à ce qu'on doit trouver, en divisant le nombre 3 par 4. Comme si l'on divise également 3 écus en-

b. 6.

c. 15. 2.

d. 52. 7.

e. 47. 7.

f. 36. 7.

$$\begin{cases} \frac{a}{b}.\ 1 :: a.\ b. \\ \frac{8}{4}.\ 1 :: 8.\ 4. \end{cases} \quad \begin{cases} e.\ 1 :: a.\ b. \\ 2.\ 1 :: 8.\ 4. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.\ 1 :: e.\ 1. \\ \frac{8}{4}.\ 1 :: 2.\ 1. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.\ e :: 1.\ 1. \\ \frac{8}{4}.\ 2 :: 1.\ 1. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b} \propto e. \\ \frac{8}{4} \propto 2. \end{cases}$$

tre

tre 4 personnes ; chacune aura $\frac{1}{4}$ sur chaque écu, & par conséquent $\frac{3}{4}$ sur les trois écus.

III COROLLAIRE.

8. Ainsi lorsqu'on voudra marquer ce que vaut l'exposant de la division d'un nombre par un nombre, ou même en général d'une grandeur par une autre : on les pourra d'abord écrire [b] en fraction ; le nombre ou la grandeur qu'on divise au dessus, pour tenir lieu de numérateur, & l'autre ou le dénominateur au dessous. Comme pour marquer ce qu'on doit trouver en divisant 133 par 19, on peut d'abord écrire $\frac{133}{19}$. Et pour marquer ce que vaut l'exposant de la division d'une grandeur a par une grandeur b, on écrira simplement $\frac{a}{b}$. Et pour marquer ce que vaut l'exposant de la division d'une grandeur $ab+ac$ par une grandeur $c+d$, on écrira d'abord $\frac{ab+ac}{c+d}$. b. 7.

Diviser 133 *par* 19 $\left\{\frac{133}{19}\right.$ *exposant juste.* *Diviser* $1a$ *par* $1b$ $\left\{\frac{a}{b}\right.$ *exposant juste.*

IV COROLLAIRE ET PROBLEME I.

9. Lors donc qu'on ne peut faire une division sans reste, si on ajoûte à l'exposant ou au nombre entier que l'on aura trouvé, une fraction qui ait le reste pour numérateur, & le diviseur pour dénominateur ; on aura la valeur entière de l'exposant [b] qu'on cherche. 6 est 3 fois dans 20, & il reste 2, qui étant encore divisé par 6 donne $\frac{2}{6}$. Et ainsi ajoûtant $\frac{2}{6}$ à 3, ce qui se fait écrivant simplement $3\frac{2}{6}$, ou $3+\frac{2}{6}$, on a toute la valeur au juste de l'exposant de 20 à 6. Et pareillement $13\frac{6}{7}$ est la juste valeur de l'exposant que l'on doit trouver en divisant 97 par 7. b. 8.

Et comme en divisant $ac+bc+ad+bd+cd$ par $c+d$, on trouve la grandeur entiére $a+b$ & un reste cd ; toute la valeur de l'exposant au juste sera la grandeur $a+b+\frac{cd}{c+d}$, c'est à dire toute la grandeur entiere $a+b$, & encore une fraction qui aura le reste cd pour numérateur, & le diviseur $c+d$ pour dénominateur.

Diviser 20 *par* 6 $\left\{3\frac{2}{6}\right.$ *exposant juste.* *Diviser* $ac+bc+ad+bd+cd$ *par* $c+d$ $\left\{a+b+\frac{cd}{c+d}\right.$ *exposant.*

Definition.

Je nommerai *fraction littérale* toute fraction, ou tout nombre rompu, exprimé par lettres, comme $\frac{a}{b}$ & $\frac{ac+bc}{c+d}$.

V COROLLAIRE.

10. Si les termes a & b d'une fraction $\frac{a}{b}$ sont proportionels aux deux

z & y d'une autre $\frac{z}{y}$; les deux fractions $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ ſont égales. Car la premié-

b. 6. re $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité, comme [b] le numérateur a eſt au dénominateur b ; & l'autre $\frac{z}{y}$ auſſi à l'unité, comme [b] le numérateur z au dénominateur y. Et

c. *ſuppoſition.* les termes a & b ſont entr'eux [c] comme les deux z & y. Donc par égalité la

d. 52. 7. fraction $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité, comme [d] l'autre $\frac{z}{b}$ à la même unité. Et par un changement alterne, la fraction $\frac{a}{b}$ contient une fois au juſte l'autre fraction $\frac{z}{y}$,

e. 47. 5. comme l'unité contient [e] une fois au juſte l'unité.

$$\begin{cases} a.b::z.y. \\ 2.3::4.6. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.1::a.b. \\ \frac{2}{3}.1::2.3. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{z}{y}.1::z.y. \\ \frac{4}{6}.1::4.6. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.1::\frac{z}{y}.1. \\ \frac{2}{3}.1::\frac{4}{6}.1. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.\frac{z}{y}::1.1. \\ \frac{2}{3}.\frac{4}{6}::1.1. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}\propto\frac{z}{y}. \\ \frac{2}{3}\propto\frac{4}{6}. \end{cases}$$

VI COROLLAIRE.

11. SI deux fractions $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ ſont égales ou n'ont qu'une même valeur ; les deux termes de l'une ſont proportionels aux deux termes de l'autre. Car la

b. 6. 1ere $\frac{a}{b}$ contient 1 comme [b] le numérateur a ſon dénominateur b ; & l'autre $\frac{z}{y}$ contient pareillement 1, comme [b] le numérateur z ſon dénominateur y. Mais les fractions égales $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ contiennent également l'unité. Et par con-

c. 36. 7. ſéquent le numérateur a contient ſon dénominateur b, comme [c] l'autre z

d. 37. 7. ſon dénominateur y. Et les termes a & b ſont [d] proportionels aux deux z & y. Les termes 2 & 3 de la fraction $\frac{2}{3}$ ſont proportionels aux deux 4 & 6 de la fraction $\frac{4}{6}$ qui a même valeur.

$$\begin{cases} \frac{a}{b}\propto\frac{z}{y}. \\ \frac{2}{3}\propto\frac{4}{6}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.1::a.b. \\ \frac{2}{3}.1::2.3. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{z}{y}.1::z.y. \\ \frac{4}{6}.1::4.6. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b}.1::\frac{z}{y}.1. \\ \frac{2}{3}.1::\frac{4}{6}.1. \end{cases} \quad \begin{cases} a.b::z.y. \\ 2.3::4.6. \end{cases}$$

VII COROLLAIRE.

12. LEs proportions des nombres ou des grandeurs, ou les égalitez de leurs diviſions, ou les égalitez des fractions ou des grandeurs

b. 10 & 11. rompuës n'expriment ou ne ſignifient ſous différens noms [b] que les mêmes choſes. Et ainſi tout ce qu'on aura démontré des unes ſera pareillement démontré [b] des autres. Et on pourra les marquer [b] indifféremment de la même ſorte, ou n'attacher qu'une ſeule & même idée à [b] leurs expreſſions différentes. 6. 3 :: 8. 4. Ou $\frac{6}{3}$ & $\frac{8}{4}$ ont la même valeur, ou $\frac{6}{3}\propto\frac{8}{4}$, ou

SCD LYON 1

l'exposant de 6 à 3 est égal à l'exposant de 8 à 4, sont diverses expressions qui ne signifient toûjours que la même chose.

Proportion $\begin{cases} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{cases}$ *ou* $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y}. \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4}. \end{cases}$ *fractions égales* $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y} \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4} \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{matrix}$ &c.

VIII COROLLAIRE.

13. Deux fractions égales n'ayant qu'une seule & même valeur; deux rapports égaux ne sont aussi qu'un [b] seul & même rapport. Et si deux fractions sont égales, les deux termes de l'une ont les mêmes exposans [c] que les deux de l'autre: Puisque ce sont des [d] rapports égaux. [b. 12.]

fractions égales ou rapports égaux $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y}. \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4}. \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{matrix}$ [c. 7. 8.] [d. 11.]

Definition.

14. Je dirai qu'une fraction ou grandeur rompuë est *réduite à son exposant*, ou *aux plus simples*, ou *aux moindres termes*; lorsqu'on aura [b] trouvé les deux exposans de ses termes.

fraction $\begin{cases} \frac{az}{bz}. \\ \frac{15}{20}. \end{cases}$ *Exposant* $\begin{cases} \frac{a}{b}. \\ \frac{3}{4}. \end{cases}$ [b. 6. 8.]

IX COROLLAIRE.

15. Toute fraction est [b] égale à son exposant. Et les fractions qui ont un même exposant, sont [c] égales entr'elles; puisque les termes de chacune sont [d] proportionels aux deux de l'exposant. [b. 10. 8.] [c. 8. 8.] [d. 1 & 10. 8.]

fraction $\begin{cases} \frac{az}{bz}. \\ \frac{15}{20}. \end{cases}$ *Exposant* $\begin{cases} \frac{a}{b} \begin{cases} \frac{az}{bz} \propto \frac{a}{b}. \\ \frac{15}{20} \propto \frac{3}{4}. \end{cases} \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} az.bz::a.b. \\ 15.20::3.4. \end{matrix}$ $\begin{cases} \frac{az}{bz} \propto \frac{a}{b} \propto \frac{ay}{by}. \\ \frac{15}{20} \propto \frac{3}{4} \propto \frac{21}{28}. \end{cases}$

X COROLLAIRE ET PROBLEME II.

16. *Pour réduire une fraction aux plus simples ou aux moindres termes. Ou pour en trouver l'exposant.*

On prend les deux [b] exposans de ses termes. Et la question est resoluë. [b. 6. 8.]

Premier exemple.

Pour trouver l'exposant de $\frac{40}{60}$. Je prends le plus grand diviseur [b] commun 20 des deux termes 40 & 60. Et divisant l'un & l'autre par 20, l'exposant 2 est le premier terme, & l'autre 3 le second de la fraction $\frac{2}{3}$ qui est l'exposant de $\frac{40}{60}$. [b. 6. 8. & 42. 6.]

fraction $\frac{40}{60}$. (*Diviser* 40 *&* 60 *par* 20. (*Exposans* 2 *&* 3. (*Exposant* $\frac{2}{3} \propto \frac{40}{60}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver l'exposant de 160 pieds à 224 pieds. Je cherche leur me-
b. 42. 6. sure [b] commune la plus grande qui est 32 pieds. Et divisant 160 & 224 par 32, l'exposant 5 est le numérateur, & l'autre 7 le dénominateur de la fraction $\frac{5}{7}$, qui est l'exposant de la division des 160 pieds par les 224 pieds, ou qui expose qu'il y a dans 160 pieds, 5 fois la 7[e] partie de 224 pieds. $\left\{\begin{matrix}160\ pieds\\224\ pieds\end{matrix}\right.$

fraction $\frac{160}{224}$. (*Diviser* 160 *&* 224 *par* 32. (*Exposans* 5 *&* 7. (*Exposant* $\frac{5}{7} \propto \frac{160}{224}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour réduire à son exposant la fraction littérale $\frac{abc}{acd}$. Ou pour trouver l'exposant de la division d'une grandeur *abc* par une grandeur *acd*. Je di-
b. 43. 6. vise l'une & l'autre des grandeurs *abc* & *acd* par leur plus grand [b] diviseur commun *ac*. Et le premier exposant *b* est le numérateur & l'autre *d* le dénominateur de la fraction $\frac{b}{d}$, qui est l'exposant de la proposée $\frac{abc}{acd}$.

fraction $\frac{abc}{acd}$. *Diviser abc & acd par ac.* (*Exposans b. d.* (*Exposant* $\frac{b}{d} \propto \frac{abc}{acd}$.

Et pour trouver l'exposant de la fraction $\frac{a^3b}{aac}$ ou de la division de la gran-
b. 43. 6. deur a^3b par l'autre *aac*. Je divise a^3b & *aac* par leur plus grand [b] diviseur commun. Et l'exposant *ab* est le premier terme, & l'autre *c* le second de la fraction $\frac{ab}{c}$ qui est l'exposant de l'autre $\frac{a^3b}{aac}$ qu'on a proposée.

fraction $\frac{a^3b}{aac}$. (*Diviser* $1a^3b$ *& aac par aa.* (*Exposans ab. c.* (*Exposant* $\frac{ab}{c} \propto \frac{a^3b}{aac}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'exposant de la division d'une grandeur $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$ par une grandeur $ooppz^4 + 4mp^3z^4$, ou l'exposant du rapport qu'elles ont entr'elles, ou de la fraction $\frac{a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p}{ooppz^4 + 4mp^3z^4}$. Je divise chaque grandeur
b. 43. 6. ou chacun des deux termes par leur plus [b] grand diviseur commun $oo + 4mp$. Et les deux exposans a^6ccmm & ppz^4 sont l'un le premier terme, & l'autre le second de la fraction ou de l'exposant $\frac{a^6ccmm}{ppz4}$ qu'on cherche.

fraction $\frac{a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p}{ooppz^4 + 4mp^3z^4}$. *plus grand diviseur commun des termes* $\left\{\begin{matrix}oo + 4mp.\ (Expos.\ \frac{a^6ccmm}{ppz^4}.\end{matrix}\right.$

XI COROLLAIRE ET PROBLEME III.

17. *POur donner à deux rapports ou fractions un commun dénominateur sans changer leur valeur.*

On multiplie le numérateur de chacune par le dénominateur de l'autre.

SCD LYON 1

Comme si les fractions sont $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$; on multiplie a par y, & b par z : Ce qui donne les deux nouveaux numerateurs ay & bz. Et ensuitte on prend pour leur commun dénominateur un produit zy des deux dénominateurs z & y. Et les fractions nouvelles $\frac{ay}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$ satisfont [b] au problême. Parcequ'elles ont [c] déja un commun dénominateur zy; & que les termes ay & zy de la premiére $\frac{ay}{zy}$ sont [d] proportionels aux termes a & z de la premiére $\frac{a}{z}$. De sorte que ces deux fractions sont égales. Et la seconde $\frac{bz}{zy}$ est [b] pareillement égale [d] à la seconde $\frac{b}{y}$ par la même raison.

b. 10.
c. 17.
d. 1. 8.

fractions $\begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} \cdot \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \end{cases}$ 1ere *Prop.* $\begin{cases} a.z::ay.zy. \\ 3.4::21.28. \end{cases}$ 2e $\begin{cases} b.y::bz.yz. \\ 2.7::8.28. \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{a}{z} \propto \frac{ay}{zy} \cdot \frac{b}{y} \propto \frac{bz}{zy} \cdot \\ \frac{3}{4} \propto \frac{21}{28} \cdot \frac{2}{7} \propto \frac{8}{28} \cdot \end{cases}$

Premier exemple.

Pour trouver deux fractions égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à $\frac{5}{6}$, & qui aient un dénominateur commun. Je dis : 3 fois 6 font 18, & 5 fois 4 font 20. Et 4 fois 6 font 24. Et les fractions $\frac{18}{24}$ & $\frac{20}{24}$, dont 24 est le dénominateur commun, sont égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à $\frac{5}{6}$.

Proposées $\frac{3}{4}$ *&* $\frac{5}{6}$.
Leurs égales $\frac{18}{24}$ *&* $\frac{20}{24}$.

Second exemple.

Pour trouver deux fractions égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à 5, qui aient un même dénominateur. Je considére 5 comme une fraction dont 1 est le dénominateur; ce qui ne change en rien sa valeur, puisque 5 est toûjours l'exposant de 5 à 1, ou de 5 divisé par 1. Et je dis 3 fois 1 font 3, & 5 fois 4 font 20, & 4 fois 1 font 4. Et les fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{20}{4}$, dont 4 est le commun dénominateur, sont l'une la même que $\frac{3}{4}$ qu'on propose, & l'autre égale à la fraction $\frac{5}{1}$ ou au nombre entier 5.

Proposées $\frac{3}{4}$ *&* $\frac{5}{1}$.
Leurs égales $\frac{3}{4}$ *&* $\frac{20}{4}$.

XII Corollaire et Probleme IV.

18. *Pour donner aux fractions ou rapports* $\frac{A}{Z}$ *&* $\frac{B}{Y}$ *le moindre dénominateur commun qu'elles puissent avoir sans changer leur valeur.*

On réduira la premiére $\frac{A}{Z}$ à ſon expoſant $\frac{a}{z}$, & la ſeconde $\frac{B}{Y}$ au ſien $\frac{b}{y}$. Et prenant le moindre produit g que z & y meſurent chacun au juſte, on en fera le commun dénominateur. Et diviſant enſuitte ce même dénominateur g par z, & par y; on multipliera le premier expoſant d par le premier numérateur a, & l'autre expoſant e par le ſecond numérateur b. Et ad ſera le premier des deux numérateurs nouveaux, & be le ſecond.

b. 18. 2. Car g & dz & ey ſont [b] égaux. Et les fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{ad}{dz}$ par conſéquent

c. 15. 2. les [c] mêmes; comme auſſi [c] les deux $\frac{be}{g}$ & $\frac{be}{ey}$. Mais les trois $\frac{ad}{dz}$ & $\frac{a}{z}$ & $\frac{A}{Z}$

d. 1. 8. & 15. 9. ſont [d] égales. Et pareillement les [d] trois $\frac{be}{ey}$ & $\frac{b}{y}$ & $\frac{B}{Y}$. Et toute fraction égale à la premiére $\frac{A}{Z}$ ne peut avoir pour termes que les deux [c] mêmes a & z multipliez chacun par un certain nombre, qui eſt le plus grand diviſeur

c. 12. 9. & 10. 8. commun des deux termes; ni toute fraction égale à l'autre $\frac{B}{Y}$ que [e] les produits des expoſans b & y par le plus grand diviſeur commun des deux termes de cette fraction nouvelle. D'où il s'enſuit que les termes z & y ſont

f. *ſuppoſition.* l'un & l'autre un diviſeur du dénominateur commun que l'on cherche. Comme donc g eſt [f] le moindre produit que z & y meſurent; il ne peut jamais ſurpaſſer le commun dénominateur qu'on cherche. Et par conſéquent il eſt luy-même ce dénominateur commun. Et les rapports ou fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{be}{g}$ ſatisfont au problême. Les exemples éclairciront les régles.

Propoſées $\left\{\begin{matrix} \frac{A}{Z}. & \frac{B}{Y}. \\ \frac{15}{20}. & \frac{30}{36}. \end{matrix}\right.$ *Expoſans* $\left\{\begin{matrix} \frac{a}{z}. & \frac{b}{y}. \\ \frac{3}{4}. & \frac{5}{6}. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} 1g. \\ 12. \end{matrix}\right.$ *le moindre que meſurent* $\begin{matrix} z. & y. \\ 4. & 6. \end{matrix}$

Diviſions $\left\{\begin{matrix} \frac{g}{z} \propto d. & \frac{g}{y} \propto e. \\ \frac{12}{4} \propto 3. & \frac{12}{6} \propto 2. \end{matrix}\right.$ *fractions cherchées* $\left\{\begin{matrix} \frac{ad}{g} \propto \frac{ad}{dz}. & \frac{be}{g} \propto \frac{be}{ey}. \\ \frac{9}{12} \propto \frac{9}{12}. & \frac{10}{12} \propto \frac{10}{12}. \end{matrix}\right.$

PREMIER EXEMPLE.

Pour donner aux fractions $\frac{4}{6}$ & $\frac{10}{16}$ le moindre dénominateur commun que l'on puiſſe ſans changer leurs valeurs. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{2}{3}$, & la ſeconde au ſien qui eſt $\frac{5}{8}$. Je cherche enſuitte le moindre nombre 24, que les dénominateurs 3 & 8 puiſſent meſurer au juſte; & j'en fais le dénominateur commun. Et diviſant ce dénominateur par 3, & par 8; le premier des expoſans eſt 8, que je multiplie par le premier numérateur 2: & l'autre expoſant eſt 3, que je multiplie par le ſecond nu-

SCD LYON 1

mérateur 5. Et les deux produits 16 & 15 ſont les nouveaux numérateurs des fractions $\frac{16}{24}$ & $\frac{15}{24}$; qui ſont égales, l'une à $\frac{2}{3}$ ou à $\frac{4}{6}$; & l'autre à $\frac{5}{8}$ ou à $\frac{10}{16}$, & qui réſolvent la queſtion.

Fractions propoſées $\frac{4}{6}$. $\frac{10}{16}$. (*Expoſans* $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{8}$. 24 *le moindre que* 3 *&* 8 *meſurent.*

Diviſer 24 *par* 3 *&* *par* 8. (*Expoſans* 8 *&* 3. (*fractions cherchées* $\frac{16}{24}$. $\frac{15}{24}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour donner aux fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{10}$ le moindre dénominateur commun que l'on puiſſe ſans changer leur valeur. Comme chacune n'a point d'expoſant qu'elle-même, étant déja réduite aux moindres termes; je prens pour commun dénominateur le moindre produit 20, que 4 & 10 meſurent. Et diviſant enſuitte 20 par 4, & par 10; les expoſans ſont 5, & 2. Et le premier 5 étant multiplié par le numérateur 3 donne 15, & l'autre 2 étant multiplié par le numérateur 7 donne 14. Et les fractions $\frac{15}{20}$ & $\frac{14}{20}$ ſont celles que je cherche.

Fractions propoſées $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{10}$. (*Expoſans* $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{10}$. (20 *le moindre que* 4 *&* 10 *meſurent.*

Diviſer 20 *par* 4 *&* *par* 10. (*Expoſans* 5 *&* 2. (*fractions cherchées* $\frac{15}{20}$. $\frac{14}{20}$.

XIII COROLLAIRE ET PROBLEME V.

19. *POur donner à pluſieurs fractions un dénominateur commun ſans changer leur valeur.*

Comme pour en donner un aux trois fractions $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$. On multipliera le numérateur de chacune par le produit de tous les dénominateurs des autres; *a* par *yx*, & *b* par *zx*, & *c* par *zy*. Ce qui donne *ayx* pour le premier des numérateurs qu'on cherche, & *bzx* pour le ſecond, & *czy* pour le troiſiéme. Et on prendra enſuitte pour le dénominateur commun un produit *zyx* de tous les dénominateurs. Et les fractions nouvelles réſoudront [b] le problême. Puiſqu'elles ont un même dénominateur *zyx*, & que leurs termes ont un même rapport [c] que ceux des fractions propoſées priſes dans un même ordre; les deux *ayx* & *zyx* un même que les deux *a* & *z*; & les deux *bzx* & *zyx* un même que les deux *b* & *y*; & les deux *czy* & *zyx* un même que les deux *c* & *x*.

b. 10.

c. 1. 8.

Fractions propoſées $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\ \frac{b}{y}.\ \frac{c}{x}.\\ \frac{2}{3}.\ \frac{4}{11}.\ \frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ayx}{zyx}.\ \frac{bzx}{zyx}.\ \frac{czy}{zyx}.\\ \frac{154}{231}.\ \frac{84}{231}.\ \frac{40}{231}.\end{matrix}\right.$ *cherchées.*

$\left\{\begin{matrix}a.z::ayx.zyx.\\ 2.3::154.231.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.\ y::bzx.zyx.\\ 4.11::84.231.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.x::czy.zyx.\\ 5.7::40.231.\end{matrix}\right.$

EXEMPLE.

Pour donner aux fractions $\frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{5}{2}$, un dénominateur commun sans changer leur valeur. Je multiplie le premier numérateur 3 par le produit 14 des dénominateurs 7 & 2; & le second numérateur 2 par le produit 8 des dénominateurs 4 & 2; & le troisiéme numérateur 5 par le produit 28 des dénominateurs 4 & 7. Et je prens le produit 56 des trois dénominateurs 4, 7, 2, pour dénominateur commun des trois nouveaux numérateurs 42, 16, 140. Et les fractions $\frac{42}{56}, \frac{16}{56}, \frac{140}{56}$, dont 56 est le commun dénominateur, sont égales l'une à $\frac{3}{4}$, l'autre à $\frac{2}{7}$, & la derniére à $\frac{5}{2}$.

Fractions proposées $\frac{3}{4}. \frac{2}{7}. \frac{5}{2}.$ (*Leurs égales* $\frac{42}{56}. \frac{16}{56}. \frac{140}{56}.$ *cherchées.*

XIV COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

20. *ET pour donner à plusieurs fractions ou rapports* $\frac{A}{Z}, \frac{B}{Y}, \frac{C}{X}$, *le moindre dénominateur commun que l'on puisse sans changer leur valeur.*

b. 16. c. 49. 6. On les [b] réduit à leurs exposans $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$. Et prenant [c] le moindre produit g que puissent mesurer les dénominateurs z, y, x, on en fera le dénominateur commun. Et le divisant ensuitte par z, & par y, & par x; on multipliera le premier exposant d par le premier numérateur a, & le second exposant e par le second numérateur b, & le troisiéme exposant f par le troisiéme numérateur c. Et les produits ad, be, cf, seront les numérateurs des fractions nouvelles $\frac{ad}{g}, \frac{be}{g}, \frac{cf}{g}$, qui doivent satisfaire au problême.

d. 18. 1. & 15. 2. Car g, dz, ey, fx, ont [d] une même valeur, & par conséquent les fractions $\frac{ad}{g}, \frac{be}{g}, \frac{cf}{g}$, sont les mêmes que les fractions $\frac{ad}{dz}, \frac{be}{ey}, \frac{cf}{fx}$, qui sont

e. 10. f. 14. 1. égales [e] aux trois $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$, ou à leurs [f] égales $\frac{A}{Z}, \frac{B}{Y}, \frac{C}{X}$, prises dans un même ordre. Et ainsi les fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{A}{Z}$ sont égales, & les deux $\frac{be}{g}$ & $\frac{B}{Y}$ pareillement égales, & les deux $\frac{cf}{g}$ & $\frac{C}{X}$ encore égales entr'elles. Mais toute fraction égale à la premiere $\frac{A}{Z}$ doit avoir pour ses termes les deux exposans [g] même a & z multipliez par la même grandeur. Et toute égale à la seconde $\frac{B}{Y}$ doit pareillement [g] avoir pour ses termes les deux exposans b & y multipliez par une même grandeur. Et toute égale à la troisiéme $\frac{C}{X}$

g. 12. 9. & 10. 8.

doit

doit avoir aussi pour ses termes g les deux exposans c & x multipliez par une même grandeur. D'où il est clair que le dénominateur commun des fractions que l'on cherche doit estre divisible par chacun des trois z, y, x. Comme donc g est la moindre grandeur h que chacune des trois z, y, x, puisse diviser; elle est le dénominateur même des fractions que l'on cherche. Et les trois $\frac{ad}{g}$, $\frac{be}{g}$, $\frac{cf}{g}$, satisfont au problème. g. 12. 9. & 10. 11. h. *supposition.*

Fractions proposées $\left\{\begin{matrix}\frac{A}{Z}\cdot\frac{B}{Y}\cdot\frac{C}{X}\cdot\\ \frac{15}{20}\cdot\frac{30}{36}\cdot\frac{4}{9}\cdot\end{matrix}\right.$ *Exposans* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\cdot\frac{b}{y}\cdot\frac{c}{x}\cdot\\ \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{9}\cdot\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}1g\\36\end{matrix}\right.$ *le moindre que mesurent* $\begin{matrix}z.\ y.\ x.\\4.\ 6.\ 9.\end{matrix}$

Divisions $\left\{\begin{matrix}\frac{g}{z}\propto d.\ \frac{g}{y}\propto e.\ \frac{g}{x}\propto f.\\ \frac{36}{4}\propto 9.\ \frac{36}{6}\propto 6.\ \frac{36}{9}\propto 4.\end{matrix}\right.$ *fractions cherchées* $\left\{\begin{matrix}\frac{ad}{g}\propto\frac{ad}{dz}\cdot\frac{be}{g}\propto\frac{be}{ey}\cdot\frac{cf}{g}\propto\frac{cf}{fx}\cdot\\ \frac{27}{36}\propto\frac{27}{36}\cdot\frac{30}{36}\propto\frac{30}{36}\cdot\frac{16}{36}\propto\frac{16}{36}\cdot\end{matrix}\right.$

Exemple.

Pour donner aux fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{6}$, le moindre dénominateur commun qu'elles puissent avoir sans changer leur valeur. Je réduis seulement $\frac{6}{8}$ à son exposant $\frac{3}{4}$, parceque chaque autre n'a point d'exposant qu'elle-même. Et je prens pour dénominateur commun le nombre 84, ou le moindre que chacun des dénominateurs 2, 4, 7, 6, puisse mesurer au juste. Et divisant 84 par chacun des nombres 2, 4, 7, 6; je trouve les quatre exposans 42, 21, 12, 14. Et je multiplie le premier 42 par le premier numérateur 1, & le second 21 par le second numérateur 3, & le troisiéme 12 par le troisiéme numérateur 2, & le quatriéme 14 par le quatriéme numérateur 5; & les fractions nouvelles, dont les produits 42, 63, 24, 70, sont les numérateurs, & 84 le dénominateur commun, sont celles que je cherche.

Proposées $\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{6}\cdot$ (*Exposans* $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{6}\cdot$ (84 *le moindre que mesurent* 2. 4. 7. 6.

Divisions $\frac{84}{2}\propto 42.\ \frac{84}{4}\propto 21.\ \frac{84}{7}\propto 12.\ \frac{84}{6}\propto 14.$ (*cherchées* $\frac{42}{84}\cdot\frac{63}{84}\cdot\frac{24}{84}\cdot\frac{70}{84}\cdot$

XV COROLLAIRE.

21. Si deux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{z}$ ont un même conséquent, ou un dénominateur commun z; leur rapport est le même que celuy des antécédens ou des numérateurs a & b. Car la premiére $\frac{a}{z}$ & 1 sont entr'elles comme b les termes a & z. Et $\frac{b}{z}$ & 1 pareillement entr'elles b comme les termes b & z. Et par des changemens alternes, le rapport est le c même entre $\frac{a}{z}$ & a qu'entre 1 & z. Et le même aussi par la même raison c entre $\frac{b}{z}$ & b b. 6. c. 47. 7.

SCD LYON 1

qu'entre 1 & z. Et par égalité encore [d] le même entre $\frac{a}{z}$ & a qu'entre $\frac{b}{z}$ & b. Ou par un changement alterne le [c] même entre $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{z}$ qu'entre les numérateurs a & b.

$$\begin{cases} \frac{a}{z}.\,1::a.\,z. \\ \frac{2}{5}.\,1::2.\,5. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{b}{z}.\,1::b.\,z. \\ \frac{3}{5}.\,1::3.\,5. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{z}.\,a::1.\,z::\frac{b}{z}.\,b. \\ \frac{2}{5}.\,2::1.5::\frac{3}{5}.\,3. \end{cases} \quad \text{Donc} \begin{cases} \frac{a}{z}.\frac{b}{z}::a.\,b. \\ \frac{2}{5}.\frac{3}{5}::2.3. \end{cases}$$

1ere Proport. 2e Proport. Alternes & par égalité Alterne.

XVI COROLLAIRE.

22. DEux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ ont un même rapport que les produits ay & bz, l'un des deux extrêmes a & y, & l'autre des moyens b & z. Car les rapports ou fractions $\frac{ay}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$, qui ont ces deux produits pour numérateurs, & le produit zy pour dénominateur, ont entr'elles un même rapport [b] que les numérateurs ay & bz. Mais les fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ sont [c] égales l'une à la fraction $\frac{ay}{zy}$, & l'autre à la fraction $\frac{bz}{zy}$. Et par conséquent leur rapport est [d] aussi le même que celuy des produits ay & bz, l'un des extrêmes, & l'autre des moyens.

b. 21. c. 17. d. 52. 7.

$$\begin{cases} \frac{a}{z} \propto \frac{ay}{zy}. \\ \frac{2}{5} \propto \frac{8}{20}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{b}{y} \propto \frac{bz}{zy}. \\ \frac{3}{4} \propto \frac{15}{20}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{ay}{zy}.\frac{bz}{zy}::ay.\,bz. \\ \frac{8}{20}.\frac{15}{20}::8.15. \end{cases} \quad \text{Donc} \begin{cases} \frac{a}{z}.\frac{b}{y}::ay.\,bz. \\ \frac{2}{5}.\frac{3}{4}::8.15. \end{cases}$$

XVII COROLLAIRE.

23. DEux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{a}{y}$ qui ont un même antécédent ou numérateur a, ont un même rapport que leurs dénominateurs y & z pris dans un ordre renversé. Car la premiére est à la seconde comme [b] le produit ay des extrêmes a & y est au produit az des deux moyens z & a, ou comme [c] le second dénominateur y est au premier z.

b. 22. c. 1. 8.

$$\text{Proportion} \begin{cases} \frac{a}{z}.\frac{a}{y}::ay.\,az::y.z. \\ \frac{2}{5}.\frac{2}{3}::6.10::3.5. \end{cases}$$

XVIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

24. *POur trouver tous les rapports alternatifs qui sont entre plusieurs rapports ou fractions.*

On donne [b] aux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$, $\frac{d}{v}$, un même conséquent ou dénominateur $zyxv$ sans changer leur valeur. Et les rapports alternatifs des nouveaux antécédens ou numérateurs $ayxv$, $bzxv$, $czyv$,

b. 19.

SCD LYON 1

dzyx ſont ceux mêmes qu'on cherche : parce que les fractions nouvelles ſont égales [b] aux propoſées, chacune à chacune, & dans un même ordre, & qu'elles ont entr'elles les mêmes rapports [c] alternatifs que leurs numérateurs *ayxv*, *bzxv*, *czyv*, *dzyx*. b. 19. c. 21.

Fractions propoſées $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.&\frac{b}{y}.&\frac{c}{x}.&\frac{d}{v}.\\ \frac{1}{2}.&\frac{3}{4}.&\frac{5}{7}.&\frac{2}{3}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ayxv}{zyxv}.&\frac{bzxv}{zyxv}.&\frac{czyv}{zyxv}.&\frac{dzyx}{zyxv}.\\ \frac{84}{168}.&\frac{126}{168}.&\frac{120}{168}.&\frac{112}{168}.\end{matrix}\right.$

Rapports alternatifs.

1er $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\frac{b}{y}::\frac{ayxv}{zyxv}.\frac{bzxv}{zyxv}::\\ \frac{1}{2}.\frac{3}{4}::\frac{84}{168}.\frac{126}{168}::\end{matrix}\right.$ *ayxv. bzxv.* 84. 126.

2d $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\frac{c}{x}::\frac{ayxv}{zyxv}.\frac{czyv}{zyxv}::\\ \frac{1}{2}.\frac{5}{7}::\frac{84}{168}.\frac{120}{168}::\end{matrix}\right.$ *ayxv. czyv.* 84. 120.

3e $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\frac{d}{v}::\frac{ayxv}{zyxv}.\frac{dzyx}{zyxv}::\\ \frac{1}{2}.\frac{2}{3}::\frac{84}{168}.\frac{112}{168}::\end{matrix}\right.$ *ayxv. dzyx.* 84. 112.

4e $\left\{\begin{matrix}\frac{b}{y}.\frac{c}{x}::\frac{bzxv}{zyxv}.\frac{czyv}{zyxv}::\\ \frac{3}{4}.\frac{5}{7}::\frac{126}{168}.\frac{120}{168}::\end{matrix}\right.$ *bzxv. czyv.* 126. 120.

5e $\left\{\begin{matrix}\frac{b}{y}.\frac{d}{v}::\frac{bzxv}{zyxv}.\frac{dzyx}{zyxv}::\\ \frac{3}{4}.\frac{2}{3}::\frac{126}{168}.\frac{112}{168}::\end{matrix}\right.$ *bzxv. dzyx.* 126. 112.

6e $\left\{\begin{matrix}\frac{c}{x}.\frac{d}{v}::\frac{czyv}{zyxv}.\frac{dzyx}{zyxv}::\\ \frac{5}{7}.\frac{2}{3}::\frac{120}{168}.\frac{112}{168}::\end{matrix}\right.$ *czyv. dzyx.* 120. 112.

XIX COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

25. *POur trouver les moindres termes dont les rapports alternatifs ſoient ceux des fractions ou des rapports qu'on aura propoſé.*

On donnera aux fractions ou rapports $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$, que l'on propoſe, un commun [b] dénominateur ſans changer leur valeur, ou ſelon les régles du problême cinquiéme, ou ſelon celles du problême ſixiéme. Et conſidérant les fractions nouvelles, ou les rapports qu'on exprime autrement; on diviſera tous les antécédens ou numérateurs nouveaux *ayx*, *bzx*, *czy*, ou les nouveaux *ad*, *be*, *cf*, par leur [c] plus grand diviſeur commun. Et les expoſans *h*, *i*, *k*, ſeront les moindres termes qui réſoudront le problême : parce qu'ils ſeront [d] premiers entr'eux, & que leurs rapports alternatifs ſeront auſſi ceux [e] des termes diviſez, qui ſont déja les alternatifs [f] des rapports ou fractions qu'on propoſe. b. 19 ou 20. c. 45. 6. d. 47. 6. e. 2. 8. f. 21.

Propoſées $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.&\frac{b}{y}.&\frac{c}{x}.\\ \frac{3}{5}.&\frac{9}{20}.&\frac{6}{35}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ayx}{zyx}.&\frac{bzx}{zyx}.&\frac{czy}{zyx}.\\ \frac{2100}{3500}.&\frac{1575}{3500}.&\frac{600}{3500}.\end{matrix}\right.$ *Ou* $\left\{\begin{matrix}\frac{ad}{g}.&\frac{be}{g}.&\frac{cf}{g}.\\ \frac{84}{140}.&\frac{63}{140}.&\frac{24}{140}.\end{matrix}\right.$

Expoſans des numérateurs $\left\{\begin{matrix}h.&i.&k.\\ 28.&21.&8.\end{matrix}\right.$ 1ere *Proportion* $\left\{\begin{matrix}ayx.&bzx::&ad.&be::&h.&i.\\ 2100.&1575::&84.&63::&28.&21.\end{matrix}\right.$

2e $\left\{\begin{matrix}ayx.&czy::&ad.&cf::&h.&k.\\ 2100.&600::&84.&24::&28.&8.\end{matrix}\right.$ 3e $\left\{\begin{matrix}bzx.&czy::&be.&cf::&i.&k.\\ 1575.&600::&63.&24::&21.&8.\end{matrix}\right.$

XX COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

26. *Pour ajoûter pluſieurs fractions enſemble, ou pour trouver leur ſomme.*

On leur donne un commun dénominateur [b] ſans changer leur valeur. Et ajoûtant enſemble les numérateurs nouveaux, on ſouſcrit à la ſomme leur commun dénominateur. Comme ſi l'on propoſe les fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$; leur ayant donné un commun dénominateur ſans changer leur valeur, on ajoûtera enſemble les deux nouveaux numérateurs ay & bz, & on ſouſcrira à leur ſomme $ay+bz$ leur commun dénominateur zy. Et la fraction $\frac{ay+bz}{zy}$ ſera la ſomme que l'on cherche. Car toutes les fractions nouvelles enſemble & une ſeule d'entr'elles comme $\frac{ay}{zy}$ ont un même rapport [c] que les nouveaux antécédens enſemble & le ſeul antécédent ay. Comme donc $\frac{ay+bz}{zy}$ & $\frac{ay}{zy}$ ont un même rapport [c] que tous les antécédens enſemble ay & bz & le ſeul ay; la fraction $\frac{ay+bz}{zy}$ eſt néceſſairement la ſomme qu'on demande.

b. 19 ou 20.

c. 21.

Fractions propoſées $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\frac{b}{y}.\\ \frac{2}{3}.\frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay}{zy}.\frac{bz}{zy}.\\ \frac{14}{21}.\frac{15}{21}.\end{matrix}\right.$ *Somme* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay+bz}{bz}.\\ \frac{29}{21}\text{ ou }1\frac{8}{21}.\end{matrix}\right.$

PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{7}$. Je leur donne un dénominateur commun ſans changer leur valeur. Et j'ai $\frac{21}{28}$ pour $\frac{3}{4}$, & $\frac{8}{28}$ pour $\frac{2}{7}$. Et raſſemblant 21 & 8, la ſomme eſt 29; & j'écris $\frac{29}{28}$ pour la ſomme des fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{7}$. Ou ſi l'on veut diviſer 29 par 28, on aura 1 & $\frac{1}{28}$.

Propoſées $\frac{3}{4}.\frac{2}{7}.$ (*Leurs égales* $\frac{21}{28}.\frac{8}{28}.$ (*Somme* $\frac{29}{28}$ ou $1\frac{1}{28}.$

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$. Je donne aux deux premiéres un dénominateur commun 8 ou 4. Et je les ajoûte en une ſomme $\frac{10}{8}$ ou $\frac{5}{4}$. Aprés cela je donne à la ſomme $\frac{10}{8}$ ou $\frac{5}{4}$ & à la fraction $\frac{5}{6}$ qui reſte un dénominateur commun 48 ou 12 ſans changer leur valeur, & je les raſſemble encore en une ſomme $\frac{100}{48}$ ou $\frac{25}{12}$ ou $2\frac{1}{12}$, qui eſt celle des fractions propoſées priſes toutes enſemble.

SCD LYON 1

Proposées $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}.$ ($\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\infty\frac{4}{8}+\frac{6}{8}.$ (*Ou* $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\infty\frac{2}{4}+\frac{3}{4}.$ (*Somme* $\frac{10}{8}$ *ou* $\frac{5}{4}.$

($\frac{10}{8}+\frac{5}{6}\infty\frac{60}{48}+\frac{40}{48}.$ (*Ou* $\frac{5}{4}+\frac{5}{6}\infty\frac{15}{12}+\frac{10}{12}.$ *Somme* $\frac{100}{48}$ *ou* $\frac{25}{12}\infty 2\frac{1}{12}.$

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{23}{5}$, $\frac{1}{2}$. Je réduis $\frac{5}{4}$ à $1\frac{1}{4}$, & $\frac{7}{3}$ à $2\frac{1}{3}$, & $\frac{23}{5}$ à $4\frac{3}{5}$. Et réſervant les entiers 1, 2, 4, j'ajoûte les deux premiéres fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, & enſuitte leur ſomme $\frac{7}{12}$ & la fraction $\frac{3}{5}$, & aprés cela la nouvelle fraction $\frac{11}{60}$ tirée de la ſomme $\frac{71}{60}$ ou $1\frac{11}{60}$ & la fraction $\frac{1}{2}$ qui reſtoit, & la ſomme $\frac{41}{60}$ aux nombres entiers réſervez 1, 2, 4, 1. Ce qui donne enfin la ſomme entiére $8\frac{41}{60}$ des fractions propoſées.

On pourroit donner d'abord aux fractions un dénominateur commun ſans changer leur valeur, ou ſelon le problême cinquiéme, ou ſelon le ſixiéme ; ce qui eſt ſouvent le plus utile : & ajoûter enſuitte toutes les nouvelles enſemble. Mais cette operation n'eſt pas ordinairement la plus courte. Et il vaut mieux les ajoûter ſucceſſivement comme en cet éxemple. L'expérience & l'uſage, ou un peu d'adreſſe apprendront dans les rencontres quelle eſt la plus courte méthode par rapport aux fractions qu'on aura propoſées.

Proposées $\frac{5}{4}.\frac{7}{3}.\frac{23}{5}.\frac{1}{2}.$ *Ou* $1\frac{1}{4}.2\frac{1}{3}.4\frac{3}{5}.\frac{1}{2}.$ ($\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\infty\frac{3+4}{12}\infty\frac{7}{12}.$ ($\frac{7}{12}+\frac{3}{5}\infty\frac{35+36}{60}\infty 1\frac{11}{60}.$

($\frac{11}{60}+\frac{1}{2}\infty\frac{11+30}{60}\infty\frac{41}{60}.$ (*Somme entiére* $1+2+4+1+\frac{41}{60}\infty 8\frac{41}{60}.$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{5}$. Les deux premiéres $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$, ou $\frac{4}{6}$ & $\frac{5}{6}$, font $\frac{9}{6}$ ou $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$. Et les fractions $\frac{1}{2}$ & $\frac{7}{5}$ ou $\frac{5}{10}$ & $\frac{14}{10}$ font $\frac{19}{10}$ ou $1\frac{9}{10}$ à qui ajoûtant 1 qu'on avoit réſervé, la ſomme entiére eſt $2\frac{9}{10}$.

Proposées $\frac{2}{3}.\frac{5}{6}.\frac{7}{5}.$ ($\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\infty\frac{4}{6}+\frac{5}{6}\infty\frac{9}{6}\infty\frac{3}{2}\infty 1\frac{1}{2}.$ ($\frac{1}{2}+\frac{7}{5}\infty\frac{5+14}{10}\infty 1\frac{9}{10}.$

(*Somme entiére* $1+1+\frac{9}{10}\infty 2\frac{9}{10}.$

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les fractions $\frac{a+b}{c-d}$ & $\frac{a-e}{d+e}$. Je multiplie le pre-

mier numérateur $a+b$ par le second dénominateur $d+e$, & le second numérateur $a-e$ par le premier dénominateur $c-d$, & ajoûtant ensemble les produits, je souscris à leur somme $bd+ae+be+ac-ce+de$ un produit $cd+ce-dd-de$ du premier dénominateur $c-d$ par l'autre $d+e$. Et la fraction $\frac{bd+ae+be+ac-ce+de}{cd+cc-dd-de}$ est la somme qu'on cherche.

Proposées $\frac{a+b}{c-d}\cdot\frac{a-e}{d+e}$. *Leurs égales* $\frac{ad+ae+bd+be}{cd+ce-dd-de}\cdot\frac{ac-ad-ce+de}{cd+ce-dd-de}$.

(*Somme entière* $\frac{ae+bd+be+ac-ce+de}{cd+ce-dd-de}$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour avoir la somme des fractions $\frac{b+2c-e}{a-b}$ & $\frac{x-z}{b-c+e}$. Ayant pris pour numérateur la somme des produits de $b+2c-e$ par $b-c+e$ & de $x-a$ par $a-b$, & pour dénominateur le produit des deux $a-b$ & $b-c+e$, la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee+ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ résoudra la question.

$\frac{b+2c-e}{a-b}\cdot\frac{x-a}{b-c+e}$. (*Leurs égales* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee}{ab-ac+ae-bb+bc-be}\cdot\frac{ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

Somme entière $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee+ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

XXI COROLLAIRE ET PROBLEME X.

27. *POur ôter une fraction d'une autre ou un rapport d'un autre. Ou pour trouver leur différence.*

Comme pour ôter le rapport ou la fraction $\frac{b}{y}$ de l'autre $\frac{a}{z}$. On leur donb. 19 ou 20. ne un commun [b] dénominateur sans changer leur valeur. Et ôtant le nouveau numérateur bz de l'autre ay, on souscrit au reste $ay-bz$ le dénominateur commun zy. Et la fraction $\frac{ay-bz}{zy}$ est le reste ou la différence qu'on cherche; parcequ'elle comprend au juste toutes les parties dénommées dans $\frac{ay}{zy}$ moins toutes celles qui le sont dans $\frac{bz}{zy}$, & qu'ainsi elle a une même c. 10. 1. valeur [c] que la fraction $\frac{a}{z}$ moins l'autre $\frac{b}{y}$.

Fractions proposées $\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot\frac{b}{y}.\\ \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}.\end{cases}$ *Leurs égales* $\begin{cases}\frac{ay}{zy}\cdot\frac{bz}{zy}.\\ \frac{21}{28}\cdot\frac{20}{28}.\end{cases}$ *Reste* $\begin{cases}\frac{ay-bz}{zy}.\\ \frac{21-20}{28}\text{ ou }\frac{1}{28}.\end{cases}$

PREMIER EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{4}$. Je leur donne un dénominateur commun 28 sans

changer leur valeur. Et ôtant ensuitte le nouveau numérateur 8 du nouveau 21, j'écris $\frac{13}{28}$ pour le reste ou la différence.

Fractions proposées $\frac{3}{4}.\frac{2}{7}$. (*Leurs égales* $\frac{21}{28}.\frac{8}{28}$. (*Reste* $\frac{3}{4}-\frac{2}{7} \propto \frac{21-8}{28} \propto \frac{13}{28}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour juger quel est le plus grand rapport, ou de 5 à 7, ou de 8 à 11; & de combien le plus grand surpasse le moindre. Je leur donne un dénominateur commun sans changer leur valeur. Ce qui me donne $\frac{55}{77}$ pour le premier $\frac{5}{7}$, & $\frac{56}{77}$ pour l'autre $\frac{8}{11}$, qui doit par conséquent surpasser le premier. Et l'excez est $\frac{1}{77}$.

Rapports proposez $\frac{5}{7}.\frac{8}{11}$. (*Leurs égaux* $\frac{55}{77}.\frac{56}{77}$. (*Excez* $\frac{-55+56}{77} \propto \frac{1}{77}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{3}{4}$ de $5\frac{1}{6}$. Je réduits $5\frac{1}{6}$ en fraction, en multipliant 5 par 6, ce qui donne $\frac{31}{6}$, dont pour ôter $\frac{3}{4}$, je donne à ces deux $\frac{31}{6}$ & $\frac{3}{4}$ le moindre dénominateur commun 12 qu'elles peuvent avoir sans changer leur valeur. Et ôtant le nouveau numérateur 9 de l'autre 62, le reste est 53. Et l'excez ou la différence qu'on cherche est $\frac{53}{12}$ ou $4\frac{5}{12}$.

Fractions proposées $5\frac{1}{6}.\frac{3}{4}$. (*Leurs égales* $\frac{31}{6}.\frac{3}{4}$. *Ou* $\frac{62}{12}.\frac{9}{12}$. (*Reste* $\frac{62-9}{12} \propto \frac{53}{12} \propto 4\frac{5}{12}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ des fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{6}{7}$. Je prens la somme $\frac{9}{6}$ ou $\frac{3}{2}$ des deux fractions $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$, & la somme $\frac{45}{28}$ des deux $\frac{3}{4}$ & $\frac{6}{7}$. Et j'ôte $\frac{3}{2}$ ou $\frac{42}{28}$ de $\frac{45}{28}$. Et le reste $\frac{3}{28}$ est l'excez que je cherche.

$\frac{3}{4}+\frac{6}{7} \propto \frac{21+24}{28} \propto \frac{45}{28}$. ($\frac{2}{3}+\frac{5}{6} \propto \frac{4+5}{6} \propto \frac{9}{6} \propto \frac{3}{2} \propto \frac{42}{28}$. ($\frac{45-42}{28} \propto \frac{3}{28}$.

CINQUIEM EEXEMPLE.

Pour ôter la fraction $\frac{a-e}{d+e}$ d'une autre $\frac{a+b}{c-d}$. J'ôte le produit du numérateur $a-e$ par le dénominateur $c-d$ de l'autre produit du numérateur $a+b$ par le dénominateur $d+e$. Et je souscris au reste le produit du déno-

SCD LYON 1

minateur $d+e$ par l'autre $c-d$. Et la fraction $\frac{2ad+bd+ae+be-ac+ce-de}{cd+ce-dd-de}$ est le reste ou la différence qu'on cherche.

Proposées $\frac{a+b}{c-d}\cdot\frac{a-e}{d+e}\cdot$ (*Leurs égales* $\frac{ad+ae+bd+be}{cd+ce-dd-de}\cdot\frac{ac-ce-ad+de}{cd+ce-dd-de}$.

Excez $\frac{2ad+ae+bd+bc-ac+ce-de}{cd+ce-dd-de}$.

Sixieme exemple.

Pour ôter la fraction $\frac{x-a}{b-c+e}$ de l'autre $\frac{b+2c-e}{a-b}$, ou la fraction $\frac{ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ égale à la 1ere de la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ égale à la 2de, on prendra la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ce-ax+aa+bx-ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ qui est celle qu'on cherche. En ôtant les fractions, on ne change jamais les signes des dénominateurs.

Proposées $\frac{b+2c-e}{a-b}\cdot\frac{x-a}{b-c+e}\cdot$ (*Egales* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee}{ab-ac+ae-bb+bc-be}\cdot\frac{ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

Excez $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ee-ax+aa+bx-ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

PROBLEME XI.

28. *Pour multiplier une fraction par une autre, ou pour trouver leur produit.*

On prendra pour numérateur le produit ab des deux numérateurs a & b des fractions proposées $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$, & le produit zy des dénominateurs z & y pour dénominateur, & la fraction $\frac{ab}{zy}$ résoudra le problême. Car les

b. 21. fractions $\frac{ab}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$ sont entr'elles [b] comme les numérateurs ab & bz, &

c. 1. 8. ceux-ci entr'eux [c] comme les termes a & z, qui sont pareillement en-

d. 6. tr'eux [d] comme $\frac{a}{z}$ & 1. De sorte que par égalité la fraction $\frac{ab}{zy}$ con-

e. 52. 7. tient [e] l'autre $\frac{bz}{zy}$ ou $\frac{b}{y}$ comme $\frac{a}{z}$ contient 1. Et pareillement la même $\frac{ab}{zy}$

Proposées $\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot\frac{b}{y}\cdot\\ \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\end{cases}$ *Leurs égales* $\begin{cases}\frac{ay}{zy}\cdot\frac{bz}{zy}\cdot\\ \frac{14}{21}\cdot\frac{15}{21}\cdot\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot 1::a.z::ab.bz::\frac{ab}{zy}\cdot\frac{bz}{zy}::\frac{ab}{zy}\cdot\frac{b}{y}\cdot\\ \frac{2}{3}\cdot 1::2.3::10.15::\frac{10}{21}\cdot\frac{15}{21}::\frac{10}{21}\cdot\frac{5}{7}\cdot\end{cases}$

$\begin{cases}\frac{ab}{zy}\cdot\\ \frac{10}{21}\cdot\end{cases}$ *produit des proposées.* $\begin{cases}\frac{b}{y}\cdot 1::b.y::ab.ay::\frac{ab}{zy}\cdot\frac{ay}{zy}::\frac{ab}{zy}\cdot\frac{a}{z}\cdot\\ \frac{5}{7}\cdot 1::5.7::10.14::\frac{10}{21}\cdot\frac{14}{21}::\frac{10}{21}\cdot\frac{5}{7}\cdot\end{cases}$

contient

contient $\frac{ay}{zy}$ ou son égale $\frac{a}{z}$ comme [e] l'autre $\frac{b}{y}$ contient 1. Et ainsi la fraction $\frac{ab}{zy}$, ou celle qui en est l'exposant, & qui luy est [f] égale, est au juste un produit [g] des fractions proposées $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$. e. 52. 7. f. 10 & 12. g. 9. 2.

PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{5}$. Je dis: 3 fois 2 font 6, & 4 fois 5 font 20. Et j'écris $\frac{6}{20}$ ou son exposant $\frac{3}{10}$ pour produit des fractions proposées.

Multiplier $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{2}{5}$. *Produit* $\frac{6}{20}$ *ou* $\frac{3}{10}$.

SECOND EXEMPLE

Pour multiplier $\frac{3}{4}$ par 5 ou par $\frac{5}{1}$. Je dis: 3 fois 5 font 15, & 4 fois 1 font 4. Et j'écris $\frac{15}{4}$ ou $3\frac{3}{4}$ qui résoût la question.

Multiplier $\frac{3}{4}$ *par* 5 ∞ $\frac{5}{1}$. (*Produit* 5 *fois* $\frac{3}{4}$ ∞ $\frac{15}{4}$ ∞ $3\frac{3}{4}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour multiplier $\frac{17}{3}$ par $\frac{21}{8}$. Je dis: 17 fois 21 font 357, & 3 fois 8 font 24. Et j'écris $\frac{357}{24}$ ou sa valeur $14\frac{21}{24}$ ou $14\frac{7}{8}$, qui résoût la question. Ou s'il est plus commode. Je dis: $\frac{17}{3}$ font $5\frac{2}{3}$, & $\frac{21}{8}$ font $2\frac{5}{8}$. Et pour avoir alors le produit de $5\frac{2}{3}$ par $2\frac{5}{8}$. Je multiplie 5 par 2 & par $\frac{5}{8}$, & $\frac{2}{3}$ par 2 & par $\frac{5}{8}$, en disant: 5 fois 2 font 10, & 5 fois $\frac{5}{8}$ font $\frac{25}{8}$ ou $3\frac{1}{8}$, & 2 fois $\frac{2}{3}$ font $\frac{4}{3}$ ou $1\frac{1}{3}$, & le produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{8}$ est $\frac{10}{24}$ ou $\frac{5}{12}$. Et rassemblant tous ces divers produits 10, $3\frac{1}{8}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$, leur somme $14\frac{7}{8}$ est le produit qu'on cherche.

Multiplier $\frac{17}{3}$ *par* $\frac{21}{8}$. (17 *fois* 21. 3 *fois* 8. (*Produit* $\frac{357}{24}$ ∞ $14\frac{21}{24}$ ∞ $14\frac{7}{8}$.

(*Ou multiplier* $5\frac{2}{3}$ *par* $2\frac{5}{8}$. (*Produits.* 5 *fois* 2 ∞ 10. *Et* 5 *fois* $\frac{5}{8}$ ∞ $\frac{25}{8}$ ∞ $3\frac{1}{8}$.

Et 2 *fois* $\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{4}{3}$ ∞ $1\frac{1}{3}$. *Et* $\frac{2}{3}$ *par* $\frac{5}{8}$ ∞ $\frac{10}{24}$ ∞ $\frac{5}{12}$. (*Produit entier* $10+3\frac{1}{8}+1\frac{1}{3}+\frac{5}{12}$ ∞ $14\frac{7}{8}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour multiplier $4\frac{2}{3}$ par $6\frac{1}{5}$. Je dis 4 fois 6 font 24, & 4 fois $\frac{1}{5}$ font $\frac{4}{5}$, & 6 fois $\frac{2}{3}$ font $\frac{12}{3}$ ou 4 unitez, & le produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{2}{15}$. Et raſſemblant ces divers produits 24, $\frac{4}{5}$, 4, $\frac{2}{15}$; la ſomme entiére $28\frac{14}{15}$ eſt le produit qui réſoût la queſtion. Ou s'il m'eſt plus commode, je le cherche en cette ſorte. Je rappelle $4\frac{2}{3}$ à la fraction $\frac{14}{3}$, & $6\frac{1}{5}$ à la fraction $\frac{31}{5}$. Et je dis: 14 fois 31 font 434, & 3 fois 5 font 15. Et la fraction $\frac{434}{15}$, ou ſa valeur $28\frac{14}{15}$, eſt le produit que je cherche.

Mult. $4\frac{2}{3}$ *par* $6\frac{1}{5}$. (*4 fois 6* ∞ 24. *Et* 4 fois $\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{4}{5}$. *Et 6 fois* $\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{12}{3}$ ∞ 4. *Et* $\frac{2}{3}$ *par* $\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{2}{15}$.

(*Somme entiére ou produit entier* $24+\frac{4}{5}+4+\frac{2}{15}$ ∞ $28\frac{14}{15}$.

Ou multiplier $\frac{14}{3}$ ∞ $4\frac{2}{3}$ *par* $\frac{31}{5}$ ∞ $6\frac{1}{5}$. (14 *fois* 31. 3 *fois* 5. (*Produit* $\frac{434}{15}$ ∞ $28\frac{14}{15}$.

V EXEMPLE ET I COROLLAIRE.

29. POur faciliter l'opération, on réduira chaque fraction à ſon expoſant. Et tranſpoſant enſuitte chaque numérateur à la place de l'autre, on réduira encore à ſon expoſant chaque fraction nouvelle. Et on ſuivra alors les régles du problême précédent.

Comme pour multiplier $\frac{abc}{bde}$ par $\frac{beg}{abg}$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{ac}{de}$, & la ſeconde au ſien $\frac{e}{a}$. Et tranſpoſant les deux nouveaux numérateurs *ac* & *e* chacun à la place de l'autre, je réduis la tranſpoſée $\frac{e}{de}$ à ſon expoſant $\frac{1}{d}$, & la tranſpoſée $\frac{ac}{a}$ au ſien $\frac{c}{1}$. Et je dis alors: 1 par *c* donne 1*c*, & *d* par 1 donne 1*d*. Et j'écris $\frac{1c}{1d}$ ou $\frac{c}{d}$ pour produit des fractions propoſées.

Propoſées.	*Expoſans.*	*Tranſpoſées.*	*Expoſans.*	*Produit.*
$\frac{abc}{bde} \cdot \frac{beg}{abg}$.	$\frac{ac}{de} \cdot \frac{e}{a}$.	$\frac{e}{de} \cdot \frac{ac}{a}$.	$\frac{1}{d} \cdot \frac{c}{1}$.	$\frac{1c}{1d}$. ∞ $\frac{abbceg}{bbdeg}$.
$\frac{24}{105} \cdot \frac{231}{66}$.	$\frac{8}{35} \cdot \frac{7}{2}$.	$\frac{7}{35} \cdot \frac{8}{2}$.	$\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{1}$.	$\frac{4}{5}$. ∞ $\frac{5544}{6930}$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour multiplier $\frac{6}{8}$ par $\frac{10}{25}$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{3}{4}$, &

SCD LYON 1

l'autre à son exposant $\frac{2}{5}$. Et transposant les nouveaux numérateurs 3 & 2 chacun à la place de l'autre, j'écris $\frac{2}{4}$ & $\frac{3}{5}$; & je réduis $\frac{2}{4}$ à son exposant $\frac{1}{2}$, sans rien changer dans $\frac{3}{5}$, qui n'a point d'exposant qu'elle-même. Et je dis alors : 1 fois 3 est 3, & 2 fois 5 font 10. Et la fraction $\frac{3}{10}$ est le produit des deux que l'on propose.

Proposées $\frac{6}{8} \cdot \frac{10}{25}$. (*Exposans* $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$. (*Transposées* $\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5}$. (*Exposans* $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$. *Produit* $\frac{3}{10} \propto \frac{60}{200}$.

Septieme exemple.

Pour multiplier $\frac{a+b}{c-d}$ par $\frac{a-e}{d+e}$. Je prens pour numérateur le produit $aa+ab-ae-be$ du numérateur $a+b$ par l'autre $a-e$, & pour dénominateur le produit $cd-dd+ce-de$ du dénominateur $c-d$ par l'autre $d+e$. Et la fraction $\frac{aa+ab-ae-b}{cd-dd+ce-de}$ est le produit des deux que l'on propose.

($a+b$ *par* $a-e \propto aa+ab-ae-be$. ($c-d$ *par* $d+e \propto cd-dd+ce-de$.

$\left\{\frac{aa+ab-ae-be}{cd-dd+ce-de}\right.$ *produit des fractions* $\frac{a+b}{c-d}$ & $\frac{a-e}{d+e}$.

Huitieme exemple.

Pour trouver le produit des fractions $\frac{a+b}{a-c}$ & $\frac{a+b-e}{b+e}$. Ayant pris pour numérateur le produit des deux numérateurs, & pour dénominateur le produit des dénominateurs, la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}$ résoudra la question.

($a+b$ *par* $a+b-e \propto aa+2ab+bb-ae-be$. ($a-e$ *par* $b+e \propto ab+ae-be-ee$.

$\left\{\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}\right.$ *produit des fractions* $\frac{a+b}{a-e}$ & $\frac{a+b-e}{b+e}$.

II COROLLAIRE.

30. Les fractions égales $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ multipliées l'une & l'autre par une fraction $\frac{c}{x}$ donnent des produits égaux $\frac{ac}{zx}$ & $\frac{bc}{yx}$. On l'a déja prouvé [b] par une démonstration générale, & on pourroit l'avancer sans cela comme un axiôme naturellement connû. Mais on le peut déduire de ce qu'on a prouvé, en considérant qu'il y a un [c] même rapport entre $\frac{a}{z}$ & 1 qu'entre $\frac{ac}{zx}$ & $\frac{c}{x}$, & pareillement un même [c] entre $\frac{b}{y}$ & 1 qu'entre $\frac{bc}{yx}$ & $\frac{c}{x}$. Ou par des chan-

[b] 20. 3.

[c] 1. 8.

d. 47. 7. gemens alternes [d] un même entre $\frac{a}{z}$ & $\frac{ac}{zx}$ qu'entre 1 & $\frac{c}{x}$, & un même en-
e. 52. 7. tre $\frac{b}{y}$ & $\frac{bc}{yx}$ qu'entre 1 & $\frac{c}{x}$. Et par égalité un [e] même entre les égales $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$
f. 36. 7. qu'entre les deux $\frac{ac}{zx}$ & $\frac{bc}{yx}$, qui sont par conséquent [f] des fractions égales ou des produits égaux.

$$\left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z} \propto \frac{b}{y}.\\ \frac{2}{3} \propto \frac{10}{15}.\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\frac{c}{x}.\\ \frac{7}{11}.\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\frac{ac}{zx} \propto \frac{bc}{yx}.\\ \frac{14}{33} \propto \frac{70}{165}.\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z}.\frac{ac}{zx} :: 1.\frac{c}{x} :: \frac{b}{y}.\frac{bc}{yx}.\\ \frac{2}{3}.\frac{14}{33} :: 1.\frac{7}{11} :: \frac{10}{15}.\frac{70}{165}.\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z}.\frac{b}{y} :: \frac{ac}{zx}.\frac{bc}{yx}.\\ \frac{2}{3}.\frac{10}{15} :: \frac{14}{33}.\frac{70}{165}.\end{array}\right.$$

PROBLEME XII.

31. *Pour diviser une fraction par une autre, ou un rapport par un autre rapport.*

Comme pour diviser la fraction $\frac{a}{z}$ par une autre $\frac{b}{y}$; on prend deux produits ay & bz, l'un des extrêmes a & y, & l'autre des moyens b & z. Et souscrivant le produit bz des deux moyens à l'autre ay des extrêmes, la
b. 6. fraction $\frac{ay}{bz}$ satisfait au problême. Parcequ'elle contient 1 comme [b] le numé-
c. 10. rateur ay son dénominateur bz, ou comme la fraction $\frac{ay}{zy}$, ou son [c] égale
d. 21. $\frac{a}{z}$, contient [d] la fraction $\frac{bz}{zy}$ ou l'égale $\frac{b}{y}$.

$$\textit{Diviser}\left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z}.\\ \frac{2}{3}.\end{array}\right. \textit{par}\ \begin{array}{l}\frac{b}{y}.\\ \frac{5}{7}.\end{array} \quad \textit{Exposant}\left\{\begin{array}{l}\frac{ay}{bz}.\\ \frac{14}{15}.\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\frac{ay}{bz}.1 :: ay.bz :: \frac{ay}{zy}.\frac{bz}{zy} :: \frac{a}{z}.\frac{b}{y}.\\ \frac{14}{15}.1 :: 14.15 :: \frac{14}{21}.\frac{15}{21} :: \frac{2}{3}.\frac{5}{7}.\end{array}\right.$$

AUTRE DEMONSTRATION.

Et la même chose se peut encore ainsi démontrer. La fraction $\frac{a}{z}$ que
b. 22. l'on veut diviser est à l'autre $\frac{b}{y}$ par qui on la veut diviser, comme [b] le produit ay des extrêmes est au produit bz des deux moyens. Et par consé-
c. 12. quent la division du produit ay par l'autre bz donne un exposant de mê-
d. 8. me valeur que celuy [c] de la fraction $\frac{a}{z}$ divisée par l'autre $\frac{b}{y}$. De sorte que la fraction $\frac{ay}{bz}$ expose la valeur du juste exposant que l'on cherche; ou le rapport des termes ay & bz celuy [d] de la fraction ou du rapport $\frac{a}{z}$ à l'autre $\frac{b}{y}$.

$$\textit{Diviser}\left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z}.\\ \frac{2}{3}.\end{array}\right. \textit{par}\ \begin{array}{l}\frac{b}{y}.\\ \frac{5}{7}.\end{array} \quad \textit{Proportion}\left\{\begin{array}{l}\frac{a}{z}.\frac{b}{y} :: ay.bz.\\ \frac{2}{3}.\frac{5}{7} :: 14.15.\end{array}\right. \quad \textit{Exposant}\left\{\begin{array}{l}\frac{ay}{bz}.\\ \frac{14}{15}.\end{array}\right.$$

SCD LYON 1

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{5}$. Je dis : 3 fois 5 font 15, & 2 fois 4 font 8, & j'écris $\frac{15}{8}$ ou $1\frac{7}{8}$, qui expoſe que la fraction $\frac{3}{4}$ contient au juſte 15 fois la 8e partie de l'autre $\frac{2}{5}$, ou 1 fois $\frac{2}{5}$ & encore 7 fois leur 8e partie.

Diviſer $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{2}{5}$. (*3 fois* 5 ∞ 15. *2 fois* 4 ∞ 8. (*Expoſant* $\frac{15}{8}$ ∞ $1\frac{7}{8}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{3}{4}$ par 6, ou par $\frac{6}{1}$. Je dis : 3 fois 1 font 3, & 6 fois 4 font 24. Et j'écris $\frac{3}{24}$ ou ſon expoſant $\frac{1}{8}$ qui réſoût la queſtion.

Diviſer $\frac{3}{4}$ *par* 6 *ou par* $\frac{6}{1}$. (*3 fois* 1 ∞ 3. *6 fois* 4 ∞ 24. (*Expoſant* $\frac{3}{24}$ ∞ $\frac{1}{8}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $6\frac{1}{5}$ par $4\frac{2}{3}$. Je prens $\frac{31}{5}$ pour $6\frac{1}{5}$, & $\frac{14}{3}$ pour $4\frac{2}{3}$. Et multipliant enſuitte 31 par 3, & 14 par 5, la fraction $\frac{93}{70}$ ou $1\frac{23}{70}$ eſt l'expoſant que je cherche.

Diviſer $6\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{31}{5}$ *par* $4\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{14}{3}$. (*31 fois* 3 ∞ 93. *14 fois* 5 ∞ 70. (*Expoſant* $\frac{93}{70}$ ∞ $1\frac{23}{70}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer la fraction $\frac{a}{b}$ par une autre $\frac{c}{g}$. Je dis : *a* par *g* donne *ag*, & *c* par *b* donne *bc* ; & j'écris $\frac{ag}{bc}$ qui réſoût la queſtion.

Que ſi l'on diviſoit une grandeur $2a$ par un nombre 3 ; au lieu d'écrire $\frac{2a}{3}$, on pourroit écrire $\frac{2}{3}a$; ce qui ſignifie les 2 tiers de la grandeur *a*, comme $\frac{1}{3}a$ en ſignifie le tiers.

Diviſer $\frac{a}{b}$ *par* $\frac{c}{g}$. (*Expoſant* $\frac{ag}{bc}$. (*Diviſer* $2a$ *par* 3. (*Expoſant* $\frac{2}{3}a$ ∞ $\frac{2a}{3}$.

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{a+b}{c-d}$ par $\frac{a-e}{d+e}$. Je prens pour numérateur le produit du premier numérateur $a+b$ par le ſecond dénominateur $d+e$, & pour déno-

minateur le produit du second numérateur $a-e$ par le premier dénominateur $c-d$. Et la fraction $\frac{ad+bd+ae+be}{ac-ad-ce+de}$ est l'exposant que je cherche.

Diviser $\frac{a+b}{c-d}$ *par* $\frac{a-e}{d+e}$. (1er *produit* $ad+bd+ae+be$. (2d. $ac-ad-ce+de$.

Exposant de la division $\frac{ad+bd+ae+be}{ac-ad-ce+de}$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'exposant de la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ac-be-ee}$ à la fraction $\frac{a+b-e}{b+e}$. Je prens pour numérateur le produit des deux extrêmes $aa+2ab+bb-ae-be$ & $b+e$, & pour dénominateur le produit des deux moyens $a+b-e$ & $ab+ae-be-ee$. Et la fraction
b. 15. $\frac{aab+2abb+aae+abe-aee-bee+b^3}{aab+abb+aae-abe-2aee-bbe+e^3}$, ou son [b] exposant $\frac{a+b}{a-e}$, est l'exposant qui résoût la question.

Diviser la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}$ *par la fraction* $\frac{a+b-e}{b+e}$.

Exposant juste ou rapport des produits $\left\{\begin{matrix} aab+2abb+aae+abe-aee-bee+b^3 \\ aab+abb+aae-abe-2aee-bbe+e^3 \end{matrix}\right.$.

I COROLLAIRE ET PROBLEME XIII.

32. *POur trouver aisément l'exposant d'une fraction à une autre, ou d'un rapport à un autre rapport.*

Comme pour trouver l'exposant de la fraction $\frac{a}{z}$ à l'autre $\frac{b}{y}$. On transposera simplement chacun des termes de la seconde ou du diviseur $\frac{b}{y}$ à la place de l'autre; & multipliant ensuitte la premiére $\frac{a}{z}$ par la transb. 31. posée $\frac{y}{b}$, le produit $\frac{ay}{bz}$ ou son exposant sera comme [b] auparavant l'exposant qu'on cherche.

Diviser $\left\{\begin{matrix} \frac{a}{z} \\ 2 \\ 3 \end{matrix}\right.$ *par* $\left\{\begin{matrix} \frac{b}{y}. \\ \frac{5}{7}. \end{matrix}\right.$ *Ou multiplier* $\left\{\begin{matrix} \frac{a}{z} \\ 2 \\ 3 \end{matrix}\right.$ *par* $\left\{\begin{matrix} \frac{y}{b}. \\ \frac{?}{5}. \end{matrix}\right.$ *Produit & exposant de la division* $\left\{\begin{matrix} \frac{ay}{bz}. \\ \frac{14}{15}. \end{matrix}\right.$

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviser $\frac{3}{4}$ par 6, ou par $\frac{6}{1}$. Je transpose 1 & 6 chacun à la place de l'autre; & considérant les fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{6}$, je transpose encore les numé-

SCD LYON 1

rateurs 3 & 1 chacun à la place de l'autre, & pour les fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{6}$, j'écris leurs exposans $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$, & multipliant l'un des deux exposans par l'autre, leur produit $\frac{1}{8}$ résoût la question.

Diviser $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{6}{1}$ (*ou multiplier* $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{1}{6}$, *ou* $\frac{1}{4}$ *par* $\frac{3}{6}$, *ou* $\frac{1}{4}$ *par* $\frac{1}{2}$. (*Exposant* $\frac{1}{8}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour diviser $\frac{8}{15}$ par $\frac{2}{3}$. Je multiplie $\frac{8}{15}$ par $\frac{3}{2}$, ou $\frac{3}{15}$ par $\frac{8}{2}$, ou l'exposant $\frac{1}{5}$ par l'exposant 4, & le produit $\frac{4}{5}$ est l'exposant de la division.

Diviser $\frac{8}{15}$ *par* $\frac{2}{3}$. (*ou multiplier* $\frac{8}{15}$ *par* $\frac{3}{2}$, *ou* $\frac{3}{15}$ *par* $\frac{8}{2}$, *ou* $\frac{1}{5}$ *par* $\frac{4}{1}$. (*Exposant* $\frac{4}{5}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviser $\frac{ab}{cg}$ par $\frac{be}{cf}$. Je multiplie $\frac{ab}{cg}$ par $\frac{cf}{be}$, ou $\frac{cf}{cg}$ par $\frac{ab}{be}$, ou $\frac{f}{g}$ par $\frac{a}{e}$. Et le produit $\frac{af}{eg}$ est l'exposant de la division.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviser $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}$ par $\frac{a+b-e}{b+e}$. Ayant transposé le numérateur $a+b-e$ & le dénominateur $b+e$ chacun à la place de l'autre, je multiplie la premiére fraction par la nouvelle $\frac{b+e}{a+b-e}$, ou la fraction $\frac{b+e}{ab+ae-be-ee}$ par la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{a+b-e}$, ou l'exposant $\frac{1}{a-e}$ de l'une par l'exposant $a+b$ de l'autre. Et le produit $\frac{a+b}{a-e}$ est l'exposant de la division que l'on propose à faire.

II COROLLAIRE.

33. SI on divise une fraction par deux d'une même valeur, ou deux égales par la même; les deux exposans sont égaux: parce qu'une même grandeur en contient également deux égales, ou deux égales également la même. Ou parcequ'il y a un même rapport d'une même [b] grandeur à deux d'une même valeur, ou de [b] deux égales à la même grandeur. b. 50. 7.

$\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\\ \frac{4}{6}\end{matrix}\right\} \propto \frac{b}{y}.\ \frac{10}{15}$. *Diviser* $\left\{\begin{matrix}\frac{c}{x}\\ \frac{3}{4}\end{matrix}\right.$ *par* $\left.\begin{matrix}\frac{a}{z}.\\ \frac{4}{6}.\end{matrix}\right\}$ *Diviser* $\left\{\begin{matrix}\frac{c}{x}\\ \frac{3}{4}\end{matrix}\right.$ *par* $\left.\begin{matrix}\frac{b}{y}.\\ \frac{10}{15}.\end{matrix}\right\}$ *Exposans* $\left\{\begin{matrix}\frac{cz}{ax} \propto \frac{cy}{bx}.\\ \frac{18}{16} \propto \frac{45}{40}.\ \propto \frac{9}{8}.\end{matrix}\right.$

III COROLLAIRE.

34. SI un nombre entier a mesure au juste un nombre entier z; un certain nombre entier est une partie de z dénommée par a. Car ayant nommé b l'exposant entier de z divisé par a; le nombre entier ou le produit ab est égal [b] au nombre même z. Et divisant l'un & l'autre par a, les exposans b & $\frac{z}{a}$ ne sont [c] qu'un même nombre. Et b par conséquent, qui est un [d] nombre entier, est une partie $\frac{z}{a}$ du nombre entier z, & dénommée par a.

b. 18. 2. c. 15. d. *suppos.*

$$\begin{cases} z.\ a.\ b. \\ 42.\ 6.\ 7. \end{cases} \begin{cases} ab \propto z. \\ 42 \propto 42. \end{cases} \begin{cases} b \propto \frac{z}{a}. \\ 7 \propto \frac{42}{6}. \end{cases}$$

IV COROLLAIRE.

35. ET si le nombre b mesure z au juste; le nombre a, qui dénomme qu'elle partie b est de z, mesure z au [b] juste; puisque z & ab ne [c] sont qu'un même nombre.

b. *suppos.* c. 18. 2.

$$\begin{cases} z.\ b. \\ 42.\ 7. \end{cases} \begin{cases} \frac{z}{b} \propto a. \\ \frac{42}{7} \propto 6. \end{cases}$$

V COROLLAIRE ET PROBLEME XIV.

36. *POur trouver le plus petit nombre dont certaines parties soient déterminées.*

On réduira les parties proposées $\frac{A}{Z}, \frac{B}{Y}, \frac{C}{X}$, à leurs [b] exposans $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$. Et on prendra ensuitte le plus petit [c] nombre g que les dénominateurs z, y, x, peuvent diviser au juste. Et ce même nombre g résoudra la question.

b. 16. c. 49. 6.

Car si la partie $\frac{A}{Z}$ ou $\frac{a}{z}$ d'un certain nombre G est un nombre entier; cette partie $\frac{AG}{Z}$ ou $\frac{aG}{z}$ aura le nombre z pour juste [d] diviseur du numérateur AG, ou z pour juste [d] diviseur du numérateur aG. Et comme a & z sont premiers [e] entr'eux; le nombre z sera encore un [f] juste diviseur de G. Et par la même raison, les nombres y & x seront des justes [f] diviseurs de tout nombre entier G, dont les parties $\frac{B}{Y}$ & $\frac{C}{X}$, ou $\frac{b}{y}$ & $\frac{c}{x}$, seront des nombres entiers. De sorte que le nombre G qu'on cherche ne peut être [g] moindre que le nombre même g découvert par les régles. Et ainsi le nombre g satisfait au problême.

d. *suppos.* e. 9. 8. f. 22. 6. g. 49. 6.

$$\textit{Parties déterminées} \begin{cases} \frac{A}{Z}. \frac{B}{Z}. \frac{C}{X} \\ \frac{15}{20}. \frac{30}{36}. \frac{4}{9}. \end{cases} \textit{Exposans} \begin{cases} \frac{a}{z}. \frac{b}{y}. \frac{c}{x}. \\ \frac{3}{4}. \frac{5}{6}. \frac{4}{9}. \end{cases} \begin{cases} g. \\ 36. \end{cases}$$

$$G \propto 36. \begin{cases} \frac{AG}{Z} \\ \frac{aG}{z} \end{cases} \propto \frac{540}{20} \propto \frac{108}{4} \propto \begin{cases} \frac{G}{z} \propto \frac{36}{4} \propto 9. \end{cases}$$

PREMIER

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le moindre nombre dont $\frac{3}{8}$ & $\frac{5}{9}$ soient des nombres entiers. Je prens le moindre 72 que 8 & 9 divisent.

(Parties proposées $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{9}$. *(le moindre* 72. *(* $\frac{3}{8}$ *de* 72 ✕ 27. *(* $\frac{5}{9}$ *de* 72 ✕ 40.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre dont $\frac{6}{16}$, $\frac{15}{27}$, $\frac{7}{15}$, soient des nombres entiers. Je prens leurs exposans $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{15}$, & ensuitte le moindre nombre 360 que 8, 9, 15, peuvent diviser au juste. Et ce même nombre 360 est celuy qui résoût la question.

Parties proposées $\frac{6}{16}$. $\frac{15}{27}$. $\frac{7}{15}$. *(Exposans* $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{9}$. $\frac{7}{15}$. *(le moindre* 360.

($\frac{6}{16}$ *ou* $\frac{3}{8}$ *de* 360 ✕ 135. *(* $\frac{15}{27}$ *ou* $\frac{5}{9}$ *de* 360 ✕ 200. *(* $\frac{7}{15}$ *de* 360 ✕ 168.

DEFINITION.

Les diverses parties des fractions ou grandeurs rompuës sont nommées *rompus de rompus* ou *fractions de fractions*, comme si l'on dit $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Et si l'on prend aussi d'autres parties des fractions de fractions ; on dira que ce sont *des fractions de fractions de fractions* ; comme si l'on dit $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Et ainsi du reste.

VI COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

37. *POur réduire à des fractions simples les fractions de fractions & autres semblables.*

On multiplie simplement [b] les unes par les autres. b. 28.

PREMIER EXEMPLE.

Comme pour avoir la valeur des $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, on multipliera $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, & le produit $\frac{1}{2}$ marquera au juste la valeur ; comme on le peut voir sensiblement, si on considére que les 2 tiers d'un soû sont 8 deniers, dont les 3 quarts font 6 deniers au juste, ou la moitié d'un soû.

Proposée $\left\{\frac{3}{4}\right.$ *de* $\frac{2}{3}$. $\left\{\right.$ *Produit* $\frac{6}{12}$ ✕ $\frac{1}{2}$ ✕ $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$.

SCD LYON 1

SECOND EXEMPLE.

Et pour avoir au juſte la valeur des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$; on prendra le produit $\frac{15}{28}$ des mêmes fractions, & la queſtion ſera reſoluë. Car $\frac{1}{4}$ des $\frac{5}{7}$ ſe trouve en diviſant $\frac{5}{7}$ par 4, ce qui donne déja $\frac{5}{28}$. Et les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$ ſe trouvent auſſi en prenant 3 fois leur quart $\frac{5}{28}$, ce qui produit auſſi les $\frac{15}{28}$. Et pareillement on trouve une fois $\frac{1}{7}$ des $\frac{3}{4}$, en diviſant les $\frac{3}{4}$ par 7; ce qui donne déja $\frac{3}{28}$. Et on trouve 5 fois la 7e partie des $\frac{3}{4}$, en multipliant par 5 leur 7e partie $\frac{3}{28}$. ce qui produit au juſte les $\frac{15}{28}$.

Propoſée $\left\{\frac{3}{4}\right.$ *de* $\frac{5}{7}$. $\left\{\right.$*Produit* $\frac{15}{28} \propto \frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Ce ſeroit la même choſe des fractions de fractions de fractions. Comme ſi on multiplie $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, & le produit $\frac{1}{2}$ par $\frac{5}{7}$; le nouveau produit $\frac{5}{14}$ marque la valeur au juſte de $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$, ou celle au juſte de $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{7}$ de $\frac{3}{4}$; ou de $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{7}$, ou de $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{3}$; ou de $\frac{5}{7}$ des $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, ou de $\frac{5}{7}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$. Il en ſeroit ainſi des parties encore plus rompuës.

Propoſée $\left\{\frac{2}{3}\right.$ *des* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7}$. $\left\{\right.$*Produit* $\frac{30}{84} \propto \frac{5}{14} \propto \frac{2}{3}$ *des* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7} \propto \frac{2}{3}$ *des* $\frac{5}{7}$ *de* $\frac{3}{4}$. &c.

VII COROLLAIRE ET PROBLEME XVI.

38. *POur trouver quelle partie des nombres infinis & conſécutifs peut être diviſible par un des nombres* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Comme il y a une moitié [b] au juſte des nombres conſécutifs, qui ſont des nombres pairs, & [c] encore $\frac{1}{3}$ de l'autre moitié ou de tous les impairs, ou $\frac{1}{6}$ de tous les nombres ſucceſſifs, que 3 peut diviſer au juſte; puiſque le tiers de la moitié [d] eſt $\frac{1}{6}$ du tout: il y a déja $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ de tous les nombres ſucceſſifs, que 2 ou 3 peut diviſer au juſte.

b. 52. 6.
c. 53. 6.
d. 37.

$\left\{\frac{2}{3}\right.$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par* 2, *ou par* 3.

Et parce qu'il y [b] a $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ du reste $\frac{1}{3}$, ou $\frac{1}{15}$ de tous les succeſſifs, que 5 peut encore diviſer au juſte; il y aura au juſte $\frac{2}{3} + \frac{1}{15}$ ou $\frac{11}{15}$ des nombres ſucceſſifs, que 2 ou 3 ou 5 peut diviſer au juſte. Et il en reſte $\frac{4}{15}$ que nul d'eux ne peut diviſer. b. 54. 6.

$\S\frac{11}{15}$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5.*

Et comme il y a [b] auſſi $\frac{8}{56}$ ou $\frac{1}{7}$ de même reſte $\frac{4}{15}$, ou $\frac{4}{105}$ des nombres ſucceſſifs que 7 diviſe encore au juſte; il y aura $\frac{11}{15} + \frac{4}{105}$ ou $\frac{81}{105}$ des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5, ou par 7. Et il en reſte $\frac{24}{105}$ ou $\frac{8}{35}$ que nul d'eux ne pourra diviſer. b. 55. 6.

$\S\frac{27}{35} \propto \frac{81}{105}$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5, ou par 7.*

Et parce qu'il y a [b] toûjours $\frac{38}{432}$ ou $\frac{19}{216}$ du même reſte $\frac{8}{35}$, ou $\frac{19}{945}$ de tous les nombres ſucceſſifs, qui ſont encore diviſibles par 11; il y aura au juſte $\frac{27}{35} + \frac{19}{945}$ des nombres ſucceſſifs que l'un des nombres propoſez diviſera ſans reſte. b. 56. 6.

$\S\frac{748}{945}$ *des ſucceſſifs que diviſe un des nombres* 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

VIII COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

39. *Pour trouver par la voie la plus courte le plus grand diviſeur commun de deux grandeurs complexes.*

On diviſe l'une par l'autre. Et ſi l'on trouve une fraction; on prend l'expoſant du diviſeur même au dénominateur de la fraction. Et s'il eſt juſte, il ſert de diviſeur. Mais ſi l'on trouve un reſte; on multiplie la grandeur qu'on diviſe par le dénominateur de la fraction nouvelle, & on diviſe le produit par le premier diviſeur auquel on n'a rien changé. On continuë la même choſe juſqu'au premier reſte qu'on ne peut plus diviſer en aucune ſorte.

Aprés cela on prend ce reſte pour diviſer le premier diviſeur. Et ſi l'on trouve une fraction; on prend l'expoſant du nouveau diviſeur ou dénominateur de la fraction nouvelle; & s'il eſt entier, il ſert de diviſeur. Mais s'il reſte une grandeur; on réïtére une opération ſemblable à celle qui précéde. Et ainſi de ſuitte juſques à la diviſion qu'on peut faire au juſte. Et le diviſeur qui a pû la faire eſt celuy qui réſoût la queſtion. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles, qui paroiſſent d'abord un peu difficiles.

SCD LYON 1

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs $aac-aad$ & $cd-dd$. Je dis : aac divisée par cd, l'exposant est $\frac{aac}{cd}$, ou le réduisant aux plus simples termes, il est $\frac{aa}{d}$. Et je divise $cd-dd$ par le dénominateu d. Et l'exposant entier $c-d$ résoût la question.

Proposées $aac-aad.\ cd-dd.$ *Divisions* $\frac{aac}{cd} \propto \frac{aa}{d}.\ \frac{cd-dd}{d} \propto c-d$ *diviseur cherché.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs $a^6ccoomm+4a^6ccm^3p$ & $ooppz^4+4mp^3z^4$. Je dis : $a^6ccoomm$ divisée par $ooppz^4$, l'exposant est $\frac{a^6ccmm}{ppz^4}$. Et je divise ensuitte $ooppz^4+4mp^3z^4$ par le dénominateur ppz^4. Et l'exposant entier $oo+4mp$ est le plus grand diviseur commun des grandeurs proposées.

Proposées $a^6ccoomm+4a^6ccm^3p.\ ooppz^4+4mp^3z^4.$ *Divisions* $\frac{a^6ccoomm}{ooppz^4} \propto \frac{a^6ccmm}{ppz^4}.$

Et $\frac{ooppz^4+4mp^3z^4}{ppz^4} \propto oo+4mp$ *plus grand diviseur commun des proposées.*

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs x^3-25x & $xx+10x+25$. Je divise la première par la seconde. Et trouvant l'exposant $x-10+\frac{50x+250}{xx+10x+25}$, je divise $50x$ par xx. Et parceque l'exposant $\frac{50}{x}$ est une fraction, & que le dénominateur x ne peut diviser au juste le diviseur $xx+10x+25$; je le divise par le reste $50x+250$. Et je dis: xx divisée par $50x$, l'exposant est $\frac{x}{50}$. Je divise donc $50x+250$ par le dénominateur 50. Et l'exposant entier $x+5$ résoût la question.

Proposées $x^3-25x.\ xx+10x+25.$ *Divisions* $\frac{x^3-25x}{xx+10x+25} \propto x-10+\frac{50x+250}{xx+10x+25}.$

Et $\frac{50x}{xx} \propto \frac{50}{x}.\ \frac{xx}{50x} \propto \frac{x}{50}.$ *Et* $\frac{50x+250}{50} \propto x+5$ *diviseur cherché.*

$$\frac{x^3-25x}{x+5} \propto xx-5x.\ \frac{xx+10x+25}{x+5} \propto x+5.$$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs z^4-4az^3

$+11aazz-20a^3z+12a^4$ & $z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4$. Je divise la premiére par la seconde ; ce qui donne 1 & le reste $-az^3-aazz-4a^3z-12a^4$. Et je dis : $-az^3$ divisée par z^4, l'exposant est $-\frac{a}{z}$. Mais comme le dénominateur z ne peut diviser au juste la seconde grandeur; je divise la seconde grandeur par le reste, & je dis : z^4 divisée par $-az^3$, l'exposant est $\frac{z}{-a}$. Et je divise le reste par le dénominateur $-a$, & par l'exposant $z^3+azz+4aaz+12a^3$ je divise encore la seconde grandeur; & l'exposant est $z-4a+\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3}$. Je dis ensuitte : $12aazz$ divisée par z^3, l'exposant est $\frac{12aa}{z}$. Et le dénominateur z ne pouvant diviser au juste le nouveau diviseur ; je divise ce même diviseur par le reste $12aazz-12a^3z+72a^4$, & je dis : z^3 divisée par $12aazz$, l'exposant est $\frac{z}{12aa}$. Et je divise $12aazz-12a^3z+72a^4$ par le dénominateur $12aa$, & ensuitte le diviseur précédent $z^3+azz+4aaz+12a^4$ par l'exposant entier $zz-az+6aa$. Et parceque la division donne au juste un exposant entier $z+2a$; le diviseur $zz-az+6aa$ est le plus grand commun des grandeurs proposées.

$\frac{z^4-4az^3+11aazz-20a^3z+12a^4}{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4} \propto 1 \frac{-zz^3-aazz-4a^3z-12a^4}{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4}$. Et $\frac{az^3}{z^4} \propto \frac{a}{z}$.

$\left\{\frac{z^4}{-az^3} \propto \frac{z}{-a}\right.$ Et $\frac{-az^3-aazz-4a^3z-12a^4}{-a} \propto z^3+azz+4aaz+12a^3$.

$\left\{\frac{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3} \propto z-4a+\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3}\right.$.

$\left\{\frac{12aazz}{z^3} \propto \frac{12aa}{z}\right.$. $\left\{\frac{z^3}{12aazz} \propto \frac{z}{12aa}\right.$. $\left\{\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{12aa} \propto zz-az+6aa\right.$.

$\left\{\frac{z^3+azz+4aaz+12a^4}{zz-az+6aa} \propto z+2a\right.$ *plus grand diviseur commun des proposées.*

Cinquiem eexemple.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs $x^3-4xx+5x-2$ & $-4xx+10x-6$. Je dis : x^3 divisée par $-4xx$, l'exposant est $-\frac{x}{4}$. Et comme 4 ne peut diviser au juste la seconde grandeur ; je multiplie la premiére par 4. Et je divise le produit $4x^3-16xx+20x-8$ par $-4xx+10x-6$, ce qui donne $-1x$ & le reste $-6xx+14x-8$. Et je dis : $-6xx$ divisée par $-4xx$, l'exposant est $\frac{3}{2}$. Et divisant $-4xx+10x-6$ par le dénominateur 2, & ensuitte $-6xx+14x-8$ par l'exposant $-2xx+5x-3$, je trouve 3 & un reste $-x+1$ que je prens à son tour pour diviseur du reste $-2xx+5x-3$. Et parceque la division est juste;

le dernier diviseur $-x+1$ est le plus grand commun des grandeurs proposées.

Proposées $x^3-4xx+5x-2.\ -4xx+10x-6.$ *Divisions* $-\frac{x^3}{4xx} \propto -\frac{x}{4}.$

$Et\ \frac{4x^3-16xx+20x-8}{-4xx+10x-6} \propto -1x\ \frac{-6xx+14x-8}{-4xx+10x-6}.\ Et\ \frac{6xx}{4xx} \propto \frac{3}{2}.\ Et\ \frac{-4xx+10x-6}{2}.$

$Et\ \frac{-6xx+14x-8}{-2xx+5x-3} \propto 3\ \frac{-x+1}{-2xx+5x-3}.\ Et\ \frac{-2xx+5x-3}{-x+1} \propto 2x-3.$

$-x+1$ *diviseur cherché.* $\frac{x^3-4xx+5x-2}{-x+1} \propto -xx+3x-2.\ \frac{-4xx+10x-6}{-x+1} \propto 4x-6.$

Sixieme exemple.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs $z^3-2azz-bzz+aaz+2abz-aab$ & $-2azz-bzz+2aaz+4abz-3aab$. Je dis: z^3 divisée par $-2azz-bzz$, l'exposant est $\frac{z}{-2a-b}$. Et parceque le dénominateur $-2a-b$ ne peut diviser au juste la seconde grandeur; je multiplie la premiére par $-2a-b$, & je divise le produit $-2az^3-bz^3+4aazz+4abzz+bbzz-2a^3z-5aabz-2abbz+2a^3b+aabb$ par la seconde grandeur; ce qui donne $z-a$, & le reste $-abzz+bbzz+2aabz-2abbz-a^3b+aabb$. Et je dis: $-abzz$ divisée par $-2azz$, l'exposant est $\frac{b}{2}$. Et parceque 2 ne peut diviser au juste la seconde grandeur; je multiplie le reste $-abzz+bbzz+2aabz-2abbz-a^3b+aabb$ par le dénominateur 2. Et je divise ensuitte le produit $-2abzz+2bbzz+4aabz-4abbz-2a^3b+2aabb$ par la seconde grandeur. Ce qui donne $1b$ & le reste $3bbzz+2aabz-8abbz-2a^3b+5aabb$. Et pour diviser par ce reste la seconde grandeur, je dis: $-2azz$ divisée par $3bbzz$, l'exposant est $-\frac{2a}{3bb}$. Et parceque $3bb$ ne peut pas diviser au juste le reste précédent; je multiplie la seconde grandeur par $3bb$. Et je divise le produit $-6abbzz-3b^3zz+6aabbz+12ab^3z-9aab^3$ par le reste précédent $3bbzz+2aabz-8abbz-2a^3b+5aabb$, ce qui donne $-2a-b$ & le reste $4ab^3z-8aabbz+4a^3bz-4aab^3+8a^3bb-4a^4b$. Et pour diviser par ce reste le reste précédent, je dis: $3bbzz$ divisée par $4ab^3z-8aabbz+4a^3bz$, l'exposant est $\frac{3bz}{4abb-8aab+4a^3}$. Et je divise le dernier reste par le dénominateur $4abb-8aab+4a^3$; ce qui donne un exposant entier $bz-ab$, que je prens pour diviseur du reste précédent. Et parceque la division est juste; je tâche aussi à diviser la seconde grandeur par $bz-ab$, & je dis $-\frac{2azz}{bz}$, l'exposant est $-\frac{2az}{b}$. Et je divise $bz-ab$ par le dénominateur b; ce qui donne $z-a$ que je prens pour diviser la seconde grandeur. Et comme enfin la division est juste; ce même diviseur $z-a$ est le plus grand commun des grandeurs proposées.

SCD LYON 1

IX COROLLAIRE.

40. TOut nombre entier ou rompu $\frac{a}{z}$ peut avoir une infinité d'aliquotes. Car diviſant $\frac{a}{z}$ par une fraction $\frac{a}{cz}$ qui ait a pour numérateur, & pour dénominateur un produit cz du dénominateur z par un nombre arbitraire c; l'expoſant c, qui peut marquer ſucceſſivement chacun des nombres naturels, expoſera toûjours par ſes unitez combien [b] de fois $\frac{a}{cz}$ eſt dans $\frac{a}{z}$. b. 31.

$\left\{\begin{array}{l} \frac{a}{z}.\frac{a}{cz}::1.\frac{1}{c}::c.1.\left\{\frac{a}{cz}\right. \textit{aliquote indéterminée de la fraction } \frac{a}{z}. \\ \frac{7}{13}.\frac{7}{13c}::1.\frac{1}{c}::c.1.\left\{c\infty 2.\left\{\frac{7}{13}\right.\infty 2 \textit{ fois } \frac{7}{26}.\right.\left\{c\infty 3.\left\{\frac{7}{13}\right.\infty 3 \textit{ fois } \frac{7}{39}.\right.\right. \text{ \&c.} \end{array}\right.$

X COROLLAIRE.

41. TOut nombre entier ou rompu $\frac{b}{y}$ eſt une ou pluſieurs aliquotes d'un autre $\frac{a}{z}$. Ou les deux $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ ſont entr'eux comme nombre à nombre.

Car le rapport des deux $\frac{b}{y}$ & $\frac{a}{z}$ eſt égal [b] au rapport des nombres bz & ay. Comme donc le nombre entier bz eſt au juſte une ou pluſieurs aliquotes de l'autre ay, puiſque l'un & l'autre contient au juſte certaines unitez; il eſt viſible que le nombre entier ou rompu $\frac{b}{y}$ eſt pareillement une [c] ou pluſieurs aliquotes de l'autre $\frac{a}{z}$. b. 22.

$\left\{\begin{array}{l} \frac{b}{y}.\frac{a}{z}::bz.ay::\frac{bz}{zy}.\frac{ay}{zy}. \\ \frac{2}{3}.\frac{7}{13}::26.21::\frac{26}{39}.\frac{21}{39}. \end{array}\right.$ c. 35 & 36.7.

XI COROLLAIRE.

42. TOus les nombres entiers ou rompus ſont commenſurables, & peuvent avoir une infinité d'aliquotes ou meſures communes.

Car tout nombre entier ou rompu $\frac{a}{z}$ eſt à tout [b] autre $\frac{b}{y}$ comme le nombre entier ou le produit ay des extrêmes eſt au nombre entier ou au produit bz des deux moyens. Ou ſi l'on en propoſe autant qu'on voudra, & qu'on leur donne à tous un commun dénominateur ſans changer leur valeur; ils ſeront tous entr'eux comme [c] les nouveaux numérateurs entr'eux. Et ſi on multiplie le produit de tous leurs dénominateurs par un nombre arbitraire g; l'aliquote qui aura ce produit pour dénominateur, & l'unité pour numérateur, meſurera chacune [d] pluſieurs fois au juſte & ſans reſte. Comme ſi les fractions propoſées ſont $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$, $\frac{d}{v}$, $\frac{e}{t}$; l'aliquote b. 22. c. 19 & 24. d. 31.

SCD LYON 1

$\frac{1}{gzyxvt}$ mesurera chacune plusieurs fois au juste ; la premiére autant de fois qu'il y a d'unitez dans un nombre $agyxvt$, & la seconde autant qu'il y en a dans un nombre $bgzxvt$, & la troisiéme autant qu'il y en a dans un troisiéme nombre $cgzyvt$, & la quatriéme enfin autant qu'il y en a dans $dgzyxt$, & la cinquiéme autant qu'il y en a dans $egzyxv$. Et comme g est un nombre arbitraire ; l'aliquote $\frac{1}{gzyxvt}$ pourra varier autant qu'on voudra & jusques à l'infini, en supposant pour g successivement chacun des nombres naturels qui vont à l'infini.

$$\textit{Proposées}\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot & \frac{b}{y}\cdot & \frac{c}{x}\cdot & \frac{d}{v}\cdot & \frac{e}{t}\cdot\\ \frac{2}{3}\cdot & \frac{5}{11}\cdot & \frac{7}{9}\cdot & \frac{4}{5}\cdot & \frac{13}{15}\cdot\end{cases}\qquad \textit{Aliquote commune}\begin{cases}\frac{1}{gzyxvt}\cdot\\ \frac{1}{222759}\cdot\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot\frac{1}{gzyxvt} :: agyxvt.\ 1.\\ \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{222759} :: 148506.1.\end{cases}\quad\begin{cases}\frac{b}{y}\cdot\frac{1}{gzyxvt} :: bgzxvt.\ 1.\\ \frac{5}{11}\cdot\frac{1}{222759} :: 202506.1.\end{cases}\quad\begin{cases}\frac{c}{x}\cdot\frac{1}{gzyxvt} :: cgzyvt.\ 1.\\ \frac{7}{9}\cdot\frac{1}{222759} :: 173256.1.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{d}{v}\cdot\frac{1}{gzyxvt} :: dgzyxt.\ 1.\\ \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{222759} :: 178206.1.\end{cases}\quad\begin{cases}\frac{e}{t}\cdot\frac{1}{gzyxvt} :: egzyxv.\ 1.\\ \frac{13}{15}\cdot\frac{1}{222759} :: 193056.1.\end{cases}$$

XII COROLLAIRE.

43. DEux nombres entiers ou rompus $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ peuvent avoir une infinité d'aliquotes qui leur soient semblables ou proportionelles.

Car si c marque un nombre arbitraire, & que l'on divise $\frac{a}{z}$ par $\frac{a}{cz}$, & $\frac{b}{y}$ par $\frac{b}{cy}$; un même exposant c marquera toûjours également par ses uni-

b. 31. tez, combien de fois au [b] juste les aliquotes $\frac{a}{cz}$ & $\frac{b}{cy}$ sont l'une dans son tout $\frac{a}{z}$, & l'autre dans le sien $\frac{b}{y}$. De sorte que ces aliquotes seront toû-

c. 37. 7. jours proportionelles [c] ou semblables à leurs touts qu'on propose.

$$\begin{cases}\frac{a}{z}\cdot\ \frac{b}{y} :: \frac{a}{cz}\cdot\frac{b}{cy} :: ay.\ bz :: acy.\ bcz.\\ \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{11} :: \frac{2}{3c}\cdot\frac{5}{11c} :: 22.15 :: 22c.15c.\end{cases}\quad\left\{\textit{Nombre arbitraire } c.\right.$$

XIII COROLLAIRE.

44. ET on peut prouver de la même sorte que tous les nombres entiers ou rompus, qu'on pourra proposer, ont une infinité d'aliquotes qui leur sont semblables ou proportionelles.

XIV.

XIV COROLLAIRE.

45. SI deux grandeurs A & B sont commensurables, ou qu'une grandeur z mesure l'une & l'autre sans reste; elles sont comme nombre à nombre. Et si elles sont comme nombre; elles sont commensurables, ou peuvent être mesurées l'une & l'autre sans reste par une même grandeur.

La premiére partie est claire; car ayant pris les [b] nombres a & b, qui exposent l'un combien de fois au juste z est dans A, & l'autre combien de fois dans B; la grandeur A est égale [c] au produit az, & l'autre B au [c] produit bz. Et les mêmes A & B ou az & bz sont entr'elles comme [d] les nombres a & b.

$$\left\{\begin{array}{l} A \propto az. \\ A \propto 10z. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} B \propto bz. \\ B \propto 12z. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} A.B :: az. bz. \\ A.B :: 10z. 12z. \end{array}\right. :: a. b. :: 10. 12.$$

b. 24. 3.
c. 18. 2.
d. 1. 8.

Et supposant les grandeurs A & B proportionelles aux nombres a & b. Ayant pris les deux [b] exposans z & y des nombres a & b; les mêmes z & y sont encore les [c] exposans des grandeurs A & B. Et par conséquent les grandeurs A & B ne sont [d] que les produits des nombres z & y par une même grandeur x, qui sera une mesure [d] commune & la plus grande [e] des grandeurs A & B. De sorte que la grandeur x & une infinité d'autres, qui la peuvent mesurer sans reste, doivent mesurer [f] au juste chacune des grandeurs A & B.

b. 6. 8.
c. 7. 8.
d. 2 & 36. 7.
e. 10. 8.
f. 9. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} A.B :: a. b :: z. y :: zx. yx. \\ A.B :: 10. 12 :: 5. 6 :: 5x. 6x. \end{array}\right. \left\{ 1x \text{ mesure commune} \propto 2. \right.$$

XV COROLLAIRE.

46. ET si deux grandeurs A & B sont incommensurables; elles ne [a] sont point comme nombre à nombre. Ou si elles ne sont point comme nombre; elles sont [a] incommensurables. Car si deux incommensurables pouvoient être comme nombre à nombre; elles seroient [b] commensurables. Et si deux qui ne sont point comme nombre à nombre pouvoient être commensurables; elles seroient comme [b] nombre à nombre. Ce qui détruiroit toûjours [c] la supposition.

a. 16. 1.
b. 45.
c. 15. 1.

DEFINITIONS.

47. LE produit d'un rapport par luy-même ou d'une fraction par elle-même sera nommé *fraction quarrée*, ou *puissance seconde & rompuë*, ou *puissance rompuë du second degré*. Comme le produit $\frac{aa}{zz}$ de la grandeur rompuë $\frac{a}{z}$ multipliée par elle-même. Et le cube $\frac{a^3}{z^3}$ de la même $\frac{a}{z}$ en sera aussi nommé *la troisiéme puissance*, ou *la puissance rompuë du troisiéme degré*. Et $\frac{a^4}{z^4}$ en sera pareillement la *puissance quatriéme & rompuë*. Et si les

termes a & z ſont commenſurables ; les puiſſances rompuës ſeront nommées *parfaites.*

XVIII PROBLEME.

48. *POur réſoudre les puiſſances rompuës, ou pour en tirer les racines quarrées, ou cubiques, ou autres linéaires.*

On prend leurs expoſans ; & on tire la racine quarrée, ou cubique, ou autre linéaire de chacun des deux termes. Et celle du premier terme eſt le numérateur, & l'autre le dénominateur de la racine linéaire qu'on cherche. Comme pour tirer la racine quarrée de la fraction $\frac{aa}{zz}$; je prens la racine quarrée a du numérateur aa pour numérateur, & l'autre z du dénominateur zz pour dénominateur d'une fraction $\frac{a}{z}$, qui eſt la racine quarrée de celle qu'on propoſe. Et pour tirer la cubique de la fraction $\frac{a^3}{z^3}$; je prens pareillement la cubique a du numérateur a^3, & la cubique z du dénominateur z^3. Et la fraction $\frac{a}{z}$ eſt la racine cubique de la propoſée $\frac{a^3}{z^3}$. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

Fraction quarrée $\frac{aa}{zz}$. *Racine quarrée* $\frac{a}{z}$. (*Fraction cubique* $\frac{a^3}{z^3}$. *Racine* $3^e \frac{a}{z}$.

PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $\frac{121}{144}$. Je prens la racine quarrée 11 de 121, & la racine quarrée 12 de 144. Et la fraction $\frac{11}{12}$ eſt la racine quarrée de celle qu'on propoſe.

Et pour tirer la racine quarrée de $742\frac{9}{16}$. Je rappelle ce nombre à la fraction $\frac{11881}{16}$ qui luy eſt égale. Et tirant enſuitte la racine quarrée 109 du numérateur 11881, & la racine quarrée 4 du dénominateur 16 ; la fraction $\frac{109}{4}$ ou $27\frac{1}{4}$ eſt la racine quarrée que je cherche.

{ *Quarré* $\frac{121}{144}$. *Sa racine quarrée* $\frac{11}{12}$. (*Quarré* $742\frac{9}{16} \propto \frac{11881}{16}$. *Sa racine* $2^e \frac{109}{4} \propto 27\frac{1}{4}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de $20234\frac{53}{64}$. Je prens la fraction $\frac{1295029}{64}$ qui luy eſt égale. Et tirant les racines cubiques 109 & 4 l'une du numérateur 1295029, & l'autre du dénominateur 64, la fraction $\frac{109}{4}$ ou $27\frac{1}{4}$

{ *Cube* $20234\frac{53}{64} \propto \frac{1295029}{64}$. *Racine* $3^e \frac{109}{4} \propto 27\frac{1}{4}$.

SCD LYON 1

est la racine cubique que je cherche. On trouveroit de la même sorte que la racine cubique de $171\frac{341}{729}$ est $5\frac{2}{9}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de la fraction $\frac{1}{4}qq$ ou $\frac{1qq}{4}$, j'écris $\frac{1q}{2}$ ou $\frac{1}{2}q$. Et pour tirer la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{27}p^3$, j'écris $\frac{1}{3}p$ ou $\frac{1p}{3}$.

Quarré $\frac{1}{4}qq \propto \frac{1qq}{4}$. *Racine quarrée* $\frac{1q}{2} \propto \frac{1}{2}q$. (*Cube* $\frac{1}{27}p^3 \propto \frac{1p^3}{27}$. *Racine* 3^e $\frac{1}{3}p \propto \frac{1p}{3}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur $aa+ab-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}cc-ac$. Je dis a est la racine linéaire du quarré aa, & j'écris a au demi-cercle, & j'efface aa. Et ensuitte je dis : $ab-ac$ divisée par $2a$, l'exposant est $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$, que j'écris au demi-cercle, & j'efface la grandeur divisée $ab-ac$, plus le quarré $\frac{1}{4}bb-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}cc$ de l'exposant $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$. Et comme il ne reste rien, je trouve au juste au demi-cercle la racine quarrée $a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$.

Quarré $aa+ab-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}bb+\frac{1}{4}cc-ac$. $\left\{ a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c \right.$ *Racine quarrée*

$-aa,-ab+\frac{1}{2}bc-\frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}cc+ac$. $\left\{ \frac{ab-ac}{2a} \propto \frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c. \right.$

Reste 0 0 0 0 0 0

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur que je propose ici. Je prens les quatre racines $2aa$, $\frac{1}{2}bb$, bc, $\frac{1}{2}cc$ des quatre quarrez $4a^4$, $\frac{1}{4}b^4$, $bbcc$, $\frac{1}{4}c^4$. Et parceque le signe — est par tout où bc multiplie l'une des trois autres racines $2aa$, $\frac{1}{2}bb$, $\frac{1}{2}cc$; j'écris $2aa+\frac{1}{2}bb-bc+\frac{1}{2}cc$ pour racine quarrée de la grandeur que j'ai proposée. Et le quarré de cette racine supposée étant le même que je dois résoudre; la supposition est juste, & la racine supposée est celle que je cherche.

Voyez la page suivante.

Si cette méthode ne réüssissoit pas; on pourroit suivre avec assûrance celle de l'exemple précédent comme étant générale, ou donner à toutes les parties

de la grandeur complexe un même dénominateur sans changer leur valeur, & suivre alors la régle générale du problême.

Quarré $4a^4 + 2aabb + \frac{1}{4}b^4 - 4aabc - b^3c + bbcc + 2aacc + \frac{1}{2}bbcc - bc^3 + \frac{1}{4}c^4$.

(*Quarrez* $4a^4 . \frac{1}{4}b^4 . bbcc . \frac{1}{4}c^4$. (*Leurs côtez* $2aa . \frac{1}{2}bb . -bc . \frac{1}{2}cc$.

Divisions $\left\{ \frac{2aabb}{4aa} \propto \frac{1}{2}bb . \left\{ \frac{-4aabc - bc^3}{4aa + bb} \propto -bc . \left\{ \frac{2aacc + \frac{1}{2}bbcc - bc^3}{4aa + bbcc - bc^3} \propto \frac{1}{2}cc . \right. \right. \right.$

$\left\{ \right.$ *Racine quarrée* $2aa + \frac{1}{2}bb - bc + \frac{1}{2}cc$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{8}a^6 - \frac{1}{4}a^5b + \frac{1}{6}a^4bb - \frac{1}{27}a^3b^3$. Je dis $\frac{1}{2}aa$ est la racine cubique de la partie $\frac{1}{8}a^6$, & j'écris $\frac{1}{2}aa$ au demi-cercle, & j'efface $\frac{1}{8}a^6$. Je dis ensuitte $-\frac{1}{4}a^5b$ étant divisée par 3 fois le quarré $\frac{1}{4}a^4$ de la grandeur $\frac{1}{2}aa$, c'est à dire par $\frac{3}{4}a^4$, ou $\frac{-a^5b}{4}$ étant divisée par $\frac{3a^4}{4}$, l'exposant est $-\frac{ab}{3}$ ou $-\frac{1}{3}ab$, que j'écris au demi-cercle ; & j'efface ou retranche la partie divisée $-\frac{1}{4}a^5b$, & encore trois produits de la grandeur $\frac{1}{2}aa$ par le quarré de l'autre $-\frac{1}{3}ab$, c'est à dire la partie même $\frac{1}{6}a^4bb$, & enfin le cube $-\frac{1}{27}a^3b^3$ de la même $-\frac{1}{3}ab$. Et comme il ne reste rien ; je trouve au juste au demi-cercle la racine cubique $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$. J'aurois pû la trouver tout d'un coup en prenant d'abord les racines cubiques $\frac{1}{2}aa$ & $-\frac{1}{3}ab$ des parties cubiques $\frac{1}{8}a^6$ & $-\frac{1}{27}a^3b^3$, & considérant ensuitte si le cube de la grandeur $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$ est celuy qu'on propose.

Cube $\frac{1}{8}a^6 - \frac{1}{4}a^5b + \frac{1}{6}a^4bb - \frac{1}{27}a^3b^3$ $\left\{ \right.$ $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$ *Racine cubique.*

$-\frac{1}{8}a^6 + \frac{1}{4}a^5b - \frac{1}{6}a^4bb + \frac{1}{27}a^3b^3$ $\left\{ \right.$ *Division* $\frac{-4a^5b}{12a^4} \propto \frac{-ab}{3} \propto -\frac{1}{3}ab$.

0 0 0 0

I COROLLAIRE.

49. SI les deux termes A & Z d'une fraction $\frac{A}{Z}$ ont pour exposans deux nombres *a* & *z*, qui ne soient point l'un & l'autre un quarré, ou un cube parfait, ou une puissance 4e, ou 5e, ou 6e & parfaite, &c; aucun nombre entier ou rompu n'en peut être la racine quarrée, ou cubique, ou 4e, ou 5e, ou 6e, &c: & la juste valeur de la même racine est incommensurable.

Car tout nombre entier ou rompu $\frac{B}{Y}$ étant multiplié par luy-même donne un produit $\frac{BB}{YY}$, dont les deux termes BB & YY sont deux nombres [b] quarrez, qui ont aussi pour exposans deux nombres [c] quarrez *bb* & *yy*. De sorte que si un nombre rompu ou une fraction $\frac{A}{Z}$ n'a point deux nombres quarrez pour exposans *a* & *z*; elle ne peut être un [d] quarré $\frac{BB}{YY}$ d'aucun nombre entier ou rompu $\frac{B}{Y}$, puisqu'autrement elle auroit pour ses exposans deux nombres quarrez, ce qui répugne à la supposition. Et par conséquent la juste valeur de la même racine ne peut être exprimée ou déterminée par aucun nombre entier ou rompu; ou ce qui revient au même elle est incommensurable à tout nombre entier ou rompu, ou ne peut [e] être à aucun nombre entier ou rompu comme un nombre est à un autre nombre.

b. 28.

c. 76. 8.

d. 16. 1.

e *définition*, & 46.

$$\left\{\begin{array}{l}\textit{Fraction } \frac{A}{Z}.\\ \frac{270}{390}.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}\textit{Exposans } \frac{a}{z}.\\ \frac{9}{13}.\end{array}\right.\begin{array}{l}\textit{Nombre}\\ \textit{arbitraire}\end{array}\left\{\begin{array}{l}\frac{B}{Y}.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}\textit{Son quarré } \frac{BB}{YY}.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}\textit{Exposant } \frac{bb}{yy}.\end{array}\right.$$

II COROLLAIRE.

50. SI donc un nombre entier n'a point un nombre entier pour sa racine quarrée, ou cubique, ou quatriéme, ou cinquiéme, ou autre linéaire; la juste valeur de cette racine linéaire est incommensurable à tout nombre entier ou rompu, ou ne peut jamais être exprimée ou déterminée par aucun nombre entier ou rompu. Parce que tout nombre entier *b* est comme un rapport [b] implicite de luy-même avec l'unité, à qui tout nombre entier ou rompu est tacitement comparé: Ou parcequ'il vaut autant que la fraction $\frac{b}{1}$. Mais *b* & 1 sont [c] exposans des termes de la fraction $\frac{b}{1}$, & ces exposans ne sont point deux nombres [d] quarrez. Et par conséquent aucun nombre entier ou rompu ne peut [e] être la juste valeur de la racine quarrée du nombre $\frac{b}{1}$ ou *b*; & cette racine est [f] incommensurable, ou n'est point au nombre entier *b* ou à l'unité comme un nombre est à un autre nombre. Mais quoi qu'on ne puisse jamais l'expri-

b. *définition*.

c. 3. 8.

d. *supposition*.

e. 49.

f. 46.

mer ou la déterminer par un nombre entier ou rompu, on peut néanmoins approcher de sa juste valeur de si prés qu'on voudra, & jusques á l'infini.

VII PROBLEME.

51. *Pour approcher autant qu'on voudra de la juste valeur des racines incommensurables. Ou pour résoudre au plus prés qu'on voudra les puissances imparfaites exprimées par nombres.*

On souscrit 1 au nombre qu'on trouve au demi-cercle. Et on joint à cette unité autant de zéro qu'il est nécessaire pour déterminer une particule ou une aliquote moindre que toute autre qu'on aura proposée, ou qui ne soit pas plus grande, & on ajoûte au reste en même temps autant de tranches de zéro que l'on en a joints ou écrits avec l'unité. Et ensuitte on continuë l'opération selon les régles des puissances parfaites. Et ce que l'on trouve enfin au demi-cercle resoût la question. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour approcher si prés de la juste valeur de la racine quarrée de 18, que ce qui luy manquera soit moindre que sa milliéme partie. Aprés avoir écrit au demi-cercle la racine quarrée 4 du plus grand quarré 16 qui soit

De 18 *non quarré*
ôter 16 *quarré*
Du 1er *reste* 200|00|00
8 . 1er *diviseur*
ôter 164
Du 2d *reste* 36|00
84 . 2d *diviseur*
ôter 3376
Du 3e *reste* 224|00
848 . 3e *diviseur*
ôter 16964
Du 4e *reste* 5436|00|00|00|00
8484 . 4e *diviseur*
ôter 509076
Du 5e *reste* 34524|00
84852 . 5e *diviseur*
ôter 3394096
Des 6e & 7e *restes* 58304|00|00
848528 . 6e *diviseur*
848528 0 . 7e *diviseur*
ôter 509116836
8e *reste* 73923164 &c.

$\left\{\frac{4242640}{1000000}\right.$ *ou* $\frac{42426407}{10000000}$ *racine approchée.*

De 1038 *non quarré*
ôter 1024 *quarré*
Du 1er *reste* 14|00|00|00|00|00|00
64 . 1er *diviseur*
ôter 1284
Du 2d *reste* 116|00
644 . 2d *div.*
ôter 6441
Du 3e *reste* 5159|00
6442 . 3e *diviseur*
ôter 515424
Du 6e *reste* 47600|00|00
64436 . 4e *diviseur*
644360 . 5e *diviseur*
6443600 . 6e *diviseur*
ôter 451052049
7e *reste* 24941951 &c.

racine approchée $\left\{\frac{32218007}{1000000}\right.$ *ou* $\frac{32218008}{0000000}$

dans 18, je luy souscris 1000, & j'ajoûte au reste qui est 2, trois tranches de zéro. Et continuant selon les régles, je trouve au demi-cercle $\frac{4242}{1000}$ qui vaut moins que la juste racine de 18, mais d'une particule qui n'en est pas la milliéme partie; & $\frac{4243}{1000}$ la surpasseroit aussi d'une particule moindre que sa milliéme partie. Et si on ajoûtoit sept zéro à l'unité souscritte, & sept tranches de deux zéro chacune au reste 2; on trouveroit de la même sorte que la juste valeur de la racine quarrée de 18 ne surpasse pas de sa dix millionniéme partie la fraction $\frac{42426406}{10000000}$, qui vaut un peu moins qu'elle; & qu'il ne s'en faut par cette même partie qu'elle n'arrive à la valeur de la fraction $\frac{42426407}{10000000}$ qui la surpasse un peu.

Et on reconnoîtroit de la même sorte que la juste valeur de la racine quarrée de 1038 est entre les fractions $\frac{32218008}{1000000}$ & $\frac{32218007}{1000000}$, dont la différence n'est qu'une millionniéme partie de l'unité.

Second exemple.

Pour approcher si prés de la juste valeur de la racine cubique de 1038, que ce qui luy manquera soit moindre que sa milliéme partie. Aprés avoir écrit au demi-cercle la racine cubique 10 du plus grand cube 1000 qui soit dans 1038, je souscris 1 sous 10, & je luy joins trois zéro, & j'ajoûte trois tranches de trois zéro chacune au reste 38. Et continuant le reste selon les régles ordinaires, je trouve au demi-cercle que la juste valeur de la racine cubique de 1038 est entre les fractions $\frac{10171}{1000}$ & $\frac{10172}{1000}$ qui n'ont pour différence qu'une milliéme partie de l'unité. Et il en est ainsi des autres puissances.

De 1038 *non cubique* — *Racine cubique approchée.* $\frac{10171}{1000}$ *ou* $\frac{10172}{1000}$

ôter 1000 *cube*

Du 1er *reste* 38|000|000|000

3 ϕ ϕ . . 1er *diviseur*

ôter 3 0 3 0 1

Du 2^d *reste* 7 6 9 9|0 0 0

1 ϕ 2 ϕ 1 . .

ôter 7 2 8 9 5 1 3

Du 3e *reste* 4 0 9 4 8 7|0 0 0

3 1 ϕ 2 8 ϕ 7 . .

ôter 3 1 0 3 1 7 2 1 1

4e *reste* 9 9 1 6 9 7 8 9 &c.

DES FRACTIONS DECIMALES.

SI les diverſes unitez ſont conçeuës chacune comme diviſées en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{10}$; & chaque 10e auſſi en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{100}$; & chaque 100e en 10 autres égales, ou en $\frac{10}{1000}$; & chaque 1000e encore en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{10000}$; & ainſi du reſte juſques où l'on voudra : tous ces divers rompus ou rompus de rompus ſont nommez *fractions décimales*. Et leur uſage eſt d'un grand ſecours pour comparer avec facilité les meſures ou grandeurs ainſi partagées de 10 en 10, & les fractions de ces mêmes grandeurs.

PROBLEME VIII.

52. *POur ajoûter enſemble les fractions décimales, & pour ôter les unes des autres.*

On obſervera que tous leurs dénominateurs ſoient des termes ſucceſſifs de la progreſſion de 1 à 10. Et ſi quelqu'un de ces termes manque entre le moindre & le plus grand ; on remplira ſa place, & on luy donnera 0 pour numérateur. Et tout étant diſpoſé par ordre, on achevera facilement le reſte ſelon les régles ordinaires.

PREMIER EXEMPLE DE L'ADDITION.

Pour ajoûter enſemble 27, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$; on écrit ſimplement $\frac{27847}{1000}$. Et pour ajoûter enſemble 5, $\frac{7}{1000}$, $\frac{3}{10000}$; on mettra $\frac{0}{10}$ & $\frac{0}{1000}$ pour les 10es & les 1000es qui manquent entre $\frac{5}{1}$ & $\frac{3}{10000}$, & alors on écrira ſimplement $\frac{50703}{1000}$ pour la ſomme entiére.

Ajoûter 27 . . . / 8 . . / 4 . / 7 — *Somme* 27847

Ajoûter 5 . . . . / 7 . . / 3 — *Somme* 50703

(*Propoſées* 27. $\frac{8}{10}$. $\frac{4}{100}$. $\frac{7}{1000}$. (*Leurs égales* $\frac{27000}{1000}$. $\frac{800}{1000}$. $\frac{40}{1000}$. $\frac{7}{1000}$. (*Somme* $\frac{27847}{1000}$.

(*Propoſées* 5. $\frac{7}{100}$. $\frac{3}{10000}$. (*Leurs égales* $\frac{50000}{10000}$. $\frac{700}{10000}$. $\frac{3}{10000}$. (*Somme* $\frac{50703}{10000}$ ∞ $5\frac{703}{1000}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble 27, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, & 37, $\frac{8}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{5}{1000}$, & 875, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{2}{1000}$. On prendra d'une part $\frac{27847}{1000}$, & d'une autre $\frac{37875}{1000}$

SCD LYON 1

$\frac{37875}{1000}$, & enſuitte $\frac{875782}{1000}$; & ajoûtant alors les ſeuls numérateurs, on n'aura qu'à ſouſcrire à leur ſomme le commun dénominateur, & la fraction $\frac{941504}{1000}$ ſera la ſomme entiére que l'on veut découvrir.

Ajoûter { 27847 / 37875 / 875782

Somme 941504

(*Propoſées* $\frac{27847}{1000}.\frac{37875}{1000}.\frac{27847}{1000}$. (*Leur ſomme entiére* $\frac{941504}{10000} \infty 941\ \frac{504}{1000}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Si on veut nommer t le tout ou l'entier, & nommer enſuitte *premiéres* ou marquer par $'$ les 10es, & nommer *ſecondes* ou marquer par $''$ les 100es, & nommer *troiſiémes* ou marquer par $'''$ les 1000es, & nommer quatriémes ou marquer par IV les 10000es, & ainſi du reſte; on pourra ſupprimer les dénominateurs, en mettant au lieu des parties dénommées les marques ou les noms qui les doivent exprimer. Et alors on n'aura qu'à ſuivre les régles preſcrites pour les entiers, obſervant néanmoins toûjours qu'il faut remplir par o le vuïde des parties dénommées qui manquent entre les plus grandes & les plus petites.

Ainſi pour ajoûter enſemble $8, \frac{5}{10}, \frac{6}{100}, \frac{3}{1000}$, ou $8t, 5' 6'' 3'''$, & $5, \frac{7}{100}, \frac{2}{1000}$, ou $5t, 0' 7'' 2'''$; ou $8563'''$ & $5072'''$: il eſt aiſé de voir qu'il ſuffit d'ajoûter enſemble 8563 & 5072, & que leur ſomme 13635 eſt celle des 100es parties, que comprennent au juſte les tours & les parties que l'on a propoſées.

Ajoûter { $8t, 5' 6'' 3'''$ / $5t, 0' 7'' 2'''$

Somme $13t, 6' 3'' 5'''$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $4794t, 2' 3'' 6'''$ & $5840t, 5'$ & $947t, 0' 8''$ & $356t, 2' 3'' 0''' 8^{IV}$, & $30t, 0' 0'' 0''' 0^{IV} 2^{V}$; ou $4794236'''$ & $58405'$ & $94708''$ & 3562308^{IV} & 300002^{V}: on ſuivra les régles ordinaires de la ſeule addition des entiers, aprés qu'on aura diſpoſé dans leurs rangs les entiers ſous les entiers, les premiéres ſous les premiéres, les ſecondes ſous les ſecondes, & ainſi du reſte.

Ajoûter { $4794t, 2' 3'' 6'''$ / $5840t, 5'$ / $947t, 0' 8''$ / $356t, 2' 3'' 0''' 8^{IV}$ / $30t, 0' 0'' 0''' 0^{IV} 2^{V}$

Somme $11968t, 0' 4'' 6''' 8^{IV} 2^{V}$

PREMIER EXEMPLE DE LA SOUSTRACTION.

Pour ôter $307t, 4' 6'' 9''' 0^{IV} 2^{VI}$ de $5623t, 7' 0'' 8''' 9^{IV} 5^{V}$.

SCD LYON 1

On les disposera par ordre & selon leurs rangs comme aux éxemples qui précédent ; & la soustraction s'achevera selon les régles ordinaires.

De $5623t, 7' 0'' 8''' 9^{IV} 5^{V} 0^{VI}$
ôter $307t, 4' 6'' 9''' 0^{IV} 0^{V} 2^{VI}$
Reste $5316t, 2' 3'' 9''' 9^{IV} 4^{V} 8^{VI}$

Second exemple

Pour ôter $57t, 2' 1'' 4^{IV} 3^{V}$ & $20t, 3' 9'' 7''' 8^{IV}$ de $301t, 3' 5^{V}$ plus $113t, 1' 5'' 0''' 7^{IV}$; on prendra la somme $77t, 6' 0'' 8''' 2^{IV} 3^{V}$ d'une part, & de l'autre la somme $414t, 4' 5'' 0''' 7^{IV} 5^{V}$. Et ôtant la moindre de l'autre plus grande ; le reste est $336t, 8' 4'' 2''' 5^{IV} 2^{V}$.

Ajoûter $57t, 2' 1'' 0''' 4^{IV} 3^{V}$; $20t, 3' 9'' 7''' 8^{IV} 0^{V}$
Somme $77t, 6' 0'' 8''' 2^{IV} 3^{V}$

Ajoûter $301t, 3' 0'' 0''' 0^{IV} 5^{V}$; $113t, 1' 5'' 0''' 7^{IV} 0^{V}$
Somme $414t, 4' 5'' 0''' 7^{IV} 5^{V}$
ôter $77t, 6' 0'' 8''' 2^{IV} 3^{V}$
Reste $336t, 8' 4'' 2''' 5^{IV} 2^{V}$

PROBLEME.

53. *Pour multiplier les grandeurs décimales les unes par les autres.* On multipliera à l'ordinaire les nombres par les nombres ; & leurs dénominateurs aussi les uns par les autres, ce qui se fait par leur simple addition, lorsqu'on emploie les noms ou caractéres des premiéres, secondes, troisiémes, &c.

Premier exemple.

Pour multiplier $32t, 5' 7''$ par $89t, 4' 6''$; ou $3257''$ par $8945''$: on multipliera 3257 par 8946, & $1''$ par $1''$, ajoûtant simplement ensemble $''$ & $''$, ce qui fait 1^{IV}. Et le produit 29137122^{IV} résoudra la question.

Multiplier $32t, 5' 7'' \propto 3257'' \propto \frac{3257}{100}$
par $89t, 4' 6'' \propto 8946'' \propto \frac{8946}{100}$
} *Produit* $29137122^{IV} \propto \frac{29137122}{10000}$.

Second exemple.

Pour multiplier $3^{IV} 7^{V} 8^{VI}$ par $5' 4''$, ou 378^{VI} par $54''$; on multipliera simplement 378 par 54, & on ajoûtera ensemble ^{VI} & $''$, ce qui fait ^{VIII}. Et le produit sera 20412^{VIII} ou $2^{IV} 0^{V} 4^{VI} 1^{VII} 2^{VIII}$.

Multiplier $3^{IV} 7^{V} 8^{VI} \propto 378^{VI} \propto \frac{378}{1000000}$.
par $5' 4'' \propto 54'' \propto \frac{54}{100}$.
} *Prod.* $20412^{VIII} \propto \frac{20412}{100000000}$.

SCD LYON 1

PROBLEME.

54. *Pour diviſer les grandeurs décimales les unes par les autres.*

On obſerve que le dénominateur de celle qu'on diviſe ſoit au moins auſſi grand que le dénominateur de celle par laquelle on diviſe, augmentant pour cela les rangs du numérateur par autant de zéro qu'il eſt néceſſaire. Et enſuitte on diviſe une grandeur par l'autre ſelon les régles ordinaires; & le dénominateur auſſi par l'autre dénominateur, ce qui ſe fait par une ſimple ſouſtraction, lorſqu'on emploie les noms ou caractéres des premiéres, ſecondes, troiſiémes, &c.

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $3t, 4' 4'' 3''' 5^{IV} 2^{V}$ par $9' 6''$, ou 344352^{V} par $96''$; on diviſera 344352 par 96, & on ôtera $''$ de ^{V}, ce qui laiſſe $'''$; & l'expoſant ſera $3587'''$ ou $3t, 5' 8'' 7'''$.

Diviſer $3t, 4' 4'' 3''' 5^{IV} 2^{V} \propto 344352^{V} \propto \frac{344352}{100000}$. *par* $9' 6'' \propto 96'' \propto \frac{96}{100}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 3587''' \propto \frac{3587}{1000}. \right.$

SECOND EXEMPLE.

Pour diviſer $7''$ par 4^{V}, ou 7000^{V} par 4^{V}; on diviſera ſimplement 7000 par 4, & 1^{V} par 1^{V}. Et l'expoſant ſera 1750, & cet expoſant marquera que 4^{V} ſont 1750 fois dans $7''$ au juſte.

Diviſer $7'' \propto 7000^{V} \propto \frac{7000}{100000}$ *par* $4^{V} \propto \frac{4}{100000}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 1750 \propto \frac{700000000}{400000}. \right.$

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $4'$ par $3''$, ou $40''$ par $3''$; on n'aura qu'à diviſer 40 par 3; & laiſſant le reſte $\frac{1}{3}$, l'expoſant ſera preſque 13. Ou ſi on veut approcher toûjours de plus en plus de la juſte valeur; on n'aura qu'à ajoûter tant de zéro qu'on voudra à $4'$, écrivant par éxemple 400000^{VI}. Et diviſant alors 400000^{VI} par $3''$, l'expoſant ſera 133333^{IV}, & $\frac{1}{3}$ de la fraction $1^{VI} \propto \frac{1}{1000000}$, qu'on pourra négliger comme peu importante ou comme inutile dans les rencontres ordinaires.

Diviſer $4' \propto 400000^{VI} \propto \frac{400000}{1000000}$ *par* $3'' \propto \frac{3}{100}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 133333^{IV} + \frac{1}{3} 1^{V} \propto \frac{400000}{30000}. \right.$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $3' 5''$ par 6^{V} ou 35000^{V} par 6^{V}; on diviſera 35000 par 6. & ^{V} par ^{V}, en ôtant ^{V} de ^{V}. Et l'expoſant ſera $5833\frac{1}{3}$. Et la fraction $\frac{1}{3}$

pourra être négligée. Ou si on juge qu'elle soit considérable ; on ajoûtera encore quelques zéro à 35000^{V}, écrivant par exemple 3500000^{VII}, qu'on divisera ensuitte par 6^{V}, & l'exposant sera $583333''$ plus $\frac{1}{3}$ de la fraction décimale $1'' \propto \frac{1}{100}$.

Div. 3500000^{VII} *par* 6^{V}, ou $\frac{3500000}{10000000}$ *par* $\frac{6}{100000}$. *Exp.* $583333'' + \frac{1}{300} \propto \frac{3500000000000}{6000000}$.

COROLLAIRE ET PROBLEME.

55. *Pour changer en fraction décimale telle fraction* $\frac{a}{b}$ *qu'on voudra.*

On ajoûtera au numérateur a tant de zéro qu'on voudra, & le produit z sera ensuitte divisé par le numérateur b, & l'exposant entier c résoudra la question, ou au juste, ou en sorte que s'il y a quelque reste, on le pourra négliger comme inutile ou de peu d'importance.

Premier exemple.

Pour trouver une fraction décimale égale à $3\frac{1}{4}$; on prendra la fraction $\frac{13}{4} \propto 3\frac{1}{4}$. Et ajoûtant deux zéro au numérateur 13, le produit $1300''$ sera divisé par 4, & l'exposant $325'' \propto \frac{325}{100}$ sera une fraction décimale d'une même valeur que $3\frac{1}{4}$ ou que $\frac{13}{4}$ qu'on avoit proposé.

Fraction changée en décimale $\left\{\frac{13}{4} \propto \frac{1300}{400} \propto \frac{325}{100} \propto 325''\right.$.

Second exemple.

Pour trouver une fraction décimale égale $3\frac{2}{3}$; on prendra son égale $\frac{11}{3}$. Et ajoûtant à 11 autant de zéro qu'on voudra, quatre par exemple ; le produit 110000^{IV} sera divisé par 3, & l'exposant 36666^{IV} sera une fraction décimale si approchante de la juste valeur de $3\frac{2}{3}$, qu'il ne s'en manquera pas $\frac{1}{10000}$. Et on pourroit en approcher toûjours de plus, si on le désiroit.

Fraction changée en décimale. $\left\{3\frac{2}{3} \propto \frac{11}{3} \propto \frac{110000}{30000} \propto \frac{36666}{10000} + \frac{1}{15000} \propto 36666^{IV} + \frac{1}{15000}\right.$.

COROLLAIRE ET PROBLEME.

56. *Pour tirer les racines quarrées des fractions décimales, & leurs cubiques, ou telles qu'on voudra.*

SCD LYON 1

On suivra les règles ordinaires & qu'on a prescrites, pour les trouver au [b] juste, ou par une telle [c] approximation qu'on voudra. Mais on observera avant l'opération que la fraction soit dénommée par un pair de la progression décimale, si on veut tirer une racine quarrée; ou par un terme cubique de la même progression, si on veut tirer une racine cubique. Et ainsi du reste.

b. *Livre 4. c. 51.*

Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $18''$; on luy ajoûtera tant de zéro qu'on voudra, quatorze par éxemple, & le produit sera 18000000000000000^{XVI}, dont la racine approchée est 42426406^{VIII}, qui résoût la question.

$\left\{18'' \propto \frac{18}{100} \propto \frac{18000000000000000}{10000000000000000} \propto 18000000000000000^{XVI}\right.$ *Quarré imparfait.*

$4' + z \propto \frac{4}{10} + z.$ $\left\{\frac{42426406}{100000000} \propto 42426406^{VIII}\right.$ *Racine 2e approchée.*

Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $122'''$. Comme 1220^{IV} n'est pas un quarré parfait; j'ajoûte sept zéro à $122'''$, & je tire ensuitte du produit 1220000000^{X} la racine approchée 34938^{V} qui resoût la question.

$\left\{122''' \propto \frac{1220}{10000} \propto \frac{1220000000}{10000000000} \propto 1220000000^{X}\right.$ *Quarré imparfait.*

$\left\{34'' + z \propto \frac{34}{100} + z.\right.$ $\left\{\frac{34938}{100000} \propto 34938^{V}\right.$ *Racine 2e approchée.*

Troisieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de $1038'''$. Comme 1038 n'est pas un cube parfait; j'ajoûte neuf zéro, & je tire ensuitte du produit 1038000000000^{XII} la racine approchée 10171^{IV} qui réfoût la question.

$\left\{1038''' \propto \frac{1038}{1000} \propto \frac{1038000000000}{1000000000000} \propto 1038000000000^{XII}\right.$ *cube imparfait.*

$10' + z \propto \frac{10}{10} + z.$ $\left\{\frac{10171}{10000} \propto 10171^{IV}\right.$ *Racine cubique approchée.*

Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de 272097792^{VI}; on tirera la cubique du nombre, & on prendra le tiers de ^{VI}. Et la racine cubique que l'on cherche sera au juste $648''$.

Cube parfait $\left\{272097792^{VI} \propto \frac{272097792}{1000000}.\right.$ $\left\{\begin{matrix}\textit{Racine cubique} \\ \textit{au juste}\end{matrix} 648'' \propto \frac{648}{100}.\right.$

COROLLAIRE GENERAL.

Pour les fractions décimales.

57. ON abbrégeroit extrêmement toutes sortes de contes, si on s'accoûtumoit à n'y employer que les fractions décimales. Et si les Astronomes vouloient user des expressions qui leur sont ordinaires en marquant leurs fractions, dans le même sens auquel on vient de s'en servir; ils éviteroient la plus grande partie des supputations tres-longues & ennuyeuses, ausquelles la vieille mode les engage dans une infinité de diverses rencontres. Stevin & ceux qui l'ont suivi expriment les fractions décimales, en inscrivant dans des petits cercles les chiffres ou les nombres des zéro qui se devroient rencontrer dans les dénominateurs. Ils marquent par éxemple les 100es par ce caractére ②, les 100000es par ⑤. Et ainsi des autres. Et le zéro inscrit au petit cercle sert à l'expression des entiers.

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE DIXIEME.

DES GRANDEURS INCOMMENSURABLES.

DEFINITIONS.

ON nomme *nombres sourds* ou *incommensurables* les justes valeurs des racines que l'on ne peut exprimer par aucuns nombres entiers ou rompus.

Et *les grandeurs incommensurables* sont celles qui n'ont point un rapport de nombre à nombre avec l'unité arbitraire.

On emploie divers signes qu'on nomme *radicaux*, pour marquer les justes valeurs des racines incommensurables des puissances imparfaites.

1. Ce signe √ exprime la racine quarrée. Et √C. ou $\sqrt{3^{e}}$. signifie la racine cubique ou troisiéme. Et √√. ou $\sqrt{4^{e}}$. la racine quatriéme, ou la racine quarrée de la racine quarrée. Et √√C. ou √C√. ou $\sqrt{6^{e}}$. la racine sixiéme, ou la racine quarrée de la cubique, ou la racine cubique de la quarrée. Et √√√. ou $\sqrt{8^{e}}$. la racine 8e. ou la quarrée de la 4e. Et √C√C. ou $\sqrt{9^{e}}$. la racine 9e, ou la racine cubique de la racine cubique. Et ainsi des autres linéaires. Et les nombres 2, 3, 4, 5, & les autres, qui dénomment les racines 2des, ou 3es, ou 4es, ou 5es, ou les autres, seront appellez *les nombres des signes*, lors même que ces nombres

n'y seront pas marquez ; comme au signe $\surd\surd$. ou à quelqu'un des autres $\surd\surd C.$ & $\surd C\surd C.$ où l'on sous-entend 6e, & 9e. Ainsi pour marquer la juste valeur de la racine quarrée, ou cubique du nombre 18 ; on écrit $\surd 18$, ou $\surd C18$. Et on écrit $\surd 1038$, ou $\surd C.1038$, pour marquer ce que vaut au juste la racine quarrée, ou cubique de 1038. Et pareillement $\surd\overline{aa - 2ab + bb + cc}$ exprime au juste la valeur de la racine quarrée de la grandeur littérale $aa - 2ab + bb + cc$. Et $\surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$ marque la racine quarrée de la grandeur $\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3$. Et $\surd C.\frac{1}{2}q + \surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$ la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{2}q + \surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$. Et ainsi des autres.

Les racines linéaires des fractions seront exprimées en écrivant une seule fois le signe avant elles, ou une fois avant chacun des termes. Pour marquer par exemple la racine quarrée de la fraction $\frac{3}{5}$; on écrira $\surd\frac{3}{5}$, ou $\frac{\surd 3}{\surd 5}$. Car il est égal de dire ou d'écrire $\surd\frac{aa}{bb}$ ou $\frac{\surd aa}{\surd bb}$, la juste valeur étant toûjours $\frac{a}{b}$.

Et pareillement $\surd\frac{4}{5}$ & $\frac{\surd 4}{\surd 5}$ marque la même chose. Et comme $\surd 4$ vaut 2, on peut encore écrire $\frac{2}{\surd 5}$ ou $\frac{2\surd 1}{\surd 5}$ ou $2\surd\frac{1}{5}$. Et pareillement pour $\surd\frac{5}{4}$ ou $\frac{\surd 5}{\surd 4}$, on peut écrire $\frac{\surd 5}{2}$ ou $\frac{1\surd 5}{2}$ ou $\frac{1}{2}\surd 5$. Et pareillement $\surd C.\frac{3}{5}$ & $\frac{\surd C.3}{\surd C.5}$ expriment une même valeur. Et $\surd C.\frac{8}{5}$ ou $\frac{\surd C.8}{\surd C.5}$ ou $\frac{2}{\surd C.5}$ ou $\frac{2\surd C.1}{\surd C.5}$ ou $2\surd C.\frac{1}{5}$ marque indifféremment la juste valeur de la racine cubique de $\frac{8}{5}$. Mais la derniére $2\surd C.\frac{1}{5}$ ou la premiére $\surd C.\frac{8}{5}$ est la plus ordinaire. Et pareillement $\surd C.\frac{5}{3}$ ou $\frac{1}{2}\surd C.5$ ont la même valeur. Et ainsi des autres semblables.

J'appelle *exposant* d'une grandeur incommensurable l'expression la plus simple qui puisse marquer sa juste valeur. Comme $5\surd 3$ qui est l'exposant de $\surd 75$. Car 75 étant un produit du nombre 25 par 3 ; sa racine est un plan des deux racines, l'une de 25 & l'autre de 3, ou un plan de 5 par $\surd 3$. Et ainsi des autres.

I PROBLEME.

2. *Pour réduire une grandeur incommensurable à son exposant, lorsqu'elle est entiére ou sans fraction.*

On choisit parmi ses diviseurs la plus grande puissance dénommée par le

le nombre du signe radical, & on écrit avant le signe la racine linéaire du même diviseur, & sous le signe l'exposant de celle qu'on propose divisée par la puissance la plus grande qu'on aura choisie. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour réduire $\surd 75$ à son exposant. Je prens le plus grand quarré 25 diviseur de 75, & la racine 5 de ce même quarré. Et divisant 75 par 25; je prens aussi l'exposant 3, & sa racine quarrée $\surd 3$; & j'écris $5\surd 3$ qui résoût la question. Je trouverois de la même sorte que $3\surd 3$ est l'exposant de $\surd 27$. Mais $\surd 15$ est irréductible, ou n'a point d'autre exposant qu'elle-même; parceque nul quarré ne peut diviser 15 au juste.

$\surd 75$. *Exposant* $5\surd 3$. $\left\{\begin{array}{l}$ *Quarré* 25. *Son côté* 5.\end{array}\right.$ $\surd 27$. *Exposant* $3\surd 3$. $\left\{\begin{array}{l}$ *Quarré* 9 *Son côté* 3.\end{array}\right.$ $\surd 15$ *irréductible.* $\left\{\begin{array}{l}$ *Quarré* 1.\end{array}\right.$

SECOND EXEMPLE.

Pour réduire à son exposant $\surd$ C.81. Je choisis parmi ses diviseurs le cube 27, & je prens sa racine cubique 3; & divisant 81 par 27, l'exposant est 3, & sa racine cubique $\surd$ C.3. Et j'écris $3\surd$ C.3, qui résoût la question. Et pareillement $5\surd$ C.3 est l'exposant de $\surd$ C.375.

$\surd$ C.81. *Exposant* $3\surd$ C.3. $\left\{\begin{array}{l}$ *Cube* 27. *Son côté* 3.\end{array}\right.$ $\surd$ C.375. *Exposant* $5\surd$ C.3. $\left\{\begin{array}{l}$ *Cube* 125. *Son côté* 5.\end{array}\right.$ $\surd$ C.15 *irréductible.* $\left\{\begin{array}{l}$ *Cube* 1.\end{array}\right.$

TROISIEME EXEMPLE.

Pour réduire $\surd a^3b$ à son exposant. Je divise a^3b par le plus grand quarré aa qui en soit diviseur, & je prens la racine a du quarré aa, & l'autre $\surd ab$ de l'exposant ab; & la grandeur $a\surd ab$ résoût la question. Et pareillement $aab\surd ab$ est l'exposant de la grandeur $\surd a^5b^3$. Et $ab\surd$ C.aa est l'exposant de $\surd$ C.a^5b^3. Et $a\surd$ C.ab celuy de $\surd$ C.a^4b.

$\surd a^3b$. *Exposant* $a\surd ab$. ($\surd a^5b^3$. *Exposant* $aab\surd ab$. ($\surd$ C.a^5b^3. *Exposant* $ab\surd$ C.aa.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour réduire à son exposant $\surd$ C.$x^6 - 9x^5 + 27x^4 - 15x^3 - 108xx + 324x - 324$. Je prens parmi ses diviseurs le plus grand cube $x^3 - 9xx + 27x - 27$, & sa racine cubique $x - 3$. Et divisant la grandeur par ce cube; je prens l'exposant $x^3 + 12$, & sa racine cubique $\surd$ C.$x^3 + 12$. Et j'écris $x\surd$ C.$x^3 + 12 - 3\surd$ C.$x^3 + 12$. Ou afin d'abbréger, j'écris $\overline{x - 3}\surd$C.$x^3 + 12$, marquant par la petite ligne qui couvre $x - 3$, que la grandeur $x - 3$ multiplie l'autre $\surd$ C.$x^3 + 12$. Et $a + c - b\surd ab + bb$ est pareillement l'exposant de celle-ci $\surd a^3b - aabb + 2aabc + abcc - ab^3 + bbcc - 2b^3c + b^4$.

DEMONSTRATION.

Soit une grandeur incommensurable $\surd z$, & que tous ses diviseurs

simples soient les nombres a, a, b, b, b, b, c, d; le nombre z est donc égal au produit aab^4cd, & tous les diviseurs de l'un sont aussi ceux de l'autre. Mais les nombres aa, bb, $aabb$, b^4, aab^4, sont les seuls quarrez diviseurs du produit aab^4cd, & chacun de ces nombres quarrez est diviseur du [b] plus grand quarré aab^4. C'est pourquoi divisant z ou aab^4cd par ce plus grand quarré aab^4, l'exposant cd ne peut plus l'être par aucun diviseur quarré autre que l'unité. Et ainsi $\surd cd$ est réduitte à son exposant, & $abb\surd cd$ au sien. Mais z ou aab^4cd étant un produit des grandeurs aab^4 & cd; sa racine quarrée $\surd z$ ou $\surd aab^4cd$ est un plan des racines quarrées abb & $\surd cd$ de ces mêmes grandeurs. Et par conséquent $abb\surd cd$ trouvée selon les régles doit être l'exposant de $\surd z$.

b. 30 & 32. 6.

II PROBLEME.

3. *Pour réduire à son exposant une fraction incommensurable.*

On applique les régles précédentes [b] sur chacun de ses termes. Et le problême est résolu.

b. 2.

Premier exemple.

Pour réduire à son exposant le nombre incommensurable & rompu $\surd\frac{27}{20}$ ou $\frac{\surd 27}{\surd 20}$. Je réduis $\surd 27$ à son exposant $3\surd 3$, & $\surd 20$ à son exposant $2\surd 5$; & j'écris $\frac{3\surd 3}{2\surd 5}$ ou $\frac{3}{2}\surd\frac{3}{5}$ qui résoût la question. Et pareillement $\frac{1}{2}\surd 5$ est l'exposant de $\surd\frac{5}{4}$. Et $2\surd\frac{1}{5}$ l'exposant de $\surd\frac{4}{5}$.

$\left\{\surd\frac{27}{20}\propto\frac{\surd 27}{\surd 20}\right.$. *Expos.* $\frac{3\surd 3}{2\surd 5}\propto\frac{3}{2}\surd\frac{3}{5}$. $\left\{\surd\frac{5}{4}\propto\frac{\surd 5}{\surd 4}\right.$. *Exp.* $\frac{1\surd 5}{2}$ ou $\frac{1}{2}\surd 5$. $\left\{\frac{\surd 4}{\surd 5}\propto\frac{2}{\surd 5}\propto 2\surd\frac{1}{5}\right.$.

Second exemple.

Pour réduire à son exposant $\surd\frac{48}{10}a^3b$. Je réduis $\surd 48a^3b$ à son exposant $4a\surd 3ab$, & $\surd 10$ au sien qui est encore $\surd 10$; & j'écris $4a\surd\frac{3ab}{10}$ ou $4a\surd\frac{3}{10}ab$ qui résoût la question. Et pareillement $a\surd\frac{2}{5bc}$ est l'exposant de $\surd\frac{2aa}{5bc}$. Et $3\surd C.\frac{3}{4}ab$ de $\surd C.\frac{81}{4}ab$. Et $2b\surd C.\frac{a}{85ccdd}$ de $\surd C.\frac{8ab^3}{85ccdd}$. Et ainsi des autres semblables. Et on trouvera de la même sorte l'exposant $\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}$ de $\surd\frac{\overline{aaoomm+4aam^3p}}{ppzz}$, & l'exposant $\frac{z}{a}\surd\overline{oo+4mp}$ de $\surd\frac{\overline{oozz+4mpzz}}{aa}$.

$\left\{\surd\frac{48}{10}a^3b\propto 4a\surd\frac{3ab}{10}\propto 4a\surd\frac{3}{10}ab\right.$. $\left\{\surd\frac{\overline{aaoomm+4aam^3p}}{ppzz}\propto\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}\right.$.

SCD LYON 1

III PROBLEME.

4. *Pour rappeller à un ſigne commun ou à une dénomination commune des grandeurs incommenſurables qui ſont ſous divers ſignes, ſans changer les valeurs.*

On prend les nombres des ſignes radicaux ; & on éleve au moindre radical, dont chacun de ces divers[b] nombres eſt un diviſeur, chacune des grandeurs propoſées. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles. b. 48. 6.

Premier exemple.

Pour rappeller à un ſigne commun les nombres incommenſurables $\surd 3$ & $\surd\surd C.15$. Je prens le nombre 2 du ſigne radical $\surd$, & l'autre 6 du radical $\surd\surd C$; & le moindre nombre 6, que ces nombres 2 & 6 meſurent chacun au juſte. Et j'éleve $\surd 3$ au ſigne $\surd\surd C$; en cubant 3, parceque le nombre 6 du ſigne radical $\surd\surd C$ étant diviſé par le nombre 2 du radical $\surd$, l'expoſant 3 marque la puiſſance cubique ou 3e à laquelle il faut élever ce qui eſt ſous le ſigne $\surd$. Je dis donc : le cube de 3 eſt 27, & j'écris $\surd\surd C.27$ pour $\surd 3$. Et parceque $\surd\surd C.15$ a déja le ſigne $\surd\surd C$, je n'y change rien.

(*Propoſées* $\surd 3. \surd\surd C.15$. (*Leurs égales* $\surd\surd C.27. \surd\surd C.15$.

Second exemple.

Pour rappeller à un ſigne commun les incommenſurables $4\surd\surd 5$ & $5\surd\surd C.11$. Je prens les nombres 4 & 6, l'un du ſigne radical $\surd\surd$, & l'autre du radical $\surd\surd C$; & enſuitte le moindre nombre 12, que 4 & 6 diviſent chacun au juſte. Et j'éleve $4\surd\surd 5$ au ſigne $\surd 12^e$ ou $\surd\surd\surd C$, en cubant 5, parce le nombre 4 de $\surd\surd$ eſt 3 fois dans le nombre 12 de $\surd 12^e$. Et j'éleve auſſi $5\surd\surd C.11$ au même ſigne $\surd 12^e$, en quarrant 11, parceque le nombre 6 de $\surd\surd C$ eſt 2 fois dans le nombre 12 de $\surd 12^e$. Cela me donne $4\surd 12^e.125$ pour $4\surd\surd 5$, & $5\surd 12^e.121$ pour $5\surd\surd C.11$.

Et on trouvera de la même ſorte pour $4\surd 5$ & $5\surd C.11$, les deux grandeurs $4\surd\surd C125$ & $5\surd\surd C.121$, qui ſont ſous le même ſigne. Et il en eſt ainſi des autres.

($4\surd\surd 5.5\surd\surd C.11$. *Ou* $4\surd 12^e.125. 5\surd 12^e.121$.($4\surd 5 \propto 4\surd C\surd 125. 5\surd C.11 \propto 5\surd C\surd 121$.

I COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

5. *Pour connoître qu'elle eſt la plus grande de deux grandeurs incommenſurables.*

On les rappelle à un[b] même ſigne. Et tout le reſte eſt alors fort facile. b. 4.

Premier exemple.

Comme ſi on demande lequel des deux nombres incommenſurables $\surd\surd 5$ & $\surd\surd C.11$ eſt plus grand que l'autre. Aprés les avoir rappellé au ſigne

SCD LYON 1

commun $\surd 12^c$. il eſt aiſé de juger que $\surd 12^c.125$ ou $\surd\surd 5$ ſurpaſſe $\surd 12^c.121$ ou $\surd\surd C.11$.

Propoſées $\surd\surd 5.\ \surd\surd C.11.$ (*Leurs égales* $\surd 12^c.125.\ \surd 12^c.121.$ (*La plus grande* $\surd 12^c.125.$

SECOND EXEMPLE.

Et s'il y a des nombres avec les ſignes ; comme ſi l'on demande le plus grand des deux incommenſurables $4\surd 5$ & $5\surd C.11$. Aprés les avoir rappellé ſous le ſigne commun $\surd\surd C$, ou pris $4\surd\surd C.125$ pour l'un, &
b. 1. $5\surd\surd C.121$ pour l'autre ; on renfermera auſſi ſous [b] le ſigne $\surd\surd C$ chacun des nombres 4 & 5, en multipliant 125 par la 6e puiſſance de 4, & enſuitte 121 par la 6e de 5, c'eſt à dire 125 par 4096, & 121 par 15625. Et alors on aura $\surd 6^e.512000$ pour $4\surd\surd C.125$ ou pour $4\surd 5$; & $\surd 6^e.1890625$ pour $5\surd\surd C.121$ ou pour $5\surd C.11$. Et on connoîtra facilement enſuitte que ce dernier eſt plus grand que l'autre. Il en eſt ainſi des divers incommenſurables.

Prop. $4\surd 5.\ 5\surd C.11.$ (*Leurs égales* $4\surd C\surd 125 \propto \surd C\surd 512000.\ 5\surd C\surd 121 \propto \surd C\surd 1890625.$

II COROLLAIRE ET PROBLEME V.

6. *POur ajoûter les grandeurs incommenſurables les unes aux autres, ou pour ôter les unes des autres.*

b. 3. On les réduit à leurs [b] expoſans, & on les rappelle à un ſigne [c] com-
c. 4. mun. Et alors tout le reſte eſt facile, comme il eſt aiſé de le voir aux éxemples ſuivans.

PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $5\surd 3$ & $7\surd 3$ on dit : 5 & 7 font 12, & on écrit $12\surd 3$. Et pour ôter le moindre du plus grand ; on dit : 7 moins 5 font 2, & on écrit $2\surd 3$ pour excez ou pour reſte.

$\left\{\begin{array}{l}\textit{Propoſées}\ 5\surd 3.\ 7\surd 3.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{ll}\textit{Somme}\ 12\surd 3.\\ \textit{Différence}\ 2\surd 3.\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}\textit{Propoſées}\ 105\surd 7.\ 24\surd 7.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{ll}\textit{Somme}\ 129\surd 7.\\ \textit{Différence}\ 81\surd 7.\end{array}\right.$

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter les grandeurs $\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}$ & $\frac{z}{a}\surd\overline{oo+4mp}$, on écrit $\frac{aam+pzz}{apz}\surd\overline{oo+4mp}$. Et pour ôter l'une de l'autre ; on écrit $\frac{-aam+pzz}{apz}\surd\overline{oo+4mp}$, ſi on ôte lapremiére de la ſeconde. Et on écrit $\frac{-pzz+aam}{apz}\surd\overline{oo+4mp}$, ſi c'eſt la ſeconde qu'on ôte de la premiére.

Propoſées $\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}.\ \frac{z}{a}\surd\overline{oo+4mp}.$ *Somme* $\frac{aam+pzz}{apz}\surd\overline{oo+4mp}.$

Différence $\frac{aam-pzz}{apz}\surd\overline{oo+4mp}.$ *Différence* $\frac{pzz-aam}{apz}\surd\overline{oo+4mp}.$

SCD LYON 1

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ôter $\surd 15$ de $\surd 21$; on écrit simplement $\surd 21 - \surd 15$. Et pour les ajoûter ensemble ; on écrit $\surd 21 + \surd 15$.

Proposées $\surd 15 . \surd 21$. (*Leur somme* $\surd 15 + \surd 21$. (*Leur différence* $\surd 21 - \surd 15$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Et pour ajoûter ensemble $21 + 3\surd C.2$ & $22 + 2\surd C.6$. Je dis : 21 & 22 font 43, & j'écris $43 + 3\surd C.2 + 2\surd C.6$. Et pour ôter le moindre du plus grand ; je prens $\surd C.54$ pour $3\surd C.2$, & $\surd C.48$ pour $2\surd C.6$. Et je connois que le premier surpasse le second. C'est pourquoy je dis : 21 moins 22 donne un défaut $- 1$. Mais connoissant par approximation que l'excez dont $\surd C.54$ surpasse $\surd C.48$ vaut moins que l'unité ; au lieu de prendre $- 1 + \surd C.54 - C.48$ pour reste, j'écris en changeant tous les signes $+ 1 - \surd C.54 + \surd C.48$. ou simplement $1 + 2\surd C.6 - 3\surd C.2$, qui résoût la question. Il en est ainsi des autres.

Proposées $21 + 3\surd C.2 . 22 + 2\surd C.6$. $\left\{ \begin{array}{l} \textit{Leur somme } 43 + 3\surd C.2 + 2\surd C.6. \\ \textit{Leur différence } 1 + 2\surd 6 - 3\surd C.2. \end{array} \right.$

III COROLLAIRE.

7. LEs nombres ou grandeurs incommensurables sont souvent commensurables entr'elles ; comme $5\surd 3$ & $7\surd 3$, que l'on peut mesurer au juste par $1\surd 3$, l'un 5 fois, & l'autre 7 fois.

VI PROBLEME.

8. *POur multiplier deux grandeurs incomplêxes & incommensurables.*
On les rappelle à un signe [b] commun. Et si l'on veut ; on les réduit encore à leurs [c] exposans. Et formant deux produits, l'un des grandeurs qui sont hors des signes, & l'autre de celles qui sont sous les signes ; on écrit le premier hors du signe, & l'autre sous le signe. Et si on le juge à propos ; on réduit encore tout à son [c] exposant. Et le problème est pleinement résolu. b. 4. c. 3.

Ou s'il est plus commode, lorsque chacun des signes radicaux est $\surd$; on divise chacune des grandeurs qu'on trouve sous les signes par leur plus grand diviseur commun, supposant déja tout réduit aux exposans. Et formant deux produits, l'un des exposans des divisions, & l'autre du plan de ce qui est hors des signes par le plus grand diviseur commun dont on s'est servi, on écrit le premier de ces deux produits sous le signe $\surd$, & l'autre hors du signe. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier $8\surd 3$ par $4\surd 2$. Je dis : 8 fois 4 font 32, & 3 fois 2 font 6, & j'écris $32\surd 6$, qui résoût la question.

Et pour multiplier $\surd 5$ par $\surd 10$. Je dis : 5 fois 10 font 50. Et j'écris $\surd 50$ ou son exposant $5\surd 2$ qui résoût la question. Ou s'il est plus commo-

de, je divise 5 & 10 par leur plus grand diviseur commun qui est 5, ce qui donne 1 & 2; & formant deux produits 2 & 5, l'un des deux exposans 1 & 2, & l'autre de 5 par le plan 1 des deux 1 & 1 sous-entendus avant $\surd 5$ & $\surd 10$, j'écris $5\surd 2$ qui résoût la question comme auparavant.

Et pour multiplier $5\surd 2$ par $1\surd 2$. Je dis: 5 fois 1 font 5, & 2 fois 2 font 4, & j'écris $5\surd 4$ ou son exposant 10. Ou je dis: 2 & 2 qui sont sous les signes étant divisez par leur plus grand diviseur commun qui est 2, les exposans sont 1 & 1 dont le produit est 1. Et 5 fois le plus grand diviseur commun 2 font 10. De sorte que j'écris $10\surd 1$ ou 10, qui résoût la question comme auparavant.

Et pareillement $3\surd 5$ par $2\surd 10$ produit $30\surd 2$. Et $3\surd a$ par $2\surd b$ produit $6\surd ab$. Et $a\surd ab$ par $d\surd bc$ produit $abd\surd ac$. Et $2\surd C.3$ par $3\surd C.3$ produit $6\surd C.9$. Et $z\surd C.ab$ par $y\surd C.ab$ produit $yz\surd C.aabb$. Et $2\surd C.aab$ par $3\surd C.aac$ produit $6a\surd C.ac$.

Multiplier $8\surd 3$ ($\surd 5$. ($5\surd 2$ ($3\surd 5$ ($3\surd a$ ($a\surd ab$
par $4\surd 2$. *par* $\surd 10$. *par* $1\surd 2$. *par* $2\surd 10$. *par* $2\surd b$. *par* $d\surd bc$.
Produit $8\surd 6$. ($\surd 50$. ($5\surd 4 \propto 10$. ($6\surd 50 \propto 30\surd 2$. ($6\surd ab$. ($abd\surd ac$.

Second exemple.

Pour multiplier $\surd\frac{242}{5}$ par $\surd 5$. Je dis: 5 fois $\frac{242}{5}$ font 242, & j'écris $\surd 242$ qui résoût la question.

Et pour multiplier $3\surd\frac{1}{a}$ par $\frac{1}{2}\surd\frac{1}{a}$. Je dis: 3 fois $\frac{1}{2}$ font $\frac{3}{2}$, & $\surd\frac{1}{a}$ par $\surd\frac{1}{a}$ produit $\frac{1}{a}$, & $\frac{3}{2}$ par $\frac{1}{a}$ produit $\frac{3}{2a}$, qui résoût la question. Et pareillement $3\surd\frac{5}{a}$ par $\frac{1}{2}\surd\frac{5}{a}$ produit $\frac{15}{2a}$. Et $\surd 6.^{e}5$ par $\surd 6.^{e}\frac{1}{20}$ produit $\surd 6.^{e}\frac{5}{20}$ ou $\surd 6.^{e}\frac{1}{4}$ ou $\surd C.\frac{1}{2}$.

Et pour multiplier $\frac{3}{4}\surd\frac{2}{5}$ par $\frac{5}{9}\surd\frac{2}{3}$. Je dis: $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{9}$ produit $\frac{5}{12}$, & $\frac{2}{5}$ par $\frac{2}{3}$ produit $\frac{4}{15}$. Et j'écris $\frac{5}{12}\surd\frac{4}{15}$ ou son exposant $\frac{10}{12}\surd\frac{1}{15}$ ou $\frac{5}{6}\surd\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{18}\surd 15$. Et pareillement $\frac{a}{d}\surd\frac{abd}{ce}$ par $\frac{b}{g}\surd\frac{cdf}{ae}$ produit $\frac{ab}{dg}\surd\frac{abcddf}{acee}$ ou $\frac{ab}{eg}\surd bf$. Et $\frac{a}{d}\surd\frac{aad}{be}$ par $\frac{b}{g}\surd\frac{de}{f}$ produit $\frac{aab}{g}\surd\frac{1}{bf}$. Et $\frac{a}{c}\surd\frac{f}{g}$ par $\frac{b}{d}\surd\frac{f}{g}$ produit $\frac{abf}{cdg}$.

Multiplier $\surd\frac{242}{5}$. ($3\surd\frac{1}{a}$. ($3\surd\frac{5}{a}$ ($\surd 6^{e}.5$. ($\frac{3}{4}\surd\frac{2}{5}$.
par $\surd 5$. *par* $\frac{1}{2}\surd\frac{1}{a}$. *par* $\frac{1}{2}\surd\frac{5}{a}$. *par* $\surd 6^{e}.\frac{1}{20}$. *par* $\frac{5}{9}\surd\frac{2}{3}$.
Produit $\surd 242$. ($\frac{3}{2a}$. ($\frac{15}{2a} \propto$ ($\surd 6^{e}.\frac{5}{20} \propto \surd C.\frac{1}{2}$. ($\frac{5}{12}\surd\frac{4}{15} \propto \frac{1}{18}\surd 15$.

SCD LYON 1

DEFINITIONS.

9. ON nommera *multinomes* les grandeurs incommenſurables, où les diverſes parties ajoûtées ou retranchées ſont toutes incommenſurables entr'elles. *Binomes*, s'il y en a ſeulement deux. Et *trinomes*, lorſqu'il y en a préciſément trois. Et *quadrinomes*, s'il y en a quatre. Ou ſimment *grandeurs ſourdes* ou *incommenſurables de 5 membres*, ou de 6, ou de 7, ou de 8, ou d'autant de membres, qu'il y aura de diverſes parties ou ajoûtées par + ou retranchées par — & toutes incommenſurables entr'elles. On dira par éxemple que $2 + \sqrt{3}$ eſt un binome. Et $2 + \sqrt{3} + \sqrt{6}$ un trinome. Mais $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{6}$ ou $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$ ou $5\sqrt{2} + \sqrt{6}$ eſt ſeulement un binome, parceque $\sqrt{8}$ & $\sqrt{18}$ ou leurs expoſans $2\sqrt{2}$ & $3\sqrt{2}$ ſont commenſurables ou ne font enſemble qu'une ſeule partie $5\sqrt{2}$. Et pareillement $ab + ac + bc + a\sqrt{bc} + d\sqrt{bc} - \sqrt{de}$ ne doit paſſer que pour un trinome; parceque les parties enſemble ab & ac & bc ſont priſes ſeulement pour un membre, où tout eſt commenſurable. Et $a\sqrt{b} + d\sqrt{b}$ paſſe auſſi pour un membre, parceque les deux parties incommenſurables $a\sqrt{b}$ & $d\sqrt{b}$ ont entr'elles un même rapport que les grandeurs a & d que l'on ſuppoſe commenſurables entr'elles.

VII PROBLEME.

10. *POur multiplier un multinome par un multinome.*

On multiplie chaque partie de l'un par chacune des parties de l'autre. Et le reſte s'achêve comme à l'ordinaire.

Premier exemple.

Pour multiplier par luy-même le binome $6 + 2\sqrt{5}$. Je dis: 6 fois 6 font 36; & 6 fois $2\sqrt{5}$, & encore 6 fois $2\sqrt{5}$ font $24\sqrt{5}$; & $2\sqrt{5}$ par $2\sqrt{5}$ produit 4 fois 5 ou 20. Et la ſomme entiére $56 + 24\sqrt{5}$ de ces divers produits réſoût la queſtion. Et pareillement $6 + 2\sqrt{5}$ par $6 - 2\sqrt{5}$ produit le nombre 16. Et $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ par $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ produit $4\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{3}$, qui eſt un quadrinome.

Multiplier	$6 + 2\sqrt{5}$	$6 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{2} - \sqrt{6}$
par	$6 + 2\sqrt{5}$	$6 - 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{3} - \sqrt{2}$
	$36 + 12\sqrt{5}$	$36 + 12\sqrt{5}$	$4\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$
	$+ 12\sqrt{5} + 20$	$- 12\sqrt{5} - 20$	$- 4 + 2\sqrt{3}$
Produit	$56 + 24\sqrt{5}$.	16. *	$4\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{3}$.

Second exemple.

Pour multiplier $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ par $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Je dis: $\sqrt{a}$ par $\sqrt{a}$ donne a; & 2 fois $\sqrt{a}$ par $\sqrt{b}$, le produit eſt $2\sqrt{ab}$. Et la ſomme $a + b + 2\sqrt{ab}$ de

tous ces produits est un binome qui résoût la question. Mais $\surd a + \surd b$ par $\surd a - \surd b$ produiroit $a - b$. Et $\surd a + \surd b$ par $\surd c + \surd d$ produiroit le quadrinome $\surd ac + \surd ad + \surd bc + \surd bd$. Et $\surd ab + \surd aa - bb$ par $\surd ab - \surd aa - bb$ produiroit $ab - aa + bb$. Et $\surd a + \surd b - \surd c$ par $\surd a + \surd b + \surd c$ produit $a + b - c + 2\surd ab$.

Multiplier $\surd a + \surd b$
par $\surd a + \surd b$

$$\begin{cases} a + \surd ab \\ + \surd ab + b \end{cases}$$

Produit $a + b + 2\surd ab$.

Multiplier $\surd a + \surd b$
par $\surd a - \surd b$

$$\begin{cases} a + \surd ab \\ - \surd ab - b \end{cases}$$

Produit $a \quad * \quad - b$.

Multiplier $\surd a + \surd b$
par $\surd c + \surd d$

$$\begin{cases} \surd ac + \surd ad \\ + \surd bc + \surd bd \end{cases}$$

Produit $\surd ac + \surd ad + \surd bc + \surd bd$.

Multiplier $\surd ab + \surd aa - bb$
par $\surd ab - \surd aa - bb$

$$\begin{cases} ab + \surd a^3b - ab^3 \\ - \surd a^3b - ab^3 - aa + bb \end{cases}$$

Produit $ab \quad * \quad - aa + bb$.

Multiplier $\surd a + \surd b + \surd c$
par $\surd a + \surd b - \surd c$

$$\begin{cases} a + \surd ab + \surd ac \\ + \surd ab + b + \surd bc \\ - \surd ac - \surd bc - c \end{cases}$$

Produit $a + b - c + 2\surd ab$.

VIII PROBLEME.

11. *Pour diviser une grandeur incomplexe & incommensurable par une incomplexe & incommensurable.*

On les rappelle à un signe commun, & on réduit chacune à son exposant. Et ensuitte on divise ce qui est hors du signe de la premiére par ce qui est hors du signe de l'autre, & ce qui est sous le signe par ce qui est sous signe. Et on écrit le premier exposant hors du signe, & l'autre sous le signe. Et si on le juge à propos; on réduit encore tout à son exposant. Et le problême est alors pleinement résolu. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

Premier exemple.

Pour diviser $5\surd 2$ par $3\surd 2$, j'écris $\frac{5\surd 2}{3\surd 2}$ ou $\frac{5}{3}$. Et pour diviser $8\surd 3$ par $4\surd 2$, j'écris $\frac{8}{4}\surd\frac{3}{2}$ ou $2\surd\frac{3}{2}$. Et pour diviser $32\surd 6$ par $4\surd 2$, j'écris $\frac{32}{4}\surd\frac{6}{2}$ ou $8\surd 3$. Et pour diviser $7\surd 15$ par $4\surd 10$, j'écris $\frac{7}{4}\surd\frac{15}{10}$ ou $\frac{7}{4}\surd\frac{3}{2}$ ou $\frac{7}{8}\surd 6$.

$$\left\{\frac{5\surd 2}{3\surd 2}\right\} \propto \frac{5}{3}. \quad \left\{\frac{8\surd 3}{4\surd 2}\right\} \propto 2\surd\frac{3}{2}. \quad \left\{\frac{32\surd 6}{4\surd 2}\right\} \propto 8\surd 3. \quad \left\{\frac{7\surd 15}{4\surd 10}\right\} \propto \frac{7}{4}\surd\frac{3}{2} \propto \frac{7}{8}\surd 6.$$

Et pareillement pour diviser $a\surd b$ par $b\surd b$; j'écris $\frac{a}{b}$. Et pour diviser $\surd a^3b - ab^3$ par $\surd aa - bb$; j'écris $\surd ab$. Et pour diviser $\surd ab$ par $\surd 6^c.a^4b^3$

ou

ou $\surd 6^c.a^3b^3$ par $\surd 6^c.a^4b^3$, j'écris $\surd 6^c.\frac{1}{a}$. Et pour diviſer $a\surd C.aa$ par $b\surd C.a^5$, j'écris $\frac{a}{b}\surd C.\frac{1}{a^3}$ ou $\frac{1}{b}$. Et ainſi des autres.

$$\left\{\begin{matrix}a\surd b\\ b\surd b\end{matrix}\right\}\infty\frac{a}{b}.\quad\left\{\begin{matrix}\surd a^3b-ab^3\\ \surd aa-bb\end{matrix}\right\}\infty\surd ab.\quad\left\{\begin{matrix}\surd ab\\ \surd C.\surd a^4b^3\end{matrix}\right\}\infty\frac{\surd C.\surd a^3b^3}{\surd C.\surd a^4b^3}\infty\surd C.\surd\frac{1}{a}.\quad\left\{\begin{matrix}a\surd C.aa\\ b\surd C.a^5\end{matrix}\right\}\infty\frac{1}{b}.$$

Second exemple.

Pour diviſer $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}\surd 2$. Je dis : $\frac{1}{2}$ diviſé par $\frac{3}{4}$, l'expoſant eſt $\frac{2}{3}$, & j'écris $\frac{2}{3\surd 2}$ ou $\frac{1}{3}\surd 2$. Et pour diviſer $\frac{3}{4}\surd\frac{2}{5}$ par $\frac{5}{9}\surd\frac{2}{3}$; je dis : $\frac{3}{4}$ diviſez par $\frac{5}{9}$ donnent $\frac{27}{20}$, & $\frac{2}{5}$ diviſez par $\frac{2}{3}$ donnent $\frac{3}{5}$, & j'écris $\frac{27}{20}\surd\frac{3}{5}$ qui réſoût la queſtion. Et pour diviſer $\frac{1}{4}\surd\frac{5}{6}$ par $\frac{3}{5}\surd\frac{2}{21}$; je dis : $\frac{1}{4}$ diviſé par $\frac{3}{5}$ donne $\frac{5}{12}$, & $\frac{5}{6}$ diviſez par $\frac{2}{21}$ donnent $\frac{35}{4}$; & j'écris $\frac{5}{12}\surd\frac{35}{4}$ ou $\frac{5}{24}\surd 35$. Et pour diviſer $3\surd C.\frac{1}{2}$ par $\surd 6^c.5$, ou $3\surd 6.^c\frac{1}{4}$ par $1\surd 6.^c 5$; je dis : 3 diviſez par 1 donnent 3, & $\frac{1}{4}$ diviſé par 5 donne $\frac{1}{20}$; & j'écris $3\surd 6^c.\frac{1}{20}$.

$$\left\{\begin{matrix}4\\ 6\surd 2\end{matrix}\right\}\infty\frac{1}{3}\surd 2.\quad\left\{\begin{matrix}27\surd 6\\ 20\surd 10\end{matrix}\right\}\infty\frac{27}{20}\surd\frac{3}{5}.\quad\left\{\begin{matrix}5\surd 105\\ 12\surd 12\end{matrix}\right\}\infty\frac{5}{24}\surd 35.\quad\left\{\begin{matrix}3\surd C.\surd 1\\ \surd C.\surd 20\end{matrix}\right\}\infty 3\surd C.\surd\frac{1}{20}.$$

Et pareillement pour diviſer $\frac{3}{2a}$ par $\frac{1}{2}\surd\frac{1}{a}$, ou $\frac{3}{2a}\surd 1$ par $\frac{1}{2}\surd\frac{1}{a}$. Je dis : $\frac{3}{2a}$ diviſez par $\frac{1}{2}$ donnent $\frac{3}{a}$, & 1 diviſé par $\frac{1}{a}$ donne a; & j'écris $\frac{3}{a}\surd a$ ou $3\surd\frac{1}{a}$. Et pareillement pour diviſer $\frac{15}{2a}$ par $\frac{1}{2}\surd\frac{5}{a}$. Je dis : $\frac{15}{2a}$ diviſez par $\frac{1}{2}$ donnent $\frac{15}{a}$; & 1 diviſé par $\frac{5}{a}$ donne $\frac{a}{5}$; & j'écris $\frac{15}{a}\surd\frac{a}{5}$ ou $15\surd\frac{1}{5a}$ ou $\frac{3}{a}\surd 5a$ ou $3\surd\frac{5}{a}$. Et pour diviſer $\frac{a}{b}\surd\frac{c}{d}$ par $\frac{z}{y}\surd\frac{x}{v}$; j'écris $\frac{ay}{bz}\surd\frac{cv}{dx}$. Et pour diviſer $\frac{a}{b}\surd\frac{b}{d}$ par $\frac{z}{y}\surd\frac{c}{b}$, j'écris $\frac{ay}{z}\surd\frac{1}{cd}$ ou $\frac{ay}{cdz}\surd cd$.

$$\left\{\begin{matrix}6\surd a\\ 2a\end{matrix}\right\}\infty 3\surd\frac{1}{a}.\quad\left\{\begin{matrix}30\surd a\\ 2a\surd 5\end{matrix}\right\}\infty 15\surd\frac{1}{5a}\infty 3\surd\frac{5}{a}.\quad\left\{\begin{matrix}ay\surd cv\\ bz\surd dx\end{matrix}\right\}\infty\frac{ay}{bz}\surd\frac{cv}{dx}.\quad\left\{\begin{matrix}ay\surd bb\\ bz\surd cd\end{matrix}\right\}\infty\frac{ay}{cdz}\surd cd.$$

IX PROBLEME.

12. *Pour diviſer un multinome par un autre, lorſque chaque membre du diviſeur doit être incommenſurable à chacun de ceux de l'expoſant qu'on cherche.*

On ſuit les régles ordinaires de la diviſion des grandeurs littérales & complexes.

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $4\surd 6 - 6\surd 2 - 4 + 2\surd 3$ par $2\surd 2 - \surd 6$. Je dis : $4\surd 6$ diviſez par $2\surd 2$ donnent $2\surd 3$, que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $2\surd 3$ par $2\surd 2 - \surd 6$, j'ôte le produit $4\surd 6 - 6\surd 2$. Et je dis enſuitte : -4 diviſé par $2\surd 2$, l'expoſant eſt $-\surd 2$ que j'écris au demi-cercle ; Et multipliant $-\surd 2$ par $2\surd 2 - \surd 6$, j'ôte le produit $-4 + 2\surd 3$. Et comme il ne reſte rien, je trouve au demi-cercle l'expoſant juſte $2\surd 3 - \surd 2$.

Quadrinome à diviſer $4\surd 6 - 6\surd 2 - 4 + 2\surd 3$ ($2\surd 3 - \surd 2$ *Expoſant.*
$-4\surd 6 + 6\surd 2 + 4 - 2\surd 3$ ($2\surd 2 - \surd 6$ *Diviſeur.*

o o o o

SECOND EXEMPLE.

On trouveroit de la même ſorte que le trinome $2\surd C.2 + 2\surd C.3 + 5\surd C.6$ eſt l'expoſant de la diviſion du ſeptinome qu'on expoſe ici par le binome $3\surd C.4 + 5\surd C.10$.

Septinome à diviſer *Expoſant*

$12 + 6\surd C.12 + 30\surd C.3 + 10\surd C.20 + 10\surd C.30 + 25\surd C.60$ ($2\surd C.2 + 2\surd C.3 + 5\surd C.6$
$-12 - 6\surd C.12 - 30\surd C.3 - 10\surd C.20 - 10\surd C.30 - 25\surd C.60$ ($3\surd C.4 + 5\surd C.10$
o o o o o o *diviſeur*

X PROBLEME.

13. *POur diviſer un multinome par un autre de deux ou trois ou quatre membres, lorſque l'un & l'autre n'ont que le ſigne radical $\surd$. Ou généralement pour diviſer tel multinome qu'on voudra par un binome.*

Conſidérant l'un comme l'antécédent, & l'autre comme le conſéquent d'un rapport ou d'une grandeur rompuë ; on multiplie chacun par une même grandeur, & en telle ſorte que le nouveau conſéquent ſoit commenſurable, ou un multinome qui ait un membre moins que celuy qu'on donne pour diviſeur. Et on réïtere alors une ſemblable opération, & enſuitte une troiſiéme, & ainſi du reſte juſques à ce qu'on trouve enfin un nouveau conſéquent ou un diviſeur nouveau qui ſoit entiérement commenſurable. Et faiſant alors la diviſion avec ce nouveau diviſeur qui eſt commenſurable ; l'expoſant qu'on découvre eſt celuy qui réſoût la queſtion.

Et pour faire avec ordre les multiplications néceſſaires ; ſi le diviſeur eſt un des binomes qui répondent à ceux qu'on expoſe ici ; on multipliera par la grandeur qui luy eſt adjointe les deux termes de la fraction ſuppoſée ou la grandeur que l'on veut diviſer & ſon diviſeur.

Diviſeurs	*Multiplicateurs des termes propoſez.*
$\surd a + \surd b.$	$\surd a - \surd b.$
$\surd C.a + \surd C.b.$	$\surd C.aa - \surd C.ab + \surd C.bb.$
$\surd\surd a + \surd\surd b.$	$\surd\surd a^3 - \surd\surd aab + \surd\surd abb - \surd\surd b^3.$
$\surd^5 a + \surd^5 b.$	$\surd^5 a^4 - \surd^5 a^3b + \surd^5 aabb - \surd^5 ab^3 + \surd^5 b^4.$
$\surd^6 a + \surd^6 b.$	$\surd^6 a^5 - \surd^6 a^4b + \surd^6 a^3bb + \surd^6 aab^3 - \surd^6 ab^4 + \surd^6 b^5.$
$\surd^7 a + \surd^7 b.$	$\surd^7 a^6 - \surd^7 a^5b + \surd^7 a^4bb - \surd^7 a^3b^3 + \surd^7 aab^4 - \surd^7 ab^5 + \surd^7 b^6.$

SCD LYON 1

Et si l'exposant du signe radical est pair ; le nouveau diviseur sera la grandeur commensurable $a - b$: & il sera au contraire $a + b$, si ce nombre est impair. Mais si l'une des parties du diviseur proposé avoit le signe $+$ & l'autre le signe $-$; le multiplicateur auroit par tout le signe $+$.

Diviseur $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
Multiplié par $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$a + \sqrt{ab}$
$- \sqrt{ab} - b$
Produit $a \quad * \quad - b.$

Diviseur $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b.}$
par $\sqrt{C.aa} - \sqrt{C.ab} + \sqrt{C.bb.}$
$a - \sqrt{C.aab} + \sqrt{C.abb}$
$+ \sqrt{C.aab} - \sqrt{C.abb} + b$
Produit $a \quad * \quad * \quad + b.$

Diviseur $\sqrt{\sqrt{a}} + \sqrt{\sqrt{b}}.$
Multiplié par $\sqrt{\sqrt{a^3}} - \sqrt{\sqrt{aab}} + \sqrt{\sqrt{abb}} - \sqrt{\sqrt{b^3}}.$
$\sqrt{\sqrt{a^3 b}} - \sqrt{\sqrt{aabb}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}} - b.$
$a - \sqrt{\sqrt{a^3 b}} + \sqrt{\sqrt{aabb}} - \sqrt{\sqrt{ab^3}}$
Produit $a \quad * \quad * \quad * \quad - b.$

Et si le diviseur étoit $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$; on multiplieroit chaque terme par $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}$, ce qui donneroit un nouveau diviseur $a - b + c + 2\sqrt{ac}$ qui seroit un binome.

Et si le diviseur étoit un quadrinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$; on multiplieroit chaque terme par $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d}$, & on auroit pour nouveau diviseur un trinome $a - b + c - d + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bd}$, qui pourroit fournir un binome à son tour, & le binome un diviseur commensurable. Les exemples éclairciront & feront mieux concevoir ces diverses régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviser $56 + 24\sqrt{5}$ par $6 + 2\sqrt{5}$. Je multiplie chacun de ces binomes par $6 - 2\sqrt{5}$. Et je divise le premier produit $96 + 32\sqrt{5}$ par le second 16. Et l'exposant $6 + 2\sqrt{5}$ est celuy qui résoût la question. Et il en est ainsi des autres semblables. Et divisant de la même sorte $588 + 132\sqrt{2}$ par $12 + 2\sqrt{2}$; on trouvera pour exposant $48 + 3\sqrt{2}$.

Multiplier $56 + 24\sqrt{5}$ *par* $6 - 2\sqrt{5}$
$- 112\sqrt{5} - 240$
$336 + 144\sqrt{5}$

Et $6 + 2\sqrt{5}$. *par* $6 - 2\sqrt{5}$
$- 12\sqrt{5} - 20$
$36 + 12\sqrt{5}$

1er $96 + 32\sqrt{5}$ *divisé par* 16 (16 2d *prod.*
(6 + 2√5 *exposant*

Multiplier $588 + 132\sqrt{2}$ *par* $12 - 2\sqrt{2}$
$- 1176\sqrt{2} - 528$
$7056 + 1584\sqrt{2}$

Et $12 + 2\sqrt{2}$ *par* $12 - 2\sqrt{2}$
$- 24\sqrt{2} - 8$
$144 + 24\sqrt{2}$

1er 6528 + 408√2. *divisé par* 136 (48 + 3√2 *exposant.*
136 2d *produit.*

SECOND EXEMPLE.

Pour diviser $2\sqrt{5} + \sqrt{14}$ par $\sqrt{10} + \sqrt{6}$. Je multiplie chacun de ces

binomes par $\sqrt{10} - \sqrt{6}$. Et je divise le premier produit $10\sqrt{2} + 2\sqrt{35} - 2\sqrt{30} - 2\sqrt{21}$ par le second produit 4. Et l'exposant $\frac{5}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{35} - \frac{1}{2}\sqrt{30} - \frac{1}{2}\sqrt{21}$ est celuy qui résoût la question.

Binome à diviser $2\sqrt{5} + \sqrt{14}$ *Diviseur* $\sqrt{10} + \sqrt{6}$

Multiplié par $\sqrt{10} - \sqrt{6}$ *Multiplié par* $\sqrt{10} + \sqrt{6}$

$-2\sqrt{30} - 2\sqrt{21}$ $-2\sqrt{15} - 6$

$10\sqrt{2} + 2\sqrt{35}$ $10 + 2\sqrt{15}$

1er *Produit* $10\sqrt{2} + 2\sqrt{35} - 2\sqrt{30} - 2\sqrt{21}$. (2d *Produit* $10 * -6 \propto 4$.

divisé par 4. $\frac{5}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{35} - \frac{1}{2}\sqrt{30} - \frac{1}{2}\sqrt{31}$ *exposant.*

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviser 12 par $3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$. J'écris $\frac{12}{3+\sqrt{2}-3}$ qui résoût la question. Ou pour n'avoir aucune fraction ; je multiplie 12 & $3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ par $3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$, & ensuitte chacun des produits $36 + 12\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$ & $8 + 6\sqrt{2}$ par $-8 + 6\sqrt{2}$. Et je divise le premier des nouveaux produits, qui est $-144 + 120\sqrt{2} - 96\sqrt{3} + 72\sqrt{6}$, par le second 8 ; & l'exposant $-18 + 15\sqrt{2} - 12\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$ est celuy qui résoût la question.

Multiplier l'antécédent 12 *Et le conséquent* $3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$

par $3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ *par* $3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$

1er *produit* $36 + 12\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$ 2d *produit* $8 + 6\sqrt{2}$

Multiplié par $-8 + 6\sqrt{2}$ *Multiplié par* $-8 + 6\sqrt{2}$

$216\sqrt{2} + 144 + 72\sqrt{6}$ *Produit* $8 \propto -64 + 72$.

$-288 - 96\sqrt{2} - 96\sqrt{3}$

Produit $-144 + 120\sqrt{2} - 96\sqrt{3} + 72\sqrt{6}$ ($-18 + 15\sqrt{2} - 12\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$ *exposant.*

Divisé par le produit 8.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviser $10 + 5\sqrt{C.3}$ par $\sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$. Je multiplie chacun de ces binomes, ou le premier seul $10 + 5\sqrt{C.3}$ par $\sqrt{C.4} - \sqrt{C.6} + \sqrt{C.9}$. Et je divise le produit $10\sqrt{C.4} - 10\sqrt{C.6} + 5\sqrt{C.12} + 10\sqrt{C.9} - 5\sqrt{C.18} + 15$ par un autre produit $5 \propto 2 + 3$. Et l'exposant $2\sqrt{C.4} - 2\sqrt{C.6} + \sqrt{C.12} + 2\sqrt{C.9} - \sqrt{C.18} + 3$ est celuy qui résoût la question.

Binome à diviser $10 + 5\sqrt{C.3}$. *Son diviseur* $\sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$.

Multiplié par $\sqrt{C.4} - \sqrt{C.6} + \sqrt{C.9}$

$5\sqrt{C.12} - 5\sqrt{C.18} + 15$

$10\sqrt{C.4} - 10\sqrt{C.6} + 10\sqrt{C.9}$

Produit $10\sqrt{C.4} - 10\sqrt{C.6} + 10\sqrt{C.9} + 5\sqrt{C.12} - 5\sqrt{C.18} + 15$

Divisé par $5.(2\sqrt{C.4} - 2\sqrt{C.6} + 2\sqrt{C.9} + \sqrt{C.12} - \sqrt{C.18} + 3$ *exposant.*

SCD LYON 1

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour diviſer 15 par $\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{\sqrt{3}}}$. Je multiplie 15 par $-\sqrt{\sqrt{8}}+\sqrt{\sqrt{12}}-\sqrt{\sqrt{18}}+\sqrt{\sqrt{27}}$. Et je diviſe enſuitte le produit par 5. Et l'expoſant $-3\sqrt{\sqrt{8}}+3\sqrt{\sqrt{12}}-3\sqrt{\sqrt{18}}+3\sqrt{\sqrt{27}}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{15}{\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{\sqrt{3}}}}\right. \propto \frac{-15\sqrt{\sqrt{8}}+15\sqrt{\sqrt{12}}-15\sqrt{\sqrt{18}}+15\sqrt{\sqrt{27}}}{5} \text{ expoſant.}$$

SIXIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $\sqrt{a^4+2a^3b-2ab^3-b^4}$ par $a+b$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $a+b\sqrt{aa-bb}$, & j'écris $\sqrt{aa-bb}$ qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{\sqrt{a^4+2a^3b-2ab^3-b^4}}{a+b}\right. \propto \frac{a+b\sqrt{aa-bb}}{a+b} \propto \sqrt{aa-bb} \text{ expoſant.}$$

Et pour diviſer $a^3b-abbc$ par $aa+a\sqrt{bc}$. Je dis : a^3b diviſée par aa donne ab, & j'ôte $a^3b+aab\sqrt{c}$. Et je dis enſuitte $-aab\sqrt{bc}$ diviſée par aa donne $-b\sqrt{bc}$, & j'ôte $-aab\sqrt{bc}-abbc$, ce qui ne laiſſe rien. Et $ab-b\sqrt{bc}$ réſoût la queſtion. Et pareillement $aabb-ccdd$ diviſée par $\sqrt{ab}-\sqrt{cd}$ donne $\overline{ab+cd}\sqrt{ab}+\overline{ab+cd}\sqrt{cd}$. Et $a^3-abc+\overline{aa-bc}\sqrt{bc}$ diviſée par $a-\sqrt{bc}$ donne $aa+bc+2a\sqrt{bc}$.

$$\left\{\frac{a^3b-abbc}{aa+a\sqrt{bc}}\right. \propto ab-b\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{aabb-ccdd}{\sqrt{ab}-\sqrt{cd}}\right. \propto ab\sqrt{ab}+cd\sqrt{ab}+ab\sqrt{cd}+cd\sqrt{cd}.$$

$$\left\{\frac{a^3-abc+\overline{aa-bc}\sqrt{bc}}{a-\sqrt{bc}}\right. \propto aa+bc+2a\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{a^3+bc\sqrt{bc}}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto aa+bc-a\sqrt{bc}.$$

$$\left\{\frac{aa-bc}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto a-\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{ab-cd}{\sqrt{ab}-\sqrt{cd}}\right. \propto \sqrt{ab}+\sqrt{cd}. \quad \left\{\frac{ab+b\sqrt{bc}}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto b.$$

SEPTIEME EXEMPLE.

Et pour diviſer $180+24x+3xx+2x^3-x^4$ par $x+3\sqrt{xx+12}$. Je les diviſe l'un & l'autre afin d'abbréger par $x+3$; & les expoſans $60-12x+5xx-x^3$ & $\sqrt{xx+12}$ ſont les termes de la fraction $\frac{60-12x+5xx-x^3}{\sqrt{xx+12}}$. Et ces deux termes étant diviſez l'un & l'autre par par $xx+12$, les expoſans ſont encore $5-x$ & $\frac{1}{\sqrt{xx+12}}$, dont le premier étant enfin diviſé par le ſecond, l'expoſant $5-x\sqrt{xx+12}$ réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{180+24x+3xx+2x^3-x^4}{x\sqrt{xx+12}+3\sqrt{xx+12}}\right. \propto \frac{60-12x+5xx-x^3}{\sqrt{xx+12}} \propto 5-x\sqrt{xx+12}.$$

Et pour diviſer $180+24x+3xx+2x^3-x^4$ par $8\sqrt{xx+12}$. Je diviſe chacun de ces deux termes par $xx+12$, & le premier expoſant

$15 + 2x - xx$ par le ſecond $\frac{8}{\sqrt{xx+12}}$. Et l'expoſant nouveau $\frac{15+2x-xx}{8}$ $\sqrt{xx+12}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{180 + 24x + 3xx + 2x^3 - x^4}{8\sqrt{xx+12}}\right. \infty \frac{15+2x-xx}{8}\sqrt{xx+12}.$$

Et ſi les calculs paroiſſent trop penibles ou embarraſſez, ou ſi l'on ne peut trouver un expoſant entier qui ſoit aſſez ſimple ; on ſe contentera d'écrire ſimplement les multinomes en fractions. Comme pour diviſer $aa + \sqrt{abcd}$ par $a + \sqrt{bc}$; j'écris ſimplement $\frac{aa+\sqrt{abcd}}{a+\sqrt{bc}}$. Et pour diviſer $c - d$ par $\sqrt{a^4+b^4}$; j'écris $\frac{c-d}{\sqrt{a^4+b^4}}$. Et ainſi des autres.

XI PROBLEME.

14. *Pour tirer les racines des grandeurs incomplêxes & incommenſurables.*

b. 1. On ſuivra les régles ordinaires de l'expreſſion [b] des grandeurs incommenſurables. Comme pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{2}$; j'écris $\sqrt{\sqrt{2}}$. Et pour en tirer la racine cubique ; j'écris $\sqrt{C}\sqrt{2}$. Et pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{C.4}$; j'écris $\sqrt{C.2}$. Et pareillement $\sqrt{12^c.3}$ ſera la racine 6^c de $\sqrt{3}$. Et $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ la 4^c de $\sqrt{2}$. Et $\sqrt{C}\sqrt{C.3}$ la cubique de $\sqrt{C.3}$. Et $\sqrt{2}$ la cubique de $2\sqrt{2}$ ou de $\sqrt{8}$.

I THEOREME.

15. TOut quarré d'un binome $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, où chaque membre ne peut avoir au plus que le ſigne $\sqrt{}$, eſt encore un binome $a + b + 2\sqrt{ab}$, dont un membre eſt commenſurable, & l'autre ſous le ſigne $\sqrt{}$. Et le quarré $aa + 2ab + bb$ de la partie commenſurable $a + b$ moins le quarré $4ab$ de l'autre $2\sqrt{ab}$ eſt un quarré parfait $aa - 2ab + bb$, dont la racine $a - b$ eſt une différence des quarrez a & b des deux membres $\sqrt{a}$ & $\sqrt{b}$. Et cette différence $a - b$ étant ajoûtée à leur ſomme $a + b$, donne un double $2a$ du quarré du membre $\sqrt{a}$. Et la même différence $a - b$ étant ôtée de la ſomme $a + b$ laiſſe un double $2b$ du quarré de l'autre membre $\sqrt{b}$.

COROLLAIRE ET PROBLEME XII.

16. *Pour tirer la racine quarrée d'un binome dont un membre eſt commenſurable.*

On prend les quarrez des deux membres ; & ôtant le moindre du plus grand, on tire la racine du reſte. On ajoûte enſuitte cette même racine, que je nomme $a - b$, à la partie commenſurable $a + b$, & on l'ôte auſſi de la même partie. Et prenant la moitié a de la ſomme $2a$, & la moitié b de la différence $2b$, on tire les racines quarrées de ces mêmes moitiez.

SCD LYON 1

Et la somme $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ de ces deux racines satisfait [b] au problème, si chaque membre du binome a le signe +; ou leur différence $\sqrt{a}-\sqrt{b}$, si le membre incommensurable a le signe —. b. 15.

PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $33+\sqrt{800}$. Je prens les deux quarrez 1089 & 800, l'un de 33, & l'autre de 800; & leur différence 289, dont je tire la racine quarrée 17. J'ajoûte ensuitte 17 à 33, & j'ôte aussi 17 de 33; & prenant les moitiez 25 & 8, l'une de la somme 50, & l'autre du reste 16; je tire encore leurs racines quarrées 5 & $\sqrt{8}$. Et j'écris $5+\sqrt{8}$ ou $5+2\sqrt{2}$ qui résoût la question.

Multiplier 33 { *Et* $\sqrt{800}$ { *Ajoûter* 33 { *De* 33
par 33 { *par* $\sqrt{800}$ { *&* 17 { *ôter* 17
Grand quarré 1089 (*petit* 800 (*somme* 50 (*Reste* 16
ôter 800 (*sa moitié* 25 (*sa moitié* 8
Reste 289 (17 *côté* (*son côté* 5 (*côté* $\sqrt{8}$. (*Et* $5+\sqrt{8}$ *côté cherché.*

SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $116+12\sqrt{80}$. Comme le quarré 4 en est un diviseur; je le divise par 4 afin d'abbréger, & je réserve le côté 2 de 4. Et pour trouver celuy de l'exposant $29+3\sqrt{80}$. Je dis: le quarré de 29 est 841, & celuy de $3\sqrt{80}$ ou de $\sqrt{720}$ est 720. Et 720 étant ôté de 841, le reste est 121 dont je prens la racine quarrée 11. J'ajoûte ensuitte 11 à 29, & je l'ôte aussi de 29; & prenant les moitiez 20 & 9, l'une de la somme 40, & l'autre du reste 18; je tire encore leurs racines quarrées $\sqrt{20}$ & 3. Et le binome $3+\sqrt{20}$ ou $3+2\sqrt{5}$ est la racine quarrée de $29+3\sqrt{80}$. Et l'ayant multiplié par le côté 2 que j'avois reservé, le binome $6+4\sqrt{5}$ est la racine quarrée de $116+12\sqrt{80}$ qu'on avoit proposé.

Multiplier 29 { *Et* $\sqrt{720}$ { *A* 29 { *De* 29
par 29 { *par* $\sqrt{720}$ { *ajoûter* 11 { *ôter* 11
Grand quarré 841. (*petit* 720. (*somme* 40 (*Reste* 18
ôter 720 (*moitié* 20 (*moitié* 9
Reste 121 (11 *côté* (*côté* $\sqrt{20}$. (*côté* 3. { $3+\sqrt{20}$ *côté*
(*Et* $6+4\sqrt{5}$ *côté de* $116+48\sqrt{5}$. { *de* $29+4\sqrt{80}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{20}+\sqrt{15}$. Je puis d'abord le diviser par $\sqrt{5}$ pour abbréger & rendre un membre commensurable, & tirer ensuitte la racine quarrée de l'exposant $2+\sqrt{3}$. Je dis donc: La différence des quarrez 4 & 3 des membres 2 & $\sqrt{3}$ est 1, dont je prens la racine quarrée 1. Et l'ajoûtant au membre 2, & l'ôtant pareillement de 2, je prens

les moitiez $\frac{3}{2}$ & $\frac{1}{2}$, l'une de la somme 3, & l'autre de la différence 1; & je tire encore les racines quarrées $\sqrt{\frac{3}{2}}$ & $\sqrt{\frac{1}{2}}$ de ces deux moitiez, & le binome $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ est la racine quarrée de $2 + \sqrt{3}$. Et parceque j'ai divisé d'abord $\sqrt{20} + \sqrt{15}$ par $\sqrt{5}$, je multiplie par le côté $\sqrt{\sqrt{5}}$ du diviseur $\sqrt{5}$ le binome que j'ai découvert ou son égal $\sqrt{\sqrt{\frac{9}{4}}} + \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}}}$. Et le produit $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}} + \sqrt{\sqrt{1\frac{1}{4}}}$ est la racine quarrée du binome qu'on avoit proposé.

Multiplier 2	*Et* $\sqrt{3}$	*A* 2	*De* 2
par 2	*par* $\sqrt{3}$	*ajoûter* 1	*ôter* 1
Grand quarré 4	*petit* 3	*somme* 3	*Reste* 1
ôter 3		*moitié* $\frac{3}{2}$	*moitié* $\frac{1}{2}$.
Reste 1	*côté* 1	*côté* $\sqrt{\frac{3}{2}}$	*côté* $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

$\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ *côté de* $2 + \sqrt{3}$. *Et* $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}} + \sqrt{\sqrt{1\frac{1}{4}}}$ *côté de* $\sqrt{20} + \sqrt{15}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $26 - 4\sqrt{5} - \sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$ par la régle précédente; je prens le quarré $756 - 208\sqrt{5}$ de $26 - 4\sqrt{5}$, & le quarré $640 - 256\sqrt{5}$ de $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$. Et ôtant le moindre du du plus grand, je prens le reste $116 + 48\sqrt{5}$, & j'en tire la racine quarrée $6 + 4\sqrt{5}$. J'ajoûte ensuitte la même racine à la partie $26 - 4\sqrt{5}$, & je l'ôte aussi de la même partie. Et prenant les moitiez 16 & $10 - 4\sqrt{5}$, l'une de la somme 32, & l'autre du reste $20 - 8\sqrt{5}$; je tire encore leurs racines quarrées 4 & $\sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$, & le binome $4 - \sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$ est la racine quarrée du trinome qu'on avoit proposé.

Multiplier $26 - 4\sqrt{5}$	*Et* $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$	*A* $26 - 4\sqrt{5}$	*De* $26 - 4\sqrt{5}$
par $26 - 4\sqrt{5}$	*par* $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$	*ajoûter* $6 + 4\sqrt{5}$	*ôter* $6 + 4\sqrt{5}$
Grand quarré $756 - 208\sqrt{5}$.	*petit* $640 - 256\sqrt{5}$.	*somme* 32	*Reste* $20 - 8\sqrt{5}$
ôter $640 - 256\sqrt{5}$		*moitié* 16	*moitié* $10 - 4\sqrt{5}$
Reste $116 + 48\sqrt{5}$	(*sa racine* $6 + 4\sqrt{5}$	*côté* 4.	*côté* $\sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$

Et $4 - \sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$ *racine quarrée de* $26 - 4\sqrt{5} - \sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$.

II THEOREME.

17. TOute puissance d'un binome $a + \sqrt{b}$ dont un membre est commensurable, & l'autre sous le signe $\sqrt{}$, est encore un binome où un membre est commensurable, & l'autre sous le signe radical $\sqrt{}$. Et le quarré du membre commensurable moins le quarré de l'incommensurable laisse pour reste une puissance parfaite & du même degré que celle qu'on propose

proposé ; & qui a pour racine la différence $aa - b$ des quarrez aa & b des deux membres a & $\sqrt{b}$ de la racine linéaire ou du binome $a + \sqrt{b}$.

DEMONSTRATION.

Le quarré du binome $a + \sqrt{b}$ est déja le binome $aa + b + 2a\sqrt{b}$. Et la différence $a^4 - 2aab + bb$ des quarrez $a^4 + 2aab + bb$ & $4aab$, l'un d'un membre, & l'autre de l'autre, est un quarré parfait, qui a pour racine la différence $aa - b$ des quarrez des deux membres a & $\sqrt{b}$ de la rane $a + \sqrt{b}$.

Et le cube $\overline{a^3 + 3ab} + \overline{3aa\sqrt{b} + b\sqrt{b}}$ du binome $a + \sqrt{b}$ est pareillement un binome, où le premier membre est commensurable. Et la différence $a^6 - 3a^4b + 3aabb - b^3$ des quarrez $a^6 + 6a^4b + 9aabb$ & $9a^4b + 6aabb + b^3$, l'un du membre $a^3 + 3ab$, & l'autre de l'autre $3aa\sqrt{b} + b\sqrt{b}$, est pareillement un cube, dont la racine cubique est $aa - b$.

Et le quarré du quarré $\overline{a^4 + 6aab + bb} + \overline{4a^3\sqrt{b} + 4ab\sqrt{b}}$ du binome $a + \sqrt{b}$ est aussi un binome, où le premier membre est commensurable. Et le quarré $a^8 + 12a^6b + 38a^4bb + 12aab^3 + b^4$ du membre $a^4 + 6aab + bb$ moins le quarré $16a^6b + 32a^4bb + 16aab^3$ de l'autre membre est la puissance quatriéme & parfaite $a^8 - 4a^6b + 6a^4bb - 4aab^3 + b^4$ de la grandeur $aa - b$, qui est commensurable.

Et la 5e puissance $\overline{a^5 + 10a^3b + 5abb} + \overline{5a^4\sqrt{b} + 10aab\sqrt{b} + bb\sqrt{b}}$ du binome $a + \sqrt{b}$ est encore un binome, où le premier membre est commensurable. Et la différence des quarrez $a^{10} + 20a^8b + 110a^6bb + 100a^4b^3 + 25aab^4$ & $25a^8b + 100a^6bb + 110a^4b^3 + 20aab^4 + b^5$, l'un d'un membre, & l'autre de l'autre, est la puissance 5e & parfaite $a^{10} - 5a^8b + 10a^6bb - 10a^4b^3 + 5aab^4 - b^5$ de la grandeur commensurable $aa - b$.

Et il en est ainsi des autres puissances jusques à l'infini, observant seulement que si $\sqrt{b}$ surpasse a ; il faut écrire $-a + \sqrt{b}$, & changer les signes $+$ en $-$, & $-$ en $+$, dans chaque puissance où le nombre des degrez est impair ; comme dans les cubiques, 5es, 7es, &c. Ce qu'on doit toûjours supposer dans la suitte.

I COROLLAIRE ET PROBLEME XIII.

18. *POur résoudre un binome, ou pour tirer sa racine linéaire, lorsqu'elle est un binome, dont un membre est commensurable, & que tout est sans fraction.*

On prendra les quarrez des deux membres ; & ôtant le moindre du plus grand, on tirera une racine linéaire $aa - b$ ou $b - aa$ du reste, semblable à celle que l'on cherche, & du binome encore une pareille approchée & qui surpasse à $\frac{1}{2}$ prés la juste valeur, mais non pas davantage : & par cette racine approchée que je nomme $a + \sqrt{b}$, on divisera la différence $aa - b$ ou $b - aa$ des quarrez. Et si le membre commensurable est plus grand que l'autre ; l'exposant de la division que je nomme $a - \sqrt{b}$ sera ajoûté à la racine approchée $a + \sqrt{b}$. Et prenant une moitié a de la somme $2a$, on ôtera de son quarré aa la différence $aa - b$ des deux pre-

miers quarrez, & du reſte b on tirera la racine quarrée $\surd b$. Et ſi le membre incommenſurable eſt le plus grand des deux; on ôtera l'expoſant de la diviſion, que je nomme $-a+\surd b$, de la racine approchée $a+\surd b$. Et prenant une moitié a du reſte $2a$, on ajoûtera à ſon quarré aa la différence $b-aa$ des deux premiers quarrez. Et de la ſomme b on tirera la racine quarrée. Et enfin le binome $a+\surd b$ réſoudra la queſtion, ſi chaque membre eſt poſitif; ou $a-\surd b$, ſi le ſecond membre eſt négatif; ou $-a+\surd b$, ſi le premier eſt négatif. Divers éxemples pourront fixer & éclaircir ces régles.

Premier exemple.

Pour tirer la racine cubique du binome $20+\surd 392$. Je prens les deux quarrez 400 & 392 de ſes deux membres 20 & $\surd 392$. Et ôtant 392 de 400; je tire du reſte, qui eſt 8, la racine cubique 2; & du binome $20+\surd 392$, qui vaut environ 39 ou 40, je tire une racine cubique approchée, dont la juſte valeur eſt entre 3 & $3\frac{1}{2}$. Je choiſis donc $3\frac{1}{2}$, & je diviſe la racine cubique 2 de la différence 8 par la cubique approchée $3\frac{1}{2}$. Et comme le membre commenſurable eſt plus grand que l'autre, j'ajoûte l'expoſant $\frac{4}{7}$ à la racine cubique approchée $3\frac{1}{2}$. Et de la ſomme $4\frac{1}{14}$ je prens la moitié ſans fraction qui eſt 2. Je dis enſuitte: le quarré de la même moitié 2 eſt 4, dont j'ôte la racine cubique 2 de la différence 8 des deux quarrez 400 & 392. Et tirant du reſte, qui eſt encore 2, une racine quarrée $\surd 2$; je l'ajoûte à la moitié 2 que j'ai déja trouvée, & le binome $2+\surd 2$ réſoût la queſtion; comme il eſt aiſé de s'en aſſûrer, en comparant ſon cube $20+\surd 392$ avec celuy que l'on a propoſé & qui eſt le même. Comme on ſuppoſe toûjours dans ces ſortes des réſolutions que la moitié a eſt un nombre entier, ce qui eſt ſouvent faux, on eſt obligé d'élever le binome qu'on trouve à une puiſſance pareille à la propoſée, afin de juger avec aſſûrance, ſi les ſuppoſitions ſont juſtes ou non.

Juſte valeur de $20+\surd 392$ *entre* 39 & 40. (*Racine* 3^{c} *de* 40 *entre* 3 & $3\frac{1}{2}$.

{ *Multiplier* 20 *par* 20 — *Et* $\surd 392$ *par* $\surd 392$ — *De* 400 *ôter* 392 — *Diviſer* 2 *par* $3\frac{1}{2}$ ($\frac{4}{7}$ *expoſant* ($3\frac{1}{2}$ *racine approchée.*

(*Quarré* 400. (*Quarré* 392. (*Différence* 8 (*Sa racine* 3^{c}. 2. ($4\frac{1}{14}$ *Somme*

(*Du quarré* 4 *de la moitié* 2 *ôter la racine* 3^{c} 2 *de la différence* 8. *Reſte* 2.

(*Et* $\surd 2$ *ſa racine quarrée.* (*Et* $2+\surd 2$ *racine cubique cherchée.*

SCD LYON 1

Second exemple.

Pour tirer la racine cubique de $25 + 22\sqrt{2}$. Je prens les quarrez 625 & 968 de ses membres. Et ôtant 625 de 968, je tire du reste 343 la racine cubique 7, & du binome une cubique approchée, dont la juste valeur est entre 4 & $3\frac{1}{2}$. Je prens donc 4, & je divise par 4 la racine cubique 7. Et comme le membre commensurable est plus petit que l'autre, j'ôte l'exposant $\frac{7}{4}$ de la racine cubique & approchée 4. Et du reste $2\frac{1}{4}$ je prens la moitié sans fraction qui est 1. Je dis ensuitte 1 est le quarré de la moitié 1, & ajoûtant au quarré 1 la racine cubique 7 de la différence des quarrez, la somme est 8, dont je tire la racine quarrée $2\sqrt{2}$. Et l'ajoûtant à la moitié 1, le binome $1 + 2\sqrt{2}$ est celuy qui résoût la question, puisqu'on voit que son cube est celuy qu'on propose.

Juste valeur de $25 + 22\sqrt{2}$ *entre* 56 *&* 55. (*Racine* 3e *de* 56 *entre* $3\frac{1}{2}$ *&* 4.

{ *Multiplier* 25 { *par* 25 — *Et* $\sqrt{468}$ { *par* $\sqrt{968}$ — *De* 968 { *ôter* 625 — *Diviser* 7 { *par* 4. — $\frac{7}{4}$ *exposant ôté de* 4 *racine approchée.*

(*Quarré* 625. (*Quarré* 968. *Reste* 343 (*Sa racine* 3e. 7. { $2\frac{1}{4}$ *Reste* ; 1 *moitié*

(*Au quarré* 1 *de la moitié* 1 *ajoûter la racine* 3e 7 *de la différence* 343. *Somme* 8.

(*Et* $2\sqrt{2}$ *sa racine quarrée.* (*Et* $1 + 2\sqrt{2}$ *racine cubique cherchée.*

Troisieme exemple.

Pour tirer la racine 5e du binome $176 + 80\sqrt{5}$. Je prens les quarrez 30976 & 32000 des deux membres 176 & $\sqrt{32000}$. Et ôtant le premier du second, je tire du reste 1024 la racine 5e qui est 4, & du binome une 5e approchée, dont la juste valeur est entre 3 & $3\frac{1}{2}$. Je prens donc $3\frac{1}{2}$, & par elle je divise la racine 5e 4. Et comme le membre commensurable est

Juste valeur de $176 + 80\sqrt{5}$ *approche fort de* 355. (*Racine* 5e *de* 355 *entre* 3 *&* $3\frac{1}{2}$

{ *Multiplier* 176 { *par* 176. — *Et* $\sqrt{32000}$ { *par* $\sqrt{32000}$ — *De* 32000 { *ôter* 30976 — *Diviser* 4 { *par* $3\frac{1}{2}$ — $\frac{8}{7}$ *expos. ôté de* $3\frac{1}{2}$

(*Quarré* 30976. (*Quarré* 32000. (*Reste* 1024 (4 *Sa racine* 5e. ($2\frac{5}{14}$ *Reste*

Sa moitié sans fraction 1

(*Au quarré* 1 *de la moitié* 1 *ajoûter la racine* 5e 4 *de la différence* 1024. *somme* 5.

(*Et* $\sqrt{5}$ *sa racine* 5e. (*Et* $1 + \sqrt{5}$ *racine* 5e *de* $176 + 80\sqrt{5}$.

SCD LYON 1

plus petit que l'incommensurable, j'ôte l'exposant $\frac{8}{7}$ de la racine 5e & approchée $3\frac{1}{2}$. Et du reste $2\frac{5}{14}$ je prens la moitié sans fraction qui est 1. Je dis ensuitte : le quarré de la moitié 1 est 1, à qui j'ajoûte la racine 5e 4 de la différence 1024 des quarrez. Et tirant une racine quarrée $\surd 5$ de la somme 5, j'ajoûte $\surd 5$ à la moitié 1, & j'écris $1 + \surd 5$. Et pour voir si ce binome est la racine 5e que je cherche, j'en prens la 5e puissance $176 + 80\surd 5$ qui est la même qu'on propose. De sorte que le binome $1 + \surd 5$ est la juste racine qui résoût la question.

Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine 7e du binome $2704 + \surd 7311488$. Je prens les quarrez 7311616 & 7311488 de ses membres. Et ôtant le second du premier, je tire du reste 128 la racine 7e qui est 2, & du binome une 7e approchée. Et voyant que la juste valeur est entre 3 & $3\frac{1}{2}$, je prens $3\frac{1}{2}$, & par elle je divise la racine 7e 2. Et parceque le membre commensurable est plus grand que l'autre ; j'ajoûte l'exposant $\frac{4}{7}$ à la racine approchée $3\frac{1}{2}$. Et je prens la moitié sans fraction de la somme $4\frac{1}{14}$. Je dis ensuitte : le quarré de cette moitié 2 est 4, & j'ôte de 4 la racine 7e 2 de la différence 128 des quarrez. Et tirant du reste qui est 2 la racine quarrée $\surd 2$, je l'ajoûte à la moitié 2, & le binome $2 + \surd 2$ résoût au juste la question, comme on le reconnoît en cherchant sa puissance 7e.

Si la puissance 7e du binome n'étoit pas celuy qu'on propose, les grandeurs *a* & *b* seroient incommensurables, & nul binome ne résoûdroit la question.

Juste valeur de $2704 + \surd 7311418$ *approche fort de* 5408. (*Racine* 7e *de* 5408 *entre* 3 & $3\frac{1}{2}$.

{ *Mult.* 2704 { *Et* $\surd 7311488$ { *De* 7311616 { *Diviser* 2 { $\frac{4}{7}$ *exposant.*
par 2704 } *par* $\surd 7311488$ } *ôter* 7311488 } *par* $3\frac{1}{2}$. } *Et* $3\frac{1}{2}$

(7311616. (7311488. (*Reste* 128 (2 *sa racine* 7e. ($4\frac{1}{14}$ *somme.*

(*Sa moitié sans fraction* 2.

(*Et* $\surd 2$ *sa racine quarrée.* (*Et* $2 + \surd 2$ *racine* 7e *de* $2704 + \surd 7311488$.

II COROLLAIRE ET PROBLEME XIV.

19. *Pour tirer telle racine qu'on voudra d'un binome, lorsque la racine qu'on cherche est pareillement un binome.*

On ôtera premiérement les fractions, s'il y en a ; & par les multiplications ou divisions qu'on jugera nécessaires, on fera encore en sorte que

l'un des membres soit commensurable, & l'autre sous le signe √, & la différence des quarrez des membres une puissance parfaite & semblable à celle qu'on propose. Ce qu'on peut toûjours faire en multipliant le binome qui sera sans fraction, & qui aura un membre commensurable, & l'autre sous le signe √, par une puissance premiére, ou seconde, ou troisiéme, ou quartiéme, ou cinquiéme, de la différence des quarrez, &c; si l'on cherche une racine cubique, ou une cinquiéme, ou une septiéme, &c; c'est à dire par une linéaire, si on cherche une racine cubique; & par une quarrée, si on en cherche une 5e; & par une troisiéme, si on cherche la racine 7e. Et ainsi des autres. Et le binome étant ainsi préparé, les régles précédentes résoûdront le problême.

Premier exemple.

Pour tirer telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{5}{2}\sqrt{5}$. Je le multiplie par $\sqrt{5}$, & le produit $11\sqrt{2} + \frac{25}{2}$ par 2. Et je trouve le binome $22\sqrt{2} + 25$ qui est sans fraction, & où le membre 25 est commensurable.

Et pour tirer pareillement telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{2} + \sqrt{243}$. Je le multiplie par $\sqrt{2}$; & le produit $22 + \sqrt{486}$ est un binome, où un membre 22 est commensurable.

Et même pour tirer telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{C.5} + \sqrt[6^{e}]{.17578125}$. Je divise chaque membre par $\sqrt{C.5}$, & l'exposant $11 + 5\sqrt{5}$ est un binome où un membre est commensurable, & l'autre seulement sous le signe √.

Second exemple.

Pour tirer la racine cubique de $22 + \sqrt{486}$. Je prens les deux quarrez 484 & 486 de ses membres, & la différence 2 de ces mêmes quarrez. Et comme la racine cubique de la différence 2 n'est point commensurable; je multiplie chaque membre par 2. Ce qui fournit un binome nouveau $44 + 2\sqrt{486}$, dont je trouve la racine cubique $2 + \sqrt{6}$, laquelle étant divisée par $\sqrt{C.2}$, parce que le cube 2 a multiplié le premier binome; l'exposant $\sqrt{C.4} + \sqrt[6^{e}]{.54}$ résoût la question.

Et pour tirer la racine 5e du binome $11 + 5\sqrt{5}$. Comme la différence 4 des quarrez 121 & 125 de ses membres n'a point un nombre pour racine 5e; je multiplie ce binome par le quarré 16 de la différence 4, & le produit est $176 + 80\sqrt{5}$, dont ayant pris la racine 5^{e} $1 + \sqrt{5}$; je la divise par $\sqrt[5^{e}]{.16}$, parceque 16 a multiplié le premier binome. Et l'exposant $\frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt[5^{e}]{.16}}$ résoût la question. Il en est ainsi des autres. Et il suffit, pour voir si les suppositions sont justes, de prendre seulement les parties commensurables comme $a^{5} + 10a^{3}b + 5abb$, en supposant dans le binome $1 + \sqrt{5}$ le membre 1 pour a, & le nombre 5 pour b.

III THEOREME.

20. LEs quarrez des binomes ſont auſſi des binomes, ſi leur forme eſt $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. Car leur quarré eſt $a+b+2\sqrt{ab}$.

Et le trinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ a pour quarré un quadrinome $a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{bc}$. Et le quarré d'un quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$ eſt un ſeptinome $a+b+c+d+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{ad}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{bd}+2\sqrt{cd}$.

Mais le quarré d'un quadrinome $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}$ n'eſt qu'un quadrinome $aa+bc+bd+cd+2a\sqrt{bc}+2d\sqrt{bc}+2a\sqrt{bd}+2c\sqrt{bd}+2a\sqrt{cd}+2b\sqrt{cd}$.

Et le quarré d'un quadrinome $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ n'eſt auſſi qu'un quadrinome $ab+ac+b+c+2a\sqrt{bc}+2b\sqrt{bc}+2b\sqrt{a}+2c\sqrt{a}+4\sqrt{abc}$.

Mais le quarré d'un quadrinome $a+\sqrt{bc}-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$ n'eſt qu'un trinome $aa+bc+ab+ac-2a\sqrt{ab}+2c\sqrt{ab}+2a\sqrt{ac}-2b\sqrt{ac}$.

Et le quarré d'un quadrinome $-a+\sqrt{ab}+\sqrt{a}+\sqrt{b}$ n'eſt auſſi qu'un trinome $aa+ab+a+b-2a\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}-2a\sqrt{a}+2b\sqrt{a}$.

Et les quarrez des multinomes à 5 membres auront 11 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}$. Mais ils en auront ſeulement 8; ſi la forme eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{e}$. Et ils n'en auront que 7; ſi la forme eſt $a+\sqrt{bc}-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{d}$.

Et les quarrez des multinomes à 6 membres auront 16 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}+\sqrt{f}$. Et ſeulement 13; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{e}+\sqrt{f}$. Et 12 ſeulement; ſi elle eſt $a+\sqrt{ab}-\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{d}+\sqrt{e}$. Et 8; ſi elle eſt $a+\sqrt{ab}-\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{be}+\sqrt{ce}$. Et encore 8; ſi elle eſt $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}$. Et pareillement 8; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{be}+\sqrt{ce}$. Et 9; ſi elle eſt $a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{be}+\sqrt{ce}$. Et 8; ſi elle eſt $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{ad}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$.

Et les quarrez des multinomes à 7 membres auront 22 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}+\sqrt{f}+\sqrt{g}$. Et 19; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{e}+\sqrt{f}+\sqrt{g}$. Et 18; ſi elle eſt $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{e}+\sqrt{f}+\sqrt{g}$. Et 16; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{ef}+\sqrt{eg}+\sqrt{fg}$. Et 15; ſi elle eſt $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{de}+\sqrt{df}+\sqrt{ef}$. Et 14; ſi elle eſt $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}-\sqrt{ad}+\sqrt{ae}+\sqrt{de}$. Et encore 14; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{ce}+\sqrt{de}+\sqrt{f}$. Et ſeulement 8; ſi elle eſt $a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}+\sqrt{be}+\sqrt{ce}+\sqrt{de}$. Et ſeulement 7; ſi elle eſt $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{ad}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}$.

Et on en peut trouver pluſieurs autres ſemblables, en ſuivant le même ordre, lorſque les multinomes auront plus de ſept membres, & qu'il n'y aura point de ſigne plus élevé que celuy de $\sqrt{}$.

SCD LYON 1

I COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

11. *Pour tirer la racine quarrée d'un multinome où un membre eſt commenſurable, & chaque autre ſous le ſigne √.*

On le rapportera ſucceſſivement aux divers modéles des quarrez dont on vient de parler, & qui peuvent ſervir à ſa réſolution. Les éxemples ſuivans formeront une idée plus diſtincte de cette régle générale.

Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée du binome $33 + 2\sqrt{200}$. Je le rapporte au modéle $\overline{a+b} + 2\sqrt{ab}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Et prenant la moitié $\sqrt{ab}$ ou $\sqrt{200}$ du membre incommenſurable $2\sqrt{200}$ ou $2\sqrt{ab}$; je dis: 200 eſt un plan des nombres 2 & 100, ou 4 ou 50, ou 8 & 25. Et voyant que ces deux enſemble 8 & 25 forment la partie commenſurable 33 ou $\overline{a+b}$, j'écris $\sqrt{8} + \sqrt{25}$ ou $5 + 2\sqrt{2}$ qui réſoût la queſtion.

Quarré $\begin{cases} 33 + 2\sqrt{200}. \\ \overline{a+b} + 2\sqrt{ab}. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} 25+8 \propto 33. \\ a+b. \end{cases}$ *Racine 2e* $\begin{cases} 5 + 2\sqrt{2}. \\ \sqrt{a}+\sqrt{b}. \end{cases}$

Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée du binome $164 - 2\sqrt{2880}$. Pour abbréger, je diviſe d'abord chaque membre par le quarré 4 ou $\sqrt{16}$. Et trouvant le nouveau binome $41 - 2\sqrt{180}$, que je rapporte au modele $\overline{a+b} - 2\sqrt{ab}$, dont $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ eſt la racine quarrée; je prens la moitié $\sqrt{180}$ ou $\sqrt{ab}$ de $2\sqrt{180}$ ou $2\sqrt{ab}$; & je dis: 180 eſt un plan des deux nombres 2 & 90, ou 4 & 45, ou 6 & 30, ou 12 & 15, ou des deux 36 & 5 qui font enſemble 41 ou $a+b$. De ſorte que j'écris $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ pour côté du binome $41 - 2\sqrt{180}$. Et multipliant cette même racine par le côté 2 du quarré 4 par qui j'ai diviſé le binome qu'on propoſe, le produit ou le nouveau binome $24 - 2\sqrt{5}$ qui eſt celuy qui réſoût la queſtion.

Quarré $\begin{cases} 41 - 2\sqrt{180}. \\ \overline{a+b} - 2\sqrt{ab}. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} 36+5 \propto 41. \\ a+b. \end{cases}$ *Racine 2e* $\begin{cases} \sqrt{36} - \sqrt{5}. \\ \sqrt{a} - \sqrt{b}. \end{cases}$

Troisieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $35 + 2\sqrt{54} - 2\sqrt{10}$. Sans avoir égard aux quarrez des binomes, ni à ceux des trinomes, qui ne peuvent être des trinomes; je rapporte le trinome qu'on propoſe au trinome $\overline{aa+ab+ac+bc} - \overline{2a\sqrt{ab}} + \overline{2c\sqrt{ab}} + \overline{2a\sqrt{ac}} - \overline{2b\sqrt{ac}}$, qui eſt un quarré du quadrinome $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$; & je prens les moitiez $\sqrt{54}$ & $\sqrt{10}$, qui répondent aux moitiez $-\overline{a\sqrt{ab}} + \overline{c\sqrt{ab}}$ & $-\overline{a\sqrt{ac}} + \overline{b\sqrt{ac}}$, ou aux moitiez $\sqrt{\overline{a^2b} - 2aabc + abcc}$ & $\sqrt{\overline{a^2c} - 2aabc + abbc}$, qui renferment ſous leur ſigne, la premiére un ſurſolide des quatre nombres $a, b, c-a, c-a$, & l'autre un ſurſolide des quatre $a, c, -a+b, -a+b$. Et

considérant sur ces modéles les nombres 54 & 10, le premier comme un sursolide des nombres 2, 3, 3, 3, répondans aux quatre a, b, $c-a$, $c-a$; & l'autre 10 comme un sursolide des nombres 2, 5, 1, 1, ou des quatre a, c, $b-a$, $b-a$; j'écris pour $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$ le quadrinome $2-\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$, qui résoût la question, parceque les quarrez ensemble 4, 6, 10, 15, de ses quatre membres rendent le membre commensurable 35.

Trinome quarré $35+2\sqrt{54}-2\sqrt{10}$

Quarré $aa+ab+ac+bc+2\sqrt{a^3b-2aabc+abcc}-2\sqrt{a^3c-2aabc+abbc}$.

Diviseurs $\begin{cases} a.\ b.\ c-a.\ c-a \\ 2.\ 3.\ 3.\ 3. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a.\ c.\ b-a.\ b-a. \\ 2.\ 5.\ 1.\ 1. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}. \\ 2-\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}. \end{cases}$

Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $15-2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$. Je le rapporte au trinome général $aa+ab+ac+bc-2\sqrt{a^3b-2aabc+abcc}+2\sqrt{a^3c-2aabc+abbc}$, qui est un quarré du quadrinome $-a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{6}$ & $\sqrt{2}$, qui répondent l'une à la moitié $\sqrt{a^3b-2aabc+abcc}$, & l'autre à la moitié $\sqrt{a^3c-2aabc+abbc}$; je considére 6 comme un sursolide des nombres 2, 3, 1, 1, ou a, b, $a-c$, $a-c$; & 2 comme un sursolide des nombres 2, 1, 1, 1, ou a, c, $b-a$, $b-a$; & j'écris le quadrinome $-a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$ ou $-2+\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez 4, 6, 2, 3, de ses quatre membres forment ensemble le nombre commensurable 15; il résoût la question.

Trinome quarré $15-2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$.

Quarré $aa+ab+ac+bc-2\sqrt{a^3b-2aabc+abcc}+2\sqrt{a^3c-2aabc+abbc}$.

Diviseurs $\begin{cases} a.\ b.\ a-c.\ a-c. \\ 2.\ 3.\ 1.\ 1. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a.\ c.\ b-a.\ b-a. \\ 2.\ 1.\ 1.\ 1. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} -a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}. \\ -2+\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}. \end{cases}$

Cinquiem exemple.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $140+16\sqrt{3}+8\sqrt{6}$. Pour abbréger, je le divise d'abord par le quarré 4, & je trouve le trinome $35+2\sqrt{6}+4\sqrt{3}$ que je rapporte au trinome $aa+ab+ac+bc-2a\sqrt{ab}-2c\sqrt{ab}+2a\sqrt{ac}-2b\sqrt{ac}$. Et considérant 6 comme un sursolide des nombres 3, 2, 1, 1; ou a, b, $c-a$, $c-a$; & le quarré 12 de la moitié $2\sqrt{3}$ comme un sursolide des nombres 3, 4, 1, 1; ou a, c, $a-b$, $a-b$;

je

je forme le quadrinome $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$ ou $3 - \sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$. Et parceque les quarrez 9, 6, 12, 8, rendent le membre commensurable 35; il est la racine quarrée du trinome $35 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$. Et celuy qu'on propose ayant été divisé par 4; je dois multiplier par son côté 2 le quadrinome découvert, ce qui donne le nouveau quadrinome $6 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ qui résoût la question.

Trinome quarré $35 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$.

Quarré $\overline{aa + ab + ac + bc} + 2\sqrt{\overline{a^3b - 2aabc + abcc}} + 2\sqrt{\overline{a^3c - 2aabc + abbc}}$.

Diviseurs $\begin{cases} a. & b. & c - a. & c - a. \\ 3. & 2. & 1. & 1. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a. & c. & a - b. & a - b. \\ 3. & 4. & 1. & 1. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}. \\ 3 - \sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8}. \end{cases}$

SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $391 + 2\sqrt{10140} + 2\sqrt{4410}$. Je considére 10140 comme un sursolide des quatre nombres 5, 12, 13, 13. ou $a, b, c - a, c - a$; & 4410 comme un sursolide des quatre 5, 18, 7, 7, ou $a, c, b - a, b - a$. Comme il faut de part & d'autre un diviseur commun a, comme 5 ou 10, & qu'il y en ait deux égaux d'une part $a - c$, & $a - c$, ou $c - a$ & $c - a$, & deux égaux de l'autre $a - b$ & $a - b$, ou $b - a$ & $b - a$; je laisse tous les nombres dont 10140 & 4410 pourroient être sursolides, entre lesquels je ne découvre point cette communication mutuelle. Et ceux que j'ai choisis me paroissant propres, je forme le quadrinome $-a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$, ou $-5 + 2\sqrt{15} + 3\sqrt{10} + 6\sqrt{6}$. Et parceque les quarrez 25, 60, 90, 216, de ses quatre membres rendent le membre commensurable 391 de celuy qu'on propose; il en est au juste la racine quarrée. Tous les trinomes que l'on peut résoudre se peuvent rapporter à l'un de ces modéles qui précédent, ou à celuy de l'exemple suivant, en observant les signes + & −.

Trinome quarré $391 + 2\sqrt{10140} + 2\sqrt{4410}$.

Quarré $\overline{aa + ab + ac + bc} + 2\sqrt{\overline{a^3b - 2aabc + abcc}} + 2\sqrt{\overline{a^3c - 2aabc + abbc}}$.

Diviseurs $\begin{cases} a. & b. & c - a. & c - a. \\ 5. & 12. & 13. & 13. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a. & c. & b - a. & b - a. \\ 5. & 18. & 7. & 7. \end{cases}$

Racine quarrée. $\begin{cases} -a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}. \\ -5 + 2\sqrt{15} + 3\sqrt{10} + 6\sqrt{6}. \end{cases}$

SEPTIEME EXEMPLE.

Pour résoudre le trinome $32 - 4\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$. Je le rapporte au trinome $\overline{aa + ab + a + b} - 2a\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} - 2a\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}$, qui est un quarré du quadrinome $-a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$; & prenant les moitiez

$2\sqrt{15}$ & $2\sqrt{3}$, ou $\sqrt{60}$ & $\sqrt{12}$, qui répondent l'une à la moitié $a\sqrt{ab} - 1\sqrt{ab}$, & l'autre à la moitié $-a\sqrt{a} + b\sqrt{a}$; je considére 60 comme un surſolide des quatre nombres 2, 2, 3, 5, ou $a - 1$, $a - 1$, a, b; & 12 comme un surſolide des trois 2, 2, 3, ou $-a + b$, $-a + b$, a. Et je forme le quadrinome $-a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$, ou $-3 + \sqrt{15} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$. Et parceque les quarrez 9, 15, 3, 5, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 32 de celuy qu'on propoſe; il en eſt la racine quarrée.

Trinome quarré $32 - 4\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$.

Quarré $\overline{aa + ab + ac + bc} - 2\sqrt{a^3b} - \overline{2aab + ab} + 2\sqrt{a^3} - \overline{2aab + abb}$.

Diviſeurs $\begin{cases} a. & b. & a-1. & a-1. \\ 3. & 5. & 2. & 2. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} a. & b-a. & b-a. \\ 3. & 2. & 2. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} -a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}. \\ -3 + \sqrt{15} + 3 + \sqrt{5}. \end{cases}$

Huitieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $10 + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{15} - 2\sqrt{6}$. Je le rapporte au quadrinome $\overline{a + b + c} + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{bc}$, qui a pour racine le trinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{10}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{6}$, ou $\sqrt{ab}$, $\sqrt{ac}$, $\sqrt{bc}$; je conſidére le premier membre 10 ou ab comme un plan des nombres 5 & 2 ou a & b, & 15 ou ac comme un plan des deux 5 & 3 ou a & c, & 6 comme un plan des deux 2 & 3 ou b & c. Et parceque ces mêmes nombres 5, 2, 3, forment enſemble le membre commenſurable 10; le trinome $\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ eſt au juſte la racine quarrée du quadrinome qu'on propoſe.

Quarré $\begin{cases} \overline{10} + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{15} - 2\sqrt{6}. \\ \overline{a + b + c} + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{bc}. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} 5.2. & 5.3. & 2.3. \\ a.b. & a.c. & b.c. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} \sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}. \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}. \end{cases}$

Neuvieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $15 + 2\sqrt{54} + 2\sqrt{50} + 2\sqrt{48}$. Aprés avoir reconnu par les mêmes régles du huitiéme éxemple que nul trinome n'en eſt la racine. Je le rapporte au quadrinome $\overline{aa + bc + bd + cd} + 2a\sqrt{bc} + 2d\sqrt{bc} + \overline{2a\sqrt{bd}} + 2c\sqrt{bd} + \overline{2a\sqrt{cd}} + 2b\sqrt{cd}$, qui a pour racine quarrée le quadrinome $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{54}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{48}$; je conſidére le premier nombre 54 comme un ſurſolide des quatre 2, 3, 3, 3, ou b, c, $a + d$, $a + d$; & le ſecond 50 comme un ſurſolide des nombres 2, 1, 5, 5, ou b, d, $a + c$, $a + c$; & le troiſiéme 48 comme un ſurſolide des nombres 3, 1, 4, 4, ou c, d, $a + b$, $a + b$. Et je forme le quadrinome $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$ ou $2 + \sqrt{6} + \sqrt{2}$

$+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez 4, 6, 2, 3, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 15 de celuy qu'on propoſe; il en eſt au juſte la racine quarrée.

Quadrinome quarré $15+2\sqrt{54}+2\sqrt{50}+2\sqrt{48}$. $\left\{\begin{matrix}2.\\a.\end{matrix}\right.$

Quarré $\overline{aa+b+bd+cd}+\overline{2a+2d}\sqrt{bc}+\overline{2a+2c}\sqrt{bd}+\overline{2a+2b}\sqrt{cd}$.

Diviſeurs $\left\{\begin{matrix}b.\ c.\ a+d.\ a+d.\\2.3.\ 3.\ 3.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.\ d.\ a+c.\ a+c.\\2.1.\ 5\ 5.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.\ d.\ a+b.\ a+b.\\3.1.\ 4.\ 4.\end{matrix}\right.$

Racine quarrée $\left\{\begin{matrix}a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}.\\2+\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}.\end{matrix}\right.$

Dixieme exemple.

Et on trouvera de la même ſorte que le quadrinome $2+\sqrt{2}+\sqrt{14}+\sqrt{7}$ eſt la racine quarrée du quadrinome $27+2\sqrt{162}+2\sqrt{126}+2\sqrt{112}$.

Quadrinome quarré $27+2\sqrt{162}+2\sqrt{126}+2\sqrt{112}$. $\left\{\begin{matrix}a.\\2.\end{matrix}\right.$

Quarré $\overline{aa+bc+bd+cd}+\overline{2a+2d}\sqrt{bc}+\overline{2a+2c}\sqrt{bd}+\overline{2a+2b}\sqrt{cd}$.

Diviſeurs $\left\{\begin{matrix}b.\ c.\ a+d.\ a+d.\\2.1.\ 9.\ 9.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.\ d.\ a+c.\ a+c.\\2.7.\ 3.\ 3.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.\ d.\ a+b.\ a+b.\\1.7.\ 4.\ 4.\end{matrix}\right.$

Racine quarrée $\left\{\begin{matrix}a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}.\\2+\sqrt{2}+\sqrt{14}+\sqrt{7}.\end{matrix}\right.$

Onzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $24+2\sqrt{135}+2\sqrt{128}+2\sqrt{120}$. Je le rapporte au quadrinome $\overline{ab+ac+b+c}+\overline{2a}\sqrt{bc}+\overline{2}\sqrt{bc}+\overline{2b}\sqrt{a}+\overline{2c}\sqrt{a}+2\sqrt{4abc}$, dont la racine quarrée eſt le quadrinome $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{135}$, $\sqrt{128}$, $\sqrt{120}$; je conſidére 135 comme un ſurſolide des quatre nombres 5, 3, 3, 3, ou b, c, $a+1$, $a+1$; & 128 comme un ſurſolide des quatre 2, 1, 8, 8, ou a, 1, $b+c$, $b+c$; & 120 comme un ſurſolide des quatre 4, 2, 5, 3, ou 4, a, b, c. Et je forme le quadrinome $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$, ou $\sqrt{10}+\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez enſemble 10, 6, 5, 3, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 24 du quadrinome qu'on propoſe; il en eſt au juſte la racine quarrée.

Quadrinome quarré $24+2\sqrt{135}+\sqrt{128}+2\sqrt{120}$.

Quarré $\overline{ab+ac+b+c}+\overline{2a+2}\sqrt{bc}+2b+\overline{2c}\sqrt{a}+2\sqrt{4abc}$.

Diviſeurs $\left\{\begin{matrix}b.\ c.\ a+1.\ a+1.\\5.3.\ 3.\ 3.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ 1.\ b+c.\ b+c.\\2.1.\ 8.\ 8.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}4.\ a.\ b.\ c.\\4.\ 2.5.\ 3.\end{matrix}\right.$

Racine quarrée $\left\{\begin{matrix}\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}.\\\sqrt{10}+\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}.\end{matrix}\right.$

Douzieme exemple.

Ou trouvera de la même ſorte que le quadrinome $\sqrt{72} + \sqrt{60} + \sqrt{12} + \sqrt{10}$, ou $6\sqrt{2} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + \sqrt{10}$ eſt la racine quarrée du quadrinome $154 + 2\sqrt{5880} + 2\sqrt{2904} + 2\sqrt{2880}$. Et on réſoudra de la même ſorte tous ceux qui leur ſont ſemblables.

Quadrinome quarré $154 + 2\sqrt{5880} + 2\sqrt{2904} + 2\sqrt{2880}$.

Quarré $\overline{ab + ac + b + c} + 2a + 2\sqrt{bc} + 2b + 2c\sqrt{a} + 2\sqrt{4abc}$

Diviſeurs $\begin{cases} b. & c. & a+1. & a+1. \\ 12. & 10. & 7. & 7. \end{cases}$ $\begin{cases} a. & 1. & b+c. & b+c. \\ 6. & 1. & 22. & 22. \end{cases}$ $\begin{cases} 4. & a. & b. & c. \\ 4. & 6. & 12. & 10. \end{cases}$

Racine quarrée $\begin{cases} \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{b} + \sqrt{c}. \\ 6\sqrt{2} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + \sqrt{10}. \end{cases}$

Treizieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $-4 + 2\sqrt{18} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{12}$, où le nombre negatif -4 ne peut être une ſomme poſitive des quarrez, je diviſe chaque membre par $\sqrt{2}$ qui en eſt un diviſeur ſans reſte & ſans fraction, & je trouve le quadrinome $-2\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$, dont la racine quarrée trouvée ſelon les régles eſt $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$, ou $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$; & ce trinome étant multiplié par le côté $\sqrt{\sqrt{2}}$ du diviſeur $\sqrt{2}$ dont je me ſuis ſervi; le produit ou le trinome $\sqrt{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{18}} - \sqrt{\sqrt{8}}$ eſt au juſte la racine quarrée du quadrinome que l'on a propoſé.

Quadrinome quarré $\begin{cases} 6 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}. \\ \overline{a+b+c} + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{bc}. \end{cases}$

Diviſeurs $\begin{cases} a. & b. \\ 1. & 3. \end{cases}$ $\begin{cases} a. & c. \\ 1. & 2. \end{cases}$ $\begin{cases} b. & c. \\ 3. & 2. \end{cases}$ $\begin{cases} \text{côté} & \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}. \\ & \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2}. \end{cases}$

Côté du quadrinome propoſé $\begin{cases} \sqrt{\sqrt{aad}} + \sqrt{\sqrt{bbd}} - \sqrt{\sqrt{ccd}}. & \sqrt{d}. \\ \sqrt{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{18}} - \sqrt{\sqrt{8}}. & \sqrt{2}. \end{cases}$

Il en eſt à peu prés de la même ſorte des multinomes qui peuvent avoir des racines quarrées, où chaque membre eſt ſous le ſigne radical $\sqrt{\sqrt{}}$, comme celles qui ſuivent.

$(\sqrt{\sqrt{abb}} + \sqrt{\sqrt{acc}} + \sqrt{\sqrt{add}} + \sqrt{\sqrt{aee}}.\ (\sqrt{\sqrt{abb}} + \sqrt{\sqrt{acc}} + \sqrt{\sqrt{add}} + \sqrt{\sqrt{aee}} + \sqrt{\sqrt{aff}}.$ &c.

Quatorzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du ſeptinome $13 + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{14} - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$. Je le rapporte au ſeptinome $\overline{a+b+c+d} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{ad} + 2\sqrt{bc} - 2\sqrt{bd} - 2\sqrt{cd}$, dont le quadrinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d}$ eſt la racine quarrée. Et prenant les moitiez des membres incommenſurables, je dis: 21 eſt un plan des nombres 7 & 3 ou a & b, & 14 un plan des nombres 7 & 2 ou a & c, & 7 un plan des

SCD LYON 1

nombres 7 & 1 ou a & d, & 6 un plan des deux 3 & 2 ou b & c, & 3 un plan des deux 3 & 1 ou b & d, & 2 un plan des deux 2 & 1 ou c & d. Et parceque les nombres 7, 3, 2, 1, rendent enſemble le membre commenſurable 13; le quadrinome $\surd 7 + \surd 3 + \surd 2 - 1$ ou $\surd a + \surd b + \surd c - \surd d$ réſoût la queſtion.

Septinome $\left\{\begin{array}{l} 13 + 2\surd 21 + 2\surd 14 - 2\surd 7 + 2\surd 6 - 2\surd 3 - 2\surd 2. \\ \text{quarré } \{a+b+c+d+2\surd ab + 2\surd ac - 2\surd ad + 2\surd bc - 2\surd bd - 2\surd cd. \end{array}\right.$

Diviſeurs $\left\{\begin{array}{llllll} \{a.\ b. & \{a.\ c. & \{a.\ d. & \{b.\ c. & \{b.\ d. & \{c.\ d. \\ \{7.\ 3. & \{7.\ 2. & \{7.\ 1. & \{3.\ 2. & \{3.\ 1. & \{2.\ 1. \end{array}\right.$

Racine quarrée du ſeptinome $\left\{\begin{array}{l} \{\surd a + \surd b + \surd c - \surd d. \\ \{\surd 7 + \surd 3 + \surd 2 - \surd 1. \end{array}\right.$

Quinzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du ſeptinome $17 + 2\surd 35 + 2\surd 21 + 2\surd 15 - 2\surd 14 - 2\surd 10 - 2\surd 6$. Je dis en le rapportant à la forme précédente: 35 eſt un plan des nombres 7 & 5, & 21 des nombres 7 & 3, & 15 des deux 5 & 3, & 14 des deux 7 & 2, & 10 des deux 5 & 2, & 6 des deux 3 & 2. Et parce que le membre 17 eſt au juſte la ſomme des nombres 7, 5, 3, 2, ou a, b, c, d; le quadrinome $\surd a + \surd b + \surd c - \surd d$ ou $\surd 7 + \surd 5 + \surd 3 - \surd 2$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

Septinome $\left\{\begin{array}{l} 17 + 2\surd 35 + 2\surd 21 + 2\surd 15 - 2\surd 14 - 2\surd 10 - 2\surd 6. \\ \text{quarré } \{a+b+c+d+2\surd ab + 2\surd ac + 2\surd bc - 2\surd ad - 2\surd bd - 2\surd cd. \end{array}\right.$

Diviſeurs $\left\{\begin{array}{llllll} \{a.\ b. & \{a.\ c. & \{b.\ c. & \{a.\ d. & \{b.\ d. & \{c.\ d. \\ \{7.\ 5. & \{7.\ 3. & \{5.\ 3. & \{7.\ 2. & \{5.\ 2. & \{3.\ 2. \end{array}\right.$

Racine quarrée du ſeptinome $\left\{\begin{array}{l} \{\surd a + \surd b + \surd c - \surd d. \\ \{\surd 7 + \surd 5 + \surd 3 - \surd 2. \end{array}\right.$

II COROLLAIRE.

22. Et choiſiſſant parmi les diverſes combinaiſons celles qui peuvent être utiles, on formera tous les divers modéles qui pourront ſervir à la réſolution des différentes eſpéces de multinomes numériques. Mais il faudra toûjours avoir égard aux ſignes + & −. De ſorte qu'il n'y a plus rien à déſirer pour l'extraction des racines quarrées.

III COROLLAIRE.

23. Si les ſolides alternatifs d'un multinome, où eſt le ſeul ſigne radical $\surd$, ſont tous incommenſurables entr'eux; ſon cube renferme autant de membres qu'il y en a dans la racine, & qu'il y a de ſolides alternatifs. De ſorte que ſi on prend les nombres du troiſiéme ordre, & qu'on

leur ajoûte les naturels ; les ſommes ſeront ceux des membres des divers multinomes cubiques, le premier 4 du cube d'un trinome, le ſecond 8 du cube d'un quadrinome, & ainſi du reſte.

Tout cela eſt clair par la formation même de ces divers cubes, & je me contenterai d'apporter des éxemples pour faire juger de l'ordre qu'on peut ſuivre pour leur réſolution. Et on pourra former divers modéles pour les autres ſemblables aux précédens, ſi la curioſité permet de tenter ces ſortes de calculs, ou que la néceſſité de s'en ſervir y engage quelqu'un.

Nombres du troiſiéme ordre.	1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	&c.
Nombres des membres des côtez.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10. &c.
Nombres des membres des cubes.	2.	4.	8.	15.	26.	42.	64.	93.	130. &c.

Premier exemple.

Pour tirer la racine cubique du binome $20 + \sqrt{392}$ ou $\sqrt{400} + \sqrt{392}$. Je le rapporte au binome $\sqrt{a^3 + 6aab + 9abb + \sqrt{b^3 + 6abb + 9aab}}$, & je conſidére 400 comme un ſolide des nombres 4, 10, 10, ou a, $a + 3b$, $a + 3b$; & 392 comme un ſolide des nombres, 2, 14, 14, ou b, $b + 3a$, $b + 3a$. Et le binome $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ou $2 + \sqrt{2}$ eſt au juſte la racine cubique de celuy qu'on propoſe.

Binome cubique.	*Diviſeurs.*		
$20 + \sqrt{392}$ *ou* $\sqrt{400} + \sqrt{392}$.	a.	$a + 3b$.	$a + 3b$.
$\sqrt{a^3 + 6aab + 9abb + \sqrt{b^3 + 6abb + 9aab}}$.	4.	10.	10.
	b.	$b + 3a$.	$b + 3a$.
	2.	14.	14.

Racine cubique du binome $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. $2 + \sqrt{2}$.

Second exemple.

Pour tirer la racine cubique du binome $22 + 9\sqrt{6}$. Je le diviſe par $\sqrt{2}$, afin que la différence des parties rappellées ſous les ſignes ſoit un cube parfait. Et j'ai le nouveau binome $11\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$ ou $\sqrt{242} + \sqrt{243}$, que je rapporte au binome $\sqrt{a^3 + 6aab + 9abb + \sqrt{b^3 + 6abb + 9aab}}$. Et je conſidére 242 comme un ſolide des nombres 2, 11, 11, ou a, $a + 3b$, $a + 3b$; & 243 comme un ſolide des nombres 3, 9, 9, ou b, $b + 3a$, $b + 3a$. Et le binome $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ou $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ eſt déja la racine cubique du binome $\sqrt{242} + \sqrt{243}$. Et comme $\sqrt{2}$ a diviſé le binome qu'on propoſe ; le produit de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ par $\sqrt{\text{C}.2}$ dont le cube $\sqrt{2}$ a fait la diviſion, ſera le binome $\sqrt{\text{C}.4} + \sqrt{6^{\text{c}}.54}$ qui réſoût la queſtion.

Binome cubique.	*Diviſeurs.*		
$11\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$ *ou* $\sqrt{242} + \sqrt{243}$.	a.	$a + 3b$.	$a + 3b$.
$\sqrt{a^3 + 6aab + 9abb + \sqrt{b^3 + 6abb + 9aab}}$.	2.	11.	11.
	b.	$b + 3a$.	$b + 3a$.
	3.	9.	9.

Racine cubique $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

SCD LYON

On auroit pû pareillement dans le premier exemple diviſer le binome $20 + \sqrt{392}$ par le plus grand diviſeur commun $2\sqrt{2}$ de ſes membres, & chercher enſuitte la racine cubique $\sqrt{2} + 1$ du diviſeur $\sqrt{50} + \sqrt{49}$, en conſidérant 50 comme un ſolide des trois nombres 2, 5, 5, ou a, $a + 3b$, $a + 3b$; & 49 comme un ſolide des nombres, 1, 7, 7, ou b, $b + 3a$, $b + 3a$. Mais à la fin il auroit fallu multiplier le binome $\sqrt{2} + 1$ par la racine cubique $\sqrt{2}$ du cube $2\sqrt{2}$, par qui la diviſion auroit été faite. On réſoudroit auſſi de la même ſorte tous les binomes qui ſe peuvent réſoudre, aprés les avoir diviſé par le plus grand diviſeur commun des deux membres.

Binome cubique. *Diviſeurs.*

$\left\{\begin{array}{l} 5\sqrt{2} + 7 \text{ ou } \sqrt{50} + \sqrt{49}. \\ \sqrt{a^3} + 6aab + 9abb + \sqrt{b^3} + 6abb + 9aab. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ a + 3b.\ a + 3b. \\ 2.\quad 5.\quad 5. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} b.\ b + 3a.\ b + 3a. \\ 1.\quad 7.\quad 7. \end{array}\right.$

Racine cubique $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{a} + \sqrt{b}. \\ \sqrt{2} + 1. \end{array}\right.$

Troisieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du quadrinome $64\sqrt{2} + 38\sqrt{5} + 42\sqrt{3} + 12\sqrt{30}$. Je le rapporte au quadrinome $a + 3b + 3c\sqrt{a} + b + 3a + 3c\sqrt{b} + c + 3a + 3b\sqrt{c} + 6\sqrt{abc}$. Et conſidérant tous ſes membres, je voi que le moindre eſt $6\sqrt{abc}$, parce qu'ayant retranché de chaque autre grandeur rappellée ſous ſon ſigne la grandeur $36abc$, le reſte eſt encore le produit d'un nombre par un nombre quarré. De ſorte que le membre $12\sqrt{30}$ étant le plus petit des quatre, il répond au membre $6\sqrt{abc}$, & 120 au ſolide abc. Choiſiſſant donc parmi les diviſeurs de 120 les trois 8, 5, 3, & conſidérant, aprés avoir tout engagé ſous les ſignes, les membres $\sqrt{8192}$, $\sqrt{7220}$, $\sqrt{5292}$, je voi que le nombre 8192 eſt un ſolide des trois 8, 32, 32, ou a, $a + 3b + 3c$, $a + 3b + 3c$; & 7220 un ſolide des nombres 5, 38, 38, ou b, $b + 3a + 3c$, $b + 3a + 3c$; & 5292 un ſolide des trois 3, 42, 42 ou c, $c + 3a + 3b$, $c + 3a + 3b$. Et ainſi le trinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ ou $\sqrt{8} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$ eſt au juſte la racine cubique du quadrinome qu'on propoſe. Tous les autres diviſeurs de 130, entre leſquels on ne peut trouver les communications ſemblables aux précédentes, ſont d'abord rejettez.

Diviſeurs $\left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ c. \\ 8.\ 5.\ 3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ a + 3b + 3c. \\ 8.\quad 32.\quad 32. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} b.\ b + 3a + 3c. \\ 5.\quad 38.\quad 38. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} c.\ c + 3a + 3b. \\ 3.\quad 42.\quad 42. \end{array}\right.$

Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du quadrinome $-216 + 214\sqrt{2} + 207\sqrt{3} + 111\sqrt{6}$. Voyant que 216 eſt le moindre des membres, je prens ſa 6e partie $\sqrt{1296}$. Et conſidérant 1296 comme un ſolide abc des nombres 8, 27, 6, ou a, b, c, & voyant au ſecond membre que tout engagé ſous le ſigne eſt un ſolide des nombres 8, 107, 107, ou a, $a + 3b + 3c$,

SCD LYON 1

$a+3b+3c$; & tout au troiſiéme un ſolide des nombres 27, 69, 69, ou b, $b+3a+3c$, $b+3a+3c$; & tout au dernier un ſolide des nombres 6, 111, 111, ou c, $c+3a+3b$, $c+3a+3b$; je forme le trinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$ ou $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{6}$ qui réſoût la queſtion.

Diviſeurs $\left\{\begin{matrix} a. & b. & c. \\ 8. & 27. & 6. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & a+3b+3c. \\ 8. & 107. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} b. & b+3a+3c. \\ 27. & 69. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} c. & c+3a+3b. \\ 6. & 111. \end{matrix}\right.$

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 8 membres $124+120\sqrt{3}+172\sqrt{5}+270\sqrt{2}+12\sqrt{15}+18\sqrt{6}+36\sqrt{10}+36\sqrt{30}$. Je le rapporte au cube dont la racine cubique eſt un quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$, & je choiſis les quatre moindres de ſes membres $12\sqrt{15}$, $18\sqrt{6}$, $36\sqrt{10}$, $36\sqrt{30}$, qui répondent aux quatre $6\sqrt{abc}$, $6\sqrt{abd}$, $6\sqrt{acd}$, $6\sqrt{bcd}$. Et diviſant par 6 chacun des quatre membres, & engageant enſuitte ſous leurs ſignes tout ce qui en eſt hors dans les quatre expoſans, je conſidére 60 comme un ſolide abc des nombres 1, 3, 20; & 54 comme un ſolide des nombres 1, 3, 18, ou a, b, d; & 360 comme un ſolide acd des trois 1, 20, 18; & 1080 comme un ſolide bcd des nombres 3, 20, 18; & j'écris le quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$ ou $1+\sqrt{3}+2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$, qui réſoût la queſtion, parce qu'en diviſant le premier membre 124 du multinome propoſé par le premier 1 du nouveau quadrinome, l'expoſant 124 vaut $a+3b+3c+3d$, & diviſant le ſecond $120\sqrt{3}$ par le ſecond $\sqrt{3}$, l'expoſant 120 vaut $b+3a+3c+3d$, & diviſant le troiſiéme par $\sqrt{20}$ l'expoſant 86 vaut $c+3a+3b+3d$, & le quatriéme diviſé par $\sqrt{18}$ l'expoſant 90 vaut $d+3a+3b+3c$.

Diviſeurs.

$\left\{\begin{matrix} a. & b. & c. \\ 1. & 3. & 20. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & b. & d. \\ 1. & 3. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & c. & d. \\ 1. & 20. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} b. & c. & d. \\ 3. & 20. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & a+3b+3c+3d. \\ 1. & 124. \quad 124. \end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix} b. & b+3a+3c+3d. \\ 3. & 120. \quad 120. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} c. & c+3a+3b+3d. \\ 20. & 86. \quad 86. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} d. & d+3a+3b+3c. \\ 18. & 90. \quad 90. \end{matrix}\right.$

Racine cubique $\left\{\begin{matrix} \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}. \\ 1+\sqrt{3}+\sqrt{20}+\sqrt{18}. \end{matrix}\right.$

SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 15 membres $494+251\sqrt{2}+243\sqrt{6}+235\sqrt{10}+387\sqrt{7}+24\sqrt{3}+24\sqrt{5}+36\sqrt{14}+24\sqrt{15}+36\sqrt{42}+36\sqrt{70}+12\sqrt{30}+36\sqrt{21}+36\sqrt{35}+36\sqrt{105}$. Je prens les 6es parties des 10 membres qui ſont les plus petits, & qui doivent répondre aux 6es des dix alternatives $6\sqrt{abc}$, $6\sqrt{abd}$, $6\sqrt{abe}$, $6\sqrt{acd}$, $6\sqrt{ace}$, $6\sqrt{ade}$, $6\sqrt{bcd}$, $6\sqrt{bce}$, $6\sqrt{bde}$, $6\sqrt{cde}$. Et je conſidére le ſolide abc ou 48 comme un produit des nombres 4, 2, 6; & 80 comme un ſolide abd des trois 4, 2, 10; & 504 comme un ſolide des trois 4, 2, 63, ou a, b, e; & 240 comme un ſolide des trois 4, 6, 10, ou a, c, d;

& 1512

& 1512 comme un solide *ace* des trois 4, 6, 63 ; & 2520 comme un solide *ade* des trois 4, 10, 63 ; & 120 comme un solide des trois 2, 6, 10, ou *b*, *c*, *d* ; & 756 comme un solide *bce* des trois 2, 6, 63 ; & 1260 comme un solide *bde* des trois 2, 10, 63 ; & 3780 comme un solide *cde* des trois 6, 10, 63 ; je laisse tous les autres diviseurs qui n'ont point entr'eux ces mêmes communications. Et formant le multinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}$ ou $\sqrt{4}+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}$, je divise le membre 494 par $\sqrt{4}$ ou 2, & le membre $251\sqrt{2}$ par $\sqrt{2}$, & $243\sqrt{6}$ par $\sqrt{6}$, & $235\sqrt{10}$ par $\sqrt{10}$, & enfin $387\sqrt{7}$ par $\sqrt{63}$; & voyant que le premier exposant 247 vaut $a+3b+3c+3d+3e$, & que le second 251 vaut $b+3a+3c+3d+3e$, & que le troisiéme 243 vaut $c+3a+3b+3d+3e$, & que le quatriéme 235 vaut $d+3a+3b+3c+3e$, & qu'enfin le cinquiéme 129 vaut $e+3a+3b+3c+3d$; Je suis certain que le multinome $2+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}$ est au juste la racine cubique du multinome proposé. Et il en est ainsi des autres qui ont 26 membres, ou 42, ou 64, &c. en considérant les solides alternatifs, & s'en servant comme on vient de le faire.

Diviseurs.

a. b. c.	*a. b. d.*	*a. b. e.*	*a. c. d.*	*a. c. e.*	*a. d. e.*	*b. c. d.*	*b. c. e.*	*b. d. e.*	*c. d. e.*
4. 2. 6.	4. 2. 10.	4. 2. 63.	4. 6. 10.	4. 6. 63.	4. 10. 63.	2. 6. 10.	2. 6. 63.	2. 10. 63.	6. 10. 63.

a. a+3b+3c+3d+3e.	*b. b+3a+3c+3d+3e.*	*c. c+3a+3b+3d+3e*	*d. d+3a+3b+3c+3e.*	*e. e+3a+3b+3c+3d.*
4. 247. 247.	2. 251. 251.	6. 243. 243.	10. 235. 235.	63. 129. 129.

Racine cubique. $2+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}$.

III COROLLAIRE.

24. ET on pourra former de semblables modéles pour extraire les racines 5es, ou 7es, ou 11es, ou 13es, ou 17es, ou 19es, ou 23es, ou les autres dont les nombres sont simples ; lorsque les racines ont seulement le signe radical $\sqrt{}$, en se servant comme aux deux exemples qui précédent des produits alternatifs ou de 5, ou de 7 dimensions, ou de ceux qui en auront 11, ou 13, ou 17, ou 19, ou 23 ; &c. De sorte qu'il ne reste plus rien à désirer sur ce sujet.

IV COROLLAIRE.

25. LEs cubes des binomes ont trois membres, si leur forme est $\sqrt{C}.a+\sqrt{C}.b$. Et les cubes des trinomes en ont 8, si elle est $\sqrt{C}.a+\sqrt{C}.b+\sqrt{C}.c$. Et ceux des quadrinomes 17, si elle est $\sqrt{C}.a+\sqrt{C}.b+\sqrt{C}.c+\sqrt{C}.d$. Et ainsi du reste : c'est à dire que disposant les nombres du second ordre 1, 3, 6, 10, 15, &c ; & sous eux les naturels qui leur répondent 1, 2, 3, 4, 5, &c ; & encore 1 sous 1 : les trois unitez ensemble forment 3 disposé sous 2 ; & les trois nombres ensemble 3, 2, 3, forment 8 disposé sous 3 ; & les trois ensemble 6, 3, 8, forment 17 dis-

posé sous 4. Et ainsi de suitte jusques à l'infini. Et on peut tirer des régles de leurs divers modéles comme des précédens.

Nombres du second ordre. 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55. &c.
Nombres des membres des côtez. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c.
Nombres des membres de leurs cubes. 1. 3. 8. 17. 31. 51. 78. 113. 157. 211. &c.

Premier exemple.

Pour tirer la racine cubique du trinome $10 + 3\sqrt{C.128} + 3\sqrt{C.32}$. Je le rapporte au trinome $\overline{a+b} + 3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb}$, dont la racine cubique est $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b}$. Et considérant 128 comme un solide des nombres 8, 8, 2, ou a, a, b; & 32 comme un solide abb des nombres 8, 2, 2; j'écris le binome $\sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}$ ou $2 + \sqrt{C.2}$. Et parceque les cubes 8 & 2 de ses membres rendent le membre commensurable 10; le binome $2 + \sqrt{C.2}$. résoût la question.

Trinome cubique $\left\{\begin{array}{l} 10 + 3\sqrt{C.128} + 3\sqrt{C.32.} \\ \overline{a+b} + 3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb.} \end{array}\right.$

Diviseurs $\left\{\begin{array}{l} a.\ a.\ b. \\ 8.\ 8.\ 2. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ b. \\ 8.\ 2.\ 2. \end{array}\right.$ *Racine cubique* $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.a} + \sqrt{C.b.} \\ 2 + \sqrt{C.2.} \end{array}\right.$

Ou si l'on l'aime mieux; multipliant 128 par 32, & tirant du produit 4096 la racine cubique 16; si on divise 128 & 32 par 16, les exposans sont 8 & 2, & leur somme rend le membre commensurable 10. De sorte que le binome $\sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}$ résoût comme auparavant la question. Et tous les semblables se peuvent résoudre de la même sorte.

$\left\{\begin{array}{l} aab \text{ par } abb \propto a^3b^3. \\ 128 \text{ fois } 32 \propto 4096. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.a^3b^3} \propto ab. \\ \sqrt{C.4096.} \propto 16. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \frac{aab}{ab} \propto a. \\ \frac{128}{16} \propto 8. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \frac{abb}{ab} \propto b. \\ \frac{32}{16} \propto 2. \end{array}\right.$

$\left\{8 + 2 \propto 10 \propto a + b.\right.$ $\left\{\text{Racine cubique } 2 + \sqrt{C.2} \text{ ou } \sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}.\right.$

Second exemple.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 8 membres $6 + 3\sqrt{C.2} + 3\sqrt{C.4} + 3\sqrt{C.3} + 6\sqrt{C.6} + 3\sqrt{C.12} + 3\sqrt{C.9} + 3\sqrt{C.18}$. Je le rapporte au multinome $\overline{a+b+c} + 3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb} + 3\sqrt{C.aac} + 6\sqrt{C.abc} + 3\sqrt{C.bbc} + 3\sqrt{C.acc} + 3\sqrt{C.bcc}$; & prenant les tiers des membres, je considére 2 comme un solide aab des nombres 1, 1, 2; & 4

$\left\{6 + 3\sqrt{C.2} + 3\sqrt{C.4} + 3\sqrt{C.3} + 6\sqrt{C.6} + 3\sqrt{C.12} + 3\sqrt{C.9} + 3\sqrt{C.18}.\right.$

Diviseurs $\left\{\begin{array}{l} a.\ a.\ b. \\ 1.\ 1.\ 2. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ b. \\ 1.\ 2.\ 2. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ a.\ c. \\ 1.\ 1.\ 3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ c. \\ 1.\ 2.\ 3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} b.\ b.\ c. \\ 2.\ 2.\ 3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.\ c.\ c. \\ 1.\ 3.\ 3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} b.\ c.\ c. \\ 2.\ 3.\ 3. \end{array}\right.$

Racine cubique $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.a} + \sqrt{C.b} + \sqrt{C.c.} \\ 1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3.} \end{array}\right.$

SCD LYON 1

comme un solide *abb* des nombres 1, 2, 2; & 3 comme un solide *aac* des nombres 1, 1, 3. Je ne passe pas plus loin, mais formant le binome $1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$, je voi si le cube du binome est celuy qu'on propose.

Ou s'il est plus commode; multipliant 2 qui est sous le premier signe par 4 qui est sous le second, & tirant du produit 8 la racine cubique 2 qui répond au plan *ab*, & divisant 4 qui est sous le second par 2 ou par *ab*, l'exposant 2 est celuy qui répond au nombre *b*, & *a* par conséquent vaut 1, & 6 moins 3 ou $a + b + c$ moins *a* & moins *b*, vaut 3 ou *c*. Et connoissant 1, 2, 3, ou *a*, *b*, *c*; le trinome $1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$ ou $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b} + \sqrt{C.c}$ est pareillement connû. Et il en est à peu prés de même des autres multinomes.

$$\left\{\begin{array}{l} aab \text{ par } abb \propto a^3b^3. \\ 2 \text{ fois } 4 \propto 8. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.a^3b^3} \propto ab. \\ \sqrt{C.8} \propto 2. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \frac{abb}{bb} \propto b. \\ \frac{4}{2} \propto 2. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \frac{abb}{ab} \propto a. \\ \frac{4}{4} \propto 1. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 6 - 3 \propto c. \end{array}\right.$$

$$\text{Racine cubique} \left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.a} + \sqrt{C.b} + \sqrt{C.c}. \\ 1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}. \end{array}\right.$$

COROLLAIRE GENERAL.

26. ET on pourroit disposer aussi diverses formes, qui fourniroient des régles pour les puissances cubiques des divers multinomes des autres espêces que celles-ci, ou de celles mêmes qui ont moins de membres, quoique leurs racines linéaires en ayent un certain nombre. Et on dira aussi la même chose des autres multinomes, dont les racines auront des signes radicaux plus élevez que ceux dont j'ai parlé. De sorte que cette matiére me paroît approfondie autant qu'on le peut désirer, & beaucoup plus qu'il n'est nécessaire pour les divers usages que l'on en peut faire.

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE ONZIEME.

DE L'USAGE EN GENERAL.

DES PROPORTIONS ET DES PROGRESSIONS.

DEFINITION.

ON nomme *règle d'or* ou *de proportion* ou *règle de trois*, celle qui enſeigne à trouver un des termes d'une proportion géométrique. Et nous dirons que la régle eſt *droitte*, ſi c'eſt pour un des termes d'une proportion droitte. Et qu'elle eſt *renverſée* ou *réciproque*, ſi c'eſt pour un des termes d'une proportion réciproque.

Et ſi on partage une grandeur en pluſieurs parties proportionelles à d'autres grandeurs; la régle eſt appellée *régle de compagnie.*

Et ſi on allie des choſes de diverſes valeurs pour en former un certain mélange d'une valeur moyenne entre ces diverſes valeurs; la régle eſt appellée *régle d'alliage.*

Et ſi on ſuppoſe au hazard certaines grandeurs connuës pour ſatisfaire aux diverſes queſtions; les régles ſont nommées *de fauſſes poſitions.* Et ces régles ſont ſimples ou doubles, ſelon que l'on ſuppoſe moins ou plus de grandeurs.

On nomme *égalité* la comparaiſon de deux grandeurs égales. Et ces

SCD LYON 1

mêmes grandeurs ſont nommées les deux *membres* de l'égalité. Comme ſi on ſuppoſe une grandeur $a - b$ égale à une autre $z + c$, ou qu'on écrive d'une maniére abbrégée $a - b \propto z + c$; on dit ſimplement que c'eſt une égalité, & les grandeurs égales $a - b$ & $z + c$ diſpoſées de part & d'autre du ſigne $\propto$ de l'égalité ſont les deux membres de la même égalité. Les ſçavans donnent ordinairement aux égalitez le nom *d'équations*.

Equation ou égalité $\begin{cases} a - b \propto z + c. \\ 15 - 4 \propto 6 + 5. \end{cases}$ *1er membre de l'égalité* $\begin{cases} a - b. \\ 15 - 4. \end{cases}$ *2d membre* $\begin{cases} z + c. \\ 6 + 5. \end{cases}$

I PROBLEME.

1. *Pour juger ſi une proportion eſt droitte ou renverſée.*

On verra ſi deux de ſes termes qui ſont de même eſpèce ou d'un même genre, & qu'on nomme *homogénes*, agiſſent réciproquement ſur une choſe diſtinguée des termes de la proportion. Car ſi cela eſt; c'eſt une proportion réciproque. Et ſi cela n'eſt pas; la proportion eſt droitte.

Comme ſi l'on dit qu'un homme qui dépenſe à raiſon de deux écus pour trois jours, doit dépenſer quatre écus pour ſix jours; la proportion eſt droitte; le rapport étant le même des 2 écus aux 3 jours que des 4 écus aux 6 jours, ou des 2 écus aux 4 écus que des 3 jours aux 6 jours.

Et ſi l'on dit que 2 ouvriers employant 6 jours pour faire un ouvrage, 4 ouvriers ne doivent employer que 3 jours à ce même ouvrage; la proportion eſt réciproque: les 2 ouvriers & les 4 ouvriers agiſſant réciproquement ſur un même ouvrage, en ſorte que s'il y a 2 fois plus d'ouvriers, il leur faut la moitié moins de temps pour achever l'ouvrage.

II PROBLEME.

2. *Pour trouver un des termes de la proportion droitte, lorſqu'on en connoît trois.*

Ayant nommé généralement z, y, x, v, les 4 termes de la proportion droitte $z. y :: x. v$. On aura par la principale de ſes propriétez le pro-

Pour un terme de la proportion.

Pour le premier terme.

$$\begin{cases} z. y :: x. v. \begin{cases} z \propto \frac{yx}{v}. \end{cases} \\ z. b :: c. d. \begin{cases} z \propto \frac{bc}{d}. \end{cases} \\ z. 6 :: 10. 15. \begin{cases} z \propto \frac{60}{15} \propto 4. \end{cases} \end{cases}$$

Pour le ſecond terme.

$$\begin{cases} z. y :: x. v. \begin{cases} y \propto \frac{zv}{x}. \end{cases} \\ a. y :: c. d. \begin{cases} y \propto \frac{ad}{c}. \end{cases} \\ 4. y :: 10. 15. \begin{cases} y \propto \frac{60}{10} \propto 6. \end{cases} \end{cases}$$

Pour le troiſiéme terme.

$$\begin{cases} z. y :: x. v. \begin{cases} x \propto \frac{zv}{y}. \end{cases} \\ a. b :: x. d. \begin{cases} x \propto \frac{ad}{b}. \end{cases} \\ 4. 6 :: x. 15. \begin{cases} x \propto \frac{60}{6} \propto 10. \end{cases} \end{cases}$$

Pour le quatriéme terme.

$$\begin{cases} z. y :: x. v. \begin{cases} v \propto \frac{yx}{z}. \end{cases} \\ a. b :: c. v. \begin{cases} v \propto \frac{bc}{a}. \end{cases} \\ 4. 6 :: 10. v. \begin{cases} v \propto \frac{60}{4} \propto 15. \end{cases} \end{cases}$$

l'eau qui remplit le baſſin s'écoulent dans 1 une heure, dans combien de temps s'écouleront $\frac{10}{10}$ ou 1, c'eſt à dire toute l'eau du baſſin ?

Et je diſpoſe 1 ou l'eau du baſſin ſur qui tombe l'interrogation à la ſeconde place, les $\frac{7}{10}$ de la même eau à la premiére, & 1 heure à la troiſiéme. Et alors je multiplie le ſecond terme 1 par le troiſiéme 1, & je diviſe le produit 1 par $\frac{7}{10}$, & l'expoſant $\frac{10}{7}$ ou $1\frac{3}{7}$ marque que toute l'eau s'écouleroit dans 1 heure & $\frac{3}{7}$ d'une autre heure, ou dans 1 heure 27 minutes & 42 ſecondes & un peu plus de 51 troiſiémes. On ſuppoſe l'heure diviſée en ſeulement en 60 minutes, & non comme le degré de la circonférence en 360.

Par la 1ere ouverture.				*Par la ſeconde.*				*Par la troiſiéme.*			
heures.	*heure* : :	*eau.*	*eau.*	*heures.*	*heure* : :	*eau.*	*eau.*	*heures.*	*heure* : :	*eau.*	*eau.*
3.	1 ::	1.	$\frac{1}{3}$.	5.	1 ::	1.	$\frac{1}{5}$.	6.	1 ::	1.	$\frac{1}{6}$.

Parties d'eau raſſemblées.	*Parties d'eau.*	*toute l'eau* : :	*heure.*	*heures cherchées.*
$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6} \propto \frac{21}{30} \propto \frac{7}{10}$.	$\frac{7}{10}$ *du baſſin.*	1 *baſſin* : :	1.	$\frac{10}{7} \propto 1\frac{3}{7}$.

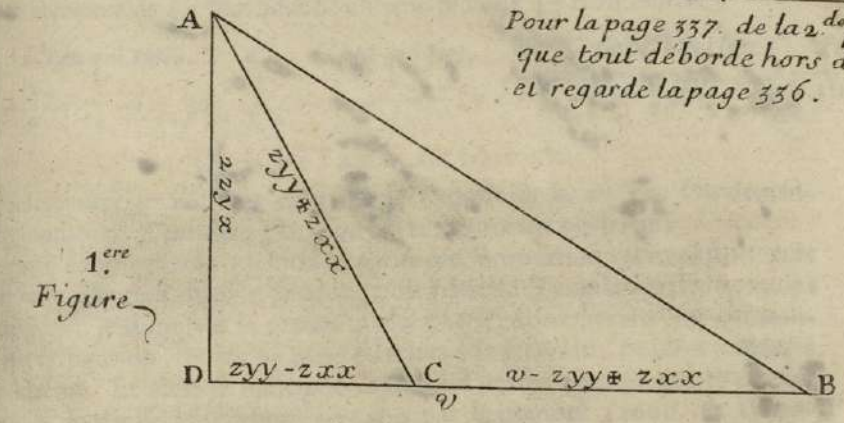
TROISIEME EXEMPLE.

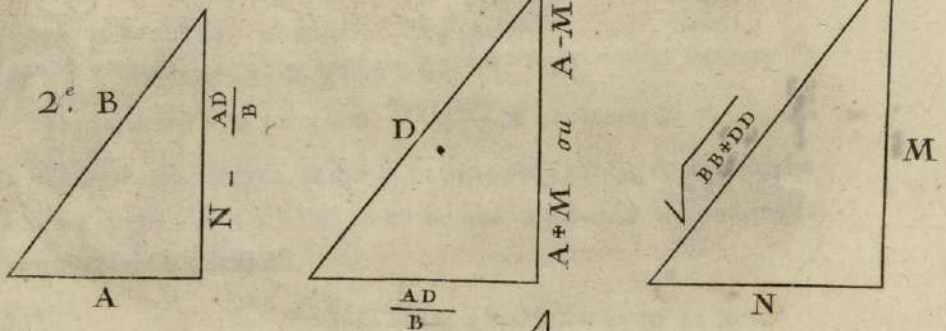
Quatre tuyaux rempliſſent le baſſin ; le premier ſeul en 8 heures, le ſecond en 9, le troiſiéme en 12, & le quatriéme en 18. Et par quatre autres ouvertures toute l'eau s'écoule, par la premiére en 2 heures, par la ſeconde en 3, & en 4 par la troiſiéme, & par la quatriéme en 6. Dans combien de temps s'écoulera toute l'eau qui remplit le baſſin, ſi on lâche en même temps toutes les ouvertures & tous les tuyaux ?

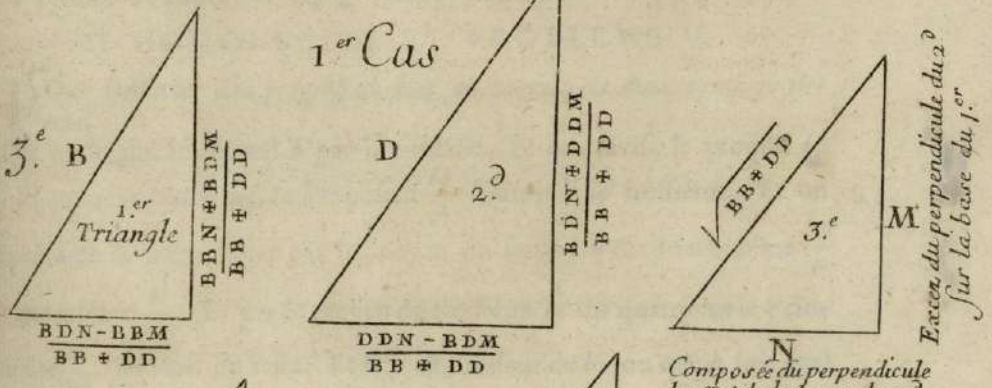
Par la premiére ſuppoſition tous les tuyaux enſemble verſent en une heure $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, ou $\frac{3}{8}$ de toute l'eau qui peut remplir le baſſin. Et par la ſeconde ſuppoſition il s'en écoule en une heure $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, c'eſt à dire $\frac{5}{4}$ de toute l'eau qui le peut remplir. Et retranchant $\frac{3}{8}$ des $\frac{5}{4}$, ou ce qu'ont verſé tous les tuyaux enſemble dans une heure de ce qui s'eſt écoulé auſſi dans une heure par toutes les ouvertures enſemble, le reſte $\frac{7}{8}$ eſt la quantité d'eau qui s'écoule en une heure avec celle que tous les tuyaux verſent auſſi dans une heure. Je dis donc : ſi $\frac{7}{8}$ eſt le ſurplus de toute l'eau qui s'écoule en une heure, dans combien toute l'eau s'écoulera-t-elle ? Et

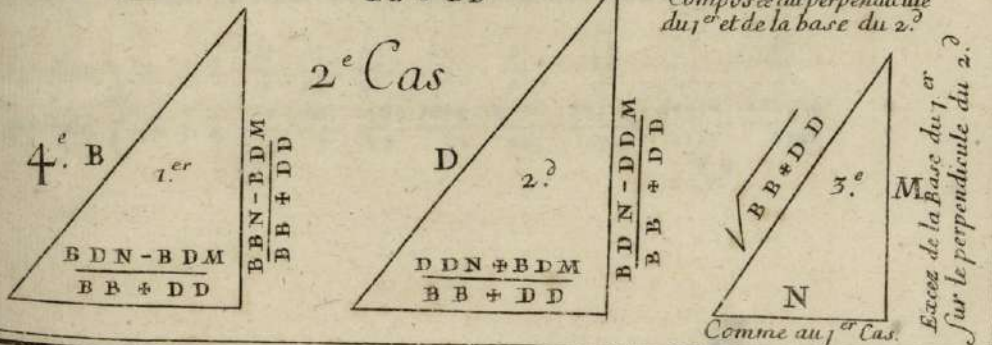
la

Pour la page 337. de la 2.de partie que tout déborde hors du liure et regarde la page 336.

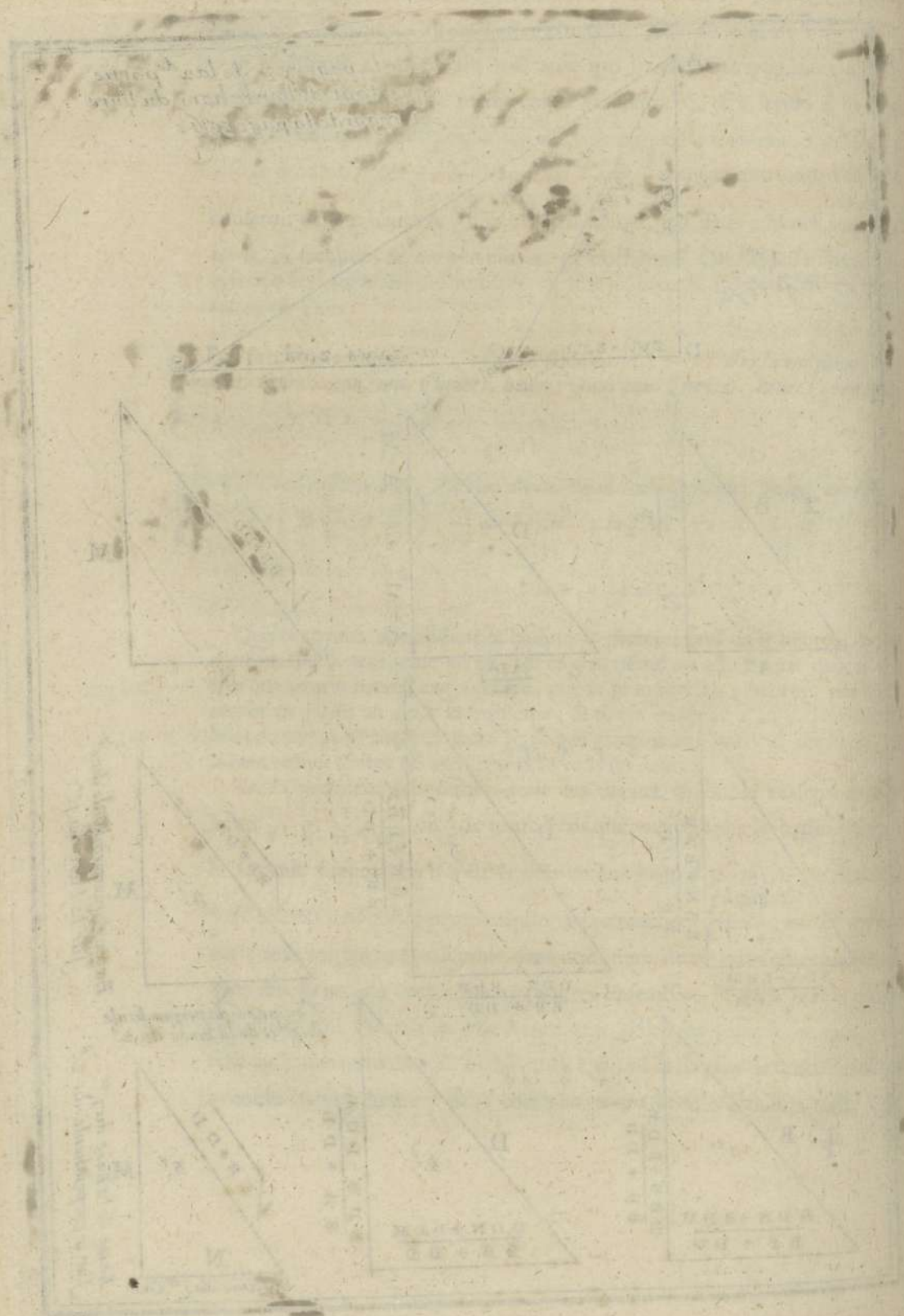








SCD LYON 1



SCD LYON 1

la régle droitte donne $\frac{8}{7}$ ou $1\frac{1}{7}$. Et ainſi toute l'eau s'écoulera dans 1 heure & 8 minutes & 34 ſecondes & un peu plus de 17 troiſiémes.

L'eau qui entre.	*L'eau qui ſort.*	*Le ſurplus qui ſort.*	*Proportion.*
$\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18} \propto \frac{3}{8}$.	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6} \propto \frac{5}{4}$.	$\frac{5}{4}-\frac{3}{8} \propto \frac{7}{8}$.	$\frac{7}{8}.1::1.\frac{8}{7} \propto 1\frac{1}{7}$.

Quatrieme exemple.

153600 ouvriers bâtirent en 7 ans le Temple de Jeruſalem. On demande en combien d'années 33600 ouvriers l'auroient pû bâtir ?

Ayant connû que la queſtion ſuppoſe une proportion réciproque, puis qu'il faut d'autant plus d'années pour bâtir le Temple qu'il y a moins d'ouvriers ; je diſpoſe à la premiére place les 33600 ouvriers ſur qui tombe l'interrogation, & les 153600 ouvriers à la ſeconde, & les 7 années à la troiſiéme. Et alors je multiplie le ſecond terme 153600 par le troiſiéme 7, & je diviſe le produit 1075200 par le premier 33600. Et l'expoſant 32 réſoût la queſtion.

1ere *place.*	2e *place.*	3e *place.*	4e *place.*
33600 *ouvriers.*	153600 *ouvriers.*	7 *années.*	*v nombre inconnu.*

153600 *fois* 7 $\propto$ 1075200. $\frac{1075200}{33600} \propto$ 32 *années* $\propto v$.

Ou plûtôt afin d'abbréger, je diviſe 153600 par 33600, & je multiplie l'expoſant $4\frac{4}{7}$ par 7 ; & le produit 32 eſt comme auparavant le nombre des années qui réſoût la queſtion.

1ere.	2e.	3e.	4e.		
33600.	153600.	7.	v.	$\frac{153600}{33600} \propto 4\frac{4}{7}$.	7 *fois* $4\frac{4}{7} \propto 32 \propto v$.

II COROLLAIRE ET PROBLEME V.

5. *Pour continuer une progreſſion dont on connoît les deux premiers termes.*

On multiplie le ſecond b par luy-même, & on diviſe le produit bb par le premier terme a ; & l'expoſant $\frac{bb}{a}$ fournit [b] le troiſiéme. Et on trouvera de la même ſorte par le moyen du ſecond b & du troiſiéme $\frac{bb}{a}$ le [b] quatriéme $\frac{b^3}{aa}$. Et par le moyen du troiſiéme & du quatriéme le [b] cinquiéme $\frac{b^4}{a^3}$. Et ainſi du reſte. Et ſi a eſt diviſeur de b, ou que b ſoit égal [b. 2.]

Progreſſion générale.	$\div a.$	$b.$	$\frac{bb}{a}.$	$\frac{b^3}{aa}.$	$\frac{b^4}{a^3}.$	$\frac{b^5}{a^4}.$	$\frac{b^6}{a^5}.$	$\frac{b^7}{a^6}.$	$\frac{b^8}{a^7}.$	$\frac{b^9}{a^8}.$
	$\div 3.$	$4.$	$\frac{16}{3}.$	$\frac{64}{9}.$	$\frac{256}{27}.$	$\frac{1024}{81}.$	$\frac{4096}{243}.$	$\frac{16384}{729}.$	$\frac{65536}{2187}.$	$\frac{262144}{6561}.$

au plan *ac* du terme *a* par un nombre *c*; on aura [b] la progreſſion ſoûmultiple qu'on expoſe ici.

Progreſſion ∷ *a. ac. acc. ac*^{3}*. ac*^{4}*. ac*^{5}*. ac*^{6}*. ac*^{7}*. ac*^{8}*. ac*^{9}*. ac*^{10}*.*
ſoûmultiple. ∷ 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. 3072.

EXEMPLE.

Si les biens d'un pupille montent à 8000 livres, & qu'il n'en ait rien dépenſé pendant 6 années; on demande combien luy devra ſon Tuteur à la fin de ce terme, en ſuppoſant que le capital & les arrérages doivent toûjours profiter au denier 20?

Pour réſoudre la queſtion; on diviſera le capital 8000 par 20, & l'expoſant 400 marquera les arrérages de la premiére année. Et ſi on les ajoûte au capital 8000, & que la ſomme 8400 ſoit diviſée par 20; on aura 420 livres d'arrérages pour la ſeconde année. Et ſi on ajoûte ces nouveaux arrérages à la ſomme précédente 8400, & que la nouvelle ſomme 8820 ſoit auſſi diviſée par 20; on aura 441 livres d'arrérages pour la troiſiéme année. Et ajoûtant de la même ſorte ces derniers arrérages à 8820, & diviſant la ſomme 9261 par 20; on trouvera $463\frac{1}{20}$ ou 463 & 1 ſol d'arrérages pour la quatriéme année. Et ſi on ajoûte encore ces arrérages à la ſomme 9261, & qu'on diviſe enſuitte la nouvelle ſomme $9724\frac{1}{20}$ par 20; on aura $486\frac{81}{400}$ pour arrérages de la cinquiéme année. Et les ajoûtant à $9724\frac{1}{20}$, & diviſant la ſomme $10210\frac{101}{400}$ par 20; on trouvera enfin les arrerages $510\frac{4101}{8000}$ de la ſixiéme année. Et raſſemblant ces divers arrérages avec le capital; la ſomme entiére $10720\frac{6121}{8000}$ marquera que le Tuteur doit rendre à ſon pupille 10720 livres 15 ſols 3 deniers & $\frac{63}{100}$ d'un denier.

Ou ſi on l'aime mieux; on prendra le capital 8000 pour le premier terme d'une progreſſion, & ſa 20e partie 400 pour le ſecond terme, & 20 pour le troiſiéme, & 1 pour le quatriéme, & $\frac{1}{20}$ pour le cinquiéme, & $\frac{1}{400}$ pour le ſixiéme, & $\frac{1}{8000}$ pour le ſeptiéme. Et le premier terme ou le capital ſera pris alors 1 fois, & le ſecond terme 400 ſera pris 6 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le nombre des 6 années, ou dans le ſixiéme des nombres du premier ordre; ce qui revient au même. Et le troiſiéme 20 ſera pris 15 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le cinquiéme des nombres du ſecond ordre. Et le quatriéme 1 ſera pris 20 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le quatriéme des nombres du troiſiéme ordre. Et le cinquiéme $\frac{1}{20}$ ſera pris 15 fois, ou autant de fois qu'il y a

SCD LYON 1

d'unitez dans le troiſiéme des nombres du quatriéme ordre. Et le ſixiéme $\frac{1}{400}$ ſera pris 6 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le ſecond des nombres du cinquiéme ordre. Et enfin le dernier terme $\frac{1}{800}$ ſera pris 1 fois, ou autant de fois qu'il y d'unitez dans le premier des nombres du ſixiéme ordre. Et la ſomme entiére $10720\frac{6121}{8000}$ réſoûdra comme auparavant la queſtion. Et les queſtions ſemblables pourront toutes ſe réſoûdre de la même ſorte, en ſe ſervant des nombres ou des cellules des rangs paralléles, qui ont autant de degrez qu'il y a de termes moins un, ou qu'il y a d'années.

Progreſſion ∴ 8000. 400. 20. 1. $\frac{1}{20}$. $\frac{1}{400}$. $\frac{1}{800}$.
combien de fois. 1. 6. 15. 20. 15. 6. 1.

Capital 8000 *livres.*

Arrérages de la 1ere *année.* 400 *livres.*
Arrérages de la 2e *année.* 420. *Ou* 400 + 20 *livres.*
Arrérages de la 3e *année.* 441. *Ou* 400 + 40 + 1 *livres.*
Arrérages de la 4e *année.* $463\frac{1}{20}$. *Ou* 400 + 60 + 3 + $\frac{1}{20}$ *livres.*
Arrérages de la 5e *année.* $486\frac{81}{400}$. *Ou* 400 + 80 + 6 + $\frac{4}{20}$ + $\frac{1}{400}$ *livres.*
Arrérages de la 6e *année.* $510\frac{4101}{8000}$. *Ou* 400 + 100 + 10 + $\frac{10}{20}$ + $\frac{5}{400}$ + $\frac{1}{800}$ *livres.*

Somme totale. $10720\frac{6121}{8000}$ ∞ 10720 *livres* 15 *ſols* $3\frac{63}{100}$ *deniers.*

III COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

6. *Pour trouver tel terme qu'on voudra d'une progreſſion, dont les deux premiers ſont connus.*

On diviſe le ſecond par le premier, & on élêve l'expoſant à une puiſſance qui ait autant de degrez moins deux qu'il y a d'unitez dans le nombre qui répond au terme. Et on multiplie cette même puiſſance par le ſecond terme. Et le produit réſoût [b] la queſtion. Comme pour trouver le 7e terme; je diviſe b par a, & j'élêve l'expoſant $\frac{b}{a}$ à ſa 5e puiſſance $\frac{b^5}{a^5}$, laquelle étant multipliée par b, le produit $\frac{b^6}{a^5}$ réſoût la queſtion. [b. 5.]

Progreſſion ∴ a. b. $\frac{bb}{a}$. $\frac{b^3}{aa}$. $\frac{b^4}{a^3}$. $\frac{b^5}{a^4}$. $\frac{b^6}{a^5}$.
∴ 3. 4. $\frac{16}{3}$. $\frac{64}{9}$. $\frac{256}{27}$. $\frac{1024}{81}$. $\frac{4096}{243}$. } 7e *terme* $\frac{b^6}{a^5}$ ∞ $\frac{4096}{243}$.

PREMIER EXEMPLE.

Suppoſant 10 perſonnes au monde vers la fin du premier ſiécle, & 10 fois autant vers la fin du ſecond, & ainſi du reſte. On demande combien de perſonnes auroient pû ſe trouver au monde à la fin du 16e ſiécle peu avant le déluge?

Pour réſoûdre la queſtion; il ne faut que trouver le 16e terme de la progreſſion décuple ou de 10 à 100. Ce que je fais diviſant 100 par 10, & élevant l'expoſant 10 à ſa puiſſance 14e 100000000000000. Et multipliant enſuitte cette même puiſſance par le ſecond terme 100; le produit 10000000000000000, qui vaut dix millions de milliars, eſt le nombre qui réſoût la queſtion.

SECOND EXEMPLE.

Monſieur de Brébœuf, voulant former une forte idée de l'éternité par une conception néanmoins bornée, ſuppoſe un nombre dont les chiffres s'étendent d'un pole juſques à l'autre. Or ſuppoſant que Dieu même employe une heure pour écrire ainſi tous ces chiffres, qu'à la premiére des 60 minutes il y en ait un ſeulement d'écrit, & 10 écrits à la ſeconde, & ainſi du reſte. On demande combien il y auroit de chiffres écrits dans la derniére des 60 minutes?

Pour réſoûdre la queſtion. Je diviſe 10 par 1, & j'élêve l'expoſant 10 à ſa 58e puiſſance, laquelle étant multipliée par 10, le produit A, où 59 zéro ſuivent 1, réſoût la queſtion. Et ſuppoſant 10 chiffres écrits dans la longueur du pouce, ou 12 fois 10 ou 120 dans la longueur d'un pied, ou 15000 fois 120 ou 1800000 dans une lieuë commune d'une heure de chemin qui eſt de 15000 pieds; dix cent mille millions de fois cent mille milliars de mille millions de milliars de lieuës ne ſeroient pas encore la dix cent mille millionniéme partie des mille milliars de lieuës qu'occuperoit la longueur du ſeul chiffre écrit la derniére minute. Quel eſt donc ce nombre effroyable que la main de Dieu auroit écrit la derniére minute? C'eſt ce qui paroît inconcevable à l'imagination la plus forte, quoique ce ne ſoit qu'un point & comme rien par rapport à l'éternité.

A ∞ 10000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000.

IV COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

7. *Connoiſſant le premier & le ſecond & le dernier des termes d'une progreſſion, où le premier ſurpaſſe le ſecond; pour trouver la ſomme entiére de la progreſſion.*

On écrira à la premiére place d'une proportion droitte l'excez $a - b$ dont le premier a ſurpaſſe le ſecond b, & le ſecond terme b à la ſeconde place, & à la troiſiéme la différence $a - g$ dont le premier a ſurpaſſe le dernier g, & la régle droitte fournira le quatriéme $\frac{ab - bg}{a - b}$, qui eſt la

b. 67. 7. ſomme de tous ceux qui ſuivent[b] le premier. De ſorte qu'ayant ajoûté à

ce quatriéme terme de la proportion le premier a de la progreſſion ; la nouvelle ſomme $\frac{aa-bg}{a-b}$ ſera celle de tous les termes raſſemblez de la progreſſion.

Proportion.

1er terme.	Le 2d.	Le dernier.	
a.	b.	g.	$a-b. \quad b :: a-g. \quad \frac{ab-bg}{a-b}$.
2916.	1944.	256.	972. 1944 :: 2660. 5320.

Somme $\frac{aa-bg}{a-b}$.	*Progreſſion entiére.*						
∴	a	b.	c.	d.	e.	f.	g.
8236.	∴ 2916.	1944.	1296.	864.	576.	384.	256.

Exemple.

Si on diſtribuë à telle condition diverſes piéces d'un riche cabinet, qu'on vende la premiére 16384 livres, & la ſeconde la moitié de ce prix ou 8192 livres, & ainſi du reſte juſques à la derniére qu'on donne pour 10 ſols ; on demande quel eſt le prix entier de toutes ces diverſes piéces ?

Pour réſoûdre la queſtion, on ôtera 8192 de 16384, & on mettra le reſte 8192 à la premiére place d'une proportion droitte, & le ſecond terme 8192 à la ſeconde place, & à la troiſiéme l'excez $16383\frac{1}{2}$ dont le premier 16384 livres ſurpaſſe le dernier 10 ſols ∞ $\frac{1}{2}$ livre. Et diviſant le ſecond terme 8192 de la proportion par le premier 8192, & multipliant l'expoſant 1 par le troiſiéme $16383\frac{1}{2}$; ſi on ajoûte au produit le premier terme 16384 de la progreſſion, la ſomme $32767\frac{1}{2}$ ſera la ſomme entiére de la progreſſion. 1er terme a ∞ 16384. Le 2d b ∞ 8192. Le dernier g ∞ $\frac{1}{2}$.

Proportion $a-b. \quad b :: a-g. \quad \frac{ab-bg}{a-b}$.
8192. 8192 :: $16383\frac{1}{2}$. $16383\frac{1}{2}$.

Somme entiére $\frac{aa-bg}{a-b}$.
$32767\frac{1}{2}$.

Progreſſion entiére.

∴ 16384. 8192. 4096. 2048. 1024. 512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$.

V COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

8. Et ſi le nombre des termes eſt infini. Comme le dernier g eſt infiniment petit, ou qu'il touche le rien de plus prés, on le [b] ſuppoſe égal à zéro ; & la proportion étant [c] alors $a-b.b :: a. \frac{ab}{a-b}$. la [d] ſomme

[b] 86. 7. [c] 87. 7. [d] 7.

entiére des termes infinis qui ſuivent le premier eſt $\frac{ab}{a-b}$. Et ſi on luy
d. 7. ajoûte le premier terme a; la nouvelle ſomme $\frac{aa}{a-b}$ ſera [d] celle des termes infinis de la progreſſion.

Proportion

$a-b.\ b::\ a.\ \frac{ab}{a-b}.$

$2-1.\ 1::\ 2.\ 2.$

$3-1.\ 1::\ 3.\ \frac{3}{2}.$

$4-1.\ 1::\ 4.\ \frac{4}{3}.$

Somme de la progreſſion infinie

$\frac{aa}{a-b}.$

$4.$

$4\frac{1}{2}.$

$5\frac{1}{3}.$

PREMIER EXEMPLE.

On donne par là la ſolûtion du Sophiſme des anciens contre le mouvement. Suppoſant, diſoient-ils, qu'Achille aille dix fois plus vîte qu'une tortuë, jamais Achille ne l'attrapera. Car lors qu'Achille aura parcourû la premiére lieuë, la tortuë en aura parcourû la 10e partie. Et lors qu'enſuitte Achille aura parcourû la 10e partie de la ſeconde lieuë, la tortuë aura parcourû la 10e de la même 10e, ou une 100e de la ſeconde lieuë. Et ainſi juſques à l'infini.

Cela ſuppoſe que toutes ces 10es de 10es à l'infini faſſent une eſpace infini de lieuës, qui ne font pourtant priſes toutes enſemble qu'une 9e de la ſeconde lieuë. De ſorte qu'Achille doit attraper la tortuë à la premiére 9e de cette ſeconde lieuë. Parce qu'en effet allant 10 fois plus vîte que la tortuë, il doit avoir parcourû 10 fois autant de chemin dans le même temps, c'eſt à dire $\frac{10}{9}$ ou $1\frac{1}{9}$, lorſque la tortuë en aura parcourû ſeulement $\frac{1}{9}$.

$\{a \propto 1.\ b \propto \frac{1}{10}.\ g \propto \frac{1}{0} \propto 0.$

$a-b.\ b::\ a-g.\ \frac{ab-bg}{a-b}.$

$\frac{9}{10}.\ \frac{1}{10}::\ 1.\ \frac{1}{9}.$

Somme entiére

$\frac{aa-bg}{a-b}.$

$\frac{10}{9} \propto 1\frac{1}{9}.$

SECOND EXEMPLE.

Si un horloge a deux aiguilles, l'une des heures qui fait ſon tour en 12 heures, & l'autre des minutes qui fait le même tour en une heure; pour marquer tous les points auſquels les aiguilles ſe rencontrent.

$\{a \propto 12.\ b \propto 1.\ g \propto 0.$

$a-b.\ b::\ a.\ \frac{ab}{a-b}.$

$11.\ 1::12.\ \frac{12}{11}.$

Somme entiére

$\frac{aa}{a-b}.$

$13\frac{1}{11}.$

Rencontres des aiguilles. 1ere. 2e. 3e. 4e. 5e. 6e. 7e. 8e. 9e. 10e. 11e.

Temps des rencontres. $1\frac{1}{11}.\ 2\frac{2}{11}.\ 3\frac{3}{11}.\ 4\frac{4}{11}.\ 5\frac{5}{11}.\ 6\frac{6}{11}.\ 7\frac{7}{11}.\ 8\frac{8}{11}.\ 9\frac{9}{11}.\ 10\frac{10}{11}.\ 11\frac{11}{11} \propto 12.$

SCD LYON 1

Lorſque l'aiguille des heures fera ſon tour, celle des minutes en fera $\frac{1}{12}$. Et lorſque l'aiguille des heures fera $\frac{1}{12}$, celle des minutes fera $\frac{1}{12}$ de la même $\frac{1}{12}$. Et ainſi à l'infini. De ſorte que l'aiguille des heures attrappera celle des minutes vers la $\frac{1}{11}$ minute de la ſeconde heure. Et ainſi du reſte.

TROISIEME EXEMPLE.

Si Mars fait ſon cours en 2 ans, & que Jupiter faſſe le ſien en 12, & qu'ils ſe rencontrent tous deux conjoints au premier degré du Zodiaque. En quel temps leur conjonction pourra-t-elle arriver de nouveau, & dans quel degré du Zodiaque ?

Pendant que Mars parcourt le Zodiaque, Jupiter en parcourt $\frac{1}{6}$. Et lorſque Mars en parcourt $\frac{1}{6}$, Jupiter parcourt $\frac{1}{6}$ de la même $\frac{1}{6}$. Et ainſi à l'infini De ſorte que Mars attrappera Jupiter vers la 5e partie du Zodiaque ou au degré 72e.

$$\left\{ a \propto 1.\ b \propto \frac{1}{6}.\ g \propto 0. \right. \left\{ \begin{array}{l} a - b.\ \ b :: a.\ \ \frac{ab}{a-b}. \\ \frac{5}{6}.\ \ \frac{1}{6} :: 1.\ \ \frac{1}{5}. \end{array} \right. \textit{Somme entiére} \left\{ \begin{array}{l} \frac{aa}{a-b}. \\ 1\frac{1}{5}. \end{array} \right.$$

Mais ſi Jupiter acheve ſon cours en 12 années, il en achevera la 5e partie en $\frac{12}{5}$ ou en 2 années & 146 jours. De ſorte que les degrez du Zodiaque ſeroient ceux-ci.

Degrez {72. 144. 216. 288. 360. 72. 144. 216. 288. 360. 72. &c.

QUATRIEME EXEMPLE.

On ſuppoſe que le ſaint Patriarche Abraham importuné par le mauvais riche, & ne pouvant envoyer le Lazare pour le ſoulager, laiſſe enfin diſtiller une goutte d'eau qui tombe en cette ſorte pendant l'éternité entiére. La premiére minute cette goutte deſcend de 100 lieuës, & la ſeconde de 99. Et ainſi de ſuitte ſelon la progreſſion de 100 à 99. On demande combien de lieuës cette goutte doit deſcendre pendant toute l'éternité ? Et on trouve qu'elle ne peut deſcendre que de 10000 lieuës. De ſorte que ſi le mauvais riche en étoit d'abord éloigné de 10000 lieuës ; il ſera contraint de l'attendre éternellement, ſans qu'elle puiſſe jamais arriver juſqu'à luy.

$$\left\{ a \propto 100.\ b \propto 99.\ g \propto 0. \right. \left\{ \begin{array}{l} a - b.\ \ b :: a.\ \ \frac{ab}{a-b}. \\ 1.\ \ 99 :: 100.\ 9900. \end{array} \right. \textit{Somme entiére} \left\{ \begin{array}{l} \frac{aa}{a-b}. \\ 10000. \end{array} \right.$$

VI COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

9. *Connoiſſant les extrêmes d'une progreſſion, & le nombre des termes ; pour trouver tous les termes moyens.*

SCD LYON 1

On multiplie le dernier terme g par une puiſſance du premier terme a, qui ait autant de degrez qu'il y a de termes moyens, ou qui ait autant de degrez moins deux qu'il y a d'unitez dans le nombre des termes. Et enſuitte on tire du produit une racine exprimée par le nombre des termes diminué de l'unité ; & on découvre le ſecond terme [b] de la progreſſion. Et alors on cherche le troiſiéme & chaque autre par le moyen de la régle droitte. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

b. 6.

Premier exemple.

Pour trouver un nombre ſeul moyen proportionel entre les deux 54 & 216. Je multiplie ces deux l'un par l'autre ; & je tire enſuitte du produit 11664 la racine quarrée 108 qui réſoût la queſtion.

1er terme $\begin{cases} a. \\ 54. \end{cases}$ Le 3e $\begin{cases} g \\ 216. \end{cases}$ Leur plan $\begin{cases} ag. \\ 11664. \end{cases}$ 2d terme $\begin{cases} \surd ag. \\ 108. \end{cases}$ $\xi \div$ 54. 108. 216.

Second exemple.

Pour trouver deux nombres moyens proportionels entre 6 & 48. Je multiplie le dernier 48 par le quarré 36 du premier terme 6 ; & je tire enſuitte du produit 1728 la racine cubique 12, qui eſt le ſecond des quatre termes de la progreſſion, ou le premier des deux moyens qu'on cherche. Et la régle droitte donne alors facilement le terme 24 qui reſte à découvrir.

1er terme $\begin{cases} a. \\ 6. \end{cases}$ Le 4e $\begin{cases} g \\ 48 \end{cases}$ Le 2d $\begin{cases} \surd C.aag. \\ 12. \end{cases}$ Le 3e $\begin{cases} \frac{\surd C.a^4gg}{a} \\ 24. \end{cases}$ $\xi \div$ 6. 12. 24. 48.

Troisieme exemple.

La premiére des trois moyennes entre a & e ſera par la même raiſon $\surd\surd a^3e$. Et la premiére des quatre moyennes entre les deux a & f ſera $\surd 5^e.a^4f$. Et la premiére des cinq moyennes entre a & g ſera $\surd 6^e.a^5g$. Et ainſi du reſte.

Progreſſion $\begin{cases} \div a. & b. & c. & d. & e. & f. & g. & h. & i. & k. & \&c. \\ \div a. & b. & \frac{bb}{a}. & \frac{b^3}{aa}. & \frac{b^4}{a^3}. & \frac{b^5}{a^4}. & \frac{b^6}{a^5}. & \frac{b^7}{a^6} & \frac{b^8}{a^7}. & \frac{b^9}{a^8}. & \&c. \\ \div 6. & 12. & 24. & 48. & 96. & 192. & 384. & 768. & 1536. & 3072. & \&c. \end{cases}$

$\xi b \propto \surd ac \propto \surd C.aad \propto \surd\surd a^3e \propto \surd 5^e.a^4f \propto \surd 6^e.a^5g \propto \surd 7^e.a^6h \propto \surd 8^e.a^7i \propto \surd 9^e.a^8k \propto 12.$

Quatrieme exemple.

Une perſonne à qui on doit 8820 livres à la fin d'une année offre diminution à raiſon du denier 9 en un an, lorſqu'on voudra luy avancer la ſomme. On demande qu'elle ſera la diminution, ſi l'on paye au bout de 6 mois, ou à la moitié du terme ?

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis : ſi 9 livres payées au bout des 12 mois en doivent ſeulement 8 payant argent contant, combien 8820 payées à la

à la fin de l'année doivent-elles si on paye au commencement ? & la régle droitte donne 7840 qu'on doit seulement payer au commencement. Et ôtant 7840 de 8820, le reste 980 est la diminution en payant d'abord.

Et si on paye à la moitié du terme ; il est visible que le payement des 7840 livres que l'on fait d'abord est à celuy qu'on fait à la fin des 6 mois, comme celuy-ci à l'autre des 8820 fait à la fin du terme. Et la racine quarrée la plus proche du produit des deux nombres, ou le moyen proportionel entr'eux le plus approché est le nombre 8500. Et ce nombre est la somme qu'il faudroit payer à la fin des 6 mois. Et ôtant 8500 des 8820, le reste 320 est la diminution qui seroit faite alors.

Et si le payement se faisoit au bout de 4 mois ; on chercheroit le premier des deux moyens proportionels entre 7840 & 8820. Et si c'étoit à la fin du premier quartier ou au bout de trois mois ; on chercheroit le premier des trois moyens proportionels.

Cinquieme exemple.

Une personne ayant un an de terme pour payer à une autre 17579 livres 12 sols 6 deniers, offre de payer cette somme au bout de 6 mois, pourvû qu'on luy rabbatte les interests à raison du denier 20 par an ; on demande ce qu'on luy doit rabbattre en payant à la fin des 6 mois.

Premiérement si 240 deniers font 1 livre, 150 deniers ou les 12 sols 6 deniers font $\frac{5}{8}$ d'une livre. De sorte qu'on doit payer $17579\frac{5}{8}$ de livres à la fin de l'année. Et prenant $\frac{1}{10}$ pour a, afin d'éviter les fractions ; la même somme sera $17579625a^3$. Et alors on dira : Si 21 livres payées à la fin de l'année viennent de 20 livres payées argent contant, la somme $17579625a^3$ payée à la fin de l'année viendra de la somme $16742500a^3$ payée argent contant. Et la somme moyenne proportionelle entre ces deux est à peu prés $17155957a^3$ qu'il faudroit payer à la fin des 6 mois. Et mettant pour a sa valeur $\frac{1}{10}$; on trouvera que la personne doit payer à son creancier à la fin des 6 mois la somme de 17155 livres 19 sols & presque 2 deniers, ou $17155\frac{957}{1000}$ de livres. De sorte que le créancier luy doit rabbattre 423 livres 13 sols 4 deniers sur la premiére somme.

Et si le payement se fait au bout de 4 mois ; la premiére des deux sommes moyennes proportionelles entre les sommes $17579625a^3$ & $16742500a^3$ est $17017016a^3$ ou 17017 livres & environ 4 deniers qu'il faudroit payer à la fin de ce terme. De sorte qu'il y auroit 562 livres 12 sols 2 deniers de diminution sur la premiére somme.

VII COROLLAIRE ET PROBLEME X.

10. Si les opérations sont trop longues & embarrassées, comme lorsqu'il y a plusieurs termes entre les extrêmes de la progression ; on les abbrége par le moyen de certaines tables nommées *tables des interests*, & qui se forment ainsi.

On ſuppoſe qu'un grand nombre de la progreſſion décuple comme 10000000 eſt une ſomme capitale & jointe à l'intereſt qu'elle produit dans une année, & ce nombre eſt nommé *la racine* des tables. Et convenant de l'intereſt du denier 20 par éxemple pour chaque année, le capital 20 & ſon intereſt 1 donnera 21 à la fin de l'année. Et ſi 21 viennent de 20, la racine 10000000 viendra de $9523809\frac{11}{21}$. On peut négliger la fraction, ou ajoûter 1 ſi elle ſurpaſſe $\frac{1}{2}$; comme ici où la racine viendra de 9523810.

De ſorte que 9523810 ſera le capital. Et ſi on luy ajoûte l'intereſt qu'il produit dans un an, ou ſa 20e partie 476190; on trouvera la racine même 10000000 des tables. Et ſi on diviſe le quarré du capital par 10000000, ou ſi pour abbréger on multiplie le capital par 20, & que le produit ſoit diviſé par 21; l'expoſant 9070295 eſt le capital, qui étant joint à ſon intereſt donneroit la racine 10000000 aprés deux années.

Et les ſommes capitales qui d'une année à l'autre donnent toûjours 10000000 pour le capital joint à ſon intereſt, étant les termes d'une progreſſion géométrique, dont les deux premiers 9523810 & 9070295 ſont déja connûs: ſi on la continuë; ſon troiſiéme terme 8638376 ſera le capital qui recevant encore ſon intereſt donne auſſi 10000000 à la troiſiéme année; & le quatriéme 8227025 celuy qui recevant auſſi ſon intereſt donne la racine aprés la quatriéme. Et ainſi du reſte. Et le rapport de chaque terme à ſon conſécutif étant celuy de 21 à 20, il ſuffira pour trouver les termes de multiplier toûjours le dernier par 20, & de diviſer le produit par 21. Ce qui donnera pour expoſant un capital pour l'année ſuivante.

Si l'intereſt étoit du denier 16; on multiplieroit la racine par 16, & le produit ſeroit enſuitte diviſé par 17. Et ainſi du reſte. Et ce ſeroit la même choſe d'un autre intereſt. Stevin a calculé ces tables pour 30 ans depuis l'intereſt du denier 1 juſqu'à celuy du denier 16 pour 100; & pour les intereſts qu'on nomme des deniers 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22. Et la table de 5 pour 100 eſt auſſi la même que celle du denier 20, & celle de 10 pour 100 ſa même auſſi que celle du denier 10.

Années.	*au denier* 10. *à* 12 *pour* 100.	*au denier* 15.	*au denier* 16.	*au denier* 20.
1.	9090909.	8928571.	9375000.	9411765.	9623810.
2.	8264463.	7971938.	8789062.	8858132.	9070295.
3.	7513148.	7117802.	8239746.	8337065.	8638376.
4.	6830135.	6355180.	7724762.	7846649.	8227025.
5.	6209214.	5674268.	7241964.	7385081.	7835262.
6.	5644740.	5066311.	6789341.	6950664.	7462154.
7.	5131582.	4523492.	6365007.	6541801.	7106813.
8.	4665075.	4038832.	5967194.	6156989.	6768393.
9.	4240977.	3606100.	5594244.	5794813.	6446089.
10.	3855434.	3219732.	5244604.	5453942.	6139132.
11.	3504940.	2874761.	4916816.	5133122.	5846792.
12.	3186309.	2566751.	4609515.	4831174.	5568373.

SCD LYON 1

Exemple de l'usage des tables.

Pour faire usage des tables précédentes : comme si tous les biens d'un pupille montent seulement à 1600 écus, & qu'ils doivent profiter au denier 20 par an ; pour trouver à combien doit monter le capital avec les arrérages à la fin de la 8e année ?

On cherchera dans la colomne du denier 20 le nombre 6768393 qui répond au juste à celuy des 8 années. Et on dira : si le capital 6768393 avec ses intereſts monte la 8e année jusques à 10000000 écus, à combien montera le capital des 1600 écus avec ses arrérages à la fin de cette 8e année. Et l'on trouvera $2363\frac{62}{67}$, ou environ 2364 écus.

DEFINITION.

11. Si deux progreſſions l'une arithmétique & l'autre géométrique ſont tellement diſpoſées, que leurs termes ſe répondent chacun à chacun, & ſelon le même ordre ; ceux de l'arithmétique ſont nommez *expoſans* ou *logarithmes* des termes qui leur répondent dans la géométrique. Comme le terme $c+7d$ qui eſt l'expoſant ou le logarithme du terme $\frac{b^7}{a^6}$.

Progreſſion arithmétique	÷. c.	$c+d$.	$c+2d$.	$c+3d$.	$c+4d$.	$c+5d$.	$c+6d$.	$c+7d$.
	÷ 1. 3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	
Progreſſion géométrique	∴ a. b.	$\frac{bb}{a}$.	$\frac{b^3}{aa}$.	$\frac{b^4}{a^3}$.	$\frac{b^5}{a^4}$.	$\frac{b^6}{a^5}$.	$\frac{b^7}{a^6}$.	
	∴ 2. 4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	

I COROLLAIRE.

12. Si certains termes de la géométrique ſont en proportion ou en progreſſion ; leurs expoſans ſont pareillement en proportion ou en progreſſion arithmétique. Et ſi le produit de deux termes de la géométrique eſt égal au produit de deux autres, ou au quarré d'un ſeul ; les logarithmes enſemble des extrêmes font une même ſomme que les deux enſemble des deux moyens, ou que le double du logarithme ſeul du terme moyen.

PROBLEME XI.

13. *Pour former les logarithmes des nombres naturels*, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c.

1°. On prend 0 pour expoſant ou pour logarithme de l'unité, & 10000000 pour celuy de 10, & le double 20000000 pour logarithme [b] du quarré 100 de 10, & le triple 30000000 pour [b] logarithme du cube 1000 de 10, Et ainſi de ſuitte juſques où l'on voudra. Où l'on peut b. 12.

observer que tous les logarithmes des nombres, qui sont entre 10 & 100, doivent commencer par 1. Et tous ceux des nombres qui sont entre 100 & 1000, doivent commencencer par 2. Et par 3, si les nombres sont entre 1000 & 10000. Et ainsi de suitte. Et ces nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sont nommez *les caractéristiques* des logarithmes dont ils sont le commencement.

1.	00000000.
10.	10000000.
100.	20000000.
1000.	30000000.
10000.	40000000.
100000.	50000000.
1000000.	60000000.
10000000.	70000000.
100000000.	80000000.
1000000000.	90000000.
10000000000.	100000000.

2°. Et pour avoir les logarithmes des nombres interposez, celuy par éxemple de 9 qui est entre 1 & 10. On ajoûte aux nombres 1 & 10 autant de zéro qu'il y en a dans le logarithme de 10; comme sept, ou huit, ou plus si l'on veut. Ensuitte on multiplie l'un par l'autre ces deux nombres ainsi augmentez, & du produit 10000000000000000 on tire une
c. 3. racine approchée 31622777 moyenne [c] proportionelle entre les deux nombres augmentez chacun de sept zéro. Et par conséquent si on divise la
d. 2 & 34. 8. même racine par 10000000; l'exposant sera moyen [d] proportionel entre 1 & 10, & il aura pour logarithme la moitié 50000000 de logarithmes 0000000 & 10000000. Et si la racine approchée étoit 9 même suivi de
c. 12. sept zéro; le logarithme 50000000 seroit [d] celuy [c] de 9. Mais comme elle est moindre, & qu'elle en approche plus néanmoins que le nombre A; on cherchera entre B & Z un moyen proportionel C, qui vaut moins que le nombre 90000000, mais qui en approche encore plus que B. Et ainsi entre Z & C on cherchera un autre moyen proportionel D. Et parcequ'il est moindre aussi que 90000000, & qu'il en approche plus que C; on cherche entre Z & D un moyen E, qui n'étant pas encore assez grand, engage à son tour à chercher un moyen Y entre Z & E. Et comme Y surpasse 90000000, & qu'il en approche pourtant plus que Z; entre Y & E on prend un moyen F. Et pareillement entre Y & F un moyen X; & entre X & F un autre moyen V, qui surpasse 90000000. De sorte que l'on cherche entre V & F un moyen T; & entre T & F un moyen G. Et ainsi de suitte approchant toûjours du nombre 90000000 de plus prés en plus prés, jusques à ce que l'on y puisse arriver enfin; comme ici aprés avoir cherché 25 divers moyens proportionels.

Et ce nombre étant ainsi découvert, ou un autre semblable; son logarithme l'est aussi. Car comme la moitié des logarithmes des nombres A & Z est le logarithme de B divisé par 100000000, la moitié 75000000 des deux logarithmes des nombres Z & B est celuy de C, & la moitié des deux logarithmes des nombres Z & C est le logarithme du nombre E qu'on suppose toûjours divisé par 1000000. Et ainsi du reste jusques à 95424251, qui est enfin le logarithme du nombre *c* divisé par 1000000 ou de 9.

SCD LYON 1

Proportion Geom.		*Logarithmes.*
A	10000000	000000000
B	31622777	050000000
Z	100000000	100000000
Z	100000000	100000000
C	56234132	075000000
B	31622777	050000000
Z	100000000	100000000
D	74989421	087500000
C	56234132	075000000
Z	100000000	100000000
E	86596432	093750000
D	74989421	087500000
Z	100000000	100000000
Y	93057204	096875000
E	86596432	093750000
Y	93057204	996875000
F	89768713	095312500
E	86596432	093750000
Y	93057204	096875000
X	91398170	096093750
F	89768713	095312500
X	91398170	096093750
V	90579777	095703125
F	89768713	095312500
V	90579777	095703125
T	90173333	095507812
F	89768713	095312500
T	90173333	095507812
G	89970796	095410156
F	89768713	095312500
T	90173333	095507812
S	90072008	095458984
G	89970796	095410156
S	90072008	095458984
R	90021388	095434570
G	89970796	095410156
R	90021388	095434570
H	89996088	095422363
G	89970796	095410156

Proportion Geom.		*Logarithmes.*
R	90021388	095434570
Q	90008737	095428467
H	89996088	095422363
Q	90008737	095428467
P	90002412	095425415
H	89996088	095422363
P	90002412	095425415
I	89999250	095423889
H	89996088	095422363
P	90002412	095425415
O	90000831	095424652
I	89999250	095423889
O	90000831	095424652
N	90000041	095424271
I	89999250	095423889
N	90000041	095424271
K	89999650	095424080
I	89999250	095423889
N	90000041	095424271
L	89999845	095424217
K	89999650	095424080
N	90000041	095424271
M	89999943	095424223
L	89999845	095424217
N	90000041	095424271
a	89999992	095424247
M	89999943	095424223
N	90000041	095424271
z	90000016	095424259
a	89999992	095424247
z	90000016	095424259
y	90000004	095424253
a	89999992	095424247
y	90000004	095424253
b	89999998	095424250
a	89999992	095424247
y	90000004	095424253
c	90000000	095424251
b	89999998	095424250

SCD LYON 1

AUTRE EXEMPLE ET I COROLLAIRE.

14. ET on trouvera de la même sorte aprés 23 extractions de racines quarrées que 3010300 est le logarithme de 2. Et cherchant de la même sorte ceux des seuls nombres simples, qui se découvrent d'autant plus aisément qu'ils sont plus grands; il sera facile de trouver tous ceux des nombres composez. Car le double 6020600 du logarithme de 2 sera celuy de 2 fois 2 ou 4. Et le triple 9030900 du logarithme de 2 celuy de son cube 8. Et le quadruple 12041200 celuy du quarré de quarré 16. Et ainsi du reste.

Et la somme des logarithmes 3010300 & 4771212 des nombres simples 2 & 3 sera le logarithme de 2 fois 3 ou 6. Et la somme 11760912 des logarithmes 4771212 & 6989700 des nombres 3 & 5 est le logarithme de leur produit 15. Et ainsi du reste. Plusieurs personnes employées pour surmonter la difficulté des supputations des divers logarithmes, ont travaillé pendant un grand nombre d'années à en former les tables.

II COROLLAIRE ET PROBLEME XII.

15. *POur multiplier, diviser, & tirer des racines quarrées, ou cubiques, ou autres, ayant le livre où sont les logarithmes.*

On cherche dans la table les nombres sur lesquels on veut opérer, & prenant leurs logarithmes, leur somme répond au produit dans la table. Et si on retranche le logarithme du diviseur de l'autre logarithme du nombre qu'on divise; le reste doit aussi répondre dans la table à l'exposant qu'on cherche; ou au juste si l'exposant est entier, ou de fort prés s'il n'est pas entier. Mais il faut remarquer que les logarithmes des fractions moindres que l'unité sont négatifs ou moindres que zéro, comme — 1760912 qui est le logarithme de 2 divisé par 3 ou de la fraction $\frac{2}{3}$.

EXEMPLE.

Pour trouver un 4e nombre proportionel aux trois 2253, 3223, 5529. On ajoûte en une somme les logarithmes 3508263 & 3742646 du second & du troisiéme, & de leur somme 7251909 on ôte le logarithme 3352761 2 du premier terme 2253; & le reste 3899145 7, ou son plus approchant 3899108 9 qui soit dans la table, est le logarithme qui répond dans la même table au nombre 7861 qui est le plus approchant de celuy que l'on cherche. Et on pourroit trouver de la même sorte les divers termes d'une proportion géométrique dont le premier & le second sont connûs.

XIII PROBLEME.

POUR LA REGLE DE COMPAGNIE SIMPLE.

16. *POur partager un nombre en plusieurs parties proportionelles à certains nombres.*

On écrit chacun de ces nombres *a*, *b*, *c*, en particulier à la seconde

SCD LYON 1

place d'une proportion droitte, & leur ſomme entiére $a+b+c$ à la premiére, & le nombre g à la troiſiéme. Et enſuitte on applique autant de fois la régle droitte qu'il y a de ſeconds termes, & les nouveaux ou quatriémes qu'on trouve ſatisfont au problême; comme les trois $\frac{ag}{a+b+c}$ & $\frac{bg}{a+b+c}$ & $\frac{cg}{a+b+c}$, qui ont entr'eux les mêmes rapports que les numérateurs ag, bg, cg, ou que les nombres a, b, c; & dont la ſomme entiére eſt g.

Somme des nombres connus.	*Nombres connus.*	*Nombre à partager.*	*Parties proportionelles.*
$a+b+c \propto 3350.$	$1^{er}\ a \propto 469$ ::	$g \propto 2950.$	$1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c} \propto 413.$
$a+b+c \propto 3350.$	$2^{d}\ b \propto 670$ ::	$g \propto 2950.$	$2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c} \propto 590.$
$a+b+c \propto 3350$	$3^{e}\ c \propto 2211$ ::	$g \propto 2950.$	$3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c} \propto 1947.$

Et pareillement les quatre parties de toute grandeur g proportionelles aux quatre grandeurs a, b, c, d, ſeroient celles-ci.

$$1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c+d}.\quad 2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c+d}.\quad 3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c+d}.\quad 4^{e}\ \frac{dg}{a+b+c+d}.$$

Et les cinq parties de g proportionelles aux cinq grandeurs a, b, c, d, e, ſont les cinq qui ſuivent. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

$$1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c+d+e}.\quad 2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c+d+e}.\quad 3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c+d+e}.$$
$$4^{e}\ \frac{dg}{a+b+c+d+e}.\quad 5^{e}\ \frac{eg}{a+b+c+d+e}.$$

PREMIER EXEMPLE.

Trois Marchands ont fait une bourſe commune, où le premier a mis 2000 livres, le ſecond 5000, & le troiſiéme 3000; & ils ont fait un gain commun de 4000 livres, on demande ce que chacun d'eux doit tirer du profit à raiſon de l'argent qu'il a contribué?

Pour réſoûdre la queſtion. J'écris chaque contribution à la ſeconde place, & la ſomme 10000 des mêmes contributions à la premiére, & les 4000 livres de gain à la troiſiéme. J'applique trois fois enſuitte la régle droitte, & je trouve que le premier doit tirer 800 livres du gain, le ſecond 2000 livres, & le troiſiéme 1200 livres.

Contribution totale.	*Contributions particuliéres.*	*Gain total.*	*Gains particuliers.*
10000 *livres.*	1ere 2000 *livres* ::	4000 *livres.*	1er 800 *livres.*
10000 *livres.*	2e 5000 *livres* ::	4000 *livres.*	2^{d} 2000 *livres.*
10000 *livres.*	3e 3000 *livres* ::	4000 *livres.*	3e 1200 *livres.*

SCD LYON 1

SECOND EXEMPLE.

Et s'ils avoient contribué, le premier 2000 livres, le second 5000, le troisiéme 3000, & un quatriéme 6000; & fait encore un gain commun de 4000 livres. La régle droitte appliquée 4 fois découvre que le premier doit tirer 500 livres du gain, le second 1250, le troisiéme 750, & le quatriéme 1500.

Contribution totale.	*Contributions particuliéres.*	*Gain total.*	*Gains particuliers.*
16000 *livres.*	1ere 2000 *livres* : :	4000 *livres.*	1er 500 *livres.*
16000 *livres.*	2e 5000 *livres* : :	4000 *livres.*	2d 1250 *livres.*
16000 *livres.*	3e 3000 *livres* : :	4000 *livres.*	3e 750 *livres.*
16000 *livres.*	4e 6000 *livres* : :	4000 *livres.*	4e 1500 *livres.*

TROISIEME EXEMPLE.

Deux Commis ont ordre de leurs maîtres de se rendre conte l'un à l'autre, & que si l'un doit plus qu'il n'a, cela soit payé de l'argent de l'autre; & de trafiquer ensuitte en commun. Il se trouve sur cet ordre que l'un ayant 5000 livres, en paye 2000 dont l'autre est redevable, & qu'employant en commune marchandise les 3000 qui restent, ils font un gain de 12000 livres. On demande qu'elle part chacun des maîtres peut prétendre à ce gain.

Pour résoudre la question. J'écris à la seconde place les 5000 livres que le premier apporte en commun, & la debte des 2000 livres du second ou — 2000 livres; & la somme 3000 de ce qu'apporte l'un & de ce qu'ôte l'autre à la premiére place, & les 12000 livres de gain à la troisiéme. J'applique ensuitte 2 fois la régle droitte, & je trouve que le premier doit gaigner 20000 livres, & le second luy en payer 8000 sans rien prétendre au gain des 12000. Parce qu'ayant payé sa debte de 2000 livres de l'argent du premier, il l'a empêché de l'employer dans une marchandise où il y avoit le quadruple à gaigner.

Contribution totale.	*Contributions particuliéres.*	*Gain total.*	*En particulier.*
+3000 *livres.*	1ere +5000 *livres* ::	+12000 *livres.*	+20000 *gain du* 1er.
+3000 *livres.*	2e —2000 *livres* ::	+12000 *livres.*	— 8000 *perte du* 2d.

QUATRIEME EXEMPLE.

Et au contraire s'il y avoit 12000 livres de perte; celuy qui avoit 5000 livres en doit perdre 20000, & le second par conséquent en gaigner 8000, quoique cela paroisse un paradoxe. Parce qu'ayant payé ses 2000 livres de l'argent du premier, il l'a empêché de les employer dans une marchandise où il y avoit le quadruple à perdre.

Contribution totale.	*Contributions particuliéres.*	*Perte totale.*	*En particulier.*
+3000 *livres.*	+5000 *livres* : :	—12000 *livres.*	—20000 *perte du* 1er.
+3000 *livres.*	—2000 *livres* : :	—12000 *livres.*	+ 8000 *gain du* 2d.

DEFINITION.

SCD LYON 1

DEFINITION.

17. SI deux rapports composez sont égaux ; la proportion s'appelle *composée*, & la régle qui cherche un de ses termes est aussi nommée *régle d'or* ou *de proportion composée* ; *droitte*, si la proportion est droitte ; & *renversée*, si elle est renversée.

Et si on partage une grandeur en plusieurs parties proportionelles à certains rapports composez ; la régle de compagnie s'appelle *composée*.

XIV PROBLEME.

POUR LA REGLE D'OR COMPOSE'E.

18. *POur trouver un terme d'une proportion composée, lorsque les autres sont connus.*

Si elle est droitte ; on écrit le terme principal à qui la question se rapporte à la seconde place, & sous luy ses termes dépendans ; & à la premiére le terme du même genre, & sous luy tous ses dépendans. Et si elle est réciproque ; on écrit à la premiére le terme à qui la question se rapporte, & sous luy tous les dépendans de l'autre qui est du même genre ; & cet autre à la seconde, & sous luy tous les dépendans du premier ; & enfin le terme qui reste à la troisiéme place. Ensuitte on multiplie dans chaque place tout ce que l'on y trouve. Ce qui réduit la question à trois termes. Et la régle [b] commune découvre le quatriéme & résoût la question. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles. b. 4.

Premier exemple.

Si le port de 200 livres transportées des 300 lieuës coûte 40 écus ; combien coûtera le port de 400 livres transportées de 500 lieuës ?

Comme la question suppose une proportion droitte ; j'écris les 400 livres sur qui tombe l'interrogation à la seconde place, & sous ce terme les 500 lieuës qui s'y rapportent ; & les 200 livres à la premiére, & sous ce terme les 300 lieuës qui s'y rapportent ; & enfin les 40 écus à la troisiéme place. Je multiplie ensuitte à la premiére place 200 par 300, & à la seconde 400 par 500. Ce qui réduit la question aux trois termes 60000, 200000, 40, d'une proportion droitte. Et la régle commune découvre le quatriéme $133\frac{1}{3}$. Et ainsi le port des 400 livres transportées de 500 lieuës coûteroit par la supposition 133 écus & 20 soûs ou 400 livres, & chaque livre de marchandise reviendroit au juste à 20 soûs de port.

200 *livres de marchandise.*	400 *livres de marchandise.*			
300 *lieuës de chemin.*	500 *lieuës de chemin.*		40 *écus*	?
60000.	200000	::	40 *écus.*	$133\frac{1}{3}$ *écus.*

Second exemple.

8 Marchands, qui avoient chacun 100 piéces de vin à 16 écus la piéce, ont fait enſemble un gain de 3200 écus; quel gain doivent faire à proportion 11 Marchands, qui ont chacun 128 piéces à 12 écus la piéce?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion droitte; j'écris à la ſeconde place les 11 Marchands ſur qui tombe l'interrogation, & ſous 11 les 128 piéces & les 12 écus de chacune; & les 8 Marchands à la premiére, & ſous 8 les 100 piéces & les 16 écus de chacune. Je multiplie enſuitte à la premiére place 100 par 8 & le produit par 16, & à la ſeconde 128 par 11 & le produit par 12. Et la queſtion étant alors réduitte aux trois premiers termes 12800, 16896, 3200, d'une proportion droitte; la régle commune découvre le quatriéme 4224 qui réſoût la queſtion.

8 *Marchands.* 100 *piéces.* 16 *écus.*	11 *Marchands.* 128 *piéces.* 12 *écus.*		3200 *écus*	? *écus.*
12800 *ſolide.*	16896 *ſolide*	::	3200 *écus.*	4224 *écus.*

Troisieme exemple et demonstration.

On trouvera de la même ſorte, ſi 8 Marchands font en 2 mois avec 1000 écus chacun un gain commun de 700 écus; que 10 Marchands à proportion font en 4 mois avec 4000 écus chacun un gain commun de 7000 écus. On voit à l'œil la demonſtration.

8 *Marchands.* 1000 *écus.* 2 *mois.*	10 *Marchands.* 4000 *écus.* 4 *mois.*		*gain des* 8. 700 *écus*	*gain des* 10. ?
16000 *ſolide.*	160000 *ſolide*	::	700 *écus.*	7000 *écus.*

Il eſt égal de dire 8 *Marchands avec* 1000 *écus chacun dans* 2 *mois gaignent* 700 *écus.* *Et* 10 *Marchands avec* 4000 *écus chacun dans* 4 *mois gaignent* ?

ou de dire 1 *Marchand ſeul avec* 8000 *écus dans* 2 *mois gaigne* 700 *écus.* *Et* 1 *Marchand ſeul avec* 40000 *écus dans* 4 *mois gaigne* ?

ou de dire 1 *ſeul Marchand avec* 16000 *écus dans* 1 *ſeul mois gaigne* 700 *écus* :: *Et* 1 *ſeul Marchand avec* 160000 *écus dans* 1 *ſeul mois gaigne* 7000 *écus.*

Troisieme exemple.

Si cent hommes conſument en un mois 12 piéces de 500 pintes chacune; en quel temps à proportion 1240 hommes en conſumeront-ils 64 piéces de 600 pintes chacune?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion renverſée; j'écris à la pre-

SCD LYON 1

miére place les 1240 hommes sur qui tombe l'interrogation, & sous 1240 les 12 piéces que boivent les 100 hommes, & les 500 pintes de chacune; & les 100 hommes à la seconde, & sous 100 les 64 piéces que boivent les 1240 hommes & les 600 pintes de chacune. Je multiplie ensuitte à la premiére place 1240 par 12, & le produit par 500; & à la seconde 100 par 64, & le produit par 600: & j'écris 1 mois ou 30 jours à la troisiéme place. Et la question étant ainsi réduitte aux trois premiers termes d'une proportion droitte; la régle commune découvre le quatriéme $15\frac{15}{31}$, qui marque que les 1240 hommes auront leur provision de vin pour 15 jours & demi.

1240 *hommes.* 12 *piéces.* 500 *pintes.*	100 *hommes.* 64 *piéces.* 600 *pintes.*	30 *jours*	? *jours.*
7440000 *solide.*	3840000 *solide* ::	30 *jours.*	$15\frac{15}{31}$ *jours.*

QUATRIEME EXEMPLE ET DEMONSTRATION.

Si 4 Laboureurs cultivent en 3 jours 8 arpens de terre; on trouvera que 3 Laboureurs ne cultiveront 24 arpens que dans 12 jours. Et ainsi des autres.

3 *Laboureurs.* 8 *arpens.*	4 *Laboureurs.* 24 *arpens.*	3 *jours*	? *jours.*
24 *Produit.*	96 *Produit*	:: 3 *jours.*	12 *jours.*

Il est égal de dire 4 *Laboureurs cultivent* 8 *arpens en* 3 *jours* *comme* 1 *Laboureur cultive* 2 *arpens en* 3 *jours.*

Et de dire 3 *Laboureurs cultivent* 24 *arpens en* 12 *jours* *comme* 1 *Laboureur seul cultive* 8 *arpens en* 12 *jours.*

Ou de dire 1 *seul cultive* 2 *arpens en* 3 *jours* :: *comme* 1 *seul en cultive* 8 *en* 12 *jours.*

XV PROBLEME.

POUR LA REGLE DE COMPAGNIE COMPOSEE.

19. *POur diviser une grandeur en plusieurs parties proportionelles à certains rapports composez.*

On écrit chacun des termes composez à la seconde place d'une proportion droitte, leur somme à la premiére, & la grandeur à la troisiéme. Et on applique ensuitte autant de fois la régle ordinaire qu'il y a de seconds termes. Et les nouveaux qu'on trouve résolvent la question.

EXEMPLE.

4 Personnes ont fait une bourse commune, où le premier a mis 20 Loüis d'or pour 4 mois, le second 40 pour 5 mois, le troisiéme 60 pour 6 mois, & le quatriéme 80 pour 7 mois. Ils ont fait avec cela un gain de 240 Loüis

SCD LYON 1

d'or. Quel gain chacun doit-il en tirer en particulier à raiſon de ce qu'il a fourni, & du temps pour lequel il l'a fourni ?

Pour réſoudre la queſtion. Je multiplie les 20 Loüis de la premiére perſonne par leurs 4 mois, les 40 de la ſeconde par leurs 5 mois, les 60 de la troiſiéme par leurs 6 mois, & les 80 de la quatriéme par leurs 7 mois. Et j'écris chacun des produits 80, 200, 360, 560, à la ſeconde place d'une proportion droitte, leur ſomme 1200 à la premiére, & les 240 Loüis d'or du gain commun à la troiſiéme. J'applique enſuitte quatre fois la régle ordinaire. Et les nouveaux ou quatriémes termes 14, 48, 72, 112, réſolvent la queſtion, ou expoſent que la premiére perſonne doit tirer 14 Loüis d'or pour ſa part du gain, & la ſeconde 48, & la troiſiéme 72, & la quatriéme 112.

1ere *perſonne* 20 *Loüis.* pour 4 *mois.*	2e 40 *Loüis.* pour 5 *mois.*	3e 60 *Loüis.* pour 6 *mois.*	4e 80 *Loüis.* pour 7 *mois.*
1er *Produit* 80.	2d 200.	3e 360.	4e 560.

Somme totale des produits.	*Les produits en particulier.*	*Gain total.*	*Gains particuliers.*
1200.	1er 80 ::	240 *Loüis d'or.*	1er 14 *Loüis d'or.*
1200.	2d 200 ::	240 *Loüis d'or.*	2d 48 *Loüis d'or.*
1200.	3e 360 ::	240 *Loüis d'or.*	3e 72 *Loüis d'or.*
1200.	4e 560 ::	240 *Loüis d'or.*	4e 112 *Loüis d'or.*

DEMONSTRATION.

Si la premiére perſonne fournit a pour le temps z, & la ſeconde b pour le temps y, & la troiſiéme c pour le temps x, & que le gain ſoit g. Ce gain ſera diviſé en trois parties proportionelles aux produits az, by, cx, prenant ſelon la régle les termes $\frac{agz}{az+by+cx}$, $\frac{bgy}{az+by+cx}$, $\frac{cgx}{az+by+cx}$; parceque leur ſomme eſt g, & qu'ils ont entr'eux les mêmes rapports que leurs antécédens agz, bgy, cgx, ou que les termes az, by, cx, qui ſont compoſez des ſommes par les temps pour leſquels on les fournit.

XVI PROBLEME.

POUR LES REGLES D'ALLIAGE.

20. *POur allier des choſes de même poids ou de même meſure & de divers prix, en ſorte que leur mélange en faſſe une ſeule encore de même poids ou de même meſure & d'un prix moyen entre les deux autres.*

On prendra l'excez a dont le grand prix $m+a$ ſurpaſſe le prix moyen m, & le deffaut z ou ce qui manque au moindre $m-z$ pour arriver à la juſte valeur du prix moyen m. Enſuitte on diviſera l'une & l'autre des grandeurs z & a par la ſomme $a+z$ des deux ; & les deux expoſans $\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$ marqueront, le premier ce qu'on doit prendre de la premiére

des choſes propoſées, & le ſecond ce qu'on doit prendre de la ſeconde pour avoir celle du prix moyen m.

Car ces deux parties enſemble font 1, c'eſt à dire une choſe de même poids ou meſure que chacune de celles dont elles ſont tirées. Mais 1 ou la premiére choſe eſt à ſon prix $m+a$, comme ſa partie $\frac{z}{a+z}$ eſt au prix moyen $\frac{mz+az}{a+z}$ de la même partie. Et pareillement 1 ou la ſeconde choſe eſt à ſon prix $m-z$, comme ſa partie $\frac{a}{a+z}$ eſt au prix $\frac{am-az}{a+z}$ de la même partie. Et ainſi les deux parties $\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$, qui font enſemble 1 ou la troiſiéme choſe, auront enſemble pour leurs prix les prix enſemble $\frac{mz+az}{a+z}$ & $\frac{am-az}{a+z}$, ou $\frac{mz+am}{a+z}$ ou le prix moyen m.

Grand prix $\begin{cases} m+a. \\ 76+8. \end{cases}$
Prix moyen $\begin{cases} m. \\ 76. \end{cases}$
Moindre prix $\begin{cases} m-z. \\ 76-13. \end{cases}$

1ere *choſe.*	*Prix* ::	*Partie.*	*Prix.*	2e *choſe.*	*Prix* ::	*Partie.*	*Prix.*
1.	$m+a$ ::	$\frac{z}{a+z}$.	$\frac{mz+az}{a+z}$.	1.	$m-z$ ::	$\frac{a}{a+z}$.	$\frac{am-az}{a+z}$
1.	84 ::	$\frac{13}{21}$.	52.	1.	63 ::	$\frac{8}{21}$.	24.

Somme des parties ou 3e choſe. $\frac{z}{a+z}+\frac{a}{a+z} \propto \frac{a+z}{a+z} \propto 1$.
Prix des parties ou le prix moyen. $\frac{mz+az}{a+z}+\frac{am-az}{a+z} \propto \frac{am+mz}{a+z} \propto m \propto 76$.

Exemple.

Un Orfévre veut mêler de l'or, qui vaut 130 piſtoles le marc, avec de l'or qui n'en vaut que 124. pour en faire un marc de 128 piſtoles. Quelle quantité prendra-t-il de chacun ?

Je prens l'excez 4 dont 128 ſurpaſſe 124, & le deffaut 2 qui empêche que 128 n'arrive juſqu'à 130. Enſuitte je diviſe chacun des nombres 4 & 2 par leur ſomme 6, & les expoſans $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3}$ marquent le premier la quantité d'or que l'Orfévre doit prendre du marc qui vaut 130 piſtoles, & l'autre celle qu'il prendra du ſecond.

1er *or. Son prix* :: *Partie. Son prix.*
1 *marc.* 130 *piſtoles* :: $\frac{4}{6} \propto \frac{2}{3}$. $86\frac{2}{3}$ *piſtoles.*

2d *or. Son prix* :: *Partie. Son prix.*
1 *marc.* 124 *piſtoles* :: $\frac{2}{6} \propto \frac{1}{3}$. $41\frac{1}{3}$ *piſtoles.*

Excez. Deffaut. Prix moyen.
$z \propto 2$. $a \propto 4$. $m \propto 128$.

I COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

21. *Si on veut que le mélange des deux choſes ſoit tel, que celle que forment leurs parties ſoit du prix moyen & en certaine quantité.*

On multipliera par cette quantité que j'appellerai g chacune des parties $\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$. Et les produits $\frac{gz}{a+z}$ & $\frac{ag}{a+z}$ réſoûdront [b] la queſtion. Et on trouvera auſſi ces mêmes parties, en partageant la quantité g en deux parties proportionelles à l'excez z & au deffaut a.

b. 20.

Somme de l'excez & du deffaut $\begin{cases} z+a. \text{ Excez } z \propto 13 :: \\ 13+8. \text{ Deffaut } a \propto 8 :: \end{cases}$ *Quantité* g. 1512.

1ere *partie* $\frac{gz}{a+z} \propto 936$.

2e *partie* $\frac{az}{a+z} \propto 576$.

PREMIER EXEMPLE.

Avec deux ſortes de vin, l'un de 8 ſoûs la pinte, & l'autre de 5, en faire une piéce de 400 pintes & du prix de 40 écus.

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis en premier lieu: Si 400 pintes valent 40 écus, à combien la pinte? Et je trouve qu'elle vaut $\frac{1}{10}$ d'un écu ou 6 ſoûs. De ſorte que les 6 ſoûs ſeront le prix moyen entre 8 ſoûs & 5 ſoûs. C'eſt pourquoi je prens l'excez 1 dont 6 ſurpaſſe 5, & le deffaut 2 qui empêche que 6 ne puiſſe égaler 8. Et je diviſe 1 & 2 par leur ſomme 3. Et l'expoſant $\frac{1}{3}$ marque la partie qu'on prendra d'une pinte à 8 ſoûs, & l'autre $\frac{2}{3}$ celle qu'on prendra d'une pinte à 5 ſoûs pour en faire une pinte à 6 ſoûs. Et prenant 400 fois $\frac{1}{3}$ & 400 fois $\frac{2}{3}$, les produits $133\frac{1}{3}$ & $266\frac{2}{3}$ marquent, le premier combien on prendra de pintes à 8 ſoûs, & l'autre combien on en prendra de pintes à 5 ſoûs, pour faire la piéce entiére des 400 pintes du prix de 40 écus.

Le grand prix de 8 *ſoûs.*
Le prix moyen de 6 *ſoûs.*
Le moindre prix de 5 *ſoûs.*

3. *Somme de l'excez & du deffaut* — *Excez* 1 :: — *Deffaut* 2 :: — 400 *pintes.* — $133\frac{1}{3}$ *à* 8 *ſoûs.* — $266\frac{2}{3}$ *à* 5 *ſoûs.*

SECOND EXEMPLE.

Hieron Prince de Syracuſe ayant ordonné qu'on fiſt une couronne d'or, & ſe défiant de la fidelité de l'ouvrier, pria Archimédes de reconnoître s'il y avoit du mélange & combien, ſans endommager la couronne.

Archimédes voulant ſatisfaire à ce Prince, & trouver la réſolution de ce

qu'il luy proposoit, prit deux lingots du poids chacun de la couronne ; le premier d'un or aussi pur que celuy qu'avoit receu l'ouvrier, & l'autre d'argent pur. Et plongeant successivement la couronne & chaque lingot dans un vase plein d'eau, il mesura chacun des volûmes d'eau que firent sortir l'or pur & la couronne & le lingot d'argent ; & voyant que l'or pur en faisoit moins sortir que la couronne, il s'assûra déja qu'il y avoit du mélange.

Et pour reconnoître au juste ce mélange. Soit m la quantité d'eau que la couronne fait sortir, $m + a$ celle que fait sortir le lingot d'argent, & $m - z$ celle que fait sortir le lingot d'or pur. Comme la quantité m est un mélange des deux quantitez d'eau que font sortir les deux parties, l'une d'or pur, & l'autre d'argent qui sont dans la couronne ; il est visible que cette quantité m est un alliage des autres quantitez d'eau $m + a$ & $m - z$ qu'ont fait sortir les deux lingots. C'est pourquoi partageant la quantité m en deux parties proportionelles à l'excez z & au deffaut a, la partie $\frac{mz}{a+z}$ est la quantité d'eau que fait sortir l'argent qui est dans la couronne, & la partie $\frac{am}{a+z}$ est la quantité d'eau que fait sortir tout l'or de la couronne.

Quantitez d'eau qu'a fait sortir

$\left\{\begin{array}{l} \textit{Le lingot d'argent.} \\ m+a \propto 9\frac{1}{4} \textit{ onces.} \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{La couronne.} \\ m \propto 8 \textit{ onces.} \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{Le lingot d'or pur.} \\ m-z \propto 7\frac{3}{4} \textit{ onces.} \end{array}\right.$

Première proportion.

$\left\{\begin{array}{l} z+a. \\ \frac{3}{2} \textit{ onces.} \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} m \\ 8 \textit{ onces} \end{array}\right.::\left\{\begin{array}{l} z \propto \frac{1}{4} \textit{ d'once.} \\ a \propto \frac{5}{4} \textit{ d'once.} \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} \frac{mz}{a+z} \propto \frac{4}{3} \textit{ onces d'eau pour l'argent.} \\ \frac{am}{a+z} \propto \frac{20}{3} \textit{ onces d'eau pour l'or.} \end{array}\right.$

Si on partage donc tout le poids p de la couronne en deux parties proportionelles aux deux quantitez d'eau $\frac{mz}{a+z}$ & $\frac{am}{a+z}$; la partie $\frac{pz}{a+z}$ marquera tout le poids de l'argent qui est dans la couronne, & la partie $\frac{ap}{a+z}$ l'autre partie de l'or qui s'y trouve. Et on trouveroit ces mêmes parties en partageant tout le poids p de la couronne en deux parties proportionelles à l'excez z & au deffaut a.

Seconde proportion.

$\left\{\begin{array}{l} m. \\ 8 \textit{ onces.} \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} p \\ 96 \textit{ onces} \end{array}\right.::\left\{\begin{array}{l} \frac{mz}{a+z} \propto \frac{4}{3} \textit{ onces.} \\ \frac{az}{a+z} \propto \frac{20}{3} \textit{ onces.} \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} \frac{pz}{a+z} \propto 16 \textit{ onces d'argent.} \\ \frac{ap}{a+z} \propto 80 \textit{ onces d'or pur.} \end{array}\right.$

Autre resolution.

La même question se peut résoûdre encore en cette sorte. L'expérience

apprend que les métaux pésent moins dans l'eau que dans l'air, mais que l'or y perd moins de son poids que l'argent. Nommant donc m le poids dans l'eau de la couronne, & $m+z$ celuy de l'or pur, & $m-a$ encore celuy dans l'eau de l'argent pur. Si on partage le poids m en deux parties proportionelles à l'excez a & au deffaut z; la partie $\frac{mz}{a+z}$ sera le poids dans l'eau de la partie d'argent qui est dans la couronne, & la partie $\frac{am}{a+z}$ sera le poids dans l'eau de la partie d'or pur qu'a employé l'ouvrier.

Poids dans l'eau { *De la couronne.* $m \propto 90$ *onces.* { *Du lingot d'or.* $m+a \propto 95$ *onces.* { *Du lingot d'argent.* $m-z \propto 89$ *onces.*

Première proportion.

$$\left\{\begin{array}{l} z+a.\text{ 6 onces.} \\ m\text{ 90 onces} \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} z \propto 1\text{ once.} \\ a \propto 5\text{ onces.} \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} \frac{mz}{a+z} \propto 15\text{ onces d'argent dans l'eau.} \\ \frac{am}{a+z} \propto 75\text{ onces d'or pur dans l'eau.} \end{array}\right.$$

Si on partage donc tout le poids p en l'air de la couronne en deux parties proportionelles aux poids $\frac{mz}{a+z}$ & $\frac{am}{a+z}$, ou simplement en deux parties proportionelles au deffaut z & à l'excez a; la partie $\frac{pz}{a+z}$ sera comme auparavant le poids en l'air de la partie d'argent mêlée dans la couronne, & la partie $\frac{ap}{a+z}$ sera le poids en l'air de la partie d'or pur qu'a employé l'ouvrier.

Seconde proportion.

Poids dans l'eau. Dans l'air. Dans l'eau. Dans l'air.

$$\left\{\begin{array}{l} m.\text{ 90 onces.} \\ p\text{ 96 onces} \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} \frac{mz}{a+z} \propto 15\text{ onces.} \\ \frac{am}{a+z} \propto 75\text{ onces.} \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} \frac{pz}{a+z} \propto 16\text{ onces d'argent.} \\ \frac{ap}{a+z} \propto 80\text{ onces d'or pur.} \end{array}\right.$$

II COROLLAIRE ET PROBLEME XVIII.

22. *Si on veut que le mélange des deux choses soit tel, que celle que forment leurs parties soit du prix moyen, & s'y trouve le moins de fois au juste qu'on pourra sans fraction.*

On divisera l'excez z & le deffaut a par leur plus grand diviseur commun g, & le premier exposant y marquera combien il faut prendre de fois la première chose, & le second b combien de fois la seconde. Et la somme $y+b$ combien le mélange comprend de fois au juste la chose du prix moyen m.

Car pour faire une juste compensation; il faut que les deux nombres qui marquent, l'un combien on doit prendre de fois la première chose, & l'autre la seconde, soient entr'eux comme l'excez z & le défaut a, ou comme leurs exposans y & b. Mais ces exposans y & b sont les plus simples

ples dont le rapport puisse être égal au leur, étant premiers entr'eux. Et par conséquent ils sont les moindres qui puissent exposer, l'un combien de fois la premiére chose, & l'autre combien de fois la seconde doivent se trouver dans le mélange. Mais si on prend la premiére chose ou son prix $m + a$ ou $m + bg$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans y, & la seconde chose $m - z$ ou son prix $m - yg$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans b; les produits $my + bgy$ & $mb - bgy$ seront ensemble égaux au produit $my + mb$ du prix moyen m par la somme $y + b$ des exposans y & b. D'où il s'ensuit que la chose du prix moyen m est prise au juste autant de fois qu'il y a d'unitez dans $y + b$. Et le mélange est le plus simple que l'on pouvoit faire sans fraction.

Exposans.	*Proportion.*	*Pour la 1ere chose.*	*Pour la 2e chose.*
$\frac{z}{g} \propto y.\ \frac{a}{g} \propto b.$	$z.\ a :: y.\ b.$	$my + ay \propto my + bgy.$	$mb - bz \propto mb - bgy.$
$\frac{42}{6} \propto 7.\ \frac{54}{6} \propto 9.$	$42.\ 54 :: 7.\ 9.$	$7m + 378.$	$9m - 378.$

Exemple.

Avec des piéces de 15 soûs & des piéces de 30, faire autant de livres qu'il y aura de piéces. Comme 1 livre a 15 soûs plus que la piéce de 5 soûs, & qu'elle a 10 soûs moins que celle de 30 soûs. Je divise 15 & 10 par leur plus grand diviseur commun 5. Et les exposans 3 & 2 marquent que 3 piéces de 30 soûs & 2 de 5 font au juste 5 livres en 5 piéces.

{ *Deffaut* 10. *Excez* 15. $\left\{\frac{15}{5} \propto 3.\ \frac{10}{5} \propto 2.\right.$ { *3 piéces de 30 & 2 de 5 ∝ 5 livres.*

III COROLLAIRE ET PROBLEME XIX.

23. *Pour allier sans fraction plusieurs choses, en sorte que celle du prix moyen soit dans le mélange le moins de fois qu'il se pourra sans reste.*

On prendra deux sommes l'une de tous les excez z, y, x, &c; & l'autre de tous les deffauts a, b, c, d, &c. Et on ôtera la moindre de l'autre plus grande. Aprés cela on compensera le reste avec un ou deux des excez ou deffauts qui forment la moindre somme, si cela est possible; ou le reste & un des deffauts ou des excez de la grande somme avec un ou deux des deffauts ou excez de la moindre; ou le reste & deux ou trois de la grande avec deux ou trois de la moindre. Et ainsi du reste. Et lorsqu'on aura fait la moindre de ces compensations qui sera possible; on prendra chaque chose une fois, & de plus toutes celles dont les prix auront servi pour la compensation du reste. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

Premier exemple.

Si le saffran vaut 10 soûs l'once, & la canelle 8, & la muscade 6, & le poivre 4, & le géroffle 3. Quel sera le plus simple mélange qu'on en puisse faire sans fraction, & à raison de 7 soûs l'once?

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis : 7 ont 3 moins que 10, & 1 moins que 8. Et 1 plus que 6, & 3 plus que 4, & 4 plus que 3. Et je prens d'une part la ſomme 4 des deffauts 3 & 1, & de l'autre la ſomme 8 des excez 1, 3, 4. Et ôtant la moindre ſomme 4 de la plus grande 8, le reſte eſt 4 que je compenſe avec les deffauts 3 & 1 dont la ſomme fait 4. Et alors je prens une once de chacune des eſpéces, plus encore une du ſaffran & une de la canelle, dont les deffauts 3 & 1 ont été compenſez avec le reſte 4. Et le mélange entier eſt de 7 onces à 7 ſoûs chacune. Et la queſtion eſt pleinement réſoluë.

Saffran 10 *ſoûs. Canelle* 8. *prix moyen* 7. *Muſcade* 6. *Poivre* 4. *Géroffle* 3.
Deffaut —3. *Deffaut* —1. *Excez* +1. *Excez* +3. *Excez* +4.

Somme — 4 *des deffauts. Somme* + 8 *des excez. Compenſation* 2 *fois* — 4 & + 8 ☍ 0.

Réſolution.

Saffran 2 *onces. Canelle* 2 *onces. Muſcade* 1 *once. Poivre* 1 *once. Géroffle* 1 *once.*

Second exemple.

Avec des écus, des piéces de 30 ſoûs, & de 15, & de 5, faire autant de livres que l'on prendra de piéces. Je dis : La livre a 40 ſoûs moins qu'un écu, & 10 ſoûs moins qu'une piéce de 30 ſoûs ; & 5 plus qu'une piéce de 15, & 15 plus qu'une piéce de 5. C'eſt pourquoi je prens la ſomme 50 des deffauts 40 & 10, & la ſomme 20 des excez 5 & 15. Et retranchant la ſomme 20 de la ſomme 50, je compenſe le reſte 30 avec 2 fois 15. Et alors je prens chaque piéce une fois, & encore 2 piéces de 5 ſoûs chacune. Et je connois qu'un écu, une piéce de 30 ſoûs, & une de 15, & 3 de 5, font 6 livres en 6 piéces & réſolvent la queſtion.

Deffauts 40 + 10 ☍ 50. *Excez* 5 + 15 ☍ 20. *Compenſation* 50 — 20 — 2 *fois* 15 ☍ 0.
Réſolution. ℈ 1 *écu* + 1 *piéce de* 30 *ſoûs* + 1 *de* 15 *ſoûs* + 3 *de* 5 *ſoûs* ☍ 6 *livres.*

Troisieme exemple.

Avec trois ſortes de métaux l'un de 63 écus le marc, un autre de 45 écus, & le troiſiéme de 56 ; pour faire autant de marcs de 60 écus chacun que l'on aura pris de marcs de ces divers métaux, en ſorte que l'on en prenne le moins qu'on pourra ſans fraction.

Pour réſoûdre la queſtion, je dis : 60 a 3 moins que 63, & 15 plus que 45, & 4 plus que 56. Et je prens d'une part le deffaut 3, & de l'autre la ſomme 19 des excez 15 & 4. Et ôtant 3 de 19, je compenſe le reſte 16 & 2 fois l'excez 4, ou le nombre 24, avec 8 fois le reſte 3. Et prenant alors un marc de chacun des métaux, & 2 encore de celuy qui vaut 56 écus, & 8 pareillement de celuy qui vaut 63 écus ; je connois que 9 marcs du premier, & un du ſecond, & 3 de celuy qui reſte, font enſemble 13 marcs de 60 écus chacun.

Deffaut — 3. *Excez* 15 + 4 ☍ 19. *Compenſation* 19 — 3 + 8 — 8 *fois* 3 ☍ 0.
Réſolution. ℈ 9 *marcs du* 1er + 1 *du* 2^{d} + 3 *du* 3e ☍ 13 *marcs de* 60 *écus.*

SCD LYON 1

Quatrieme exemple.

Et pour trouver aiſément ces compenſations qu'on doit faire, comme au troiſiéme éxemple; j'appelle a le marc de 63 écus, & z celuy de 45 écus, & y celuy de 56 écus, & m celuy des 60. Et je dis : $a - 3 + z + 15 + y + 4 \propto 3m$. Et prenant 5 fois $a - 3$, pour le compenſer avec $z + 15$, parceque 3 eſt 5 fois dans 15; & prenant encore 4 fois $a - 3$ & 3 fois $y + 4$, pour compenſer $a - 3$ & $y + 4$; je trouve $5a - 15 + 4a - 12 + z + 15 + 3y + 12 \propto 9a + z + 3y \propto 13m$. Et je connois que 9 marcs du premier des métaux, & un marc du ſecond, & 3 du troiſiéme, font enſemble 13 marcs de 60 écus chacun. Et la queſtion eſt réſoluë.

Réſolution. $\S 5a - 15 + 4a - 12 + z + 15 + 3y + 12 \propto 9a + z + 3y \propto 13m$.

IV COROLLAIRE ET PROBLEME XX.

24. *Pour allier ſans fraction pluſieurs choſes, en ſorte que celle du prix moyen ſoit dans le mélange un certain nombre de fois au juſte & ſans fraction.*

On alliera toutes celles d'une part avec toutes celles de l'autre de la maniére la plus ſimple. Et enſuitte on les alliera encore alternativement & de la maniére auſſi la plus ſimple une à une, & une à deux, & une à trois, & deux à deux, & une à quatre, & deux à trois, & trois à trois, & une à cinq, & deux à quatre. Et ainſi du reſte. Et enſuitte on raſſemblera tels & autant de ces mélanges qu'il ſera néceſſaire pour former celuy qu'on demande, en ſorte néanmoins que chacune des choſes y ſoit une fois. Et ſi l'on fait cet aſſemblage en toutes les maniéres poſſibles, ou ſelon les régles des combinaiſons; on aura auſſi toutes les réſolutions poſſibles de la queſtion qu'on aura propoſée. Les éxemples éclairciront ces régles.

Premier exemple.

Avec du ſaffran de 10 ſoûs l'once, de la canelle de 8, de la muſcade de 6, & du poivre de 4, & du géroffle de 3, faire un mélange ſans fraction de 336 onces à raiſon de 7 ſoûs chacune.

Si on prend a pour 10, & b pour 8, & z pour 6, & y pour 4, & x pour 3, & m pour 7; on aura le prix moyen $m \propto a - 3 \propto b - 1 \propto z + 1 \propto y + 3 \propto x + 4$. D'où je tire le plus ſimple mélange $2a + 2b + z + y + x$ de tous ces divers prix, qui vaut préciſément $7m$. Et alliant auſſi de la maniére la plus ſimple chacun des prix a & b avec chacun des autres, & chacun d'une part avec ceux de l'autre pris deux à deux alternativement, & les deux a & b enſemble avec les autres pris encore deux à deux alternativement, je trouve tous les divers mélanges $a + 3z \propto 4m$. Et $a + y \propto 2m$. Et $4a + 3x \propto 7m$. Et $b + z \propto 2m$. Et $3b + y \propto 4m$. Et $4b + x \propto 5m$. Et $2a + 3z + y \propto 6m$. Et $2a + 2z + x \propto 5m$. Et $5a + b + 4x \propto 10m$. Et $4b + z + y \propto 6m$. Et $5b + z + x \propto 7m$. Et $7b + y + x \propto 9m$. Et $a + b + 4z \propto 6m$. Et $a + 3b + 2y \propto 6m$. Et $a + b + x \propto 3m$. Et $a + b + z + y \propto 4m$. Et $a + 2b + z + x \propto 5m$.

Et prenant alors une fois le mélange entier & le plus ſimple $2a + 2b + z + y + x \propto 7m$; j'ôte 7 du nombre propoſé 336. Et conſidérant le reſte 329, je joins & je répéte tels & tant que je veux de ces divers mélanges, en ſorte que leur ſomme ſoit égale à $329m$. Et je trouve autant de réſolutions différentes que je puis réitérer en diverſes maniéres de ſemblables opérations. Comme ſi le premier aſſemblage $2a + 2b + z + y + x$, & le quatriéme $4a + 3x$, & le douziéme $5b + z + x$, ſont combinez 47 à 47 en toutes les diverſes maniéres, & le premier ajoûté une fois à chacune de ces combinaiſons différentes; on aura déja en cela ſeul juſques à 1046 diverſes réſolutions, ou autant qu'il y a d'unitez dans le 46e des nombres du ſecond ordre.

Et ſi on combine pareillement 81 à 81 le ſecond mélange $a + 3z$, & le 6^e $3b + y$, & le dix-ſeptiéme $a + b + z + y$, & qu'on ajoûte à chacune de ces combinaiſons le ſeptiéme $4b + x$, & le premier $2a + 2b + z + y + x$; on aura encore un tres-grand nombre d'autres réſolutions. Et ſi on combine de la même ſorte 65 à 65 le ſeptiéme mélange $4b + x$, & le 9^e $2a + 2z + x$, & le 18^e $a + 2b + z + x$, & qu'on ajoûte à chacune de ces combinaiſons le premier $2a + 2b + z + y + x$, & le ſecond $a + 3z$; on aura encore un tres-grand nombre de réſolutions. Et encore d'autres, ſi au lieu du ſecond $a + 3z$, on ajoûte le ſeptiéme $3b + y$. Et encore de nouvelles, ſi on ajoûte le dix-ſeptiéme $a + b + z + y$ au lieu du ſeptiéme. Et on trouveroit de la même ſorte un nombre immenſe d'autres réſolutions; & même une infinité, ſi on vouloit y mêler des fractions. Je me contente d'en expoſer ici ſeulement quelques-unes qui ſont ſans fraction.

a.	*b.*	*z.*	*y.*	*x.*	*a.*	*b.*	*z.*	*y.*	*x.*	*a.*	*b.*	*z.*	*y.*	*z.*	*a.*	*b.*	*z.*	*y.*	*x.*
96.	96.	48.	48.	48.	94.	99.	48.	47.	48.	97.	94.	49.	48.	48.	95.	98.	47.	48.	48.
98.	94.	47.	47.	50.	92.	102.	48.	46.	48.	98.	92.	50.	48.	48.	94.	100.	46.	48.	48.
100.	92.	46.	46.	52.	90.	105.	48.	45.	48.	99.	90.	51.	48.	48.	93.	102.	45.	48.	48.
102.	90.	45.	45.	54.	88.	108.	48.	44.	48.	100.	88.	52.	48.	48.	92.	104.	44.	48.	48.
&c.					&c.					&c.					&c.				

Et lorſqu'on aura trouvé quelques réſolutions; il ſera facile d'en trouver beaucoup d'autres, ſi on a ſoin de comparer les divers prix ſelon l'égalité, & deux à deux, ou trois à trois, ou quatre à quatre, &c; & de ſubſtituer les uns à la place des autres qui leur ſont égaux dans la réſolution dont on ſe veut ſervir. Comme dans la queſtion préſente où $a + z \propto 2b$. Et $a + y \propto b + z$. Et $2a + y \propto 3b$. Et $a + 2y \propto 3z$. Et $a + 2x \propto 2z + y$. Et $b + 2x \propto z + 2y$. Et $b + y \propto 2z$. Et $z + 2x \propto 3y$. Si on met autant de fois qu'on le pourra dans la réſolution découverte, qui eſt $96a + 96b + 48z + 48y + 48x \propto 336m$, le mélange $a + z$ pour $2b$, ou $2b$ pour $a + z$; ou $b + z$ pour $a + y$, ou $a + y$ pour $b + z$; ou $2a + y$ pour $3b$, ou $3b$ pour $2a + y$; ou $a + 2y$ pour $3z$, ou $3z$ pour $a + 2y$; ou $a + 2x$ pour $2z + y$, ou $2z + y$ pour $a + 2x$; ou $b + 2x$ pour $z + 2y$, ou $z + 2y$ pour $b + 2x$; ou $b + y$ pour $2z$, ou $2z$ pour $b + y$; ou $z + 2x$ pour $3y$, ou $3y$ pour $z + 2x$; on trouvera ſucceſſivement

SCD LYON 1

les résolutions qui ne sont ici que commencées, & qui peuvent être aisément continuées.

Résolution $96a + 96b + 48z + 48y + 48x \propto 336m$.

$a+z$ pour $2b$.					$2b$ pour $a+z$.					$b+z$ pour $a+y$.					$a+y$ pour $b+z$.				
a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.
96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.
97.	94.	49.	48.	48.	95.	98.	47.	48.	48.	95.	97.	49.	47.	48.	97.	95.	47.	49.	48.
98.	92.	50.	48.	48.	94.	100.	46.	48.	48.	94.	98.	50.	46.	48.	98.	94.	46.	50.	48.
99.	90.	51.	48.	48.	93.	102.	45.	48.	48.	93.	99.	51.	45.	48.	99.	93.	45.	51.	48.
&c.					&c.					&c.					&c.				

$2a+y$ pour $3b$.					$3b$ pour $2a+y$.					$a+2y$ pour $3z$.					$3z$ pour $a+2y$.				
a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.
96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.
98.	93.	48.	49.	48.	94.	99.	48.	47.	48.	97.	96.	45.	50.	48.	95.	96.	51.	46.	48.
100.	90.	48.	50.	48.	92.	102.	48.	46.	48.	98.	96.	42.	52.	48.	94.	96.	54.	44.	48.
102.	87.	48.	51.	48.	90.	105.	48.	45.	48.	99.	96.	39.	54.	48.	93.	96.	57.	42.	48.
&c.					&c.					&c.					&c.				

$a+2x$ pour $2z+y$.					$2z+y$ pour $a+2x$.					$b+2x$ pour $z+2y$.					$z+2y$ pour $2x$.				
a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y	x.	a.	b.	z.	y.	x.
96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.
97.	96.	46.	47.	50.	95.	96.	50.	49.	46.	96.	97.	47.	46.	50.	96.	95.	49.	50.	46.
98.	96.	44.	46.	52.	94.	96.	52.	50.	44.	96.	98.	46.	44.	52.	96.	94.	50.	52.	44.
99.	96.	42.	45.	54.	93.	96.	54.	51.	42.	96.	99.	45.	42.	54.	96.	93.	51.	54.	42.
&c.					&c.					&c.					&c.				

$b+y$ pour $2z$.					$2z$ pour $b+y$					$z+2x$ pour $3y$.					$3y$ pour $z+2x$.				
a.	b.	z.	y	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.	a.	b.	z.	y.	x.
96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.	96.	96.	48.	48.	48.
96.	97.	46.	49.	48.	96.	95.	50.	47.	48.	96.	96.	49.	45.	50.	96.	96.	47.	51.	46.
96.	98.	44.	50.	48.	96.	94.	52.	46.	48.	96.	96.	50.	42.	52.	96.	96.	46.	54.	44.
96.	99.	42.	51.	48.	96.	93.	54.	45.	48.	96.	96.	51.	39.	54.	96.	96.	45.	57.	42.
&c.					&c.					&c.					&c.				

Second exemple.

30 personnes ont dépensé 100 pistoles; chaque homme 5, chaque femme 3, chaque enfant 2, & chaque serviteur 1. On demande combien il y avoit d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans, & combien de serviteurs?

Puisque 30 personnes dépensent 100 pistoles; une personne en dépense $\frac{10}{3}$, qui sera le prix moyen m. Et prenant a pour 5, & z pour 3, & y pour 2, & x pour 1; je trouve $m \propto a - \frac{5}{3} \propto z + \frac{1}{3} \propto y + \frac{4}{3} \propto x + \frac{7}{3}$.

D'où je tire le plus ſimple mélange $3a + 4z + y + x \propto 9m$. Et formant auſſi les autres mélanges alternatifs les plus ſimples ; je trouve $a + 5z \propto 6m$. Et $4a + 5y \propto 9m$. Et $7a + 5x \propto 12m$. Et $a + z + y \propto 3m$. Et $2a + 3z + x \propto 6m$. Et $3a + 2y + x \propto 6m$. Et joignant ou répétant enſemble tels & tant que je veux de ces divers mélanges, en ſorte que la ſomme ſoit égale à $30m$, & comprenne au moins une fois chaque prix ; je trouve autant de réſolutions différentes, que je puis diverſement réïtérer de ſemblables opérations.

Comme ſi l'on combine en toutes les maniéres & deux à deux le premier aſſemblage $3a + 4z + y + x$, & le troiſiéme $4a + 5y$, & le triple $3a + 3z + 3y$ du cinquiéme, & l'aſſemblage $2a + 6z + y$ du ſecond & du cinquiéme, & l'aſſemblage $4a + z + 3y + x$ du cinquiéme & du ſeptiéme ; on trouvera parmi ces 15 combinaiſons qu'il y en a 12 différentes. Et ſi on ajoûte à chacune le cinquiéme aſſemblage $a + z + y$, & le premier $3a + 4z + y + x$; on aura déja 12 réſolutions différentes. Et on trouvera les autres en cherchant les autres combinaiſons qui valent $30m$ & comprennent au moins une fois chaque choſe.

Mais on peut obſerver qu'il y en a quelquefois qu'on découvre par certains détours, comme la réſolution $15a + 4z + 2y + 9x$ qu'on trouve en combinant le double du 4e mélange avec le quadruple du 5e, & ôtant de l'aſſemblage qui vaut $36m$ le 8^e $3a + 2y + x$ qui n'en vaut que 6.

Et ſuppoſant qu'une réſolution ſeule ait été découverte ; il ſera facile de trouver les autres, ſi on a ſoin de comparer les divers prix deux à deux ſelon l'égalité, & de ſubſtituer les uns à la place des autres qui leur ſont égaux. Comme ſi dans la réſolution $16a + 2z + 2y + 10x \propto 30m$ formée par le double du 4e & 5e mélange, on met $2z$ pour $a + x$ autant de fois qu'on pourra, ou $2y$ pour $z + x$, on trouvera les réſolutions qui ſuivent.

2z pour a+x.			
a.	*z.*	*y.*	*x.*
16.	2.	2.	10.
15.	4.	2.	9.
14.	6.	2.	8.
13.	8.	2.	7.
12.	10.	2.	6.
11.	12.	2.	5.
10.	14.	2.	4.
9.	16.	2.	3.
8.	18.	2.	2.
7.	20.	2.	1.
2y pour z+x.			
16.	*2.*	*2.*	*16.*
16.	1.	4.	9.

2z pour a+x.			
a.	*z.*	*y.*	*x.*
16.	2.	4.	8.
15.	3.	4.	8.
14.	5.	4.	7.
13.	7.	4.	6.
12.	9.	4.	5.
11.	11.	4.	4.
10.	13.	4.	3.
9.	15.	4.	2.
8.	17.	4.	1.
2y pour z+x.			
14.	*8.*	*4.*	*7.*
14.	4.	6.	6.
13.	*7.*	*4.*	*6.*
13.	6.	6.	5.

2y pour z+x.			
a.	*z.*	*y.*	*x.*
15.	3.	4.	8.
15.	2.	6.	7.
15.	1.	8.	6.
2z pour a+x.			
14.	3.	8.	5.
13.	5.	8.	4.
12.	7.	8.	3.
11.	9.	8.	2.
10.	11.	8.	1.
z+x pour 2y.			
12.	*7.*	*8.*	*3.*
12.	8.	6.	4.
11.	*8.*	*8.*	*2.*
11.	10.	6.	3.

Alternativement 2y pour z+x. & 2z pour a+x.			
a.	*z.*	*y.*	*x.*
14.	*3.*	*8.*	*5.*
14.	2.	10.	4.
14.	1.	12.	3.
13.	3.	12.	2.
12.	5.	12.	1.
13.	4.	10.	3.
12.	*3.*	*12.*	*2.*
13.	2.	14.	1.
11.	8.	10.	1.
10.	12.	6.	2.
9.	14.	6.	1.
12.	*4.*	*12.*	*3.*
12.	6.	10.	2.

SCD LYON 1

TROISIEME EXEMPLE.

100 Personnes ont dépensé 100 pistoles ; chaque homme 3, chaque femme une, chaque enfant $\frac{1}{2}$, & chaque serviteur $\frac{1}{7}$. On demande chaque nombre en particulier des hommes, des femmes, des enfans, & des serviteurs ?

Comme il y a 100 personnes, & autant de pistoles ; le prix moyen m est 1, qui est aussi celuy de chaque femme. C'est pourquoi prenant a pour 3, & z pour $\frac{1}{2}$, & y pour $\frac{1}{7}$; je dis : $m \propto a - 2 \propto z + \frac{1}{2} \propto y + \frac{6}{7}$. Ou $3m \propto a - \frac{28}{14} + z + \frac{7}{14} + y + \frac{12}{14} \propto a + z + y - \frac{9}{14}$. D'où je tire les mélanges les plus simples $a + 4z \propto 5m$. Et $3a + 7y \propto 10m$. Et $4a + 4z + 7y \propto 15m$. Et ajoûtant au dernier la somme $85m$ pour autant de femmes, je trouve la résolution $4a + 85m + 4z + 7y \propto 100m$; où mettant autant de fois qu'on le peut $a + 4z$ pour $5m$, & $3a + 7y$ pour $10m$, & $12z$ pour $5m + 7y$; on trouvera les résolutions suivantes.

Mettre l'assemblage $a + 4z$ pour son égal $5m$.

a. m. z. y.	a. m. z. y.	a. m. z. y.	a. m. z. y.
4. 85. 4. 7.	5. 80. 8. 7.	6. 75. 12. 7.	7. 70. 16. 7.
7. 75. 4. 14.	8. 70. 8. 14.	9. 65. 12. 14.	10. 60. 16. 14.
10. 65. 4. 21.	11. 60. 8. 21.	12. 55. 12. 21.	13. 50. 16. 21.
13. 55. 4. 28.	14. 50. 8. 28.	15. 45. 12. 28.	16. 40. 16. 28.
16. 45. 4. 35.	17. 40. 8. 35.	18. 35. 12. 35.	19. 30. 16. 35.
19. 35. 4. 42.	20. 30. 8. 42.	21. 25. 12. 42.	22. 20. 16. 42.
22. 25. 4. 49.	23. 20. 8. 49.	24. 15. 12. 49.	25. 10. 16. 49.
25. 15. 4. 56.	26. 10. 8. 56.	27. 5. 12. 56.	~~7~~. ~~70~~. ~~16~~. ~~7~~.
28. 5. 4. 63.			~~8~~. 65. 20. 7.
~~8~~. ~~65~~. ~~20~~. ~~7~~.	9. 60. 24. 7.	10. 55. 28. 7.	11. 50. 32. 7.
11. 55. 20. 14.	12. 50. 24. 14.	13. 45. 28. 14.	14. 40. 32. 14.
14. 45. 20. 21.	15. 40. 24. 21.	16. 35. 28. 21.	17. 30. 32. 21.
17. 35. 20. 28.	18. 30. 24. 28.	19. 25. 28. 28.	20. 20. 32. 28.
20. 25. 20. 35.	21. 20. 24. 35.	22. 15. 28. 35.	23. 10. 32. 35.
23. 15. 20. 42.	24. 10. 24. 42.	25. 5. 28. 42.	
26. 5. 20. 49.	~~11~~. ~~50~~. ~~32~~. ~~7~~.	12. 45. 36. 7.	
12. 45. 36. 7.	13. 40. 40. 7.	14. 35. 44. 7.	15. 30. 48. 7.
15. 35. 36. 14.	16. 30. 40. 14.	17. 25. 44. 14.	18. 20. 48. 14.
18. 25. 36. 21.	19. 20. 40. 21.	20. 15. 44. 21.	21. 10. 48. 21.
21. 15. 36. 28.	22. 10. 40. 28.	23. 5. 44. 28.	
24. 5. 36. 35.	~~15~~. ~~30~~. ~~48~~. ~~7~~.	16. 25. 52. 7.	
~~16~~. ~~25~~. ~~52~~. ~~7~~.	17. 20. 56. 7.	18. 15. 60. 7.	19. 10. 64. 7.
19. 15. 52. 14.	20. 10. 56. 14.	21. 5. 60. 14.	
22. 5. 52. 21.			

Mettre $3a + 7y$ pour son égal $10m$.

SCD LYON 1

QUATRIEME EXEMPLE.

60 Perſonnes ont dépenſé les 100 piſtoles; chaque homme 2, chaque femme $\frac{2}{3}$, chaque enfant $\frac{2}{5}$, & chaque ſerviteur $\frac{1}{2}$. Combien y avoit-il d'hommes, combien de femmes, & combien d'enfans, & de ſerviteurs?

Le prix moyen m eſt $\frac{100}{60}$ ou $\frac{50}{30}$. Et prenant a pour 2, & z pour $\frac{2}{3}$ ou pour $\frac{20}{30}$, & y pour $\frac{3}{5}$ ou pour $\frac{18}{30}$, & x pour $\frac{1}{2}$ ou pour $\frac{15}{30}$; je trouve les mélanges ſimples $3a+z \propto 4m$. Et $16a+5y \propto 21m$. Et $7a+2x \propto 9m$. & $26a+12z+5y+2x \propto 34m$. Et parceque les nombres 4, 21, 9, 34, ne peuvent former au juſte $60-34$ ou 26, qu'en prenant 2 fois 4 & 2 fois 9; ou parcequ'on ne peut comparer les divers prix ſelon l'égalité d'une autre maniére utile à la réſolution; je puis prendre ſeulement une fois l'égalité $26a+z+5y+2x \propto 34m$, & 2 fois chaque autre $3a+z \propto 4m$, & $7a+2x \propto 9m$, pour former la réſolution unique $46a+3z+5y+6x \propto 60m$.

Unique réſolution. $\{46a+3z+5y+6x \propto 60m$.

XX PROBLEME.

POUR LA REGLE DES FAUSSES POSITIONS.

25. POur réſoudre une queſtion propoſée. On ſuppoſe au hazard qu'un nombre y ſatisfait, & on obſerve l'erreur qui en réſulte. Et on ſuppoſe encore qu'un nouveau nombre y peut ſatisfaire, & on obſerve encore la nouvelle erreur, s'il s'en trouve. Et mettant au ſecond terme d'une proportion droitte la différence des ſuppoſitions, & au premier la différence des erreurs, & chaque erreur à la troiſiéme, on cherche les quatriémes termes; & ajoûtant chacun à ſa ſuppoſition ou ſeulement un des deux, tout eſt pleinement réſolu. Les éxemples éclairciront ces régles. On doit preſcrire ailleurs une autre méthode incomparablement plus facile pour réſoûdre les queſtions, & d'une étenduë infiniment plus grande. De ſorte que celle-ci eſt de peu d'importance.

PREMIER EXEMPLE.

Trois perſonnes ont 100 années, & la premiére en a 12 plus que les deux autres enſemble, & la ſeconde a deux fois l'âge de la troiſiéme & 8 années de ſurplus. On demande chaque âge?

Soit 1 le troiſiéme & le moindre nombre. Le ſecond eſt donc 10, & le troiſiéme 23. Mais les trois qui font 100 années, n'en font ici pourtant que 34. Ce qui fait une erreur de 66. Suppoſant donc de nouveau que 2 ſoit le troiſiéme ou le moindre nombre. Le ſecond eſt donc 12, & le troiſiéme 26. Et les trois qui devroient faire 100, ne font que 40. Ce qui cauſe une erreur de 60. C'eſt pourquoi ôtant la ſuppoſition 1 de l'autre

ſuppoſition

ſuppoſition 2, & l'erreur 60 de l'autre 66, j'ordonne une proportion droitte où la différence 1 des ſuppoſitions eſt au ſecond terme, & l'autre 6 des erreurs au premier. Et chaque ſuppoſition ou une ſeule au troiſiéme, & ajoûtant le quatriéme terme 11 à la ſuppoſition 1, ou le quatriéme 10 à la ſuppoſition 2; le nombre 12 réſoût la queſtion. Et les nombres des années ſont 12, 32, 56.

1ere *ſuppoſition* 1. 1ere *erreur* 66.
2e *ſuppoſition* 2. 2e *erreur* 60.
Différence 1. { *Différence* 6 . 1 :: *Différence des ſuppoſitions.* { 66 1ere *erreur.* 11 + 1 ; 60 2e *erreur.* 10 + 1 } 3e *âge.*

SECOND EXEMPLE.

Un homme dit en mourant qu'il laiſſe à ſon aîné 1 écu ſur ſes biens & la 7e partie du reſte, & 2 au ſecond & la 7e partie du nouveau reſte, & 3 au 3e & la 7e partie de ce qui reſte encore. Et ainſi de ſuitte juſqu'au dernier qui ne laiſſe aucun reſte. Et tous ſe trouvent également partagez. On demande le nombre des enfans, & combien peut avoir chacun d'eux?

Suppoſant 1 écu pour la 7e partie du reſte que le premier des enfans doit avoir; tous les biens ne ſont que 8 écus. Et l'aîné ayant receu ſa part; il n'en reſte que 6 ſur qui le ſecond prenant 2 écus & la 7e partie des 4 qui reſtent, il aura 2 écus & $\frac{4}{7}$ ou $\frac{4}{7}$ plus que ſon aîné. Ce qui cauſe une erreur des $\frac{4}{7}$, puiſqu'ils doivent être également partagez. Suppoſant donc de nouveau 2 écus pour la 7e partie du reſte que l'aîné doit prendre avec un écu; tous les biens ne ſont que 15 écus, dont l'aîné ayant receu ſa part, il en reſte 12, ſur qui le ſecond prenant 2 écus & la 7e partie des 10 qui reſtent, il aura 2 écus & $\frac{10}{7}$ ou 3 écus & $\frac{3}{7}$ d'un écu; ce qui cauſe une nouvelle erreur des $\frac{3}{7}$. C'eſt pourquoi ôtant la ſuppoſition 1 de la ſuppoſition 2, & l'erreur $\frac{3}{7}$ de l'autre $\frac{4}{7}$, j'écris la différence 1 des ſuppoſitions au ſecond terme d'une proportion droitte, & la différence $\frac{1}{7}$ des erreurs au premier, & l'une des erreurs $\frac{4}{7}$ & $\frac{3}{7}$ au troiſiéme terme. Et ajoûtant le quatriéme 4 à la ſuppoſition 1, ou le quatriéme 3 à la ſuppoſition 2, le nombre 5 eſt la 7e partie du premier reſte. Et ainſi ce reſte eſt 35, & tous les biens ſont 36 écus, dont 6 enfans reçoivent également chacun 6 écus.

1ere *ſuppoſition* 1. 1ere *erreur* $\frac{4}{7}$.
2e *ſuppoſition* 2. 2e *erreur* $\frac{3}{7}$.
Différence 1. { *Différence* $\frac{1}{7}$. *Différence des ſuppoſitions.* 1 :: { $\frac{4}{7}$ 1ere *erreur.* 4 + 1 ; $\frac{3}{7}$ 2e *erreur.* 3 + 2 } 7e *partie.*

Réſolution univerſelle.

Et ſi le premier des enfans ne prenoit qu'un écu & le tiers du reſte, & le ſecond 2 & le tiers du reſte, & ainſi de ſuitte juſques au dernier; le Pére auroit laiſſé 4 écus & 2 enfans. Et ſi le premier prenoit un écu & le quart du reſte, & le ſecond 2 & le quart du reſte; 3 enfans prendroient chacun 3 écus ſur 9 écus. Et ſi c'étoit $\frac{1}{13}$ du reſte; il y auroit 144 écus, & 12 enfans dont chacun auroit 12 écus. Et ainſi de telle autre partie qu'on voudra juſques à l'infini, prenant le dénominateur même de la fraction diminué de l'unité pour le nombre des enfans, & le quarré du nombre des enfans pour le nombre entier de tous les écus qu'aura laiſſé leur Pere. Ce qui fournit un théorême aſſez curieux touchant la nature des nombres quarrez.

DES PROPORTIONS ET PROGRESSIONS HARMONIQUES.

DEFINITIONS.

ON nomme *proportion harmonique* la comparaiſon de trois termes, où le premier eſt au troiſiéme, comme la différence du premier au ſecond eſt à celle du ſecond au troiſiéme. Les grandeurs par exemple $aa + 3ad + 2dd$, $aa + 2ad$, $aa + ad$, peuvent exprimer généralement les termes d'une proportion harmonique, où le premier terme ſurpaſſe le ſecond. Et les grandeurs $aa - ad$, $aa - dd$, $aa + ad$, ceux d'une harmonique, où le ſecond ſurpaſſe le premier. Parceque dans l'une le premier terme $aa + 3ad + 2dd$ eſt au troiſiéme $aa + ad$, comme l'excez $ad + 2dd$ dont le premier ſurpaſſe le ſecond eſt à l'excez ad dont le ſecond ſurpaſſe le troiſiéme. Et dans l'autre le premier $aa - ad$ eſt au troiſiéme $aa + ad$, comme l'excez $ad - dd$, dont le ſecond ſurpaſſe le premier, eſt à l'excez $ad + dd$ dont le troiſiéme ſurpaſſe le ſecond. Et dans celle-ci la grandeur a ſurpaſſe l'autre d.

Proportion géométrique.

$aa + 3ad + 2dd. \quad aa + ad :: ad + 2dd. \quad ad.$

$4 + 6 + 2. \quad 4 + 2 :: 2 + 2. \quad 2.$

Proportion géométrique.

$aa - ad. \quad aa + ad :: ad - dd. \quad ad + dd.$

$4 - 2. \quad 4 + 2 :: 2 - 1. \quad 2 + 1.$

Proportion harmonique.

$aa + 3ad + 2dd. \quad aa + 2ad. \quad aa + ad.$

$12 \quad 8. \quad 6.$

$aa - ad. \quad aa - dd. \quad aa + ad.$

$2. \quad 3. \quad 6.$

S'il y a plus de trois termes; on dit que c'eſt une *progreſſion harmonique*. Et alors ſi le premier terme ſurpaſſe le ſecond; nommant a le ſecond & d la différence ou l'excez dont le premier le doit ſurpaſſer, la progreſſion ſera celle-ci.

Progreſſion harmonique.

$a + d. \quad a. \quad \frac{aa + ad}{a + 2d}. \quad \frac{aa + ad}{a + 3d}. \quad \frac{aa + ad}{a + 4d}. \quad \frac{aa + ad}{a + 5d}. \quad \frac{aa + ad}{a + 6d}. \quad \frac{aa + ad}{a + 7d}.$

$30. \quad 20. \quad 15. \quad 12. \quad 10. \quad 8\frac{4}{7}. \quad 7\frac{1}{2}. \quad 6\frac{2}{3}.$

SCD LYON 1

COROLLAIRE.

En toute progreſſion harmonique, les termes qui ont des intervalles égaux ſont pareillement en progreſſion ; comme le 1er le 3e le 5e le 7e &c. Et le 1er le 4e le 7e le 10e le 13e. Et ainſi des autres.

Progreſſion harmonique.

$$a+d. \quad \frac{aa+ad}{a+2d}. \quad \frac{aa+ad}{a+4d}. \quad \frac{aa+ad}{a+6d}. \quad \frac{aa+ad}{a+8d}. \quad \&c.$$

$$30. \quad 15. \quad 10. \quad 7\frac{1}{2}. \quad 6. \quad \&c.$$

DE LA PROPORTION CONTR'HARMONIQUE.

DEFINITION.

Et on dit auſſi qu'une proportion eſt *contr'harmonique*, lorſque le troiſiéme eſt au premier, comme l'excez dont le premier ſurpaſſe le ſecond, eſt à l'excez dont celui-ci ſurpaſſe le troiſiéme; ou comme l'excez dont le ſecond ſurpaſſe le premier, eſt à l'excez dont le troiſiéme ſurpaſſe le ſecond. Les grandeurs $aa+ad$, $aa+dd$, $ad+dd$, exprimeront en général les termes de telle proportion contr'harmonique qu'on voudra. Et a ſurpaſſera d, ſi le premier terme ſurpaſſe le ſecond. Et ſi le premier terme eſt moindre que le ſecond, la grandeur a ſera moindre auſſi que la grandeur d.

Proportion géométrique.

$ad+dd. \quad aa+ad :: ad-dd. \quad aa-ad.$

$2+1. \quad 4+2 :: 2-1. \quad 4-1.$

Proportion contr'harmonique.

$aa+ad. \quad aa+dd. \quad ad+dd.$

$6. \quad 5. \quad 3.$

Proportion géométrique.

$ad+dd. \quad aa+ad :: dd-ad. \quad ad-aa.$

$2+4. \quad 1+2 :: 4-2. \quad 2-1.$

Proportion contr'harmonique.

$aa+ad. \quad aa+dd. \quad ad+dd.$

$3. \quad 5. \quad 6.$

NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE DOUZIEME.

DE CERTAINES PROPRIETEZ DES NOMBRES *QUI SERVENT EN GEOMETRIE.*

Definitions.

1. TOut ce qu'on a dit en général des *plans* & des *quarrez*, des *solides* & des *cubes*, dans ce premier Traitté, peut s'appliquer en sa maniére à la Géométrie; comme on le fera voir, lorsqu'on expliquera cette science en particulier. Mais par avance on pourra supposer ici les notions sensibles qu'on attache à ces termes, quoi qu'on n'ait point encore appris la Géométrie.

2. *Le plan* est un produit de la longueur par la largeur; comme si la surface d'une feüille de papier couppé porte 10 pouces de largeur sur 16 pouces de longueur. Et si la longueur & la largeur sont égales; le plan est un *quarré*, comme chacune des six faces d'un dé.

3. *Le solide* est un produit du plan par la hauteur; ou des trois dimensions, qui sont la longueur, la largeur, & la profondeur: Comme si le massif d'un mur porte 6 pieds de largeur ou d'épaisseur sur 50 pieds de longueur & sur 15 de hauteur. Et lorsque les trois dimensions sont égales; le solide est un cube, comme un dé, dont la longueur, la largeur &

SCD LYON 1

la hauteur ſont égales. Cela ſuffit pour expliquer & pour réſoudre diverſes queſtions qu'on fait ſur les figures.

PREMIER EXEMPLE.

On demande combien l'Arche qui ſauva Noé des eaux du déluge pouvoit contenir d'animaux ? Pour réſoudre la queſtion, il faut ſçavoir qu'elle avoit 450 pieds de longueur, 75 de largeur, & trois étages chacun de 15 pieds de hauteur. De ſorte que ſi on multiplie 450 par 75 ; on verra déja que le plan de l'Arche étoit de 33750 pieds quarrez. Et ſi on veut multiplier ce plan par les 45 pieds de la hauteur de l'Arche ; on trouvera qu'elle contenoit en tout juſques à 1518750 pieds cubiques. Et ſuppoſant qu'il y eût dans chaque étage pluſieurs chambres égales de 15 pieds de largeur ſur 25 pieds de longueur ; on trouvera pour le plan de chaque chambre 15 fois 25 ou 375 pieds quarrez. Et ſi on diviſe le plan de l'Arche ou 33750 pieds quarrez par le plan de chacune des chambres ou par 375 ; l'expoſant marquera que chaque étage pouvoit avoir 90 de ces chambres, ou que toute l'Arche en pouvoit avoir 3 fois 90 ou 270. Ainſi en ſuppoſant un étage entier pour la famille de Noé, pour ſes proviſions & pour tous les fourrages ; il reſte deux étages ou 180 chambres du plan chacune de 375 pieds quarrez. Suppoſant donc qu'il y eût l'un portant l'autre 50 animaux dans chacune, quoiqu'elle pût aiſément contenir juſques à 80 brebis ; on trouvera que l'Arche pouvoit loger tres-commodément juſques à 9000 animaux, ſans conter tous les oiſeaux, les reptiles, & les inſectes, à qui l'on pouvoit pratiquer de petites demeures dans la hauteur des ais de ſéparation.

SECOND EXEMPLE.

Si une campagne de 352 pieds de largeur contient 2141920 pieds quarrez, qu'elle en eſt la longueur ? Pour réſoudre la queſtion, il ne faut que diviſer le plan des 2141920 pieds quarrez par la largeur des 352 pieds linéaires ; & l'expoſant 6085 ſera le nombre des pieds linéaires de la longueur qu'on cherche.

TROISIEME EXEMPLE.

Quel ſeroit le côté d'un quarré égal à la ſurface entiére du globe terreſtre ? Pour réſoudre la queſtion, il faut apprendre de la Géométrie que la ſurface du globe terreſtre eſt environ de 23755876 lieuës quarrées. Et ainſi on tirera la racine quarrée 4874 de ce nombre. Et cette racine ſera la longueur ou la largeur du quarré dont il eſt queſtion.

QUATRIEME EXEMPLE.

Quel ſeroit le côté d'un cube égal au globe entier de la terre ? Pour réſoudre la queſtion, il faut encore apprendre de la Géométrie que la ſolidité entiére du globe terreſtre eſt environ de 10881913696 lieuës cubiques. Ainſi l'on tirera de ce nombre la racine cubique 2216, qui marque combien il y aura de lieuës linéaires dans la longueur, ou dans la largeur, ou

dans la hauteur du cube, dont les dimensions sont toutes égales.

Si on suppose que l'enfer contienne une espace cubique de 160103007 lieuës cubiques; on trouvera de la même sorte que chaque dimension de ce profond abyme, où les tourbillons ténébreux du souffre & des flammes devorantes doivent envelopper & tourmenter éternellement les impies, seroit de 543 lieuës linéaires.

Cinquieme exemple.

Si un jardin a les $\frac{3}{4}$ de la longueur d'un arpent & les $\frac{2}{3}$ de la largeur; qu'elle en sera la mesure au juste? Le produit de $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$ marque que le plan du jardin contient au juste la moitié d'un arpent quarré. C'est ce qui paroît dans la figure 28e qui peut répresenter un arpent quarré. Car on y voit 12 petits plans égaux, qui ont chacun $\frac{1}{3}$ de la largeur sur $\frac{1}{4}$ de la longueur. Et le produit des $\frac{2}{3}$ de la largeur par les $\frac{3}{4}$ contient $\frac{6}{12}$ du tout, c'est-à-dire une moitié de 12 petits plans ou de l'arpent quarré qu'ils forment tous ensemble.

Et si le jardin n'avoit dans sa longueur que la moitié de la longueur d'un arpent quarré, & dans sa largeur que la moitié de sa largeur. Le produit $\frac{1}{4}$ des fractions $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ seroit la partie d'un arpent quarré que le jardin contiendroit au juste. Comme il paroît encore dans la figure 29e; où l'on voit quatre petits quarrez, qui ont chacun $\frac{1}{2}$ de largeur sur $\frac{1}{2}$ de longueur. De sorte que le quarré de la moitié de la longueur ou de la moitié de la largeur d'un arpent quarré n'en contient que le quart. Et le quarré des $\frac{2}{3}$ n'en contiendroit que $\frac{4}{9}$, comme on le voit dans la figure 30e.

Sixieme exemple.

Si un parc contient dans toute son étenduë $\frac{4}{9}$ d'une lieuë quarrée, & qu'il ait dans sa largeur $\frac{10}{21}$ d'une lieuë linéaire; pour sçavoir quelle en est la longueur? On divisera le plan $\frac{4}{9}$ par le côté $\frac{10}{21}$, & l'exposant $\frac{14}{15}$ marquera que la longueur du parc contient $\frac{14}{15}$ d'une lieuë linéaire. Ce qui paroît sensiblement dans la figure 31e qui répresente une lieuë quarrée. Car si la largeur est conçûë comme partagée en 21 parties égales, & la longueur en 15; il est visible que la lieuë quarrée contiendra 21 fois 15 ou 315 petits plans égaux, qui porteront chacun $\frac{1}{21}$ de la largeur sur $\frac{1}{15}$ de longueur.

SCD LYON 1

Et le plan des $\frac{10}{21}$ de la largeur par les $\frac{14}{15}$ de la longueur contiendra 140 de ces petits plans, c'eſt-à-dire 4 fois 35, ou 4 fois $\frac{1}{9}$ des 315 qui forment tous enſemble la lieuë quarrée; car 35 eſt la 9e partie de 315.

Septieme exemple.

S'il faut pour un manteau 5 aûnes & 3 quartiers d'un drap large de 5 quartiers; combien faudroit-il d'une étoffe large de 3 quartiers pour toute la doublure? Pour réſoudre la queſtion, on multipliera $5\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{4}$, & le produit $7\frac{3}{16}$ ou $\frac{115}{16}$ marquera combien il y a d'aûnes quarrées employées au manteau. C'eſt pourquoi on diviſera ce nombre par $\frac{3}{4}$ que l'étoffe de la doublure porte dans ſa largeur, & l'expoſant $9\frac{7}{12}$ marquera qu'il faut 9 aûnes & $\frac{7}{12}$ d'une aûne de cette même étoffe pour la doublure entiére.

Huitieme exemple.

Si une terraſſe revêtuë, qui porte 6 toiſes de largeur ſur 2 toiſes de hauteur, contient juſques à 400 toiſes cubiques; pour ſçavoir qu'elle en eſt la longueur? On diviſera 400 par le plan 12 des 6 toiſes de largeur & des 2 de hauteur. Et l'expoſant $33\frac{1}{3}$ marquera que la longueur eſt de 33 toiſes 2 pieds.

DU TOISE'.

4. ON ſçait que la toiſe linéaire eſt de 6 pieds linéaires, & le pied linéaire de 12 pouces linéaires, & le pouce linéaire de 12 lignes, & la ligne eſt encore diviſée en 12 parties égales & linéaires, que l'on nomme *des points*.

Et par conſéquent une toiſe quarrée vaut 6 fois 6 ou 36 pieds quarrez, & le pied quarré vaut 12 fois 12 ou 144 pouces quarrez, & le pouce quarré vaut 144 fois le quarré de la ligne, & le quarré de la ligne vaut 144 points quarrez. D'où il s'enſuit encore que la toiſe quarrée vaut 5184 pouces quarrez, ou 746496 fois le quarré de la ligne, ou 4 fois 26873856 points quarrez. Et le pied quarré contient 20736 fois le quarré de la ligne, ou 4 fois 746496 points quarrez.

Et on trouvera de la même ſorte que la toiſe cubique vaut 216 pieds cubiques, & le pied cubique 1728 pouces cubiques, & le pouce cubique 1728 fois le cube de la ligne, qui vaut auſſi 1728 fois le cube du point.

Il n'y a pas [b] beaucoup de difficulté à ajoûter ces ſortes de grandeurs les unes aux autres, les linéaires aux linéaires, les planes aux planes, & les ſolides aux ſolides; en conſidérant ce qu'il faut retenir d'une moindre eſpêce pour une autre plus grande. Et il eſt encore facile d'ôter

b. 21. 2.

SCD LYON 1

b. 21. 2. les unes des autres, en observant ce qu'on a dit[b] sur la fin du second Livre.

La difficulté principale consiste à multiplier les unes par les autres, & à diviser les unes par les autres. Ces deux régles se peuvent faire par deux voyes générales. La premiére est de tout réduire à la moindre dénomination; & la seconde qui paroît souvent la meilleure, est de réduire tout à la plus grande. Mais l'une & l'autre de ces deux méthodes est trop longue. Ce qui oblige à en chercher d'autres plus abbrégées.

DE LA MULTIPLICATION.

5. LA méthode commune est de réduire les toises & les pouces à la dénomination des pieds, en multipliant les toises par 6, & divisant les pouces par 12, lorsque les produits doivent être plans. Mais les toises quarrées seroient multipliées par 36, & les pouces quarrez divisez par 144, s'il étoit question de les multiplier par des longueurs, & de fournir des solides. On néglige les lignes dans cette méthode, pour éviter la longueur & l'embarras des calculs.

PREMIER EXEMPLE.

Si on vouloit multiplier 24 toises 4 pieds 6 pouces par 9 toises 5 pieds 9 pouces; on prendroit d'une part 6 fois 24 ou 144 pieds pour 24 toises, & $\frac{6}{12}$ d'un pied ou $\frac{1}{2}$ pied pour 6 pouces; & de l'autre 9 fois 6 ou 54 pieds pour 9 toises, & $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un pied pour 9 pouces. Et les deux sommes $148\frac{1}{2}$ & $59\frac{3}{4}$ étant multipliées l'une par l'autre; leur produit $8872\frac{7}{8}$ seroit le nombre des pouces quarrez que doit contenir le plan des grandeurs proposées. Et parceque $\frac{7}{8}$ surpasse $\frac{1}{2}$, on met 1 au lieu de $\frac{7}{8}$, afin d'éviter les fractions; & on divise le nombre 8873 par 36. Et l'exposant fournit 246 toises quarrées & environ 17 pieds quarrez.

SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier un plan de 50 toises 25 pieds 108 pouces par la hauteur de 2 toises 6 pieds 2 pouces. On prendra d'une part 36 fois 50 ou 1800 pieds quarrez pour 54 toises quarrées, & $\frac{108}{144}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un pied quarré pour les 108 pouces quarrez; & de l'autre 12 pieds linéaires pour 2 toises de hauteur, & $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ d'un pied linéaire pour 2 pouces. Ensuitte on multipliera la premiére somme $1825\frac{3}{4}$ par la seconde $18\frac{1}{6}$; & on divisera le produit $33167\frac{19}{24}$ ou 33168 par 216. Et l'exposant $153\frac{5}{9}$ ou $153\frac{120}{216}$ marquera que le produit qu'on cherche contient au juste 153 toises cubiques & 120 pieds cubiques.

AUTRE

AUTRE METHODE.

6. POur éviter les longueurs de la méthode précédente, les Ingénieurs habiles usent de celle-ci. Ils conçoivent la toise quarrée ou cubique comme divisée en 6 parties égales qu'ils appellent *pieds*, & le pied en 12 égales qu'ils appellent *pouces*, & le pouce en 12 *lignes*, & la ligne en 12 *points*. Mais lorsqu'ils ont trouvé leur produit, ils remettent les valeurs & les noms ordinaires, prenant 6 pieds quarrez pour chaque pied de cette nouvelle division, & 6 fois 12 ou 72 pouces quarrez ou $\frac{1}{2}$ pied quarré pour chacun de ces nouveaux pouces, & 6 pouces quarrez pour chacune des lignes, & un demi-pouce quarré pour chacun des points. Et ils prennent aussi dans les solides 36 pieds cubiques pour 1 pied de la nouvelle division, & 3 pieds cubiques pour chacun de ces nouveaux pouces, & le quart d'un pied cubique ou 432 pouces cubiques pour chacune des lignes, & 36 pouces cubiques pour chacun des points.

Et ils concluënt de leurs suppositions que les toises ordinaires multipliées par les toises ordinaires produisent des toises de 6 pieds, & par les pieds ordinaires qu'elles produisent des pieds de 12 pouces, & par les pouces ordinaires des pouces de 12 lignes, & par les lignes ordinaires des lignes de 12 points, & par les points ordinaires des points de 12 à la ligne.

Exemple.

Pour multiplier une longueur $1a$ de 4 toises 5 pieds 9 pouces 6 lignes par une largeur de 3 toises 4 pieds 6 pouces 9 lignes. Je multiplie premiérement en cette sorte $1a$ par 3 toises. Je dis : 3 fois 6 lignes font 18 lignes, ou 1 pouce que je retiens & 6 lignes que j'écris. Et 3 fois 9 pouces font 27 pouces, plus 1 que j'ai retenu font 28, ou 2 pieds que je retiens & 4 pouces que j'écris. Et 3 fois 5 pieds font 15 pieds, plus les 2 réservez font 17 pieds, ou 2 toises & 5 pieds; j'écris 5 sous les pieds, & je réserve 2. Et 3 fois 4 toises font 12 toises plus 2 réservées font 14 que j'écris sous les toises.

Je multiplie ensuitte $1a$ par 4 pieds avec cet artifice. Je dis : $1a$ multipliée par 1 toise donne $1a$ pour produit. Et par conséquent $1a$ multipliée par 4 pieds ou par $\frac{2}{3}$ d'une toise donne $\frac{2}{3}a$ pour produit. Prenant donc $\frac{1}{3}a$ deux fois, ou $\frac{1}{2}a$ pour 3 pieds & $\frac{1}{3}$ de la même partie $\frac{1}{2}a$ pour 1 pied qui reste, j'aurai le produit $2z$, ou $1ac$ de la longueur $1a$ par 4 pieds. *Voyez la page suivante.*

Venant donc alors aux 6 lignes. Je dis : Puisque 6 lignes sont $\frac{1}{4}$ de 2 pouces; le produit $1y$ de 6 lignes par a est $\frac{1}{4}$ de z. Et enfin pour les 9 points, je dis: Puisque 9 points sont les $\frac{3}{4}$ d'une ligne, ils sont $\frac{1}{8}$ des 6 pouces, ou

de 72 lignes. Et par conſéquent le produit de 9 points par $1a$ eſt $\frac{1}{8}$ du produit précédent $1y$.

$1a \propto$	4 *toiſes*	5 *pieds*	9 *pouces*	6 *lignes*	0 *points*		
	3	4	6	9	0		
	b	*c*	*d*	*e*			
$3a \propto$	14	5	4	$6 \propto ab$			
$\frac{1}{2}ac \propto$	1	3	11	$2 \propto \frac{1}{3}a \propto 1x.$			
$\frac{1}{2}ac \propto$	1	3	11	$2 \propto \frac{1}{3}a \propto 1x.$			
$1ad \propto$	0	2	5	9	$6 \propto \frac{1}{4}x \propto 1y.$		
$1ae \propto$	0	0	3	8	8	$3 \propto \frac{1}{8}y.$	
Produit	18	4	0	4	2	3	*multiplié*
par	1 *toiſe.*	6 *pieds.*	$\frac{1}{2}$ *pied.*	6 *pouces.*	$\frac{1}{2}$ *pouce.*	6 *lignes.*	
Produit	18 *toiſes*	24 *pieds*	0		25 *pouces*	18 *lignes quarrées.*	

Il y auroit quelque changement dans les opérations, ſi on prenoit $\frac{1}{2}a$ pour 3 pieds, & $\frac{1}{6}a$ ou $\frac{1}{3}$ de la moitié de la longueur $1a$ pour 1 pied.

$1a \propto$	4 *toiſes*	5 *pieds*	9 *pouces*	6 *lignes*	0 *points*		
	3	4	6	9	0		
	b	*c*	*d*	*e*			
$3a \propto$	14	5	4	$6 \propto ab.$			
$\frac{3}{4}ac \propto$	2	2	10	$9 \propto \frac{1}{2}a \propto 1x.$			
$\frac{1}{4}ac \propto$	0	4	11	$7 \propto \frac{1}{3}x \propto \frac{1}{6}a \propto 1v.$			
$\frac{1}{2}ad \propto$	0	1	2	10	$9 \propto \frac{1}{4}v.$		
$\frac{1}{2}ad \propto$	0	1	2	10	$9 \propto \frac{1}{4}v \propto 1t.$		
$1ae \propto$	0	0	3	8	8	$3 \propto \frac{1}{4}t.$	
Produit	18	4	0	4	2	3	*&c.*

On peut ordinairement diverſifier l'application des régles en pluſieurs maniéres, qu'un peu d'uſage ou de pénétration découvrira ſans peine, ſur tout à ceux qui auront bien compris les propriétez principales des nombres compoſez & de leurs aliquotes ou de ceux qui les compoſent. Monſieur De la Londe un des plus habiles Ingénieurs du Roy a trouvé moyen d'abbréger cette méthode, & d'en faciliter l'uſage par une autre qui m'a

SCD LYON 1

parû tout-à-fait élégante & ſimple, & qui ſera ſans doute préférée aux autres. Sa méthode eſt telle.

METHODE PLUS FACILE ET PLUS COURTE *INVENTE'E PAR Mr DE LA LONDE.*

7. IL faut doubler de part & d'autre les pieds les pouces les lignes & les points, & multiplier enſuitte chaque partie d'une part par chacune de l'autre, en commençant à droitte, & diſpoſer les produits par ordre & chacun dans ſon rang, en telle ſorte que ceux de la plus haute eſpêce viennent tomber à droitte ſous les multiplicateurs qui ſervent à les former. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles. Et nous en fournirons enſuitte la démonſtration.

Premier exemple.

Pour multiplier la longueur 1*a* de 2 toiſes 4 pieds 0 pouces 6 lignes par la largeur 1*b* de 3 toiſes 2 pieds 2 pouces 6 lignes. J'écris 2 toiſes 8 demi-pieds 1 demi-pouce 0 demie-ligne pour 1*a*, & 3 toiſes 4 demi-pieds 5 demi-pouces 0 demie-ligne pour 1*b*. Aprés cela je commence à multiplier 1*a* par 3 toiſes, & je dis : 3 toiſes par 1 demi-pouce, ou ſimplement 3 fois 1 font 3 demi-pouces, & j'écris 3 ſous les demi-pouces ; & 3 fois 8 demi-pieds font 24 demi-pieds de 12 à la toiſe quarrée, c'eſt-à-dire 2 fois 12 de ces pieds ou 2 toiſes, que je réſerve pour le rang des toiſes, & j'écris 0 ſous les demi-pieds, parcequ'il n'eſt rien reſté ; & venant aux toiſes, je dis : 3 fois 2 font 6, qui avec les 2 retenuës font 8 que j'écris ſous les toiſes.

Je dis enſuitte en venant aux 4 demi-pieds : 4 fois 1 ou 4 demi-pieds par 1 demi-pouce donnent 4 demies-lignes, que j'écris ſous les lignes, en avançant d'un rang vers la droitte ; & 4 demi-pieds par 8 demi-pieds donnent 32 demi-pouces, ou 2 fois 12 plus 8, j'écris 8 ſous les demi-pouces, & je retiens 2 demi-pieds ; & 4 demi-pieds par 2 toiſes donnent 8 demi-pieds, qui avec les 2 réſervez font 10 que j'écris ſous les demi-pieds. *Voyez la page ſuivante.*

Et enfin pour les 5 demi-pouces, je dis en commençant aux pouces : 5 fois 1 font 5 demi-points, & j'écris 5 dans un rang plus à droitte ; & 5 fois 8 font 40 ou 3 fois 12 plus 4, & j'écris 4 ſous les lignes ; & 5 fois 2 font 10, qui avec les 3 retenus font 13, c'eſt-à-dire 1 fois 12 plus 1, j'écris le reſte 1 ſous les demi-pouces, & j'avance 1 ſous les demi-pieds.

Et raſſemblant tous ces divers produits, leur ſomme fournira le produit entier que l'on cherche. Mais pour le réduire aux dénominations précédentes, où la toiſe quarrée eſt conceuë comme diviſée en 6 pieds, & chacun de ces pouces en 12 lignes, & chacune de ces lignes en 12 pieds ; on aura ſoin de prendre la moitié des parties ou des eſpêces qui ſuivent les toiſes. Ce qui donnera 9 toiſes 0 pieds 0 pouces 8 lignes 2 points & demi ou $\frac{6}{12}$ du point. Et ſi on vouloit donner les dénominations ordinaires à ce même produit ou aux autres ſemblables ; il faudroit multiplier les

pieds par 6 pieds quarrez, & les pouces par $\frac{1}{2}$ pied quarré, & les lignes par 6 pouces quarrez, & les points par $\frac{1}{2}$ pouce quarré, & les 12es du point par 6 lignes ; & ainsi du reste.

1*a* ✕ 2 *toises*	8 *demi-pieds*	1 *demi-pouce*	0 *demie-ligne*	0 *demi-point*		
1*b* ✕ 3	4	5	0	0		
	8	0	3			
		10	8	4		
		1	1	4	5	
	9	0	0	8	5	*Produit*
Ou	9	0	0	4	2	6
par 1 *toise*	6 *pieds*	$\frac{1}{2}$ *pied*	6 *pouces*	$\frac{1}{2}$ *pouce*	6 *lignes,*	
Ou 9 *toises quarrées*	0 *pied quarré*	25 *pouces quarrez*	36 *lignes*			

SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier une longueur 1*a* de 1 toise 5 pieds 1 pouce 7 lignes par une largeur de 2 toises 3 pieds 0 pouces 6 lignes. J'écris 1 toise 10 demi-pieds 3 demi-pouces 2 demi-lignes pour 1*a*, & 2 toises 6 demi-pieds 1 demi-pouce pour 1*b*. Et commençant par 2 toises, je dis au rang des demi-lignes : 2 fois 2 font 4 que j'écris sous ce rang ; & au suivant 2 fois 3 font 6 que j'écris sous 3 ; & ensuitte 2 fois 10 font 20 ou 1 fois 12 plus 8, j'écris 8 sous 10, & je réserve 1 ; & pour les toises : 2 fois 2 font 4 plus 1 réservé font 5 que j'écris sous les toises.

Je dis ensuitte pour les 6 demi-pieds au rang des demi-lignes : 6 fois 2 font 12 demi-points ou 1 demi-ligne, j'écris 0 dans le rang des demi-points, & je réserve 1 ; je dis ensuitte au rang des demi-pouces : 6 fois 3 font 18, & 1 que j'avois retenu font 19, ou 1 fois 12 plus 7, j'écris 7 au rang des demi-lignes, & je retiens 1 ; je dis encore : 6 fois 10 font 60 & 1 font 61, ou 5 fois 12 plus 1, & j'écris 1 au rang des demi-pouces, en réservant 5 ; & enfin 6 fois 2 font 6, & 5 réservez font 11, que j'écris sous les demi-pieds. Et pour 1 demi-pouce, je dis : 1 fois 1*a* fait 1*a*, mais je l'écris en sorte que 1 du rang des toises vienne tomber sous 1 du rang des demi-pouces. Et la somme entiére de ces divers produits résout la question.

1*a* ✕ 1 *toise*	10 *demi-pieds*	3 *demi-pouces*	2 *demi-lignes*	0	0	
1*b* ✕ 2	6	1				
3	8	6	4			
	11	1	7	0		
		1	10	3	2	
Produit 4	7	9	9	3	2	
Ou 4	3	10	10	7	7	
par 1 *toise*	6 *pieds*	$\frac{1}{2}$ *pied*	6 *pouces*	$\frac{1}{2}$ *pouce*	6 *lignes*	
Ou 4 *toises*	23 *pieds quarrez*	63 *pouces*	114 *lignes*			

SCD LYON 1

TROISIEME EXEMPLE.

Pour multiplier un plan 1*a* de 4 toises quarrées plus 3 pieds de 6 à la toise & 7 pouces par une épaisseur 1*b* de 2 toises 4 pieds 5 pouces 6 lignes. On écrira 4 toises 7 demi-pieds 2 demi-pouces pour 1*a*, & 2 toises 8 demi-pieds 11 demi-pouces pour 1*b*. Et le reste s'achêvera comme aux éxemples qui précédent. Cette méthode toute courte qu'elle est, peut encore s'abbréger en diverses rencontres par le moyen des aliquotes ou des diverses parties que l'on peut concevoir dans les moindres espêces ou dans les fractions des toises.

Pour réduire aux mesures ordinaires de la Géométrie ces sortes de fractions; aprés qu'on aura pris leurs moitiez, il faudra multiplier les pieds par 36 pieds cubiques, & les pouces par trois pieds cubiques, & les lignes par $\frac{1}{4}$ du pied cubique, & les points par 36 pouces cubiques. C'est ainsi que dans l'éxemple proposé, on trouvera pour produit 12 toises cubiques 131 pieds cubiques & 1476 pouces cubiques.

1*a* ∞ 4 *toises quarrées*	7	2	0	0
1*b* ∞ 2 *toises linéaires*	8 *demi-pieds*	11 *demi-pouces*	0	0
9	2	4		
3	0	9	4	
	4	2	6	10
12	7	3	10	10
Ou 12	3	7	11	5

par 1 *toise cubique* 36 *pieds* + 3 *pieds cubiques* $\frac{1}{4}$ *du pied* 36 *pouces*

12 *toises cubiques* 108 *pieds* + 21 *pieds* + 2 *pieds* + 1476 *pouces*

Ou 12 *toises cubiques* 131 *pieds cubiques & 1476 pouces cubiques.*

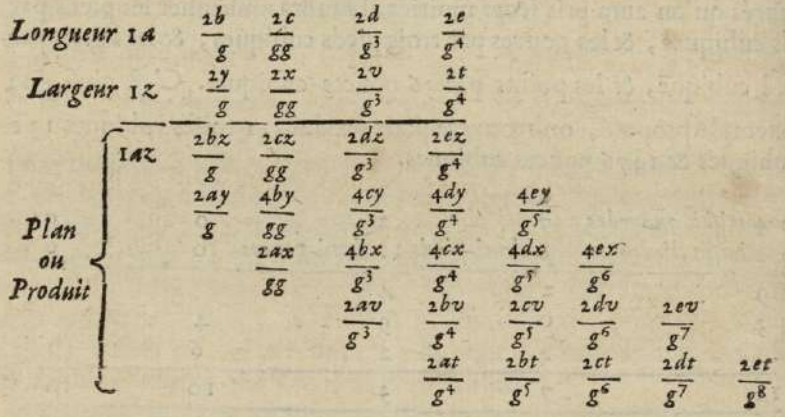
DEMONSTRATION.

SI les grandeurs sont linéaires de part & d'autre; il est clair qu'en doublant le nombre des pieds de 6 à la toise, on en fait des demi-pieds ou des 12es de la toise. Et parcequ'on double aussi les pouces, les lignes, les points; on fait des demi-pouces, des demies-lignes, & des demi-points; ou des 12es du pied, du pouce, de la ligne, &c. De sorte que chaque unité d'un rang en vaut 12 au plus proche en tirant vers la droitte, comme chaque unité d'un rang en vaut 10 au plus proche en tirant vers la gauche dans la disposition ordinaire des chiffres. Il y a donc une progression géométrique où la toise répresente l'unité, & le demi-pied en est un 12e, & le demi-pouce un 144e, & la demie-ligne un 1728e, & le demi-point un 20736e, &c. Ainsi lorsque les toises ou les entiers viennent à multiplier les toises & leurs divers rompus; les produits sont des toises

SCD LYON 1

quarrées ou des rompus pareils de ces toiſes quarrées. Et lorſque les demi-pieds ou les 12es de la toiſe multiplient les toiſes & leurs rompus ; ils fourniſſent des 12es de la toiſe quarrée & des 12es de ſes rompus dénommez de la même ſorte : ce qui rejette les produits dans un rang plus à droitte. Et lorſque le demi-pouce ou le 12e du demi-pied multiplie à ſon tour chacune des eſpêces ; cela repouſſe auſſi les produits d'un nouveau rang vers la droitte. Et ainſi du reſte.

On peut voir ici ſenſiblement la démonſtration, en ſuppoſant d'une part $1a$ pour le nombre des toiſes, $1b$ pour le nombre des pieds de 6 à la toiſe, $1c$ pour celuy des pouces, $1d$ pour celuy des lignes, $1e$ pour celuy des points ; & de l'autre part $1z$ pour le nombre des toiſes, $1y$ pour



Exemple.

Longueur de 2 toiſes	8/12	1/144	0/1728	0/20736	0/248832
Largeur de 3 toiſes	4/12	5/144	0/1728	0/20736	0/248832
	8				
	0/12	3/144			
	10/12	8/144	4/1728		
	1/12	1/144	4/1728	5/20736	
Plan de 9 toiſes	0/12	0/144	8/1728	5/20736	
Ou de 9 toiſes	0/6	0/72	4/864	2/10368	6/124416
par 1 toiſe	6/6	2/2	6/6	2/2	6/6
Plan de 9 toiſes	0/36	0/36	24/5184	1/5184	36/746496

Ou de 9 toiſes quarrées 0 pieds 25 pouces quarrez 36 lignes quarrées.

SCD LYON 1

Pour la page 383 de la 2de Partie. Que tout déborde hors du Livre & regarde la page 382.

PREMIERE TABLE
DES EGALITEZ COMPOSE'ES.

Second degré.	zz	$-az$ $-bz$	$+ab$					
Troisiéme degré.	z^3	$-azz$ $-bzz$ $-czz$	$+abz$ $+acz$ $+abz$	$-abc$				
Quatriéme degré.	z^4	$-az^3$ $-bz^3$ $-cz^3$ $-dz^3$	$+abzz$ $+aczz$ $+adzz$ $+bczz$ $+bdzz$ $+cdzz$	$-abcz$ $-abdz$ $-acdz$ $-bcdz$	$+abcd$			
Cinquiéme degré.	z^5	$-az^4$ $-bz^4$ $-cz^4$ $-dz^4$ $-ez^4$	$+abz^3$ $+acz^3$ $+adz^3$ $+aez^3$ $+bcz^3$ $+bdz^3$ $+bez^3$ $+cdz^3$ $+cez^3$ $+dez^3$	$-abczz$ $-abdzz$ $-abezz$ $-acdzz$ $-acezz$ $-adezz$ $-bcdzz$ $-bcezz$ $-bdezz$ $-cdezz$	$+abcdz$ $+abcez$ $+abdez$ $+acdez$ $+bcdez$	$-abcde$		

SECONDE TABLE
DES EGALITEZ COMPOSE'ES,
où toutes les racines sont égales.

Second degré.	$1zz$	$-2az$	$+1aa$						
Troisiéme degré.	$1z^3$	$-3azz$	$+3aaz$	$-1a^3$					
Quatriéme degré.	$1z^4$	$-4az^3$	$+6aazz$	$-4a^3z$	$+1a^4$				
Cinquiéme degré.	$1z^5$	$-5az^4$	$+10aaz^3$	$-10a^3zz$	$+5a^4z$	$-1a^5$			
Sixiéme degré.	$1z^6$	$-6az^5$	$+15aaz^4$	$-20a^3z^3$	$+15a^4zz$	$-6a^5z$	$+1a^6$		
Septiéme degré.	$1z^7$	$-7az^6$	$+21aaz^5$	$-35a^3z^4$	$+35a^4z^3$	$-21a^5zz$	$+7a^6z$	$-1a^7$	
Huitiéme degré.	$1z^8$	$-8az^7$	$+28aaz^6$	$-56a^3z^5$	$+70a^4z^4$	$-56a^5z^3$	$+28a^6zz$	$-8a^7z$	$+1a^8$
Neuviéme degré.	$1z^9$	$-9az^8$	$+36aaz^7$	$-84a^3z^6$	$+126a^4z^5$	$-126a^5z^4$	$+84a^6z^3$	$-36a^7zz$	$+9a^8z$
Dixiéme degré.	$1z^{10}$	$-10az^9$	$+45aaz^8$	$-120a^3z^7$	$+210a^4z^6$	$-252a^5z^5$	$+210a^6z^4$	$-120a^7z^3$	$+45a^8zz$

Mathematiques S.C.D. LYON 1

SCD LYON 1

SCD LYON 1

celuy des pieds de 6 à la toise, 1x pour celuy des pouces, 1v pour celuy des lignes, 1t pour celuy des points; & 1g pour le nombre 12.

Ce qu'on observe à la fin pour réduire le tout aux dénominations communes & géométriques, se conçoit aisément par ce qu'on a déja dit. Si l'une des grandeurs étoit plane, comme au troisiéme exemple, la demonstration n'en seroit pas difficile, & se formeroit à peu prés sur le modéle de celle que l'on vient d'établir.

TABLE POUR LE TOISE'.

8. LOrsqu'on voudra multiplier un certain nombre de toises depuis 1 jusques à 100 par des demi-pieds de 12 à la toise, ou par des demi-pouces de 12 au demi-pied, ou par demies-lignes de 12 au demi-pouce, ou par des demi-points de 12 à la demie-ligne, &c. On prendra le nombre des toises sur l'un des deux bords de la Table, & celuy des demi-pieds, ou des demi-pouces, ou des demies-lignes, ou des demi-points, qui ne doit jamais surpasser 11, au haut de la même Table: & le nombre de la Table qui répondra à ces deux nombres, ou qui sera sous l'un dans la même colomne, & vis-à-vis de l'autre au même rang paralléle, comprendra le produit qu'on désire; en sorte que le point qui s'y trouve, séparera vers la droitte des parties d'une même dénomination que celles qui devoient multiplier les toises, & vers la gauche d'autres parties d'une dénomination 12 fois aussi forte; ou des toises, lorsqu'on multiplie par des demi-pieds.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver par éxemple le produit de 98 toises par 8 demi-pieds de 6 pieds à la toise. On prendra 98 à gauche sur le bord de la Table, & 8 au haut; & le nombre 65.4 qui répond à ces deux, marquera que le produit contient 65 toises ou planes cubiques, & 4 demi-pieds de 6 pieds à la toise. On trouveroit de la même sorte que le produit de 47 toises par 11 demi-pouces contient 43 toises & 1 demi-pouce. Et ainsi des autres, en concevant toûjours que la toise linéaire ou plane est divisée en 12 demi-pieds, qui sont aussi divisez chacun en 12 demi-pouces, & chaque demi-pouce en 12 demies-lignes, &c.

SECOND EXEMPLE.

Et pour trouver le produit de 586 toises par 9 demies-lignes. Premiérement pour les 500 toises, on prendra 10 fois le produit de 50 toises par les 9 demies-lignes, c'est-à-dire 10 fois 37 demi-pouces & 6 demies-lignes, ou 10 fois 3 demi-pieds 1 demi-pouce & 6 demies-lignes; ce qui vaut déja 31 demi-pieds & 3 demi-pouces, ou 2 toises 7 demi-pieds & 3 demi-pouces. Et ensuitte on ajoûtera le produit des 86 toises par les 9 demies-lignes, qui est de 64 demi-pouces & 6 demies-lignes, ou de 5 demi-pieds 4 demi-pouces & 6 demies-lignes.

SCD LYON 1

Toises.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0. 1	0. 2	0. 3	0. 4	0. 5	0. 6	0. 7	0. 8	0. 9	0. 10	0. 11
2	0. 2	0. 4	0. 6	0. 8	0. 10	1. 0	1. 2	1. 4	1. 6	1. 8	1. 10
3	0. 3	0. 6	0. 9	1. 0	1. 3	1. 6	1. 9	2. 0	2. 3	2. 6	2. 9
4	0. 4	0. 8	1. 0	1. 4	1. 8	2. 0	2. 4	2. 8	3. 0	3. 4	3. 8
5	0. 5	0. 10	1. 3	1. 8	2. 1	2. 6	2. 11	3. 4	3. 9	4. 2	4. 7
6	0. 6	1. 0	1. 6	2. 0	2. 6	3. 0	3. 6	4. 0	4. 6	5. 0	5. 6
7	0. 7	1. 2	1. 9	2. 4	2. 11	3. 6	4. 1	4. 8	5. 3	5. 10	6. 5
8	0. 8	1. 4	2. 0	2. 8	3. 4	4. 0	4. 8	5. 4	6. 0	6. 8	7. 4
9	0. 9	1. 6	2. 3	3. 0	3. 9	4. 6	5. 3	6. 0	6. 9	7. 6	8. 3
10	0. 10	1. 8	2. 6	3. 4	4. 2	5. 0	5. 10	6. 8	7. 6	8. 4	9. 2
11	0. 11	1. 10	2. 9	3. 8	4. 7	5. 6	6. 5	7. 4	8. 3	9. 2	10. 1
12	1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	10. 0	11. 0
13	1. 1	2. 2	3. 3	4. 4	5. 5	6. 6	7. 7	8. 8	9. 9	10. 10	11. 11
14	1. 2	2. 4	3. 6	4. 8	5. 10	7. 0	8. 2	9. 4	10. 6	11. 8	12. 10
15	1. 3	2. 6	3. 9	5. 0	6. 3	7. 6	8. 9	10. 0	11. 3	12. 6	13. 9
16	1. 4	2. 8	4. 0	5. 4	6. 8	8. 0	9. 4	10. 8	12. 0	13. 4	14. 8
17	1. 5	2. 10	4. 3	5. 8	7. 1	8. 6	9. 11	11. 4	12. 9	14. 2	15. 7
18	1. 6	3. 0	4. 6	6. 0	7. 6	9. 0	10. 6	12. 0	13. 6	15. 0	16. 6
19	1. 7	3. 2	4. 9	6. 4	7. 11	9. 6	11. 1	12. 8	14. 3	15. 10	17. 5
20	1. 8	3. 4	5. 0	6. 8	8. 4	10. 0	11. 8	13. 4	15. 0	16. 8	18. 4
21	1. 9	3. 6	5. 3	7. 0	8. 9	10. 6	12. 3	14. 0	15. 9	17. 6	19. 3
22	1. 10	3. 8	5. 6	7. 4	9. 2	11. 0	12. 10	14. 8	16. 6	18. 4	20. 2
23	1. 11	3. 10	5. 9	7. 8	9. 7	11. 6	13. 5	15. 4	17. 3	19. 2	21. 1
24	2. 0	4. 0	6. 0	8. 0	10. 0	12. 0	14. 0	16. 0	18. 0	20. 0	22. 0
25	2. 1	4. 2	6. 3	8. 4	10. 5	12. 6	14. 7	16. 8	18. 9	20. 10	22. 11
26	2. 2	4. 4	6. 6	8. 8	10. 10	13. 0	15. 2	17. 4	19. 6	21. 8	23. 10
27	2. 3	4. 6	6. 9	9. 0	11. 3	13. 6	15. 9	18. 0	20. 3	22. 6	24. 9
28	2. 4	4. 8	7. 0	9. 4	11. 8	14. 0	16. 4	18. 8	21. 0	23. 4	25. 8
29	2. 5	4. 10	7. 3	9. 8	12. 1	14. 6	16. 11	19. 4	21. 9	24. 2	26. 7
30	2. 6	5. 0	7. 6	10. 0	12. 6	15. 0	17. 6	20. 0	22. 6	25. 0	27. 6
31	2. 7	5. 2	7. 9	10. 4	12. 11	15. 6	18. 1	20. 8	23. 3	25. 10	28. 5
32	2. 8	5. 4	8. 0	10. 8	13. 4	16. 0	18. 8	21. 4	24. 0	26. 8	29. 4
33	2. 9	5. 6	8. 3	11. 0	13. 9	16. 6	19. 3	22. 0	24. 9	27. 6	30. 3
34	2. 10	5. 8	8. 6	11. 4	14. 2	17. 0	19. 10	22. 8	25. 6	28. 4	31. 2
35	2. 11	5. 10	8. 9	11. 8	14. 7	17. 6	20. 5	23. 4	26. 3	29. 2	32. 1
36	3. 0	6. 0	9. 0	12. 0	15. 0	18. 0	21. 0	24. 0	27. 0	30. 0	33. 0
37	3. 1	6. 2	9. 3	12. 4	15. 5	18. 6	21. 7	24. 8	27. 9	30. 10	33. 11
38	3. 2	6. 4	9. 6	12. 8	15. 10	19. 0	22. 2	25. 4	28. 6	31. 8	34. 10
39	3. 3	6. 6	9. 9	13. 0	16. 3	19. 6	22. 9	26. 0	29. 3	32. 6	35. 9
40	3. 4	6. 8	10. 0	13. 4	16. 8	20. 0	23. 4	26. 8	30. 0	33. 4	36. 8
41	3. 5	6. 10	10. 3	13. 8	17. 1	20. 6	23. 11	27. 4	30. 9	34. 2	37. 7
42	3. 6	7. 0	10. 6	14. 0	17. 6	21. 0	24. 6	28. 0	31. 6	35. 0	38. 6
43	3. 7	7. 2	10. 9	14. 4	17. 11	21. 6	25. 1	28. 8	32. 3	35. 10	39. 5
44	3. 8	7. 4	11. 0	14. 8	18. 4	22. 0	25. 8	29. 4	33. 0	36. 8	40. 4
45	3. 9	7. 6	11. 3	15. 0	18. 9	22. 6	26. 3	30. 0	33. 9	37. 6	41. 3
46	3. 10	7. 8	11. 6	15. 4	19. 2	23. 0	26. 10	30. 8	34. 6	38. 4	42. 2
47	3. 11	7. 10	11. 9	15. 8	19. 7	23. 6	27. 5	31. 4	35. 3	39. 2	43. 1
48	4. 0	8. 0	12. 0	16. 0	20. 0	24. 0	28. 0	32. 0	36. 0	40. 0	44. 0
49	4. 1	8. 2	12. 3	16. 4	20. 5	24. 6	28. 7	32. 8	36. 9	40. 10	44. 11
50	4. 2	8. 4	12. 6	16. 8	20. 10	25. 0	29. 2	33. 4	37. 6	41. 8	45. 10

SCD LYON 1

Toises	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
51	4. 3	8. 6	12. 9	17. 0	21. 3	25. 6	29. 9	34. 0	38. 3	42. 6	46. 9
52	4. 4	8. 8	13. 0	17. 4	21. 8	26. 0	30. 4	34. 8	39. 0	43. 4	47. 8
53	4. 5	8. 10	13. 3	17. 8	22. 1	26. 6	30. 11	35. 4	39. 9	44. 2	48. 7
54	4. 6	9. 0	13. 6	18. 0	22. 6	27. 0	31. 6	36. 0	40. 6	45. 0	49. 6
55	4. 7	9. 2	13. 9	18. 4	22. 11	27. 6	32. 1	36. 8	41. 3	45. 10	50. 5
56	4. 8	9. 4	14. 0	18. 8	23. 4	28. 0	32. 8	37. 4	42. 0	46. 8	51. 4
57	4. 9	9. 6	14. 3	19. 0	23. 9	28. 6	33. 3	38. 0	42. 9	47. 6	52. 3
58	4. 10	9. 8	14. 6	19. 4	24. 2	29. 0	33. 10	38. 8	43. 6	48. 4	53. 2
59	4. 11	9. 10	14. 9	19. 8	24. 7	29. 6	34. 5	39. 4	44. 3	49. 2	54. 1
60	5. 0	10. 0	15. 0	20. 0	25. 0	30. 0	35. 0	40. 0	45. 0	50. 0	55. 0
61	5. 1	10. 2	15. 3	20. 4	25. 5	30. 6	35. 7	40. 8	45. 9	50. 10	55. 11
62	5. 2	10. 4	15. 6	20. 8	25. 10	31. 0	36. 2	41. 4	46. 6	51. 8	56. 10
63	5. 3	10. 6	15. 9	21. 0	26. 3	31. 6	36.	42. 0	47. 3	52. 6	57. 9
64	5. 4	10. 8	16. 0	21. 4	26. 8	32. 0	37. 4	42. 8	48. 0	53. 4	58. 8
65	5. 5	10. 10	16. 3	21. 8	27. 1	32. 6	37. 11	43. 4	48. 9	54. 2	59. 7
66	5. 6	11. 0	16. 6	22. 0	27. 6	33. 0	38. 6	44. 0	49. 6	55. 0	60. 6
67	5. 7	11. 2	16. 9	22. 4	27. 11	33. 6	39. 1	44. 8	50. 3	55. 10	61. 5
68	5. 8	11. 4	17. 0	22. 8	28. 4	34. 0	39. 8	45. 4	51. 0	56. 8	62. 4
69	5. 9	11. 6	17. 3	23. 0	28. 9	34. 6	40. 3	46. 0	51. 9	57. 6	63. 3
70	5. 10	11. 8	17. 6	23. 4	29. 2	35. 0	40. 10	46. 8	52. 6	58. 4	64. 2
71	5. 11	11. 10	17. 9	23. 8	29. 7	35. 6	41. 5	47. 4	53. 3	59. 2	65. 1
72	6. 0	12. 0	18. 0	24. 0	30. 0	36. 0	42. 0	48. 0	54. 0	60. 0	66. 0
73	6. 1	12. 2	18. 3	24. 4	30. 5	36. 6	42. 7	48. 8	54. 9	60. 10	66. 11
74	6. 2	12. 4	18. 6	24. 8	30. 10	37. 0	43. 2	49. 4	55. 6	61. 8	67. 10
75	6. 3	12. 6	18. 9	25. 0	31. 3	37. 6	43. 9	50. 0	56. 3	62. 6	68. 9
76	6. 4	12. 8	19. 0	25. 4	31. 8	38. 0	44. 4	50. 8	57. 0	63. 4	69. 8
77	6. 5	12. 10	19. 3	25. 8	32. 1	38. 6	44. 11	51. 4	57. 9	64. 2	70. 7
78	6. 6	13. 0	19. 6	26. 0	32. 6	39. 0	45. 6	52. 0	58. 6	65. 0	71. 6
79	6. 7	13. 2	19. 9	26. 4	32. 11	39. 6	46. 1	52. 8	59. 3	65. 10	72. 5
80	6. 8	13. 4	20. 0	26. 8	33. 4	40. 0	46. 8	53. 4	60. 0	66. 8	73. 4
81	6. 9	13. 6	20. 3	27. 0	33. 9	40. 6	47. 3	54. 0	60. 9	67. 6	74. 3
82	6. 10	13. 8	20. 6	27. 4	34. 2	41. 0	47. 10	54. 8	61. 6	68. 4	75. 2
83	6. 11	13. 10	20. 9	27. 8	34. 7	41. 6	48. 5	55. 4	62. 3	69. 2	76. 1
84	7. 0	14. 0	21. 0	28. 0	35. 0	42. 0	49. 0	56. 0	63. 0	70. 0	77. 0
85	7. 1	14. 2	21. 3	28. 4	35. 5	42. 6	49. 7	56. 8	63. 9	70. 10	77. 11
86	7. 2	14. 4	21. 6	28. 8	35. 10	43. 0	50. 2	57. 4	64. 6	71. 8	78. 10
87	7. 3	14. 6	21. 9	29. 0	36. 3	43. 6	50. 9	58. 0	65. 3	72. 6	79. 9
88	7. 4	14. 8	22. 0	29. 4	36. 8	44. 0	51. 4	58. 8	66. 0	73. 4	80. 8
89	7. 5	14. 10	22. 3	29. 8	37. 1	44. 6	51. 11	59. 4	66. 9	74. 2	81. 7
90	7. 6	15. 0	22. 6	30. 0	37. 6	45. 0	52. 6	60. 0	67. 6	75. 0	82. 6
91	7. 7	15. 2	22. 9	30. 4	37. 11	45. 6	53. 1	60. 8	68. 3	75. 10	83. 5
92	7. 8	15. 4	23. 0	30. 8	38. 4	46. 0	53. 8	61. 4	69. 0	76. 8	84. 4
93	7. 9	15. 6	23. 3	31. 0	38. 9	46. 6	54. 3	62. 0	69. 9	77. 6	85. 3
94	7. 10	15. 8	23. 6	31. 4	39. 2	47. 0	54. 10	62. 8	70. 6	78. 4	86. 2
95	7. 11	15. 10	23. 9	31. 8	39. 7	47. 6	55. 5	63. 4	71. 3	79. 2	87. 1
96	8. 0	16. 0	24. 0	32. 0	40. 0	48. 0	56. 0	64. 0	72. 0	80. 0	88. 0
97	8. 1	16. 2	24. 3	32. 4	40. 5	48. 6	56. 7	64. 8	72. 9	80. 10	88. 11
98	8. 2	16. 4	24. 6	32. 8	40. 10	49. 0	57. 2	65. 4	73. 6	81. 8	89. 10
99	8. 3	16. 6	24. 9	33. 0	41. 3	49. 6	57. 9	66. 0	74. 3	82. 6	90. 9
100	8. 4	16. 8	25. 0	33. 4	41. 8	50. 0	58. 4	66. 8	75. 0	83. 4	91. 8

SCD LYON 1

QUATRIEME METHODE
ET PROBLEME GENERAL.

9. *POur multiplier & pour diviſer des toiſes pieds pouces & lignes par toiſes pieds pouces & lignes.*

b. 55. 9. On réduira de part & d'autre les pieds les pouces & les lignes aux [b] fractions décimales de la toiſe. Et on obſervera enſuitte les régles ordinaires de la multiplication & de la diviſion. Et cette méthode ſervira de la même ſorte, lorſqu'il faudra multiplier ou diviſer des toiſes pieds pouces & lignes, ou des livres ſoûs & deniers par livres ſoûs & deniers. Tout ceci pourra s'éclaircir & ſe fixer par divers éxemples.

PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier 24 toiſes 4 pieds 6 pouces par 9 toiſes 5 pieds 9 pouces. Les 4 pieds d'une part ſont $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe, & les 6 pouces ſont $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ du pied ou du 6e de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{12}$ de la toiſe. Et ajoûtant $\frac{1}{12}$ à $\frac{2}{3}$, on aura la fraction $\frac{3}{4}$, & on la changera dans la fraction décimale $\frac{75}{100}$, laquelle étant ajoûtée aux 24 toiſes donne $\frac{2475}{100}$. Et de l'autre part, les 5 pieds ſont $\frac{5}{6}$ de la toiſe, & les 9 pouces ſont $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ du pied ou du 6e de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{8}$. Si on change donc les $\frac{5}{6}$ dans une fraction décimale approchée $\frac{833}{1000}$, & l'autre $\frac{1}{8}$ dans la décimale $\frac{125}{1000}$; ces deux décimales feront enſemble $\frac{958}{1000}$. Et ſi on y ajoûte les 9 toiſes; on aura $\frac{9958}{1000}$. Et ſon produit par $\frac{2475}{100}$ donnera $\frac{24646050}{100000}$, c'eſt-à-dire 246 toiſes & $\frac{4605}{10000}$. De ſorte que ſi les toiſes ſont quarrées; la fraction décimale vaudra 36 fois $\frac{4605}{10000}$ ou $\frac{16578}{1000}$, c'eſt-à-dire environ 17 pieds quarrez. Et ſi les toiſes étoient cubiques; elle vaudroit 216 fois $\frac{4605}{10000}$ ou $\frac{99468}{1000}$, c'eſt-à-dire un peu plus de 99 ou preſque 100 pouces cubiques, pour faire un conte rond.

Multiplier 24 *toiſes* 4 *pieds* 6 *pouces* ✕ 2 4 | 7 5
par 9 *toiſes* 5 *pieds* 9 *pouces* ✕ 9 | 9 5 8
Produit 2 4 6 | 4 6 0 5 0.

SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier 16 toiſes 4 pieds 6 pouces par 49 livres 17 ſoûs 9 deniers. On réduira d'une part 4 pieds 6 pouces à la fraction décimale

$\frac{75}{100}$, & de l'autre part 17 sous ou $\frac{17}{20}$ d'une livre à la fraction décimale $\frac{85}{100}$, & 9 deniers ou $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un sou, c'est-à-dire $\frac{3}{4}$ du 20e ou $\frac{3}{80}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{375}{10000}$. De sorte qu'ajoûtant d'une part 16 à $\frac{75}{100}$, & de l'autre 49 aux deux fractions ensemble $\frac{85}{100}$ & $\frac{375}{10000}$ ou à leur somme $\frac{8875}{10000}$, on trouvera $\frac{1675}{100}$ & $\frac{498875}{10000}$; & leur produit $\frac{835615625}{1000000}$ vaudra 835 livres & $\frac{6}{10}$ ou 12 sous plus 12 fois 20 fois ou 240 fois $\frac{15625}{1000000}$ d'un denier, c'est-à-dire $\frac{375}{100}$ ou 4 deniers moins $\frac{1}{4}$. Les dénominateurs des fractions décimales que je mets ici ne sont point nécessaires; & je ne m'en sers que pour présenter à l'œil & à l'imagination les preuves sensibles & naturelles des régles. On abbrége souvent l'application même des régles par le moyen des aliquotes. On peut voir toutes les maniéres aisées que Monsieur De la Londe propose, & dont il se sert avec beaucoup d'adresse dans son *Arithmétique de l'Ingénieur François.*

Multiplier 16 *toises* 4 *pieds* 6 *pouces* ✕ 16|75
par 49 *livres* 17 *sous* 9 *den.* ✕ 49|8875
Produit 835|615625.

Troisieme exemple.

Si une personne avec 25 livres fait un gain de 17 livres 18 sous 6 deniers; quel gain doit faire à proportion un de ses associez avec 115 livres 10 sous 3 deniers? Pour résoûdre la question, on réduira d'une part les 18 sous à la fraction décimale $\frac{9}{10}$, & les 6 deniers ou $\frac{1}{2}$ du 20e ou $\frac{1}{40}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{25}{1000}$; de sorte que 17 livres 18 sous 6 deniers vaudront $\frac{17925}{1000}$ de la livre. Et de l'autre part on réduira 10 sous ou $\frac{1}{2}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{50}{100}$, & 3 deniers ou $\frac{1}{4}$ du sou ou du 20e de la livre, c'est-à-dire $\frac{1}{80}$ à la fraction décimale $\frac{125}{10000}$. Et ainsi les 115 livres 10 sous 3 deniers vaudront $\frac{1155125}{10000}$. Si donc on divise cette même valeur par les 25 livres, & qu'on multiplie l'exposant $\frac{46205}{10000}$ par la valeur précédente $\frac{17925}{1000}$; le produit $\frac{828224625}{10000000}$ vaudra 82 livres & $\frac{8}{10}$ ou 16 sous, & un peu plus de $\frac{2}{100}$, qui étant pris 240 fois donneront $\frac{480}{100}$ d'un denier, c'est-à-dire environ 5 deniers.

25 *livres.* 17 *livres* 18 *sous* 6 *deniers* :: 115 *livres* 10 *sous* 3 *deniers.* ?
25 *livres.* 17|925 :: 115|5125 82|8224625.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer 457 toiſes 5 pieds de 6 à la toiſe 3 pouces 9 lignes par 81 toiſes 5 pieds 9 pouces. On réduira d'une part les 5 pieds ou $\frac{5}{6}$ de la toiſe à la fraction décimale $\frac{83334}{100000}$, & les 3 pouces ou $\frac{1}{4}$ du 6e ou $\frac{1}{24}$ à la fraction $\frac{4166}{100000}$, & les 9 lignes ou $\frac{3}{4}$ du pouce ou du 12e du pied ou du 12e du 6e de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{96}$ de la toiſe à la fraction $\frac{1041}{100000}$. De ſorte que les 457 toiſes 5 pieds 3 pouces 9 lignes vaudront $\frac{45788541}{100000}$. Et de l'autre part on réduira encore les 5 pieds à la fraction $\frac{833}{1000}$, & 9 pouces ou $\frac{3}{4}$ du pied ou du 6e de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{8}$ de la toiſe à la fraction $\frac{125}{1000}$. Et alors les 81 toiſes 5 pieds 9 pouces vaudront $\frac{81958}{1000}$. Si donc on diviſe $\frac{45788542}{100000}$ par $\frac{81958}{1000}$; l'expoſant $\frac{558}{100}$ vaudra 5 toiſes & $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire 3 pieds de 6 pieds à la toiſe, & $\frac{8}{100}$ d'une toiſe ou 6 fois $\frac{8}{100}$ du pied, ou 72 fois $\frac{8}{100}$ du pouce, ce qui vaut $\frac{576}{100}$ ou un peu moins de 6 pouces.

Diviſer 457 *toiſes* 5 *pieds* 3 *pouces* 9 *lignes* ∞ 457|88541 *par* 81 *toiſes* 5 *pieds* 9 *pouces* 0 *lignes* ∞ 81|958. $\frac{45788541}{81958}$ ∞ 5|58 *expoſant.*

CINQUIEME EXEMPLE.

Si 1 toiſe 4 pieds 3 pouces reviennent à 28 livres, à combien reviendront 81 toiſes 5 pieds 9 pouces? Pour réſoudre la queſtion, on réduira 4 pieds ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe à la fraction décimale $\frac{666}{1000}$, & 3 pouces à la décimale $\frac{41}{1000}$, & on ajoûtera $\frac{1}{1000}$, à cauſe des reſtes qui en valent $\frac{4}{3}$. De ſorte que la grandeur 1 toiſe 4 pieds 3 pouces ſera réduitte à cette expreſſion $\frac{1708}{1000}$. Et les 81 toiſes 5 pieds 9 pouces ſeront réduittes de la même ſorte à l'expreſſion $\frac{81958}{1000}$. Les trois premiers termes d'une proportion droitte ſeront donc $\frac{1708}{1000}$. 28 :: $\frac{81958}{1000}$. ? Et par conſéquent on aura le quatriéme, en multipliant le ſecond par le troiſiéme, & diviſant enſuitte le produit par le premier; ou plûtôt afin d'abbréger, en diviſant le ſecond 28 par le premier $\frac{1708}{1000}$, & multipliant l'expoſant $\frac{1000}{61}$ par le troiſiéme $\frac{81958}{1000}$; ce qui eſt facile, en diviſant ſimplement 81958 par 61. Et le quatriéme terme $1343\frac{35}{61}$ vaudra 1343 livres 11 ſoûs & preſque 10 deniers. Cette méthode n'eſt pas ſi éxacte que celle des fractions, quoiqu'elle ſoit plus facile en

SCD LYON 1

plusieurs rencontres. Car par les fractions 1 toise 4 pieds 3 pouces valent $1\frac{17}{24}$ ou $\frac{41}{24}$ d'une toise. Et 81 toises 5 pieds 9 pouces valent $81\frac{23}{24}$ ou $\frac{1967}{24}$. De sorte que les trois premiers termes de la proportion droitte seront $\frac{41}{24}$. $28 :: \frac{1967}{24}$. ? Et le quatriéme $1343\frac{13}{41}$ vaut seulement 1343 livres 6 sous & un peu plus de 4 deniers.

1 toise 4 pieds 3 pouces. 28 livres :: 81 toises 5 pieds 9 pouces. ?

1|708. 28 :: 81|958. $1343\frac{35}{61}$.

Sixieme exemple.

Si 4 livres 13 sous 7 deniers sont la redevance annuelle de 196 livres 3 sous 1 denier; de combien est-ce sur le même pied que 89 livres 10 sous 5 deniers seront la redevance? Pour résoudre la question, on réduira la premiére somme à la dénomination décimale $\frac{4629}{1000}$, & la seconde à la décimale $\frac{19615416}{100000}$, & la troisiéme à la décimale $\frac{8952}{100}$. Aprés cela on divisera le second terme $\frac{19615416}{100000}$ par le premier $\frac{4629}{1000}$, & on multipliera l'exposant $\frac{4237}{100}$ par le troisiéme $\frac{8952}{100}$; & le produit $\frac{37929624}{10000}$ qui résoût la question, vaudra 3792 livres $\frac{9}{10}$ ou 18 sous & $\frac{6}{100}$ ou un peu plus d'un sou. De sorte que la seconde redevance viendra de la somme de 3792 livres 19 sous 2 deniers.

4 livres 19 sous 7 deniers. 196 livres 3 sous 1 denier :: 89 livres 10 sous 5 deniers. ?

4|629. 196|15416 :: 89|52. 3792|9624.

PREMIERE TABLE

propre à réduire les pieds ou 6es de toise les pouces & les lignes aux fractions décimales de la toise.

Pouces	Pieds. 0	1	2	3	4	5	Lignes	Fractions
0	0.00000	0.16666	0.33333	0.50000	0.66666	0.83333	0	0.00000
1	0.01388	0.18055	0.34722	0.51388	0.68055	0.84722	1	0.00115
2	0.02777	0.19444	0.36111	0.52777	0.69444	0.86111	2	0.00231
3	0.04166	0.20833	0.37500	0.54166	0.70833	0.87500	3	0.00347
4	0.05555	0.22222	0.38888	0.55555	0.72222	0.88888	4	0.00462
5	0.06944	0.23611	0.40277	0.56944	0.73611	0.90277	5	0.00578
6	0.08333	0.25000	0.41666	0.58333	0.75000	0.91666	6	0.00694
7	0.09722	0.26388	0.43055	0.59722	0.76388	0.93055	7	0.00810
8	0.11111	0.27777	0.44444	0.61111	0.77777	0.94444	8	0.00925
9	0.12500	0.29166	0.45833	0.62500	0.79166	0.95833	9	0.01041
10	0.13888	0.30555	0.47222	0.63888	0.80555	0.97222	10	0.01157
11	0.15277	0.31944	0.48611	0.65277	0.81944	0.98611	11	0.01273

SCD LYON 1

SECONDE TABLE

propre à réduire les pouces & les lignes aux fractions décimales du pied.

Lignes	Pouces. 0	1	2	3	4	5
0	0.00000	0.08333	0.16666	0.25000	0.33333	0.41666
1	0.00694	0.09027	0.17361	0.25694	0.34027	0.42361
2	0.01388	0.09722	0.18055	0.26388	0.34722	0.43055
3	0.02083	0.10416	0.18750	0.27083	0.35416	0.43750
4	0.02777	0.11111	0.19444	0.27777	0.36111	0.44444
5	0.03472	0.11805	0.20138	0.28472	0.36805	0.45138
6	0.04166	0.12500	0.20833	0.29166	0.37500	0.45833
7	0.04861	0.13194	0.21527	0.29861	0.38194	0.46527
8	0.05555	0.13888	0.22222	0.30555	0.38888	0.47222
9	0.06250	0.14583	0.22916	0.31250	0.39583	0.47916
10	0.06944	0.15277	0.23611	0.31944	0.40277	0.48611
11	0.07638	0.15972	0.24305	0.32638	0.40972	0.49305

TROISIEME TABLE

propre à réduire les sous & les deniers aux fractions décimales de la livre.

Sous	Deniers. 0	1	2	3	4	5
0	0.00000	0.00416	0.00833	0.01250	0.01666	0.02083
1	0.05000	0.05416	0.05833	0.06250	0.06666	0.07083
2	0.10000	0.10416	0.10833	0.11250	0.11666	0.12083
3	0.15000	0.15416	0.15833	0.16250	0.16666	0.17083
4	0.20000	0.20416	0.20833	0.21250	0.21666	0.22083
5	0.25000	0.25416	0.25833	0.26250	0.26666	0.27083
6	0.30000	0.30416	0.30833	0.31250	0.31666	0.32083
7	0.35000	0.35416	0.35833	0.36250	0.36666	0.37083
8	0.40000	0.40416	0.40833	0.41250	0.41666	0.42083
9	0.45000	0.45416	0.45833	0.46250	0.46666	0.47083
10	0.50000	0.50416	0.50833	0.51250	0.51666	0.52083
11	0.55000	0.55416	0.55833	0.56250	0.56666	0.57083
12	0.60000	0.60416	0.60833	0.61250	0.61666	0.62083
13	0.65000	0.65416	0.65833	0.66250	0.66666	0.67083
14	0.70000	0.70416	0.70833	0.71250	0.71666	0.72083
15	0.75000	0.75416	0.75833	0.76250	0.76666	0.77083
16	0.80000	0.80416	0.80833	0.81250	0.81666	0.82083
17	0.85000	0.85416	0.85833	0.86250	0.86666	0.87083
18	0.90000	0.90416	0.90833	0.91250	0.91666	0.92083
19	0.95000	0.95416	0.95833	0.96250	0.96666	0.97083

SCD LYON 1

SECONDE TABLE

propre à réduire les pouces & les lignes aux fractions décimales du pied.

Lignes	Pouces. 6	7	8	9	10	11
0	0.50000	0.58333	0.66666	0.75000	0.83333	0.91666
1	0.50694	0.59027	0.67361	0.75694	0.84027	0.92361
2	0.51388	0.59722	0.68055	0.76388	0.84722	0.93055
3	0.52083	0.60416	0.68750	0.77083	0.85416	0.93750
4	0.52777	0.61111	0.69444	0.77777	0.86111	0.94444
5	0.53472	0.61805	0.70138	0.78472	0.86805	0.95138
6	0.54166	0.62500	0.70833	0.79166	0.87500	0.95833
7	0.54861	0.63194	0.71527	0.79861	0.88194	0.96527
8	0.55555	0.63888	0.72222	0.80555	0.88888	0.97222
9	0.56250	0.64583	0.72916	0.81250	0.89583	0.97916
10	0.56944	0.65277	0.73611	0.81944	0.90277	0.98611
11	0.57638	0.65972	0.74305	0.82638	0.90972	0.99305

TROISIEME TABLE

propre à réduire les sous & les deniers aux fractions décimales de la livre.

Sous	Deniers 6	7	8	9	10	11
0	0.02500	0.02916	0.03333	0.03750	0.04166	0.04583
1	0.07500	0.07916	0.08333	0.08750	0.09166	0.09583
2	0.12500	0.12916	0.13333	0.13750	0.14166	0.14583
3	0.17500	0.17916	0.18333	0.18750	0.19166	0.19583
4	0.22500	0.22916	0.23333	0.23750	0.24166	0.24583
5	0.27500	0.27916	0.28333	0.28750	0.29166	0.29583
6	0.32500	0.32916	0.33333	0.33750	0.34166	0.34583
7	0.37500	0.37916	0.38333	0.38750	0.39166	0.39583
8	0.42500	0.42916	0.43333	0.43750	0.44166	0.44583
9	0.47500	0.47916	0.48333	0.48750	0.49166	0.49583
10	0.52500	0.52916	0.53333	0.53750	0.54166	0.54583
11	0.57500	0.57916	0.58333	0.58750	0.59166	0.59583
12	0.62500	0.62916	0.63333	0.63750	0.64166	0.64583
13	0.67500	0.67916	0.68333	0.68750	0.69166	0.69583
14	0.72500	0.72916	0.73333	0.73750	0.74166	0.74583
15	0.77500	0.77916	0.78333	0.78750	0.79166	0.79583
16	0.82500	0.82916	0.83333	0.83750	0.84166	0.84583
17	0.87500	0.87916	0.88333	0.88750	0.89166	0.89583
18	0.92500	0.92916	0.93333	0.93750	0.94166	0.94583
19	0.97500	0.97916	0.98333	0.98750	0.99166	0.99583

SCD LYON 1

METHODE PLUS EXACTE POUR LES DIVISIONS DU TOISE'.

10. *POur diviſer des toiſes pieds pouces lignes & points par toiſes pieds pouces lignes & points, en ſuppoſant toûjours les pieds des ſix à la toiſe.*

On doublera de part & d'autre les pieds les pouces les lignes & les points, & on diſpoſera d'abord comme à l'ordinaire les eſpêces par leſquelles on diviſe ſous celles que l'on veut diviſer. Enſuitte on conſidérera combien de fois les toiſes ſont dans les toiſes, & on écrira ſous les diverſes eſpêces un produit du diviſeur entier par l'expoſant qu'on aura découvert, & on ôtera toutes les eſpêces du produit de celles qu'on diviſe.

On avancera enſuitte toutes les eſpêces du diviſeur d'un rang vers la droitte ſous les eſpêces qu'on diviſe, ou ſous celles du reſte qui leur répondent, & on réitérera la diviſion comme auparavant. Et on aura ſoin de parcourir tous les rangs de la même ſorte, à peu prés comme dans les diviſions ordinaires, ou comme dans les diviſions des grandeurs complêxes. Et à la fin la ſomme entiére des divers expoſans qu'on aura ſucceſſivement découverts réſoûdra la queſtion. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer 457 toiſes 5 pieds 3 pouces 9 lignes par 81 toiſes 5 pieds 9 pouces. J'écris d'une part 457 toiſes 10 demi-pieds 7 demi-pouces 6 demies-lignes, & de l'autre 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces. Je diviſe enſuitte 457 toiſes par 81 toiſes. Et je multiplie l'expoſant 5 par 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces, ce qui donne un produit de 409 toiſes 9 demi-pieds 6 demi-pouces, que j'ôte des 457 toiſes 10 demi-pieds 7 demi-pouces 6 demies-lignes. Et il reſte 48 toiſes 1 demi-pied 1 demi-pouce & 6 demies-lignes, ſous qui j'avance le diviſeur d'un rang vers la droit-

+ 457	*toiſes* 10	*demi-pieds* 7	*demi-pouces* 6	*demies-lignes*		
	81 *toiſes* 11	*demi-pieds* 6	*demi-pouces*			
— 409	9	6	0			
+ 48	1	1	6			
Diviſeur 81		11	6			
— 573		8	6			
	+ 3	5	0	0	0	
	Diviſeur 81		11	6		
		Diviſeur 81	11	6		
		— 491	9	0		
	Dernier reſte	+ 0	3	0		

Expoſant { 5 *toiſes* 7 *demi-pieds* 0 *demi-pouce* 6 *demies-lignes*
{ *Ou* 5 *toiſes* 3 *pieds* 6 *pouces* 3 *lignes*

te.

te. Et je dis : 48 toises ou 12 fois 48 demi-pieds font 576, auſquels ajoûtant 1 qui ſe trouve au rang des demi-pieds, la ſomme eſt 577, que je diviſe par 81, & je multiplie l'expoſant approché 7 par le diviſeur 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces ; & je diſpoſe le produit 573 demi-pieds 8 demi-pouces 6 demies-lignes ſous le reſte, dont je le dois encore retrancher, ce qui laiſſe un nouveau reſte de 3 demi-pieds & 5 demi-pouces ou de 492 demies-lignes, qui fourniront encore par la diviſion un expoſant de 6 demies-lignes ; &c.

SECOND EXEMPLE.

Pour diviſer 81 toiſes 5 pieds 9 pouces par 1 toiſe 4 pieds 3 pouces. J'écris d'une part 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces, & de l'autre 1 toiſe 8 demi-pieds 6 demi-pouces, & pour une plus grande commodité je marque les demi-pieds ou les 12es de la toiſe par le caractére ′, & les demi-pouces ou les 144es de la toiſe par le caractére ″, & les demies-lignes par le caractére ‴, & ainſi du reſte juſques où l'on voudra, comme ſi c'étoient des fractions aſtronomiques, me ſouvenant néanmoins toûjours que chaque unité d'un rang en vaut 12 au plus proche à droitte, ou que 12 d'un rang valent ſeulement 1 au plus proche à gauche.

Les grandeurs étant donc ainſi écrites & diſpoſées ſelon leurs rangs les unes ſous les autres, je diviſe 81 toiſes par 1 toiſe. Mais parceque l'expoſant 81 eſt trop grand de beaucoup, & qu'il y auroit trop de peine à tenter juſques où on doit deſcendre ; pour en juger aiſément tout d'un coup, je jette les yeux ſur 8′ qui valent $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe, & j'ajoûte 1 ou $\frac{3}{3}$ à $\frac{2}{3}$, ce qui donne $\frac{5}{3}$ par qui je diviſe les 81 toiſes. D'où je tire un expoſant approché 48. C'eſt pourquoi je multiplie tout le diviſeur 1 toiſe 8′ 6″ par 48 toiſes, & comme le produit vaut au juſte 82 toiſes qui ne ſurpaſſent les 81 toiſes 11′ 6″ que des 6″, je reconnois déja que 48 toiſes peuvent être un expoſant aſſez juſte de la diviſion.

Diviſer 81 *toiſes* 11′ 6″ ⟨ *Expoſant approché*
par 1 *toiſe* 8′ 6″ ⟩ 48 *toiſes*

\+ 82 *toiſes* 0′ 0″ ∞ 48 *fois* 1 *toiſe* 8′ 6″
— 81 *toiſes* 11′ 6″

Reſte 0 *toiſe* 0′ 6″

Mais afin d'en approcher encore de plus prés, je prens ſeulement 47 toiſes pour premier expoſant, & je multiplie le diviſeur par 47 toiſes, & je retranche le produit 80 toiſes 3′ 6″ des 81 toiſes 11′ 6″, ce qui laiſſe pour reſte 1 toiſe 8′ 0″. *Voyez la page ſuivante.*

J'avance donc alors le diviſeur d'un rang vers la droitte, & je dis : 1 toiſe 8′ valent 20″ que je diviſe par $\frac{5}{3}$, pour deſcendre d'abord, comme dans l'opération précédente, juſques où il eſt à peu prés néceſſaire. Et parceque l'expoſant eſt 12′ qui vaut 1 toiſe, je prens ſeulement 11′, & je multiplie le diviſeur par ce même expoſant 11′, & je retranche le produit 18′ 9″ 6‴ du reſte 1 toiſe 8′, ce qui laiſſe encore pour reſte 1′ 2″ 6‴.

J'avance donc de nouveau le diviſeur d'un rang, & je dis : 1′ 2″ va-

lent $14''$ que je diviſe auſſi par $\frac{5}{3}$ comme aux deux opérations précédentes, & pour de ſemblables raiſons. J'écris l'expoſant approché $8''$ au demi-cercle, & je le multiplie par le diviſeur, & j'ôte le produit $13''\ 8'''$ du reſte $1'\ 2''\ 6'''$, ce qui laiſſe un nouveau reſte de $10'''$.

J'avance donc le diviſeur d'un rang, & je diviſe $10'''$ par $\frac{5}{3}$ comme auparavant; l'expoſant eſt $6'''$; mais ſon produit par le diviſeur 1 toiſe $8'\ 6''$ eſt $10'''\ 3^{IV}$ qui ſurpaſſe le reſte $10'''$. De ſorte que l'expoſant $6'''$ eſt trop grand, ce qui m'engage à n'écrire au demi-cercle que $5'''$. Je multiplie alors le diviſeur par l'expoſant $5'''$, & j'ôte le produit $8'''\ 6^{IV}\ 6^{V}$ du reſte $10'''$, ce qui laiſſe encore pour reſte $1'''\ 5^{IV}\ 6^{V}$.

J'avance donc encore le diviſeur d'un rang, & je dis : $1'''\ 5^{IV}$ valent 17^{IV} que je diviſe par $\frac{5}{3}$, & je multiplie l'expoſant approché 10^{IV} par le diviſeur, & j'ôte le produit $17^{IV}\ 1^{V}$ du reſte $1'''\ 5^{IV}\ 6^{V}$, ce qui laiſſe un nouveau reſte de 5^{V}. Et on peut continuer l'opération juſques où l'on voudra.

Diviſer — 81 *toiſes* $11'$ $6''$
par 1 *toiſe* $8'$ ϕ''
— 80 *toiſes* $3'$ $6''$
1er *reſte* — 1 *toiſe* $8'$ $0''$ $0'''$
Diviſeur 1 *toiſe* $8'$ ϕ''
— $18'$ $9''$ $6'''$
2d *reſte* — $1'$ $2''$ $6'''$ 0^{IV}
Diviſeur 1 *toiſe* $8'$ ϕ''
— $13''$ $8'''$ 0^{IV}
3e *reſte* — $10'''$ 0^{IV} 0^{V}
Diviſeur 1 *toiſe* $8'$ ϕ''
Produit trop grand — $1\phi'''$ 3^{IV} ϕ^{V}
— $8'''$ 6^{IV} 6^{V}
4e *reſte* — $1'''$ 5^{IV} 6^{V} 0^{VI}
1 *toiſe* $8'$ ϕ''
17^{IV} 1^{V} 0^{VI}
5e *reſte* — 5^{V} 0^{VI} &c.

Expoſant approché
47 *toiſes* $11'\ 8''\ 5'''\ 10^{IV}$
ou
47 *toiſes* 5 *pieds* 10 *pouces* 2 *lignes* 11 *points.*

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée d'un plan de 62 toiſes $4'\ 1''\ 6'''\ 9^{IV}$. On pourra multiplier $6'''$ par 12, & $1''$ par 144, & $4'$ par 1728, & 62 toiſes par 20736, & aprés avoir raſſemblé tous les divers produits avec 9^{IV}, on cherchera la racine quarrée de la ſomme entiére, & on réduira enſuitte cette même racine aux eſpéces ordinaires. Ou s'il eſt plus commode, on la pourra tirer en cette ſorte.

On dira : le plus grand quarré renfermé dans 62 toiſes, eſt 49 toiſes, & ſa racine vaut 7 toiſes, qu'on doit écrire au demi-cercle. On ôtera enſuitte 49 de 62, ce qui laiſſera un reſte de 13 toiſes. On diviſera enſuitte

13 toises 4′ ou 160′ par le double des 7 toises ou par 14 toises, & l'exposant 11′ sera multiplié par 14 toises, & par 11′: & parceque le produit 154′ 121″ ou 164′ 1″ surpasse 160′, on sçaura que l'exposant 11′ est trop grand. On prendra donc 10′ pour exposant, & l'ayant multiplié par 14 toises 10′, on ôtera le produit 140′ 100″ de 13 toises 4′ 1″ ou de 160′ 1″, ce qui donnera pour reste 11′ 9″. Et on écrira l'exposant 10′ au demi-cercle. On doublera ensuitte 7 toises 10′ qui sont au demi-cercle, & on divisera par 15 toises 8′ le reste 11′ 9″ 6‴, ou simplement 11′ 9″ ou 141″ par 15 toises, ce qui donnera un exposant de 9″. On multipliera donc le diviseur 15 toises 8′ & l'exposant 9″ par le même exposant 9″, & on ôtera les produits 11′ 9″ & 6‴ 9ᴵⱽ du reste 11′ 9″ 6‴ 9ᴵⱽ. Ce qui ne laissera aucun reste. C'est pourquoi on ajoûtera 9″ au demi-cercle, & on y trouvera la racine quarrée 7 toises 10′ 9″, qui résoût au juste la question.

De 62 *toises* 4′ 1″ 6‴ 9ᴵⱽ
ôter 49

Du 1ᵉʳ *reste* 13 *toises* 4′ 1″ ✕ 160′ 1″

1ᵉʳ *diviseur* 14 *toises*
ôter 140′ 100″ ✕ 148′ 4″

Du 2ᵈ *reste* 11′ 9″ 6‴ 9ᴵⱽ ✕ 141″ 6‴ 9ᴵⱽ
2ᵈ *diviseur* 15 *toises* 8′
ôter 11′ 9″ 6‴ 9ᴵⱽ

Racine juste
7 *toises* 10′ 9″
ou 7 *toises* 5 *pieds* 4 *pouces* 6 *lignes.*

Quatrieme exemple.

On trouvera de la même sorte que la racine quarrée de 111 toises 5′ 5″ 8‴ 8ᴵⱽ 0ⱽ 9ⱽᴵ est 10 toises 6′ 8″ 3‴, ou 10 toises 3 pieds 4 pouces 1 ligne 6 points. Et lorsqu'on ne pourra découvrir au juste les racines, on en pourra toûjours approcher par cette méthode de si prés qu'on voudra. De sorte qu'il ne reste plus rien, ce me semble, à désirer sur cette matiére. Car on voit assez qu'on peut encore étendre les mêmes principes à l'extraction des racines cubiques, & à la résolution des autres puissances plus élevées.

De 111 *toises* 5′ 5″ 8‴ 8ᴵⱽ 0ⱽ 9ⱽᴵ
ôter 100 *toises*

Du 1ᵉʳ *reste* 11 *toises* 5′ ✕ 137′
1ᵉʳ *diviseur* 20 *toises*
ôter 10 *toises* 3′ ✕ 123′

Du 2ᵈ *reste* 1 *toise* 2′ 5″ 8‴ 8ᴵⱽ 0ⱽ 9ⱽᴵ
2ᵈ *diviseur* 21 *toises* 0′
ôter 168″ 5‴ 4ᴵⱽ

Du 3ᵉ *reste* 5″ 3‴ 4ᴵⱽ 0ⱽ 9ⱽᴵ
3ᵉ *diviseur* 21 *toises* 1′ 4‴
ôter 5″ 3‴ 4ᴵⱽ 0ⱽ 9ⱽᴵ
0 0 0 0 0

Expoſant juſte
10 *toises* 6′ 8″ 3‴
ou
10 *toises* 3 *pieds* 4 *pouces* 1 *ligne* 6 *points.*

SCD LYON 1

DES FRACTIONS ASTRONOMIQUES.

ON ſçait déja que le cercle eſt diviſé en 360 degrez, & chaque degré en 60 minutes ou premiéres, & chaque minute en 60 ſecondes, & chaque ſeconde en 60 troiſiémes, &c. Et on marque ſimplement les degrez par la lettre *d*, & les minutes par le caractére $'$, & les ſecondes par le caractére $''$, & les troiſiémes par le caractére $'''$. Et ainſi du reſte, comme on l'a déja dit ailleurs.

Il n'eſt pas difficile d'ajoûter les unes aux autres ces ſortes de fractions, ni d'ôter les unes des autres, en obſervant toûjours avec ſoin que les unitez d'un rang doivent en valoir 60 au plus proche à droitte, & que 60 dans un rang valent ſeulement 1 au plus proche à gauche. Ce qui ſert encore pour les multiplications & pour les diviſions, dont nous devons expliquer les régles en peu de mots. Et ſi on veut changer le mot de degré en celuy d'heure, tout ce que nous aurons dit pourra s'appliquer au temps.

II PROBLEME.

11. *POur multiplier les fractions aſtronomiques les unes par les autres.*

On diſpoſe par ordre chaque eſpêce en ſon rang; les degrez ſous les degrez, les minutes ſous les minutes, les ſecondes ſous les ſecondes, & ainſi du reſte. Et enſuitte on multiplie chaque partie d'une part par chaque partie de l'autre dans le même ordre & ſelon les mêmes régles que
b. 7. celles [b] du toiſé expliquées dans le 7[e] article. Et toutes choſes ſe démontrent auſſi de la même ſorte; mais il faut prendre un dénominateur 60 au lieu du dénominateur 12 qui ſert dans le toiſé.

EXEMPLE.

Pour multiplier 2 degrez $5'\ 10''\ 4'''$ par 6 degrez $3'\ 8''\ 7'''$. On écrira par ordre l'une des grandeurs ſous l'autre, en ſorte que les eſpêces ſemblables ſe répondent. Et tout le reſte s'achêvera facilement enſuitte, comme on le voit ici dans le figuré. Lorſqu'on y multiplie $8''$ par $10''$, le produit 80^{IV} vaut 1 fois 60^{IV} plus 20^{IV} ou $1'''\ 20^{IV}$. Et lorſqu'on multiplie $7'''$ par $10''$ le produit 70^{V} vaut $1^{IV}\ 10^{V}$.

Multiplier 2 *degrez*	$5'$	$10''$	$4'''$				
par 6 *degrez*	$3'$	$8''$	$7'''$				
12 *degrez*	$31'$	$0'$	$24'''$				
	$6'$	$15''$	$30'''$	12^{IV}			
		$16''$	$41'''$	20^{IV}	32^{V}		
			$14'''$	36^{IV}	10^{V}	28^{VI}	
Produit 12 *degrez*	$37'$	$32''$	$50'''$	8^{IV}	42^{V}	28^{VI}	

SCD LYON 1

III PROBLEME.

12. *Pour diviſer les fractions aſtronomiques les unes par les autres.*

On ſuivra les mêmes régles qu'on a déja preſcrites pour les diviſions du toiſé, ſe ſouvenant toûjours des valeurs des eſpêces, dont les unitez ſont une progreſſion où le 1er terme eſt 60 à l'égard du ſecond qui eſt 1. Les preuves ſont les mêmes que celles du toiſé. Et les unes & les autres ſont une ſuitte naturelle de la multiplication. On dira auſſi la même choſe de l'extraction des racines quarrées, ou cubiques, ou autres.

Exemple.

Pour diviſer 12 heures $37' 32'' 50''' 8^{IV} 42^{V} 28^{VI}$ par 6 heures $3' 8'' 7'''$. On les diſpoſera d'abord comme à l'ordinaire. Et on dira 12 heures diviſées par 6 heures, l'expoſant eſt 2, par lequel on multipliera tout le diviſeur. Et le produit ſera retranché de 12 heures $37' 32''$. On écrira enſuitte l'expoſant 2 heures au demi-cercle. Et on avancera le diviſeur d'un rang vers la droitte au deſſous du reſte.

On dira donc alors: l'expoſant de $31'$ diviſées par 6 heures eſt $5'$. On multipliera le diviſeur par $5'$, & le produit $30' 15'' 40''' 35^{IV}$ ſera retranché du reſte $31' 16'' 36''' 8^{IV}$. Et on écrira $5'$ au demi-cercle.

On avancera de nouveau le diviſeur d'un rang, & on dira: $1' 0''$ ou $60''$ diviſées par 6 donnent $10''$ pour expoſant. On multipliera le diviſeur par $10''$, & le produit $1' 0'' 31''' 21^{IV} 10^{V}$ ſera retranché du reſte $1' 0'' 55''' 33^{IV} 42^{V}$. Et on écrira $10''$ au demi-cercle.

Enfin on avancera encore le diviſeur d'un rang, & on dira: $24'''$ diviſées par 6 donneront $4'''$ pour expoſant. On multipliera le diviſeur par $4'''$, & le produit $24''' 12^{IV} 32^{V} 28^{VI}$ ſera retranché du reſte $24''' 12^{IV} 32^{V} 28^{VI}$, ce qui ne laiſſe aucun reſte. Et ainſi on ajoûtera $4'''$ au demi-cercle. Et on y trouvera un juſte expoſant de 2 heures $5' 10'' 4'''$. Lorſqu'il y a des reſtes, on peut approcher toûjours de la juſte valeur d'auſſi-prés

De 12 heures	$37'$	$32''$	$50'''$	8^{IV}	42^{V}	28^{VI}
Diviſeur 6 heures	$3'$	$8''$	$7'''$			*Expoſant juſte.*
ôter 12 heures	$6'$	$16''$	$14'''$			*2 heures* $5' 10'' 4'''$
Du 1er reſte	$31'$	$16''$	$36'''$	8^{IV}	42^{V}	28^{VI}
Diviſeur 6 heures	$3'$		$8''$	$7'''$		
ôter	$30'$	$15''$	$40'''$	35^{IV}		
Du 2d reſte	$1'$	$0''$	$55'''$	33^{IV}	42^{V}	28^{VI}
Diviſeur 6 heures		$3'$		$8''$	$7'''$	
	$1'$	$0''$	$31'''$	21^{IV}	10^{V}	
Du 3e reſte			$24'''$	12^{IV}	32^{V}	28^{VI}
Diviſeur 6 heures			$3'$	$8''$	$7'''$	
ôter			$24'''$	12^{IV}	32^{V}	28^{VI}
Dernier reſte			0	0	0	0

SCD LYON 1

qu'on voudra, en observant successivement les mêmes régles. Si dans la division de quelques espêces l'exposant est 0, il faut l'écrire selon le rang qui luy doit convenir, pour conserver plus facilement les valeurs des espêces qu'on découvre ensuitte.

On pourroit former des Tables pour faciliter ces deux opérations, de la même sorte que les Tables des pages 384^{c} & 385^{c}. Ceux qui auront le loisir d'y travailler, pourront se contenter d'en faire 12 pages, qui comprendront aux bords extérieurs jusques à 100 degrez, & les colomnes depuis 1 jusques à 60. Mais les Tables des Sinus & des Tangentes, & de leurs Logarithmes, déja toutes formées seront d'un secours incomparablement plus grand, comme on l'enseignera dans son lieu.

DES NOMBRES POLYGONES.

DEFINITIONS.

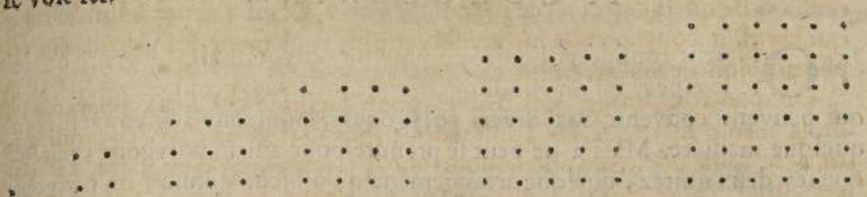
13. ON nommera *nombres polygones* ou de *plusieurs angles*, les diverses sommes des progressions arithmétiques, où le premier terme a est 1, & la différence d tel nombre qu'on voudra.

Il y a divers genres de ces polygones. Car si la différence d, qui regne dans la progression, est 1; cette progression sera la suitte naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Et les diverses sommes de ses termes pris depuis 1 consécutivement formeront les nombres nommez *trigones* ou *triangulaires*. Le premier de ces nombres est 1. Et le second est $1 + 2$ ou 3. Et le troisiéme est $1 + 2 + 3$ ou 6. Et le quatriéme est $1 + 2 + 3 + 4$ ou 10, &c. Ces mêmes nombres sont ceux du second ordre. Et on les nomme trigones ou triangulaires, parceque leurs unitez se peuvent disposer en forme de triangles, où les côtez & les angles sont égaux, en cette sorte.

Et si la différence d de la progression est 2; la progression sera la suitte naturelle des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. Et les sommes différentes des termes pris depuis 1 consécutivement formeront les nombres qu'on nomme *tétragones* ou *quarrez*. Le premier 1 sera le premier quarré. Les deux premiers 1 & 3 formeront le second quarré 4. Les trois premiers 1, 3, 5, formeront le troisiéme quarré 9, & ainsi du reste. Ces mêmes nombres sont appellez quarrez, parce-

SCD LYON 1

que leurs unitez peuvent être disposées en forme de quarré, comme on le voit ici.



Et si la différence est 3 ; la progression sera celle des nombres 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, &c. Et les sommes successives 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, &c, seront les nombres qu'on nomme *pentagones*.

Et si la différence est 4, ou que la progression soit celle des nombres 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, &c ; les sommes successives, 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, &c, seront les nombres qu'on nomme *héxagones*.

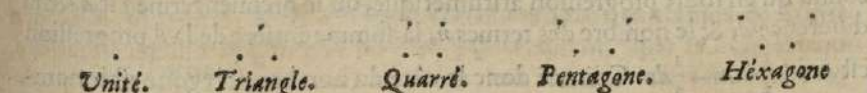
Et les sommes successives des termes de la progression 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, &c, où la différence est 5, formeront les nombres *heptagones* 1, 7, 18, 34, 55, 81, 112, 148, 189, &c.

Et les sommes successives seroient nommées *nombres octogones*, si la différence étoit 6 ; & *décagones*, si la différence étoit 8 ; & *dodécagones*, si elle étoit 10. Et on diroit simplement que les sommes successives sont des nombres de 9, de 10, de 11, de 12 côtez, &c ; si la différence étoit 7, ou 8, ou 9, ou 10, &c.

Et le nombre des termes que renferme une de ces diverses sommes est nommé *côté du polygone*. Comme 5, qui est le côté du nombre triangulaire 15 formé par une somme des cinq termes 1, 2, 3, 4, 5. Et 9 est le côté du nombre quarré 81, formé par une somme des neuf termes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19. Et 8 est le côté du nombre héxagone 120, formé par une somme des 8 termes 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29. De sorte qu'un même nombre peut être quelquefois considéré comme polygone en plusieurs différentes maniéres, selon lesquelles il aura différens côtez. Comme 36, qui est un nombre triangulaire, dont le côté est 8, & un nombre quarré dont le côté est 6 : parcequ'il est une somme des huit termes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ; ou des six, 1, 3, 5, 7, 9, 11.

I COROLLAIRE.

14. TOut nombre entier qui surpasse 2 peut être un polygone, qui aura 2 pour chacun de ses divers côtez. Car les unitez de ce nombre pourront être arrangées dans des éloignemens égaux, en telle sorte qu'elles répréſenteront une figure, qui aura des unitez sur chaque côté, & autant d'angles qu'elle aura de côtez, comme on l'observe ici.



Unité. Triangle. Quarré. Pentagone. Héxagone

SCD Lyon 1 Mathématiques

SCD LYON 1

II COROLLAIRE.

15. ON peut considérer l'unité comme un polygone de tel genre ou de telle espêce qu'on voudra; parceque toutes les propriétez générales qui peuvent convenir aux divers polygones, pourront luy convenir en quelque maniére. Mais 2 ne peut se prendre pour aucun polygone; parceque ses deux unitez, quelque arrangement qu'on leur donne, ne peuvent jamais répréſenter une figure angulaire, ni marquer autre choſe que les extrémitez d'une ligne droitte ou courbe. Et de plus les propriétez générales qui conviennent aux divers polygones, ne peuvent jamais convenir à 2. De ſorte que ce nombre eſt luy ſeul exclus eſſentiellement du rang des nombres polygones.

III COROLLAIRE.

16. UNe des propriétez principales des nombres polygones, c'eſt que le nombre de leurs angles qui eſt encore celuy des côtez, ſurpaſſe toûjours de 2 unitez la différence de la progreſſion. Si les nombres par éxemple ſont triangulaires; la différence de la progreſſion eſt 1, & le nombre des angles eſt 3, qui ſurpaſſe 1 de 2 unitez. Et ſi les nombres ſont quarrez; la différence de la progreſſion eſt 2, & le nombre des angles eſt 4, qui ſurpaſſe 2 de 2 unitez. Et ſi ce ſont des nombres pentagones; la différence eſt 3, & le nombre des angles eſt 5, qui ſurpaſſe 3 de 2 unitez.

IV PROBLEME.

17. *COnnoiſſant le côté d'un nombre polygone, & le nombre des angles ou des côtez, pour trouver le polygone.*

Si on nomme n le côté du polygone, & b le nombre des angles ou des côtez. On prendra un produit $\frac{1}{2}bn - 1n$ du côté n par la moitié du nombre b des angles diminuée de l'unité. Et ajoûtant 2 à ce même produit on ôtera la moitié du nombre b des angles de la ſomme $2 + \frac{1}{2}bn - 1n$. Et le reſte $2 + \frac{1}{2}bn - 1n - \frac{1}{2}b$ ſera enſuitte multiplié par le côté n. Et le produit $2n + \frac{1}{2}bnn - 1nn - \frac{1}{2}bn$ ſera le polygone qu'on vouloit découvrir.

Car tout polygone eſt la ſomme d'une progreſſion arithmétique, où le premier [b] terme a eſt 1, & la différence d vaut moins de 2 unitez que le nombre b des [c] angles. De ſorte que la différence d eſt égale à $b-2$. Or on a reconnu qu'en toute progreſſion arithmétique, où le premier terme eſt a, & la différence d, & le nombre des termes n, la ſomme entiére de la [d] progreſſion eſt $an + \frac{1}{2}dnn - \frac{1}{2}dn$. Comme donc le côté du nombre polygone eſt le nombre

[b. 13.] [c. 16.] [d. 32. 7.]

bre des termes, dont le polygone même comprend la somme entiére, si on substituë pour a sa valeur 1, & pour d sa valeur $b-2$ dans l'expression $an+\frac{1}{2}dnn-\frac{1}{2}dn$, elle sera changée en celle-ci $2n+\frac{1}{2}bnn-1nn-\frac{1}{2}bn$, qui est par conséquent égale au polygone entier que l'on cherche. De sorte qu'on a prescrit ce qu'il falloit faire.

APPLICATION DU PROBLEME AUX DIVERS POLYGONES.

18. SI on vouloit former sur ce modéle général des résolutions plus particuliéres pour chaque espêce des nombres polygones; il faudroit substituer seulement dans l'expression générale le nombre connu des angles, au lieu de la lettre b qui le représente : le nombre 3 par exemple, si l'on cherche un nombre triangulaire; & le nombre 4, si l'on en cherche un quarré; & 5, si c'est un pentagone; & 6 pour l'héxagone; & 12 pour le nombre polygone de 12 angles ou de 12 côtez. Et ainsi des autres. D'où l'on tirera les régles suivantes, qui peuvent être continuées tres-facilement jusques où l'on voudra.

Pour les nombres.

Triangulaires, $\frac{1nn+1n}{2}$. *Quarrez*, $\frac{2nn+0n}{2}$. *Pentagones*, $\frac{3nn-1n}{2}$. *Héxagones*, $\frac{4nn-2n}{2}$. *Heptagones*, $\frac{5nn-3n}{2}$. *Octogones*, $\frac{6nn-4n}{2}$.

EXEMPLE.

Pour trouver le nombre triangulaire, dont le côté est 6; on prendra 6 pour n, & substituant ce nombre dans le modéle $\frac{1nn+1n}{2}$ au lieu de la lettre n, qui le représente, on verra que le nombre triangulaire est 21.

Et si le côté n est 12; le nombre triangulaire $\frac{1nn+1n}{2}$ sera 78, & le quarré $\frac{2nn+0n}{2}$ sera 144, & le pentagone $\frac{3nn-1n}{2}$ sera 210, & l'héxagone $\frac{4nn-2n}{2}$ sera 276, & l'héptagone $\frac{5nn-3n}{2}$ sera 342. Et ainsi des autres.

V PROBLEME.

19. *COnnoissant le polygone, & le nombre des angles; pour trouver le côté.*

Si on ôte 2 du nombre des angles, on aura [b] la différence de la progression arithmétique, dont le nombre polygone [c] comprend la somme entiére. Et le côté qu'on cherche sera le nombre des termes de la progression. De sorte que le problême sera le même [d] que le septiéme du

[b] 16. [c] 13. [d] 33. 7.

ſeptiéme Livre ; & la réſolution ſe pourra former de la même ſorte. Mais parce que cette réſolution n'eſt pas méthodique, & qu'on ne croit pas s'y devoir arrêter ; on en formera une autre au premier Livre de la ſeconde partie de ces nouveaux Elemens dans la queſtion vingtiéme. Si on vouloit expoſer ici par avance le modéle de cette réſolution, dont alors on verra les raiſons à fond ; il ne faudroit que nommer f la ſomme du polygone entier, & b le nombre connu des angles, & prendre pour côté du polygone le nombre $\frac{1b-4+\sqrt{bb-8b+16+8bf-16f}}{2b-4}$. Ceux qui ne voudront pas ſe donner la peine d'aller juſques au lieu de la ſeconde partie, où je viens de renvoyer, pourront ſe contenter de la démonſtration que je vais donner ici.

Demonstration du probleme.

En toute progreſſion arithmétique, comme a, $a+1d$, $a+2d$, $a+3d$, $a+4d$, ſi on prend un quarré $4aa-4ad+1dd$ de l'excez, dont le double du premier terme a ſurpaſſe la différence d de la progreſſion, ou dont la différence d ſurpaſſe 2 fois le premier terme a, & qu'on ajoûte à ce même quarré un produit $40ad+80dd$ de la ſomme entiére $5a+10d$ des termes par 8 fois la différence d ; on formera un quarré $4aa+36ad+81dd$, dont le côté $2a+9d$ comprendra toûjours 2 fois le plus grand terme $a+4d$, plus 1 fois la différence $1d$. Si donc la ſomme f des termes eſt multipliée par $8d$; le produit $8df$ ajoûté au quarré $4aa-4ad+1dd$ donnera $4aa-4ad+1dd+8df$, dont le côté $\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$ vaudra $2a+9d$. Et ainſi ôtant $1d$ de ce même côté, & prenant la moitié du reſte ; on trouvera le plus grand terme $-\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$ de la progreſſion. Et ſi du plus grand terme on ôte le moindre a, & qu'on diviſe le reſte par la différence d ; l'expoſant recevant l'unité fournira enfin le nombre $\frac{1d-2a+\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}}{2d}$, qui ſera[b] celuy des termes de toute la progreſſion dont la ſomme étoit f. C'eſt pourquoi ſi on prend $b-2$, & qu'on ſubſtituë cette[c] valeur pour d qui luy étoit égale, & encore 1 pour a, dans l'expreſſion précédente du nombre connu des termes ; ce même nombre ſera $\frac{1b-4+\sqrt{bb-8b+16+8bf-16f}}{2b-4}$. De ſorte que le problême a preſcrit ce qu'il falloit faire.

b. 30. 7.
c. 13.

APPLICATION DU PROBLEME
POUR LES COTEZ DES DIVERS POLYGONES.

20. Et pour former des régles en particulier, qui puiſſent fournir le côté de chaque eſpéce de polygone ; on mettra dans l'expreſſion générale qu'on vient de découvrir le nombre des angles ou des côtez à la

place de *b*, qui le représente : le nombre 3 par éxemple, si on veut avoir le côté d'un nombre triangulaire ; & 4, si on cherche le côté d'un quarré ; & 5, si c'est celuy d'un pentagone ; & 6, lors qu'on voudra celuy d'un héxagone ; & 15, si c'est celuy d'un nombre à 15 angles. Et ainsi des autres. Ce qui pourra fournir les régles suivantes.

Pour les côtez des nombres

Triangulaires.	*Quarrez.*	*Pentagones.*	*Héxagones.*	*Héptagones.*	*Octogones.*
$\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$.	$\frac{0+\sqrt{0+16f}}{4}$.	$\frac{1+\sqrt{1+24f}}{6}$.	$\frac{2+\sqrt{4+32f}}{8}$.	$\frac{3+\sqrt{9+40f}}{10}$.	$\frac{4+\sqrt{16+48f}}{12}$.

EXEMPLE.

Pour trouver le côté d'un nombre triangulaire 21 ; on prendra 21 pour *f*, & on substituëra ce nombre au lieu de la lettre *f* dans le le modéle $\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$ du côté des nombres triangulaires. Et le nombre 6 que l'on trouvera, résoudra la question.

Et si le nombre triangulaire étoit 1225 ; on trouveroit de la même sorte que son côté est 49. Mais si on considére 1225 comme un nombre quarré ; on trouvera que son côté $\frac{0+\sqrt{0+16f}}{4}$ ou $1\sqrt{f}$ est 35. Et si on le considére comme un héxagone ; le côté $\frac{2+\sqrt{4+32f}}{8}$ sera 25. Et on trouvera de la même sorte que les côtez de 81 considéré comme un quarré & comme un heptagone sont 9 & 6.

I COROLLAIRE.

21. ON peut donc proposer un nombre polygone, sans déterminer son côté ni le nombre des angles. Et s'il falloit découvrir alors l'un & l'autre ; la question pourroit être quelquesfois indéterminée, puis qu'un même nombre peut être quelquesfois considéré comme un polygone en plusieurs maniéres différentes, selon lesquelles il aura différens côtez. Mais les formules précédentes pourroient toûjours servir à trouver ces diverses maniéres. Car le quarré qui aura pour racine le nombre des angles diminué de 4 unitez, ou 4 moins le nombre des angles, recevant un produit du polygone même par 8 fois le nombre des angles diminué de 2 unitez, fournira toûjours un quarré. Et si on ajoûte à la racine du quarré le nombre des angles moins 4, & qu'on divise la somme par le double du nombre des angles diminué de 4 unitez, ou par le double de 4 diminué du nombre des angles ; l'exposant sera un nombre entier.

II COROLLAIRE.

22. C'EST pourquoi ayant proposé un nombre, si on prend le quarré d'un autre moins 4, ou de 4 moins un autre nombre, plus un pro-

duit de celuy qu'on propose par 8 fois l'autre diminué de 2 unitez ; & qu'alors la somme ne soit pas un quarré parfait : ou si on ajoûte à la racine quarrée de la même somme le nouveau nombre moins 4, & qu'en divisant la somme par le double de ce nombre moins 4 ou de 4 moins ce nombre, l'exposant ne soit pas un nombre entier ; le nombre qu'on propose ne peut pas être un polygone, où le nouveau nombre soit celuy des angles ou des côtez.

III COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

23. *Ainsi pour trouver en combien de maniéres un nombre proposé peut être polygone.*

On le nommera *f*. Et on verra successivement & par ordre, en mettant ce nombre pour *f* dans chacune des formules précédentes, celles qui pourront fournir des nombres entiers & commensurables. Mais on ne passera point au delà de la formule qui sert pour le côté des nombres angulaires, où il y a plus d'angles qu'il n'y a d'unitez dans *f*.

Exemple.

Pour trouver en combien de maniéres le nombre 36 peut être angulaire ; je le mets premiérement pour *f* dans la formule $\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$ du côté des nombres triangulaires. Et parce que la valeur 8 est un nombre entier, je conclus déja que 36 est un nombre triangulaire, dont le côté est 8. Je connois ensuite que 36 est un nombre quarré, dont le côté est 6. Mais parce que la valeur du côté des nombres pentagones, ou des héxagones, ou des autres jusques aux nombres de 36 angles, ne peut fournir au juste un nombre entier ; je conclûs que 36 est seulement un nombre triangulaire, dont le côté est 8, ou un quarré dont le côté est 6, ou un nombre de 36 angles ou de 36 côtez, dont le côté est 2. Et je ne passe point au delà du côté $\frac{32+\sqrt{1024+272f}}{68}$ des nombres à 36 angles.

VII PROBLEME.

24. *Si on veut étendre le 5e problême, & trouver le nombre des termes & le dernier de tous d'une progression arithmétique, dont on connoît déja la somme entiére, & le premier terme, & la différence du premier au second.*

Lors qu'on aura pris $1a$ pour le premier terme, & $1d$ pour la différence, & $1f$ pour la somme entiére de la progression arithmétique ; on trouvera en suivant les mêmes raisonnemens qu'au 5e problême, que le dernier & le plus grand terme est $-\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$, & que le nombre de tous les termes est $\frac{1d-2a+\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}}{2d}$.

SCD LYON 1

VIII PROBLEME.

25. *Connoissant la somme entiére d'une progression arithmétique, & le premier terme, & la différence ou l'excez dont le second surpasse le premier; pour trouver la somme des quarrez, ou des cubes, ou de telles autres puissances qu'on voudra des termes.*

On cherchera par la résolution précédente le nombre y des termes, & le dernier z, ou le terme t qui le suit de plus prés. Et prenant a pour le premier terme, & d pour la différence, & $1s$ pour la somme entiére; la somme de tous les quarrez des termes sera $\frac{1t^3 - a^3 - yd^3 - 3dds}{3d}$, comme il paroît clairement [b] par la démonstration du quatriéme théorême du 7[e] Livre. Et si on prend r pour marquer cette somme, on pourra déterminer par [c] le 5[e] théorême de ce même Livre la somme $1q$ des cubes; & enfuitte par [d] le 6[e] théorême la somme $1p$ des 4es puissances, & [d] la somme n des 5es, & [d] l'autre m des 6es. Et ainsi de suite jusques où l'on voudra, en se servant des cellules du rang parallêle, qui convient aux puissances plus hautes d'un degré que celles dont on cherche les sommes.

b. 26. 7.
c. 27. 7.
d. 28. 7.

Résolution générale.

Suppositions. $\left\{\begin{array}{l} 1^{er}\ terme. \\ 1a \propto 2. \end{array}\right.$ *Différence.* $1d \propto 2.$ *Somme.* $s \propto 342.$ $\left\{\begin{array}{l} Nombre. \\ 1y \propto 18. \end{array}\right.$ *Dernier.* $1z \propto 36.$ *Le suivant.* $z+d \propto 1t \propto 38.$

Pour la somme entiére des quarrez. $\S 1r \propto \frac{1t^3 - a^3 - yd^3 - 3dds}{3d} \propto 8436.$

Pour la somme des cubes.

$$\S 1q \propto \frac{1t^4 - a^4 - yd^4 - 4d^3s - 6rdd}{4d} \propto \frac{t^4 - a^4 - yd^4 - 4d^3s - 2dt^3 + 2a^3d + 2d^4y + 6d^3s}{4d}.$$

Pour la somme des 4es puissances.

$$\S 1p \propto \frac{t^5 - a^5 - yd^5 - 5d^4 - 10rd^3 - 10qdd}{5d}.$$

Pour la somme des 5[es] puissances.

$$\S 1n \propto \frac{t^6 - a^6 - yd^6 - 6d^5s - 15rd^4 - 20qd^3 - 15pdd}{6d}.$$

Pour la somme des 6es puissances. *&c.*

$$\S 1m \propto \frac{t^7 - a^7 - yd^7 - 7d^6s - 21rd^5 - 35qd^4 - 35pd^3 - 21ndd}{7d}. \quad \&c.$$

DE L'ARITHMETIQUE DES INFINIS.

26. SI une grandeur est conçeuë comme divisée en plusieurs parties égales, & chaque partie en beaucoup d'autres égales, & chaque nouvelle encore en diverses parties égales, & ainsi de suite sans jamais

s'arrêter juſques à l'infini ; le dernier terme de ces diviſions & ſubdiviſions infinies, auquel pourtant on n'arriveroit jamais, ſeroit le zéro même ; & le plus approchant ſeroit une partie infiniment petite & preſque inſenſible à la raiſon même, puiſque nôtre eſprit n'auroit plus de priſe ſur elle ; comme le point dans la ligne, ou la ligne dans le plan, ou le plan dans le ſolide. Et cette partie toute indiviſible & la plus approchante du rien dans lequel elle rentre & ſe confond, répondroit ce ſemble en quelque ſorte à l'unité ſimple ou indiviſible, & la répréſenteroit comme naturellement. De ſorte que la grandeur diviſée & ſubdiviſée juſques à l'infini, & où la derniére & la plus légére de toutes les parties ſe trouveroit infiniment répétée, répondroit au juſte à un nombre infini, où l'unité naturelle ſeroit répétée de la même ſorte.

C'eſt là-deſſus que doit rouler le corps entier de l'arithmétique nommée des infinis, & tout le ſiſtême de la géométrie des indiviſibles produite au jour par Cavallerius, & toute à la mode aujourd'hui parmi les Géométres ; parce qu'elle coûte moins, & qu'elle épargne du temps & de la peine qu'il faudroit employer, ſi on vouloit s'aſſujettir aux régles un peu ſéveres d'une Géométrie plus éxacte & plus lumineuſe. Car je ne puis douter que les Anciens n'en ayent eü connoiſſance ; mais je croi qu'ils l'ont rejettée comme défectueuſe, & qu'ils n'ont pas voulu s'en ſervir, à cauſe des paralogiſmes où elle engage inſenſiblement, lorſqu'on en fait uſage ſans apporter toutes les précautions néceſſaires.

Meſſieurs Wallis & Boüillaud ont traitté fort ſoigneuſement l'arithmétique des infinis ; mais avec cette différence que Mr Wallis ne prouve ſes propoſitions principales que par induction, quoi qu'il ſoit aiſé de les tirer avec Monſieur Paſchal de la propoſition précédente, dont elles ſont une ſuitte naturelle, comme je l'avois déja inſinué dans mon ancien ouvrage, & comme on le verra clairement dans les propoſitions ſuivantes.

IX PROBLEME.

27. *SI on propoſe une progreſſion arithmétique, qui commence par* 0, *& où tous les termes ſe ſuivent ſelon l'ordre des nombres naturels* 1, 2, 3, 4, 5, *&c ; pour marquer au juſte le rapport qui ſe trouve entre la ſomme entiére des termes & le produit du plus grand de tous par le nombre des termes : ou celuy qui ſe trouve entre la ſomme des quarrez de tous les termes, ou celle de leurs cubes, ou de telles autres puiſſances qu'on voudra, & le produit du plus grand des quarrez, ou des cubes, ou des autres puiſſances par le nombre des termes.*

Si on nomme 1*d* la différence ou le ſecond terme de la progreſſion arithmétique qui commence par 0, & *z*d le dernier des termes ; les expoſans de ces mêmes termes fourniront une progreſſion arithmétique, où le premier terme ſera encore 0, & le ſecond 1, & le dernier ſera le nombre *z*. De ſorte que la ſomme des termes de cette nouvelle [b] progreſſion ſera $\frac{zz+2z+1-0-1z-1}{2}$ ou $\frac{zz+1z}{2}$. Et lors qu'on l'aura multi-

b. 25. 7.

pliée par $1d$, qui avoit d'abord diviſé chaque terme, le produit $\frac{dzz+1dz}{2}$ ſera la ſomme entiére de tous les termes de la progreſſion qu'on avoit propoſée. Et cette ſomme comprend une juſte moitié du produit $dzz+1d\zeta$ du plus grand terme $1d\zeta$ par le nombre $\zeta+1$ des termes.

Comme donc la ſomme $\frac{dzz+1dz}{2}$ de tous les termes eſt déterminée; les régles du problême 8e fourniront pour la ſomme entiére des quarrez une grandeur $\frac{z^3dd+1zzdd}{3}+\frac{z^3dd+1zzdd}{6zd}$. Et le produit du plus grand quarré $zzdd$ par le nombre $1z+1$ des termes ſera $\zeta^3dd+1\zeta\zeta dd$. De ſorte que diviſant par ce produit la ſomme des quarrez, l'expoſant $\frac{1}{3}+\frac{1}{6zd}$ marquera le rapport de la ſomme au produit.

Et l'application du problême 8e fournira encore par le moyen de la ſomme $\frac{dzz+1dz}{2}$ des termes celle des cubes, c'eſt-à-dire une grandeur $\frac{z^4d^3+1z^3d^3}{4}+\frac{z^4d^3+1z^3d^3}{4zd}$, laquelle étant diviſée par le produit $\zeta^4d^3+1z^3d^3$ du plus grand cube ζ^3d^3 & du nombre $z+1$ des termes, donne un expoſant $\frac{1}{4}+\frac{1}{4zd}$, qui marque le rapport de la ſomme au produit.

Et on trouvera par l'application de ce même problême une ſomme $\frac{z^5d^4+1z^4d^4}{5}+\frac{3z^5d^4+3z^4d^4}{10zd}+\frac{z^5d^4+1z^4d^4}{30zzdd}-\frac{z^5d^4-1z^4d^4}{30z^3d^3}$ de toutes les quatriémes puiſſances. Et lors qu'on l'aura diviſée par le produit $\zeta^5d^4+1\zeta^4d^4$ de la plus grande 4e puiſſance z^4d^4 & du nombre $\zeta+1$ des termes; l'expoſant $\frac{1}{5}+\frac{3}{10zd}+\frac{1}{30zzdd}-\frac{1}{30z^3d^3}$ marquera le rapport de la ſomme au produit.

Et on trouvera de la même ſorte une ſomme $\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{6}+\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{3zd}+\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{12zzdd}-\frac{12z^6d^5-1z^5d^5}{12z^3d^3}$. Et ſi on la diviſe par le produit $z^6d^5+1\zeta^5d^5$ de la plus grande 5e puiſſance ζ^5d^5 & du nombre $z+1$ des termes; l'expoſant $\frac{1}{6}+\frac{1}{3zd}+\frac{1}{12zzdd}-\frac{1}{12z^3d^3}$ marquera le rapport de la ſomme au produit. Et on trouvera de la même ſorte les rapports pour les autres puiſſances.

I COROLLAIRE GENERAL.

28. SI la progreſſion arithmétique, qui commence par 0, & où tous les termes ſe ſuivent ſelon l'ordre des nombres naturels, s'étendoit juſques à l'infini; la ſomme des quarrez ſeroit à autant de fois le plus grand quarré qu'il y a de termes comme 1 eſt à 3. Car le rapport

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6zd}$ comprend une fraction $\frac{1}{6zd}$ plus petite que telle autre qu'on voudra proposer : Comme il est aisé de le voir, en mettant successivement pour zd chacun des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. Car les valeurs successives de la fraction $\frac{1}{6zd}$ seront $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{24}$, &c. De sorte que si le nombre zd augmente à l'infini, ainsi qu'on le suppose ; la fraction sera infiniment petite, & de nulle valeur. Et par conséquent le rapport $\frac{1}{3} + \frac{1}{6zd}$ sera au juste $\frac{1}{3}$.

Et par un raisonnement semblable, la somme des cubes est à autant de fois le plus grand de tous qu'il y a de termes, comme 1 est à 4. Car le rapport est $\frac{1}{4} + \frac{1}{4zd}$, ou la particule $\frac{1}{4zd}$ peut être négligée comme étant infiniment petite ou de nulle valeur. Si on prenoit successivement pour $1zd$ chacun des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c ; les valeurs successives de la fraction seroient $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{20}$, &c, où les dénominateurs augmentent de 4 en 4, comme les précédens le faisoient de 6 en 6.

Et la somme des 4es puissances est à autant de fois la plus grande, qu'il y a de termes, comme 1 est à 5. Car le rapport est $\frac{1}{5} + \frac{9zzdd + 1zd - 1}{30z^3d^3}$, où la fraction $\frac{9zzdd + 1zd - 1}{30z^3d^3}$ égale à $\frac{3}{10zd} + \frac{1}{30zzdd} - \frac{1}{30z^3d^3}$ est infiniment petite ou de nulle valeur, par des raisons semblables aux précédentes. De sorte que le rapport est au juste $\frac{1}{5}$.

Et on verra de la même sorte que la somme des 5es puissances est à autant de fois la plus grande qu'il y a de termes, comme 1 est à 6. Et ainsi du reste jusques à l'infini, en prenant toûjours 1 pour le premier terme du rapport, & celuy des degrez de la puissance augmentée d'un pour le dénominateur ou pour le second terme.

Mr De Fermat a fort bien reconnu le défaut de la méthode de Mr Wallis pour les conclusions que l'on vient de former. Mais il s'est contenté de prouver seulement pour la somme des termes par une méthode qui ne peut aller plus loin ; au lieu que celle que nous avons suivie conclud directement, & pénétre jusques à l'infini.

Dans la progression arithmétique infinie ÷ 0. 1*d*. 2*d*. 3*d*. 4*d*. *&c.*

La somme des côtez	*est à autant de fois*	*le plus grand côté*	*comme*	1	*est à*	2.
des quarrez		*le plus grand quarré*		1		3.
des cubes		*le plus grand cube*		1		4.
des 4es puissances		*la plus grande 4e puissance*		1		5.
des 5es puissances		*la plus grande 5e puissance*		1		6.
des 6es puissances		*la plus grande 6e puissance*		1		7.
des 7es puissances		*la plus grande 7e puissance*		1		8.
des 8es puissances		*la plus grande 8e puissance*		1		9.
&c.		*&c.*				

X PROBLEME ET II COROLLAIRE.

29. *Si donc on connoît le rapport qui se trouve entre la somme de certaines puissances homogénes ou d'un même degré des termes infinis dont nous avons parlé & la plus grande de toutes ces puissances prise autant de fois qu'il y a de termes ; on connoîtra facilement le rapport qui se trouve entre la somme de quelques autres puissances homogénes de ces mêmes termes & la plus grande de toutes ces puissances prise autant de fois. Car il suffira de prendre le terme qui tient le même rang dans la progression arithmétique.*

Si par exemple la somme des quarrez est à autant de fois le plus grand de tous qu'il y a de termes, comme 1 est à 3 ; celle des côtez est à autant de fois le plus grand de tous comme 1 est à 2. Parce que 2 est moyen proportionel arithmétiquement entre 1 & 3.

Et si le rapport pour les cubes est $\frac{1}{4}$; l'autre pour les quarrez est $\frac{1}{3}$. Parce qu'entre 1 & 4 il y a deux moyens proportionels arithmétiquement 2 & 3, dont le premier 2 est pour les côtez, & l'autre 3 pour les quarrez.

Et si le rapport pour les quarrez est $\frac{1}{3}$; l'autre pour les quarrez de ces mêmes quarrez est $\frac{1}{5}$. Parce que les termes 1, 3, 5, sont en progression arithmétique. Et le rapport pour les cubes par la même raison est $\frac{1}{7}$, parce que les termes 1, 3, 5, 7, sont aussi en progression arithmétique.

XI PROBLEME ET III COROLLAIRE.

30. *Et si on suppose que les puissances même soient en progression arithmétique ; on trouvera de la même sorte le rapport qui se trouve entre la somme de toutes leurs racines linéaires & la plus grande de toutes ces racines.*

Si on suppose par exemple une suitte infinie de quarrez qui ayent entr'eux la même progression que les nombres naturels ; le rapport de tous ces quarrez au plus grand de tous pris autant de fois est $\frac{1}{2}$, & le rapport de tous leurs côtez au plus grand de tous pris autant de fois est celuy de l'unité à $\frac{3}{2}$. Parce que les termes 1, $\frac{3}{2}$, 2, sont en progression arithmétique.

Et le rapport pour les cubes infinis qui ont entr'eux la même progression des nombres naturels étant encore $\frac{1}{2}$; le rapport pour leurs racines linéaires est celuy de l'unité à $\frac{4}{3}$. Et le rapport pour les quarrez de ces mêmes côtez est celuy de l'unité à $\frac{5}{3}$. Parce que les termes 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, 2, sont en progression arithmétique. Et si le rapport pour les puissances 4es, 5es, & autres, est toûjours $\frac{1}{2}$; celuy des côtez linéaires sera $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, &c, ou celuy de l'unité à $1\frac{1}{4}$, ou à $1\frac{1}{5}$, &c. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $1\frac{3}{4}$, 2, ou 1, $1\frac{1}{5}$,

$1\frac{2}{5}$, $1\frac{3}{5}$, $1\frac{4}{5}$, ſont en progreſſion arithmétique. Et ainſi des autres, comme on peut l'obſerver dans la Table ſuivante.

Dans la progreſſion arithmétique infinie ÷ 0. 1*d*. 2*d*. 3*d*. 4*d*. 5*d*. 6*d*. 7*d*, &c.

La ſomme des racines		*eſt à autant de fois la plus grande de toutes,*	*comme*	*eſt à*	*ou comme*	*eſt à*	
	quarrées		2	3			$1\frac{1}{2}$.
	cubiques		3	4			$1\frac{1}{3}$.
	4^{es}		4	5		1	$1\frac{1}{4}$.
	5^{es}		5	6			$1\frac{1}{5}$.
	6^{es}		6	7			$1\frac{1}{6}$.

Et ſi on ſuppoſe encore la même choſe, & qu'on veüille auſſi trouver les rapports pour les diverſes puiſſances des racines linéaires dont on vient de parler ; on pourra ſe régler de la même ſorte.

Si on ſuppoſe par éxemple une ſuitte infinie de cubes qui ayent entr'eux la même progreſſion que les nombres naturels ; le rapport pour leurs racines linéaires eſt déja celuy de l'unité à $1\frac{1}{3}$, ou celuy de 3 à 4. Et le rapport pour les quarrez de ces mêmes racines, ou pour les racines cubiques des quarrez des termes qui ſont en progreſſion, ce qui revient au même, ſera celuy de l'unité à $1\frac{2}{3}$, ou celuy de 3 à 5. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$, ou $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, ſont en progreſſion arithmétique.

Et le rapport pour les racines linéaires des 4es puiſſances infinies, qui ont entr'elles la même progreſſion que les nombres naturels, étant déja celuy de l'unité à $1\frac{1}{4}$ ou de 4 à 5 ; le rapport pour les cubes de ces mêmes racines, ou pour les racines 4es des cubes des termes qui ſont en progreſſion, ſera celuy de l'unité à $1\frac{3}{4}$, ou de 4 à 7. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $1\frac{3}{4}$, ou $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{7}{4}$, ſont en progreſſion arithmétique.

Et ce ſeroit encore la même choſe pour les racines qui ſont plus compoſées, comme pour les racines quarrées des cubes des racines 5es des termes qui ſont en progreſſion. Car le rapport pour les racines 5es étant celuy de l'unité à $1\frac{1}{5}$, ou de 5 à 6 ; le rapport pour leurs cubes eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{5}$ ou de 5 à 8, à cauſe de la progreſſion arithmétique 1, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{2}{5}$, $1\frac{3}{5}$, ou $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{5}$. Et le rapport pour les racines quarrées de ces mêmes cubes eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{10}$, ou de 10 à 13. Parce que le terme $1\frac{3}{10}$ eſt moyen proportionel arithmétiquement entre 1 & $1\frac{3}{5}$, ou entre 1 &

SCD LYON 1

$1\frac{6}{10}$, & que les termes $\frac{10}{10}, \frac{13}{10}, \frac{16}{10}$, ou $1, \frac{13}{10}, \frac{8}{5}$, ſont en progreſſion arithmétique. Et en effet les racines quarrées des racines 5es ne ſont autre choſe que les racines 10es, pour qui l'on prend le rapport de l'unité à $1\frac{1}{10}$, ou de 10 à 11. Et le rapport pour les cubes de ces mêmes racines eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{10}$, ou de 10 à 13, à cauſe de la progreſſion arithmétique $1, 1\frac{1}{10}, 1\frac{2}{10}, 1\frac{3}{10}$, ou $\frac{10}{10}, \frac{11}{10}, \frac{12}{10}, \frac{13}{10}$. Il en eſt ainſi des autres racines & de toutes leurs diverſes puiſſances.

Table des rapports pour la ſuitte infinie des racines

	2es	3es	4es	5es	6es	7es	8es	9es	10es
des termes	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	7/8	8/9	9/10
de la progreſſion	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	7/8	8/9	9/10	10/11
de leurs quarrez	1/3	2/4	3/5	4/6	5/7	6/8	7/9	8/10	9/11	10/12
de leurs cubes	1/4	2/5	3/6	4/7	5/8	6/9	7/10	8/11	9/12	10/13
de leurs 4es puiſſances	1/5	2/6	3/7	4/8	5/9	6/10	7/11	8/12	9/13	10/14
de leurs 5es puiſſances	1/6	2/7	3/8	4/9	5/10	6/11	7/12	8/13	9/14	10/15
de leurs 6es puiſſances	1/7	2/8	3/9	4/10	5/11	6/12	7/13	8/14	9/15	10/16
de leurs 7es puiſſances	1/8	2/9	3/10	4/11	5/12	6/13	7/14	8/15	9/16	10/17

Ou l'on peut obſerver que le rapport pour telles puiſſances ou pour telles racines qu'on voudra, ou même pour telles puiſſances qu'on voudra de certaines racines ſera toûjours celui de l'unité à l'expoſant de la puiſſance ou ſimple ou compoſée augmenté de la même unité.

Surquoi il eſt bon d'avertir que comme les puiſſances linéaires, quarrées, cubiques, 4es, &c, ont pour expoſans les nombres 1, 2, 3, 4, &c, qui en déſignent les dégrez; de même auſſi les racines quarrées, cubiques, 4es, 5es, &c, doivent avoir pour leurs expoſans les fractions $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, &c. Car comme en tirant la racine quarrée de la puiſſance 10e, on trouve la puiſſance 5e; de même auſſi lorſqu'on multiplie l'expoſant 10 des puiſſances 10es par l'autre $\frac{1}{2}$ des racines quarrées, on trouve l'expoſant 5 des puiſſances 5es. Et comme en tirant la racine 5e de la puiſſance 10, on trouve la puiſſance 2e ou quarrée; de même auſſi lorſqu'on multiplie l'expoſant 10 des puiſſances 10es par l'autre $\frac{1}{5}$ des racines 5es; on trouve l'expoſant 2 des puiſſances quarrées.

Cela donc en étant supposé, puisque l'exposant pour les puissances linéaires est 1 ; le rapport pour ces mêmes puissances est 1 à $1+1$ ou $\frac{1}{2}$. Et puisque l'exposant pour les quarrez est 2 ; le rapport pour ces puissances est 1 à $2+1$ ou $\frac{1}{3}$. Et on verra de la même sorte que le rapport pour les cubes est 1 à $3+1$ ou $\frac{1}{4}$; & pour les 4es puissances 1 à $4+1$ ou $\frac{1}{5}$, &c. Et parce que l'exposant des racines quarrées est $\frac{1}{2}$; le rapport pour ces mêmes racines est 1 à $\frac{1}{2}+1$ ou $\frac{2}{3}$. Et ensuitte le rapport pour les racines cubiques est 1 à $\frac{1}{3}+1$ ou $\frac{3}{4}$; Et pour les racines 4es 1 à $\frac{1}{4}+1$ ou $\frac{4}{5}$.

IV COROLLAIRE.

31. QUe si le premier terme de l'une des suittes infinies est multiplié par le premier d'une autre, & le second par le second, & ainsi du reste ; les produits formeront une suitte infinie, où l'exposant sera la somme des deux autres exposans. Comme si les quarrez des termes sont multipliez par les cubes ; les produits seront des 5es puissances, dont l'exposant est $5 \propto 2+3$. Et le rapport pour ces puissances est 1 à 6.

Quarrez	0.	1.	4.	9.	16.	25. &c.
Cubes	0.	1.	8.	27.	64.	125.
5es *puissances*	0.	1.	32.	343.	1024.	3125.

Et si les quarrez, qui ont 2 pour leur exposant, sont multipliez par les racines cubiques, qui ont 3 pour le leur ; les produits seront des racines cubiques des 7es puissances, qui ont pour exposant $\frac{7}{3}$ ou $2+\frac{1}{3}$. Et le rapport pour ces puissances est celuy de l'unité à $\frac{10}{3}$ ou de 3 à 10.

Quarrez	0.	1.	4.	9.	16.	&c.
Racines cubiques	√C.0.	√C.1.	√C.2.	√C.3.	√C.4.	&c.
ou quarrez	√C.0.	√C.1.	√C.64.	√C.729.	√C.4096.	&c.
Racines cubiques	√C.0.	√C.1.	√C.2.	√C.3.	√C.4.	&c.
Produits	√C.0.	√C.1.	√C.128.	√C.2187.	√C.16384.	&c.

Et si les racines quarrées, dont l'exposant est $\frac{1}{2}$, sont multipliées par les racines 5es, qui ont $\frac{1}{5}$ pour leur exposant ; les produits seront les racines 10es des 7es puissances, où l'exposant sera $\frac{7}{10} \propto \frac{1}{2}+\frac{1}{5}$. Et le rapport pour ces mêmes produits sera celuy de l'unité à $\frac{17}{10}$ ou de 10 à 17. Et ainsi des autres.

Racines quarrées	$\sqrt{2}0.$	$\sqrt{2}1.$	$\sqrt{2}2.$	$\sqrt{2}3.$	
Racinnes 5es	$\sqrt{5}0.$	$\sqrt{5}1.$	$\sqrt{5}2.$	$\sqrt{5}3.$	
ou racines 10es	$\sqrt{10}0.$	$\sqrt{10}1.$	$\sqrt{10}32.$	$\sqrt{10}243.$	&c.
racines 10es	$\sqrt{10}0.$	$\sqrt{10}1.$	$\sqrt{10}4.$	$\sqrt{10}9.$	&c.
Produits	$\sqrt{10}0.$	$\sqrt{10}1.$	$\sqrt{10}128.$	$\sqrt{10}2187.$	&c.

SCD LYON 1

Mais si le premier des termes d'une suitte infinie est divisé par le premier d'une autre, & le second par le second, & ainsi du reste; les exposans formeront une nouvelle suitte, qui aura pour exposant l'excez dont le premier des deux exposans surpasse le second.

Comme si les 4es puissances des termes infinis, sont divisées par les cubes de ces mêmes termes; les exposans seront les puissances linéaires dont le degré est $1 \propto 4 - 3$.

Exposans $\frac{0a^4}{0a^3} \propto 0a.$ $\frac{1a^4}{1a^3} \propto 1a.$ $\frac{16a^4}{8a^3} \propto 2a.$ $\frac{81a^4}{27a^3} \propto 3a.$ &c.

Et si les puissances cubiques sont divisées par les linéaires; les exposans seront des puissances quarrées, qui ont pour exposant $3 - 1$ ou 2.

Exposans $\frac{0a^3}{0a} \propto 0aa.$ $\frac{1a^3}{1a} \propto 1aa.$ $\frac{8a^3}{2a} \propto 4aa.$ $\frac{27a^3}{3a} \propto 9aa.$ $\frac{64a^3}{4a} \propto 16aa.$ &c.

Mais si les puissances de la premiére suitte sont moins élevées que celles de la seconde qu'on prend pour diviseurs; les exposans formeront une nouvelle suitte dont les termes seront réciproques à leurs rélatifs dans la suitte que l'on trouveroit en divisant les plus hautes puissances par les moins élevées. Et les exposans vaudront moins que rien.

Si par éxemple on divise les puissances quarrées par les cubiques, ou les linéaires par les quarrées; les termes que l'on trouve sont réciproques à leurs rélatifs des puissances linéaires. $\frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{3a} :: 3a. 2a.$ Et ainsi du reste.

Exposans $\frac{0a^2}{0a^3} \cdot \frac{1a^2}{1a^3} \cdot \frac{4a^2}{8a^3} \cdot \frac{9a^2}{27a^3} \cdot \frac{16a^2}{64a^3} \cdot \frac{25a^2}{125a^3}$. &c. *Ou* $\frac{1}{0a} \cdot \frac{1}{1a} \cdot \frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{3a} \cdot \frac{1}{4a} \cdot \frac{1}{5a}$. &c.

Exposans $\frac{0a^3}{0a^2} \cdot \frac{1a^3}{1a^2} \cdot \frac{8a^3}{4a^2} \cdot \frac{27a^3}{9a^2} \cdot \frac{64a^3}{16a^2} \cdot \frac{125a^3}{25a^2}$. &c. *Ou* $0a. 1a. 2a. 3a. 4a. 5a.$ &c.

Et si on divise les puissances linéaires par les cubiques; les termes que l'on trouve sont réciproques à leurs rélatifs de la suitte infinie des puissances quarrées. Et l'exposant pour ces nouveaux termes est $1 - 3$ ou $- 2$.

Exposans $\frac{0a}{0a^3} \cdot \frac{1a}{1a^3} \cdot \frac{2a}{8a^3} \cdot \frac{3a}{27a^3} \cdot \frac{4a}{64a^3}$. *Ou* $\frac{1}{0aa} \cdot \frac{1}{1aa} \cdot \frac{1}{4aa} \cdot \frac{1}{9aa} \cdot \frac{1}{16aa}$. &c.

Exposans $\frac{0a^3}{0a} \cdot \frac{1a^3}{1a} \cdot \frac{8a^3}{2a} \cdot \frac{27a^3}{3a} \cdot \frac{64a^3}{4a}$. *Ou* $0aa. 1aa. 4aa. 9aa. 16aa.$ &c.

Et si quelqu'une de ces suittes infinies, qu'on pourra nommer *réciproques*, est multipliée ou divisée par une autre directe ou réciproque, ou si elle en divise quelqu'une; on pourra toûjours observer les régles prescrites ci-devant pour les suittes directes.

Comme si la suitte réciproque de ces puissances quarrées, telle qu'est $\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}$, &c, où l'exposant est $- 2$, est multipliée par la suitte $\frac{1}{1}, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}$, &c. réciproque aux puissances cubiques, & où l'exposant est $- 3$; on trouvera la suitte $\frac{1}{1}, \frac{1}{32}, \frac{1}{243}$, &c, réciproque aux puissances cinquiémes, & où l'exposant est $- 5 \propto - 2 - 3$.

Et si la suitte $\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$, &c, réciproque aux racines quarrées, & où l'exposant est $- \frac{1}{2}$, est multipliée par la suitte 1, 4, 9, &c, des quar-

rez, où l'exposant est 2; on trouvera la suitte $1\sqrt{1}$, $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{3}$, &c, ou $\sqrt{1}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{27}$, &c, des racines quarrées des puissances troisiémes, & où l'exposant sera $\frac{3}{2}\infty - \frac{1}{2} + 2$.

V COROLLAIRE.

32. SI l'on suppose autant de fois le plus grand des termes qu'il y a de termes dans la progression infinie, & que chacun des termes soit une fois retranché du plus grand; tous les restes ensemble seront la moitié de la somme entiére de tous les plus grands termes.

Et si chacun des termes est ajoûté une fois au plus grand; la somme vaudra trois moitiez de celle des plus grands.

Car si on nomme $0a$ le plus petit des termes, & $1a$ le second, & za le plus grand de tous, & g le nombre ou la multitude des termes; leur somme entiére sera $\frac{1}{2}gza$, c'est-à-dire une moitié de la somme gza de tous les plus grands termes, laquelle étant ôtée, laisse un reste $\frac{1}{2}gza$. Et étant ajoûtée, la somme nouvelle est $\frac{3}{2}gza$.

$za - 0a$	$za + 0a$
$za - 1a$	$za + 1a$
$za - 2a$	$za + 2a$
$za - 3a$	$za + 3a$
&c.	&c.
$za - za$	$za + za$
Reste $gza - \frac{1}{2}gza$.	*Somme* $gza + \frac{1}{2}gza$.
Ou $\frac{1}{2}gza$.	*Ou* $\frac{3}{2}gza$.

Et si le quarré, ou le cube, ou la 4e puissance, &c, de chacun des termes est ôté une fois de la puissance semblable du plus grand de tous; le reste vaut les 2 tiers, ou les 3 quarts, ou les 4 cinquiémes, &c, de la somme entiére des plus grandes puissances.

Et si on les ajoûte ensemble; la somme au contraire vaudra 4 tiers, ou 5 quarts, ou 6 cinquiémes, &c, de la somme entiére des plus grandes puissances.

$zzaa \overline{+} 0aa$	$z^3a^3 \overline{+} 0a^3$	$z^4a^4 \overline{+} 0a^4$
$zzaa \overline{+} 1aa$	$z^3a^3 \overline{+} 1a^3$	$z^4a^4 \overline{+} 1a^4$
$zzaa \overline{+} 4aa$	$z^3a^3 \overline{+} 8a^3$	$z^4a^4 \overline{+} 16a^4$
$zzaa \overline{+} 9aa$	$z^3a^3 \overline{+} 27a^3$	$z^4a^4 \overline{+} 81a^4$
&c &c	&c &c	&c &c
$zzaa \overline{+} zzaa$	$z^3a^3 \overline{+} z^3a^3$	$z^4a^4 \overline{+} z^4a^4$
$gzzaa \overline{+} \frac{1}{3}gzzaa$.	$gz^3a^3 \overline{+} \frac{1}{4}gz^3a^3$.	$gz^4a^4 \overline{+} \frac{1}{5}gz^4a^4$. &c.
Reste $1 - \frac{1}{3} \infty \frac{2}{3}$.	$1 - \frac{1}{4} \infty \frac{3}{4}$.	$1 - \frac{1}{5} \infty \frac{4}{5}$. &c.
Somme $1 + \frac{1}{3} \infty \frac{4}{3}$.	$1 + \frac{1}{4} \infty \frac{5}{4}$.	$1 + \frac{1}{5} \infty \frac{6}{5}$. &c.

Et si la racine quarrée, ou cubique, ou 4e, &c, de chacun des termes

SCD LYON 1

eſt une fois retranchée de la racine ſemblable du plus grand de tous ; le reſte vaudra un tiers, ou un quart, ou une 5e partie, &c, de la ſomme entiére des plus grandes racines.

Et ſi on les ajoûte enſemble ; la ſomme vaudra 5 tiers, ou 7 quarts, ou 9 cinquiémes, &c, ou le double moins un tiers, ou un quart, ou une 5e partie, &c, de la ſomme entiére des plus grandes racines.

$\surd za \overline{+} \surd oa$	$\surd C.za \overline{+} \surd C.oa$	$\surd 4^{c}.za \overline{+} \surd 4^{c}.oa$
$\surd za \overline{+} \surd 1a$	$\surd C.za \overline{+} \surd C.1a$	$\surd 4^{c}.za \overline{+} \surd 4.^{c}1a$
$\surd za \overline{+} \surd 2a$	$\surd C.za \overline{+} \surd C.2a$	$\surd 4^{c}.za \overline{+} \surd 4^{c}.2a$
$\surd za \overline{+} \surd 3a$	$\surd C.za \overline{+} \surd C.3a$	$\surd 4^{c}.za \overline{+} \surd 4^{c}.3a.$
&c &c	&c &c	&c &c
$\surd za \overline{+} \surd za.$	$\surd C.za \overline{+} \surd C.za.$	$\surd 4^{c}.za \overline{+} \surd 4^{c}.za.$
$g\surd za \overline{+} \frac{2}{3} g\surd za.$	$g\surd C.za \overline{+} \frac{3}{4} g\surd C.za.$	$g\surd 4^{c}.za \overline{+} \frac{4}{5} g\surd 4^{c}.za.$ &c.
Reſte $1 - \frac{2}{3} \infty \frac{1}{3}.$	$1 - \frac{3}{4} \infty \frac{1}{4}.$	$1 - \frac{4}{5} \infty \frac{1}{5}.$ &c.
Somme $1 + \frac{2}{3} \infty \frac{5}{3}.$	$1 + \frac{3}{4} \infty \frac{7}{4}.$	$1 + \frac{4}{5} \infty \frac{9}{5}.$ &c.

Et on trouvera de la même ſorte les reſtes ou les ſommes pour les diverſes racines des puiſſances des termes, comme il eſt aiſé d'en juger par la Table expoſée ci-devant.

$\surd z^3a^3 \overline{+} \surd oa^3$	$\surd C.zzaa \overline{+} \surd C.oaa$	$\surd C.z^4a^4 \overline{+} \surd C.oa^4$
$\surd z^3a^3 \overline{+} \surd 1a^3$	$\surd C.zzaa \overline{+} \surd C.1aa$	$\surd C.z^4a^4 \overline{+} \surd C.1a^4$
$\surd z^3a^3 \overline{+} \surd 8a^3$	$\surd C.zzaa \overline{+} \surd C.4aa$	$\surd C.z^4a^4 \overline{+} \surd C.16a^4$
$\surd z^3a^3 \overline{+} \surd 27a^3$	$\surd C.zzaa \overline{+} \surd C.16aa$	$\surd C.z^4a^4 \overline{+} \surd C.81a^4$
&c &c	&c &c	&c &c
$\surd z^3a^3 \overline{+} \surd z^3a^3.$	$\surd C.zzaa \overline{+} \surd C.zzaa.$	$\surd C.z^4a^4 \overline{+} \surd C.z^4a^4$
$g\surd z^3a^3 \overline{+} \frac{2}{5} g\surd z^3a^3.$	$g\surd C.zzaa \overline{+} \frac{3}{5} g\surd C.zzaa$	$g\surd C.z^4a^4 \overline{+} \frac{3}{7} g\surd C.z^4a^4.$
Reſte $1 - \frac{2}{5} \infty \frac{3}{5}.$	$1 - \frac{3}{5} \infty \frac{2}{5}.$	$1 - \frac{3}{7} \infty \frac{4}{7}.$
Somme $1 + \frac{2}{5} \infty \frac{7}{5}.$	$1 + \frac{3}{5} \infty \frac{8}{5}.$	$1 + \frac{3}{7} \infty \frac{10}{7}.$

VI COROLLAIRE.

33. Si on prend autant de fois le plus grand des termes qu'il y a de termes dans la progreſſion arithmétique, & que chacun des termes ſoit une fois retranché du plus grand ; les quarrez, ou les cubes, ou les puiſſances qu'on voudra des reſtes, ſeront à la puiſſance ſemblable du plus

grand terme, prise autant de fois qu'il y a de termes, comme un nombre connu à un nombre connu.

Restes.	*Quarrez.*	*Cubes.*
$z - 0$	$zz - 2z0 + 00$	$z^3 - 3zz0 + 3z00 + 0^3$
$z - a$	$zz - 2az + aa$	$z^3 - 3azz + 3aaz - a^3$
$z - b$	$zz - 2bz + bb$	$z^3 - 3bzz + 3bbz - b^3$
$\&c$ $\&c$	$\&c$ $\&c$ $\&c$	$\&c$
$z - z$	$zz - 2zz + zz$	$z^3 - 3z^3 + 3z^3 - z^3$
Somme $gz - \frac{1}{2}gz$.	$gzz - \frac{2}{2}gzz + \frac{1}{3}gzz$.	$gz^3 - \frac{3}{2}gz^3 + \frac{3}{3}gz^3 - \frac{1}{4}gz^3$.
$1 - \frac{1}{2}$.	$1 - \frac{2}{2} + \frac{1}{3} \propto \frac{1}{3}$.	$1 - \frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{1}{4} \propto \frac{1}{4}$.
$\frac{1}{2}$.	*ou* $\frac{1^1 2}{2^1 3}$.	*ou* $\frac{1^1 2^1 3}{2^1 3^1 4}$.

Et si le quarré de chaque terme est retranché de la même sorte du quarré du plus grand ; on connoîtra le rapport pour les quarrez, ou les cubes, ou les puissances qu'on voudra des restes.

Restes.	*Quarrez.*	*Cubes.*
$zz - 00$	$z^4 - 2zz00 + 00$	$z^6 - 3z^4 00 + 3zz0^4 - 0^6$
$zz - aa$	$z^4 - 2aazz + a^4$	$z^6 - 3aaz^4 + 3a^4zz - a^6$
$zz - bb$	$z^4 - 2bbzz + b^4$	$z^6 - 3bbz^4 + 3b^4zz - b^6$
$\&c$	$\&c$	$\&c$
$zz - zz$	$z^4 - 2z^4 + z^4$	$z^6 - 3z^6 + 3z^6 - z^6$
Somme $gzz - \frac{1}{3}gzz$.	$gz^4 - \frac{2}{3}gz^4 + \frac{1}{5}gz^4$.	$gz^6 - \frac{3}{3}gz^6 + \frac{3}{5}gz^6 - \frac{1}{7}gz^6$.
$1 - \frac{1}{3}$.	$1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \propto \frac{8}{15}$.	$1 - \frac{3}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \propto \frac{48}{105}$.
$\frac{2}{3}$.	*ou* $\frac{2^1 4}{3^1 5}$.	*ou* $\frac{2^1 4^1 6}{3^1 5^1 7}$.

Si d'une part on ôte chaque terme du plus grand de tous, & que de l'autre part on ajoûte aussi chaque terme au plus grand, & qu'on multiplie par ordre les restes par les sommes qui leur répondent ; le rapport pour la somme des produits pourra être connu.

Et si on multiplioit les quarrez, ou les cubes des restes, par les quarrez ou les cubes des sommes, & ainsi du reste ; on pourroit connoître de la même sorte le rapport pour la somme entiére des produits.

$z - a$	$zz - 2az + aa$	$z^3 - 3azz + 3aaz - a^3$
$z + a$	$zz + 2az + aa$	$z^3 + 3aaz + 3aaz + a^3$
$zz - aa$.	$z^4 - 2aazz + a^4$.	$z^6 - 3aaz^4 + 3a^4zz - a^6$.
$\&c$.	$\&c$.	$\&c$.

Il y a encore d'autres propositions utiles & curieuses & tirées des mêmes principes, qu'on pourra voir dans le Traitté de Monsieur Wallis. Et ceux qui sont versez dans la Géométrie prendront plaisir à considérer la juste application qu'il fait de cette nouvelle espêce d'Arithmétique aux figures mêmes les plus composées. On peut voir aussi le grand & sçavant Traité de Monsieur Boüillaud sur la même matiére.

DES

SCD LYON 1

DES QUARREZ MAGIQUES.

DEFINITIONS.

34. SI les termes d'une progreſſion arithmétique rempliſſent ſucceſſivement & par ordre toutes les cellules d'un quarré ; on dira que c'eſt *un quarré naturel.*

Mais ſi les termes de la progreſſion ſont tellement tranſpoſez dans les cellules du quarré, que toutes les bandes ou tous les rangs paralléles & perpendiculaires, & même les deux angulaires ou des coins faſſent toûjours une même ſomme ; on dira que c'eſt *un quarré magique.*

Stifélius & quelques autres ont parlé de ces quarrez, mais fort légérement. Et les nouveaux Elémens de Géométrie fourniſſent une méthode tres-parfaitte pour former leur diſpoſition. Cependant comme j'ai remarqué que des perſonnes d'eſprit n'en comprenoient les démonſtrations qu'avec aſſez de peine, & que la reſſemblance de certaines lettres y avoit fait gliſſer quelque faute capable d'arrêter ; je tâcherai de rendre les démonſtrations un peu plus ſenſibles, & de n'y rien laiſſer à ſuppléer.

Nous diſtinguerons, comme a fait l'Auteur, toutes les cellules en diverſes *enceintes :* Mais nous prendrons pour la *premiére* la cellule du milieu dans les quarrez impairs, & les quatre du milieu dans les quarrez pairs. Et *la ſeconde enceinte* comprendra les cellules qui ſont immediatement autour de la premiére. Et *la troiſiéme* comprendra celles qui entourent immédiatement la ſeconde. Et ainſi du reſte. Et les enceintes 1ere, 3e, 5e, 7e, 9e, &c, ſeront *les enceintes impaires.* Et les 2e, 4e, 6e, 8e, &c, ſeront *les enceintes paires.*

Nous diſtinguerons encore tous les petits & tous les grands termes. Les petits ſeront ceux qui valent moins que la moitié des extrêmes, & les grands ceux qui valent plus. Il y en a toûjours autant de petits que de grands ; & un de plus dans les quarrez impairs, qui tient le milieu, ou qui vaut au juſte la moitié des extrêmes, & qu'on nomme *le centre.*

Nous dirons de plus que *les termes oppoſez* ſont ceux dont la ſomme eſt égale à celle des extrêmes ; ou ceux qui ſont également éloignez des extrêmes ou du centre, ce qui revient au même.

On dira auſſi dans une même enceinte qu'une cellule *eſt vis-à-vis d'une autre*, lorſqu'elles ſont ſur un même rang angulaire, ou dans les coins oppoſez ; ou hors des coins ſur un même rang paralléle ou perpendiculaire.

PREPARATION POUR LES QUARREZ IMPAIRS.

35. On marquera dans chaque enceinte du quarré naturel le coin à gauche de la bande ſupérieure par une lettre *a*, & le coin à droite de la même bande par *g*, & la cellule du milieu de la bande par *d* ; & par *v* le plus bas des petits termes qui ſont à gauche diſpoſez ſous *a*. Et dans les enceintes impaires, on marquera encore par *b* & par *f* deux cellules de la bande ſupérieure également éloignées des deux *a* & *g* ; & par *h* celle qui ſuit *g*, & qui ſe trouve à gauche immédiatement ſous *a* ; & par *f* celle qui précéde *v*, ou le plus bas des pe-

a Voyez les pages 419 & 420.

tits termes qui ſont ſous *g* à droitte. Et les grandes cellules oppoſées à toutes ces petites qu'on aura marquées ſeront auſſi marquées par les majuſcules des mêmes lettres ; l'oppoſée de la cellule *a* par A ; & les oppoſées des autres, *b*, *d*, *f*, *g*, *h*, *ſ*, *v*, par les majuſcules B, D, F, G, H, S, V. Et la premiére enceinte ou la cellule du milieu, qui vaut une moitié de la ſomme *a* + A des extrêmes, ſera marquée ſimplement par ζ.

Preparation pour les quarrez pairs.

36. On ne marquera rien dans la premiére & dans la ſeconde enceinte, qui ont leurs régles à part. Mais dans toutes les autres on marquera le coin à gauche de la bande ſupérieure par *a*, & ſon autre coin à droitte par *g*, & deux cellules de la même bande également éloignées des deux *a* & *g*, l'une par *b*, & l'autre par *f* ; & par *ſ* la plus baſſe des petites cellules qui ſont à gauche ſous la cellule *a*, & par *v* la plus baſſe à droitte de celles qui ſont ſous *g*. Et dans les enceintes impaires on marquera encore deux cellules de la bande ſupérieure également éloignées des deux *a* & *g* ou des deux *b* & *f* ; l'une par *c*, & l'autre par *e* ; & on marquera par *h* celle qui ſuit *g*, ou qui eſt ſous *a*, & par *p* celle qui eſt à gauche ſur *v*, ou qui précéde *ſ* immédiatement dans la même enceinte. Et les oppoſées de toutes ces petites cellules qu'on aura marquées ſeront auſſi marquées par les majuſcules A, B, C, E, F, G, H, P, S, V, des mêmes lettres *a*, *b*, *c*, *e*, *f*, *g*, *h*, *p*, *ſ*, *v*.

Voyez les pages 422 & 423.

XIII PROBLEME.

37. *Pour diſpoſer magiquement un quarré naturel, lorſqu'il eſt impair.*

1°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte paire ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte paire qu'on voudra. Le petit *v* ſera mis au coin gauche, & le petit *d* au coin droit de la bande ſuperieure ; & le petit *a* dans la bande inférieure hors des coins ; & le petit *g* hors des coins dans la bande gauche. Et les grands termes oppoſez à ces quatre petits ſeront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les trois cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur 3ζ. Ce qu'on démontre ainſi.

b. 21. 7. Les rapports arithmétiques ſont égaux entre *d* & *a*, & [b] entre ζ & *v*. Et
c. 15. 7. par conſéquent la ſomme *d* + *v* des extrêmes eſt [c] égale à l'autre *a* + ζ des moyens. Et ajoûtant A de part & d'autre ; la ſomme A + *d* + *v* des trois
d. 23. 7. cellules de la bande ſupérieure eſt égale à la ſomme A + *a* + ζ c'eſt [d] à dire à 3ζ ; car A + *a* vaut au juſte 2ζ. Et on prouvera de la même ſorte que la ſomme *a* + D + V des trois cellules de la bande inférieure eſt égale au juſte à 3ζ. Et enſuitte que la ſomme *v* + *g* + D des trois cellules de la bande gauche vaut auſſi 3ζ. Et enfin que l'autre ſomme V + G + *d* des trois cellules de la bande droitte vaut encore 3ζ.

Pour les bandes ſupérieure & inférieure.

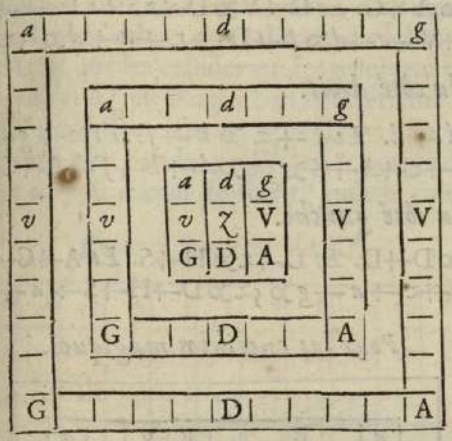
$$\left.\begin{matrix} d.\ a:\zeta.\ v. \\ D.\ A:\zeta.\ V. \end{matrix}\right\} \text{Donc } \begin{matrix} d+v \propto a+\zeta. \\ D+V \propto A+\zeta. \end{matrix} \text{ Donc } \begin{matrix} A+d+v \propto A+a+\zeta \propto 3\zeta. \\ a+D+V \propto a+A+\zeta \propto 3\zeta. \end{matrix}$$

SCD LYON 1

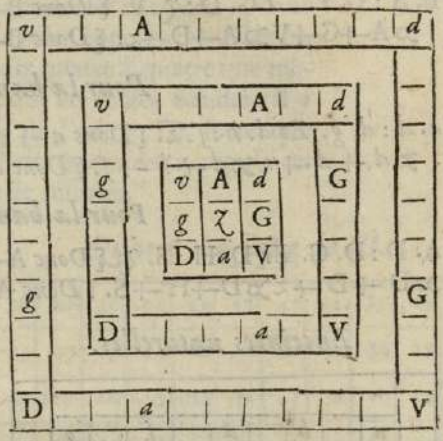
Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.

$\left\{\begin{matrix} v.\zeta: \text{G. D.} \\ \text{V.}\zeta: g.\ d. \end{matrix}\right.$ *Donc* $\begin{matrix} v+\text{D} \propto \zeta+\text{G.} \\ \text{V}+d \propto \zeta+g. \end{matrix}$ *Donc* $\begin{matrix} v+\text{D}+g \propto \zeta+\text{G}+g \propto 3\zeta. \\ \text{V}+d+\text{G} \propto \zeta+g+\text{G} \propto 3\zeta. \end{matrix}$

Enceintes naturelles.



Pour les enceintes magiques.



2°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte impaire seront aussi disposez en cette sorte dans telle enceinte impaire qu'on voudra. Le petit a sera mis au coin gauche, & le petit d au coin droit de la bande supérieure ; & les petits b, f, v, hors des coins dans la bande inférieure, & le petit g dans la bande gauche ; & les petits h & f dans la bande droitte, en sorte néanmoins qu'ils ne soient point vis-à-vis de g. Et les grands termes opposez à ces cinq petits seront mis chacun vis-à-vis de son petit dans les bandes opposées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les cinq cellules de chacune de ses quatre bandes une même valeur 5ζ. Ce qu'on démontre ainsi. *Voyez la page suivante.*

Il y a un même rapport arithmétique entre b & a & entre g & f, & encore un même entre g & d & entre ζ & v. Et ainsi les sommes $b+f$ & $a+g$ sont égales, & les deux $g+v$ & $d+\zeta$ sont encore égales. Si donc on ajoûte v à chacune des deux premiéres sommes, & a à chacune des deux autres ; il y aura égalité d'une part entre $b+f+v$ & $a+g+v$, & de l'autre entre $a+g+v$ & $a+d+\zeta$; & par conséquent entre $b+f+v$, & $a+d+\zeta$. Et si on ajoûte encore ici de part & d'autre les grands termes A & D ; il y aura égalité entre $b+f+v+\text{A}+\text{D}$ de la bande inférieure & $a+d+\zeta+\text{A}+\text{D}$ qui vaut 5ζ au juste, puisque la somme $a+\text{A}$ vaut 2ζ, & que l'autre $d+\text{D}$ vaut aussi 2ζ. Et on prouvera de la même sorte que les cinq cellules $\text{B}+\text{F}+\text{V}+a+d$ de la bande supérieure valent 5ζ au juste. Et ensuitte que les cinq $d+h+f+\text{A}+\text{G}$ de la bande droitte valent encore 5ζ. Et enfin que les cinq $\text{D}+\text{H}+\text{S}+a+g$ de la bande gauche ont aussi la même valeur 5ζ.

Pour la bande inférieure.

$\left\{\begin{array}{l} b.\ a : g.f.\ \text{Et } g.\ d : \zeta.\ v. \\ \zeta + g + v \propto a + d + \zeta. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } b + f \propto a + g.\ \text{Et } g + v \propto d + \zeta.\ \text{Et } b + f + v \propto a \\ + g + v \propto a + d + \zeta. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } b + f + v + A + D \propto a + d + \zeta + A + D \propto 5\zeta. \end{array}\right.$

Pour la bande supérieure.

$\left\{\begin{array}{l} B.\ A : G.\ F.\ \ EG.\ D : \zeta.\ V. \\ \zeta \propto A + G + V \propto A + D + z. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } B + F + V \propto A + G.\ \text{Et } G + V \propto D + z.\ \text{Et } B + F + V \\ \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } B + F + V + a + d \propto A + D + z + a + d \propto 5z. \end{array}\right.$

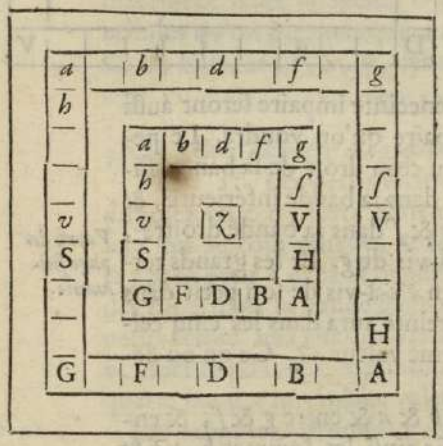
Pour la bande du côté droit.

$\left\{\begin{array}{l} a.\ d : d.\ g.\ \text{Et } d.\ h : f.\ z. \\ \zeta \propto d + d + z \propto d + h + f. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } a + g \propto d + d.\ \text{Et } d + z \propto h + f.\ \text{Et } a + g + \zeta \\ \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } a + g + z + A + G \propto 5z \propto d + h + f + A + G. \end{array}\right.$

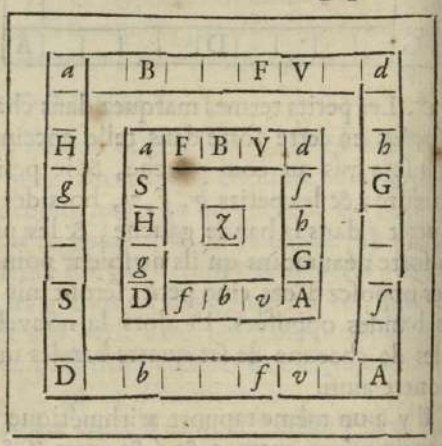
Pour la bande du côté gauche.

$\left\{\begin{array}{l} A.\ D : D.\ G.\ \text{Et } D.\ H : S.\ \zeta. \\ \zeta \propto D + D + z \propto D + H + S. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \text{Donc } A + G + z + a + g \propto 5z \propto D + H + S + a + g. \end{array}\right.$

Enceintes naturelles.



Pour les enceintes magiques.



3°. Comme les petits termes qui ne sont point marquez dans la bande supérieure, restent toûjours en nombre pairement pair, & qu'ils sont toûjours de quatre en quatre en proportion arithmétique; & qu'il en est de même de tous les petits ensemble qui ne sont point marquez dans la bande droitte & dans la bande gauche : on n'aura qu'à mettre les deux extrêmes de chaque proportion dans telle bande qu'on voudra, & les moyens dans son opposée, mais ensorte que deux petits ne soient jamais vis-à-vis l'un de l'autre. Et lorsqu'on aura placé tous les petits termes qui restent en chaque enceinte ; on disposera de la même sorte tous les grands qui restent vis-à-vis chacun de son petit. Et alors toutes les bandes paralléles & perpendiculaires & les deux angulaires seront magiquement disposées, & chacune aura pour sa juste valeur autant de fois 1z qu'elle a de cellules.

SCD LYON 1

Car il eſt déja clair 1° & 2° que l'enceinte exterieure avoit receu dans chacune de ſes quatre bandes, une même valeur 3ℨ dans trois de ſes cellules; ou une même 5ℨ dans cinq de ces cellules. 3°. Et lorſqu'on remplit quatre à quatre toutes les cellules vuides; chaque bande reçoit les extrêmes d'une proportion arithmétique & les oppoſez des moyens. Comme donc il y a égalité entre les extrêmes & les moyens, & entre les oppoſez des extrêmes & ceux des moyens; il eſt égal de prendre les extrêmes & leurs oppoſez qui valent 4ℨ, ou de prendre les extrêmes & les oppoſez des moyens. De ſorte que les cellules vuides reçoivent toûjours quatre à quatre une même valeur 4ℨ en chaque bande extérieure. Et pour les autres bandes; il y a toûjours deux termes oppoſez vis-à-vis l'un de l'autre. De ſorte que chacune des bandes paralléles & perpendiculaires & des deux angulaires vaut au juſte autant de fois 1ℨ qu'elle contient de cellules.

Quarré naturel de XI.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Quarré magique de XI.

58	26	30	95	93	97	47	42	86	69	28
35	37	12	45	84	63	82	99	88	39	87
43	100	60	119	118	73	5	2	50	22	79
90	67	17	13	102	65	108	17	115	55	32
76	74	10	98	56	121	6	24	112	48	46
31	41	51	21	11	61	111	101	71	81	91
107	70	114	68	116	1	66	54	8	52	15
103	33	113	105	20	57	114	109	9	89	19
18	44	72	3	4	49	117	120	62	78	104
16	83	110	77	38	59	40	23	34	85	106
94	90	92	27	29	25	75	80	36	53	64

XIV PROBLEME.

38. *Pour diſpoſer magiquement un quarré naturel, lorſqu'il eſt pair.*

1°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte paire excepté la premiére ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte paire qu'on voudra excepté la premiére. Le petit *a* reſtera dans le coin gauche, & le petit *g* dans le coin droit de la bande ſupérieure; & les petits *b* & *f* ſeront mis hors des coins dans la bande inférieure; & le petit *v* hors des coins dans la bande gauche, & le petit *f* hors des coins dans la droitte, en ſorte néanmoins qu'il ne ſoit point vis-à-vis du petit *v*. Et les grands termes oppoſez à ces ſix petits ſeront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les quatre cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur 4ℨ, c'eſt-à-dire 4

voyez la page ſuivante.

fois la moitié ζ de la ſomme a + A ou b + B des extrêmes. Ce qu'on démontre ainſi.

Il y a un même rapport arithmétique entre B & A & entre G & F. Et par conſéquent la ſomme B + F des extrêmes eſt égale à la ſomme A + G des moyens. Et ajoûtant de part & d'autre les petits a & g; il y a égalité entre B + F + a + g de la bande ſupérieure & A + G + a + g, qui vaut 4ζ au juſte. Et on prouvera de la même ſorte que b + f + A + G de la bande inférieure vaut au juſte 4ζ. Et enſuitte que G + S + v + a de la bande gauche vaut encore 4ζ. Et enfin que g + $ſ$ + V + A de la bande gauche vaut auſſi 4ζ.

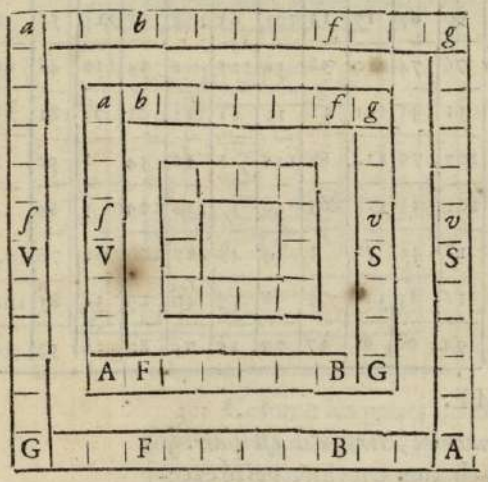
Pour les bandes ſupérieure & inférieure.

$\left\{\begin{matrix} B.\ A : G.\ F. \\ b.\ a : g.\ f. \end{matrix}\right.$ *Donc* $\begin{matrix} B+F \propto A+G. \\ b+f \propto a+g. \end{matrix}$ *Donc* $\begin{matrix} B+F+a+g \propto A+G+a+g \propto 4ζ \\ b+f+A+G \propto a+g+A+G \propto 4ζ \end{matrix}$

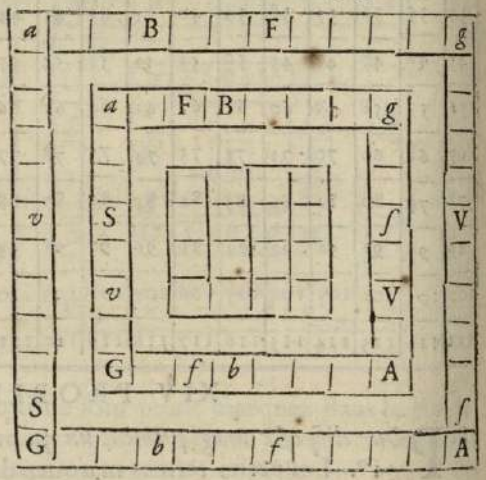
Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.

$\left\{\begin{matrix} A.\ S : G.\ V. \\ a.\ ſ : g.\ v. \end{matrix}\right.$ *Donc* $\begin{matrix} A+V \propto S+G. \\ a+v \propto ſ+g. \end{matrix}$ *Donc* $\begin{matrix} A+V+a+v \propto 4ζ \propto S+G+a+v. \\ a+v+A+V \propto 4ζ \propto ſ+g+A+V. \end{matrix}$

Enceintes naturelles.



Pour les enceintes magiques.



2°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte impaire excepté la premiére ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte impaire qu'on voudra excepté la premiére. Le petit h ſera mis au coin gauche, & le petit $ſ$ au coin droit de la bande ſupérieure, & les deux petits v & g hors des coins dans la même bande, & les deux petits b & f hors des coins dans la bande inférieure; mais en ſorte qu'ils ne répondent point aux deux v & g; & les petits a & p hors des coins dans la bande gauche, & les petits c & e hors des coins dans la droitte, en ſorte néanmoins qu'ils ne ſoient point vis-à-vis des petits a & p. Et les grands termes oppoſez à ces dix petits ſe-

SCD LYON 1

ront mis chacun vis-à-vis de son petit dans les bandes opposées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les six cellules de chacune de ses quatre bandes une même valeur 6ℨ, c'est-à-dire six fois la moitié ℨ de la somme des extrêmes. Ce qu'on démontre ainsi.

Il y a un même rapport arithmétique entre *h* & *a* & entre V & *f*, & encore un même entre B & A & entre G & F. Et par conséquent la somme *h* + *f* des extrêmes est égale à la somme *a* + V des moyens. Et la somme B + F des extrêmes encore égale à la somme A + G des moyens. Et ajoûtant ensemble d'une part les deux sommes des extrêmes, & de l'autre les deux sommes des moyens; il y aura égalité entre *h* + *f* + B + F & *a* + V + A + G. Et ajoûtant encore *v* & *g* de part & d'autre; il y aura égalité entre *h* + *f* + B + F + *v* + *g* de la bande supérieure & *a* + V + A + G + *v* + *g* qui vaut 6ℨ au juste. Et on prouvera de la même sorte que H + S + *b* + *f* + V + G de la bande inférieure vaut au juste 6ℨ. Et ensuitte que *h* + *p* + *a* + S + C + E de la bande gauche vaut encore 6ℨ. Et enfin que H + P + A + *f* + *c* + *e* vaut pareillement 6ℨ.

Ponr la bande supérieure.

h. a: V. *f. Et* B. A: G. F. { *Donc h* + *f* ∞ *a* + V. *Et* B + F ∞ A + G. { *Donc h* + *f* + B + F ∞ *a* + V + A + G. { *Donc h* + *f* + B + F + *v* + *g* ∞ *a* + V + A + G + *v* + *g* ∞ 6ℨ.

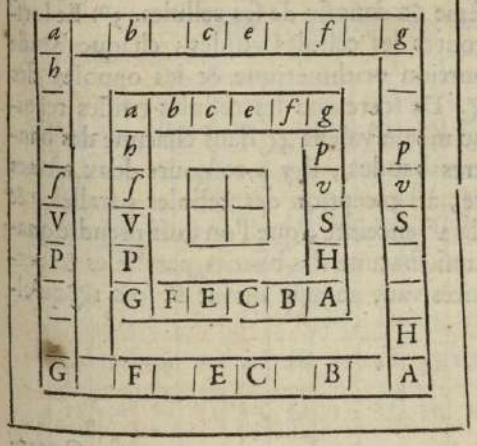
Pour la bande inférieure.

H. A: *v.* S. *Et b. a: g. f.* { *Donc* H + S ∞ A + *v. Et b* + *f* ∞ *a* + *g.* { *Donc* H + S + *b* + *f* ∞ A + *v* + *a* + *g.* { *Donc* H + S + *b* + *f* + V + G ∞ A + *v* + *a* + *g* + V + G ∞ 6ℨ.

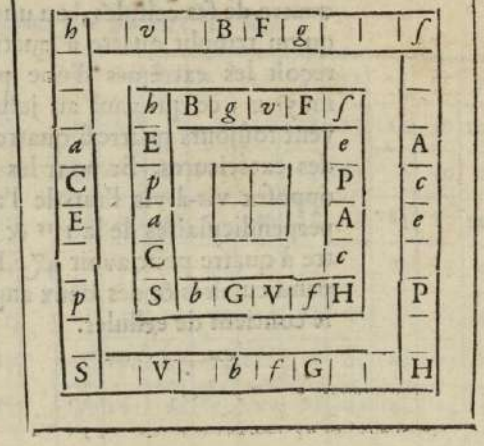
Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.

h. f: g. p. Et a. c: e. g. { *Donc h* + *p* ∞ *f* + *g. Et a* + *g* ∞ *c* + *e.* { *Donc h* + *p* + *a* + *g* ∞ *f* + *g* + *c* + *e. Et h* + *p* + *a* ∞ *f* + *c* + *e.* { *Or h* + *p* + *a* + H + P + A ∞ 6ℨ ∞ *f* + *c* + *e* + S + C + E. { *Donc* H + P + A ∞ S + C + E. *Et h* + *p* + *a* + S + C + E ∞ *f* + *c* + *e* + H + P + A ∞ 6ℨ.

Enceintes naturelles.



Pour les enceintes magiques.



SCD LYON 1

3°. Comme les petits termes qui ne ſont point marquez dans la bande ſupérieure reſtent toûjours en nombre pairement pair, & qu'ils ſont toûjours de quatre en quatre en proportion arithmétique ; & qu'il en eſt de même de tous les petits enſemble qui ne ſont point marquez dans la bande droitte & dans la bande gauche : on n'aura qu'à mettre les deux extrêmes de chaque proportion dans telle bande qu'on voudra, & les moyens dans ſon oppoſée, mais en ſorte que deux petits ne ſoient jamais vis à-vis l'un de l'autre. Et lorſqu'on aura placé tous les petits termes qui reſtent en chaque enceinte ; on diſpoſera de la même ſorte tous les grands qui reſtent, vis-à-vis chacun de ſon petit.

4°. La premiére & la ſeconde enceinte ont leurs régles à part ; parceque la premiére qui comprend dans ſes quatre cellules une proportion arithmétique de quatre termes ne peut jamais devenir magique. Ces deux enceintes forment un quarré de 16 cellules, où les bandes angulaires $a+i+I+A$ & $g+k+K+G$ ont chacune la même valeur 47. Et chaque autre bande paralléle ou perpendiculaire comprend dans ſes quatre cellules une proportion arithmétique, dont elle doit conſerver les extrêmes en rejettant les moyens dans ſon oppoſée, ou les moyens en rejettant les extrêmes dans cette oppoſée, mais toûjours en ſorte que chacun des grands termes ſoit vis-à-vis de ſon petit. Ce qui rendra magiques toutes les bandes de ce petit quarré. Et par conſéquent toutes celles du grand le ſeront auſſi. Et chacune aura pour ſa juſte valeur autant de fois 17 qu'elle comprend de cellules.

Pour le quarré du centre.

a			g
	i	k	
	K	I	
G			A

Les bandes de la ſeconde enceinte peuvent échanger les extrêmes & les moyens qui ſont dans leurs cellules avec pluſieurs de ceux qu'on aura mis dans les autres bandes.

Pour la demonſtration il eſt déja clair 1° & 2°, que l'enceinte exterieure avoit receu pour chacune de ſes quatre bandes une même valeur 47 dans quatre de ſes cellules, ou une même 62 dans ſix de ſes cellules. 3°. Et lorſqu'on remplit quatre à quatre toutes les cellules vuides ; chaque bande reçoit les extrêmes d'une proportion arithmétique & les oppoſez des moyens, ce qui vaut au juſte 47. De ſorte que les cellules vuides reçoivent toûjours quatre à quatre une même valeur 47 dans chacune des bandes extérieures. Et pour les autres bandes, il y a toûjours deux termes oppoſez vis-à-vis l'un de l'autre, à l'exception des cellules paralléles & perpendiculaires de la 1ere & de la 2e enceinte, que l'on doit prendre quatre à quatre pour avoir 47. Et ainſi chacune des bandes paralléles & perpendiculaires & des deux angulaires vaut au juſte autant de fois 17 qu'elle contient de cellules.

Quarré

Quarré naturel de XII.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144

Quarré magique de XII.

118	28	116	39	94	30	31	99	58	113	33	111
117	52	24	109	104	69	45	101	97	60	64	128
127	57	92	8	11	54	55	136	135	89	88	18
126	40	2	26	130	23	71	123	62	143	105	19
20	13	5	59	144	6	7	133	86	140	132	125
63	120	65	14	61	79	78	72	131	80	25	82
75	108	77	129	73	67	66	84	16	68	37	70
38	49	142	124	12	138	139	1	21	3	96	107
95	103	141	83	15	122	74	22	119	4	42	50
47	102	56	137	134	91	90	9	10	53	43	98
110	81	121	36	41	76	100	44	48	85	93	35
34	117	29	106	51	115	114	46	87	32	112	27

Autres exemples des mêmes quarrez.

On peut encore diversifier en renversant les bandes magiques du haut en bas, & du bas en haut, & de gauche à droitte, & de droitte à gauche. Comme si les coins d'une enceinte magique sont les quatre termes *a*, *d*, D, A; on peut changer ces mêmes coins en 8 maniéres différentes, comme on le voit ici; mais les termes, qu'on devoit d'abord disposer entr'eux hors des coins, doivent toûjours conserver une semblable disposition à leur égard.

a. d. *a.* D. *d. a.* D. *a.* *d.* A. D. A. A. *d.* A. D.
D. A. *d.* A. A. D. A. *d.* *a.* D. *a. d.* D. *a.* *d. a.*

Autres dispositions magiques du quarré de XI.

56	9	8	121	115	112	120	3	117	4	6
23	13	43	107	90	35	103	65	76	17	99
22	21	58	26	30	97	93	95	28	101	100
67	98	47	37	82	63	84	39	75	24	55
88	108	42	41	60	73	50	81	80	14	34
110	68	31	70	51	61	71	52	91	54	12
89	18	69	74	72	49	62	48	53	104	33
11	102	86	83	40	59	38	85	36	20	111
45	16	94	96	92	25	29	27	64	106	77
44	105	79	15	32	87	19	57	46	109	78
116	113	114	1	7	10	2	119	5	118	66

58	89	92	23	110	96	22	29	27	97	28
55	109	5	2	119	118	15	19	57	105	67
35	106	60	112	9	73	115	8	50	16	87
34	20	42	83	40	38	59	85	80	102	88
31	54	86	41	56	121	6	81	36	68	91
78	14	51	70	11	61	111	52	71	108	44
77	104	47	74	116	1	66	48	75	18	45
90	101	69	37	82	84	63	39	53	21	32
76	24	72	10	113	49	7	114	62	98	46
43	17	117	120	3	4	107	103	65	13	79
94	33	30	99	12	26	100	93	95	25	64

SCD LYON 1

Autres dispositions magiques du quarré de XII.

1	24	132	109	97	37	25	96	60	138	139	12
2	26	23	50	35	123	107	98	71	130	62	143
5	14	27	112	117	32	29	114	115	34	131	140
141	59	87	52	69	45	101	104	64	58	86	4
72	128	51	40	53	91	90	56	105	94	17	73
142	19	82	102	80	66	67	77	43	63	126	3
134	129	106	103	68	78	79	65	42	39	16	11
137	18	46	57	89	55	54	92	88	99	127	8
9	124	70	81	76	100	44	41	93	75	21	136
84	125	111	33	28	113	116	31	30	118	20	61
10	83	122	95	110	22	38	47	74	15	119	135
133	121	13	36	48	108	120	49	85	7	6	144

34	19	47	113	123	130	95	38	110	18	116	27
5	64	36	45	101	48	121	69	104	85	52	140
138	43	144	11	2	13	49	108	120	133	102	7
139	142	61	62	21	86	131	16	119	84	3	6
75	88	33	125	92	65	77	56	20	112	57	70
39	105	115	71	54	79	67	90	74	30	40	106
63	9	73	128	55	78	66	91	17	72	136	82
94	4	28	23	89	68	80	53	122	117	141	51
58	42	114	26	124	59	14	129	83	31	103	87
99	135	12	134	143	132	96	37	25	1	10	46
8	93	109	100	44	97	24	76	41	60	81	117
118	126	98	32	22	15	50	107	35	127	29	111

I COROLLAIRE.

39. S'Il y a quatre termes dans le quarré naturel; ils peuvent bien recevoir dans les[b] quatre cellules jusqu'à 24 dispositions différentes. Mais nulle des 24 ne peut être magique.

b. 17. 5.

Et s'il y a 9 termes; ils peuvent recevoir dans les neuf cellules jusques à 362880 dispositions différentes, dont l'une, qu'on trouve par les régles est toûjours magique. Et si quelqu'un avoit envie de les écrire toutes; quoi que le quarré paroisse si petit, il y auroit néanmoins dequoi remplir un volume entier de plus de 1000 pages aussi larges & plus longues que ne sont celles-ci.

Quarré naturel.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Quarré magique.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Et s'il y a 16 termes; ils pourront recevoir dans les 16 cellules jusques à 20922789888000 dispositions[c] différentes, qui rempliroient plus de 200 millions de volumes plus forts chacun que celuy-ci. Et parmi cette multitude presque incroyable de permutations, il y en a toûjours quatre qui peuvent être magiques, & qu'on peut régler sur l'ordre & la disposition qu'indiquent en celles-ci les nombres qui répondent aux termes de la progression arithmétique. Je ne conte pas pour diverses dispositions magiques les 12 autres des nouveaux Elemens de Géométrie, puisque ce ne sont que ces quatre mêmes renversées en trois différentes maniéres. Car si on regarde ces

c. 17. 5.

SCD LYON 1

quatre quarrez magiques en renverſant le Livre, on en verra quatre des 12 que l'Auteur ajoûte. Et ſi on les regarde directement par le revers du feuillet ; on en verra quatre autres. Et ſi on les regarde par le même revers en renverſant le Livre ; on verra les quatre qui reſtent. De ſorte que ſes 16 n'en font proprement que quatre. On peut pourtant avoir égard aux divers renverſemens des mêmes quarrez magiques, lorſqu'ils ſont environnez par quelques enceintes ; & ſi l'on veut même dans les permutations, où l'ordre eſt obſervé.

Quarré naturel de 4.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Diſpoſitions magiques du quarré de 4.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

16	3	2	13
9	6	7	12
5	10	11	8
4	15	14	1

4	15	14	1
9	6	7	12
5	10	11	8
16	3	2	13

13	3	2	16
12	6	7	9
8	10	11	5
1	15	14	4

II COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

40. *SI les termes d'une progreſſion géométrique rempliſſent les cellules d'un quarré ; pour les diſpoſer en telle ſorte que le produit des termes de chaque bande paralléle ou perpendiculaire, & de chaque angulaire, ſoit toûjours le même.*

On obſervera les mêmes régles, & on ſuivra les mêmes raiſonnemens que pour la diſpoſition des quarrez magiques, en changeant les mots d'ajoûter & d'ôter, de ſommes & de reſtes, en ceux de multiplier & de diviſer, de produits & d'expoſans. Si par éxemple on propoſe un quarré, dont les neuf cellules comprennent les 9 premiers termes de la progreſſion de 2 à 4 ; la diſpoſition magique de ces termes en fournira trois dans chaque bande, dont le ſolide rendra toûjours un même nombre 32768.

Progreſſion naturelle.

a^1	a^2	a^3
a^4	a^5	a^6
a^7	a^8	a^9

2	4	8
16	32	64
128	256	512

Diſpoſition magique.

a^4	a^9	a^2
a^3	a^5	a^7
a^8	a^1	a^6

16	512	4
8	32	128
256	2	64

Et ſi la progreſſion comprenoit les 16 premiers termes de la progreſſion de 1 à 2 ; il y auroit quatre diſpoſitions magiques, où le ſurſolide des quatre termes qui rempliroient chaque bande magique, fourniroient toûjours un même nombre 10737742824.

Progreſſion naturelle.

1	2	4	8
16	32	64	128
256	512	1024	2048
4096	8192	16384	32768

$a^{15}c$	$a^{14}bc$	$a^{13}bbc$	$a^{12}b^3c$
$a^{11}b^4c$	$a^{10}b^5c$	a^9b^6c	a^8b^7c
a^7b^8c	a^6b^9c	$a^5b^{10}c$	$a^4b^{11}c$
$a^3b^{12}c$	$aab^{13}c$	$ab^{14}c$	$b^{15}c$

SCD LYON 1

Dispositions magiques.

1	16384	8192	8
2048	32	64	256
128	512	1024	16
4096	4	2	32768

$a^{15}c$	$ab^{14}c$	$aab^{13}c$	$a^{12}b^{3}c$
$a^{4}b^{11}c$	$a^{10}b^{5}c$	$a^{9}b^{6}c$	$a^{7}b^{8}c$
$a^{8}b^{7}c$	$a^{6}b^{9}c$	$a^{5}b^{10}c$	$a^{13}b^{4}c$
$a^{3}b^{12}c$	$a^{13}bbc$	$a^{14}bc$	$b^{15}c$

32768	4	2	4096
256	32	64	2048
16	512	1024	128
8	16384	8192	1

$b^{15}c$	$a^{13}bbc$	$a^{14}bc$	$a^{3}b^{12}c$
$a^{7}b^{8}c$	$a^{10}b^{5}c$	$a^{9}b^{6}c$	$a^{4}b^{11}c$
$a^{11}b^{4}c$	$a^{6}b^{9}c$	$a^{5}b^{10}c$	$a^{8}b^{7}c$
$a^{12}b^{3}c$	$ab^{14}c$	$aab^{13}c$	$a^{15}c$

8	16384	8192	1
256	32	64	2048
16	512	1024	128
32768	4	2	4096

$a^{12}b^{3}c$	$ab^{14}c$	$aab^{13}c$	$a^{15}c$
$a^{7}b^{8}c$	$a^{10}b^{5}c$	$a^{9}b^{6}c$	$a^{4}b^{11}c$
$a^{11}b^{4}c$	$a^{6}b^{9}c$	$a^{5}b^{10}c$	$a^{8}b^{7}c$
$b^{15}c$	$a^{13}bbc$	$a^{14}bc$	$a^{3}b^{12}c$

4096	4	2	32768
2048	32	64	256
128	512	1024	16
1	16384	8192	8

$a^{3}b^{12}c$	$a^{13}bbc$	$a^{14}bc$	$b^{15}c$
$a^{4}b^{11}c$	$a^{10}b^{5}c$	$a^{9}b^{6}c$	$a^{7}b^{8}c$
$a^{8}b^{7}c$	$a^{6}b^{9}c$	$a^{5}b^{10}c$	$a^{11}b^{4}c$
$a^{15}c$	$ab^{14}c$	$aab^{13}c$	$a^{12}b^{3}c$

Et si on vouloit choisir dans la progression littérale le nombre 6 pour a, & le nombre 4 pour b, & simplement 1 pour c; le sursolide $a^{30}b^{30}c^{4}$ des quatre cellules de chacune des bandes magiques rendroit toûjours le même nombre A qui est d'une étenduë si vaste, que quand toutes les minutes, qui pourroient s'écouler dans la longue suitte de dix mille millions d'années, seroient changées chacune en 9 mille millions de fois cent mille millions siécles; cependant tant de siécles comprendroient tous ensemble beaucoup moins de minutes que le produit A n'en exprime; car ils comprendroient au juste celles du nombre B, que le nombre A surpasse du grand nombre C.

A 254880876053760202627773829926909776677376

B 248629824000000000000000000000000000000000

Reste C. 6251052053760202627773829926909776677376

Et si des progressions légéres en elles-mêmes, & qui ont peu de termes, fournissent déja de si hauts produits pour chacune des bandes magiques; que seroit ce si la progression étoit forte & s'étendoit bien loin? l'imagination est trop foible pour se figurer jusques où cela peut aller. Et la raison même doit faire beaucoup d'effort pour le concevoir d'une maniére un peu vive & distincte? Cette pensée sans doute est capable d'effraier, & de faire apprehender tres-sérieusement la durée sans bornes de l'éternité, devant qui tous les temps s'éclipsent & passent comme une ombre. Et on ne peut fixément envisager la suitte & les progrés immenses de ces dispositions, ni même des simples combinaisons, ou des permutations que peuvent recevoir des choses, dont les multitudes ne sont pas fort grandes; que nôtre esprit ne s'éleve au dessus de luy-même, & qu'il n'admire avec de grands transports, & n'adore avec un profond sentiment de sa foiblesse & de son impuissance l'incompréhensible étenduë de la Puissance Souveraine de son Dieu; qui sçait allier, unir, séparer, rejoindre, combiner & diversifier avec tant d'ordre, de Sagesse, de vigilance, d'activité, de constance & d'uniformité toutes les parties de ce grand Univers, quelques nombreuses qu'elles soient; & qui s'applique toûjours à nous combler en tant de diverses maniéres de ses faveurs & de ses bienfaits. Que nos cœurs donc pleinement pénétrez de son amour & de sa crainte ne cessent jamais de luy rendre toute sorte d'honneur, de gloire, & d'actions de graces.

FIN DE LA PREMIERE PARTIE.

SCD LYON 1

TABLE DES LOGARITHMES

DE TOUS LES NOMBRES NATURELS

depuis 1 jusques à 20000.

DE LA FORMATION,

ET DES USAGES DE LA TABLE.

1. ON a déja expliqué la nature de quelques-unes des proprietez principales des Logarithmes dans le Livre [b] onziéme. Et on a prescrit les régles dans ce même lieu pour en former [c] la Table, & pour la continuer jusques où l'on voudra. Plusieurs personnes en ont déja surmonté le travail, & l'ont poussée avec une patience incroyable jusques au Logarithme de 100000. Celle qu'on donne ici s'arrête à celuy de 20000. Mais il est facile avec son secours de l'étendre plus loin, sans qu'il y ait sujet de craindre aucune erreur sensible jusques à celuy de 1000000.

[b] b. 11. 11.

[c] c. 13. 11.

I PROBLEME.

2. *POur trouver avec le secours de la Table le Logarithme de tel nombre entier qu'on voudra depuis* 20000 *jusques à* 10000000.

SCD LYON 1

On verra s'il se peut diviſer facilement & ſans reſte par quelques nombres ſimples ou compoſez, en ſorte que le dernier expoſant & chaque diviſeur ne ſoit point plus grand que 20000. On prendra enſuitte dans la Table les Logarithmes des nombres dont celuy qu'on propoſe eſt un produit, & leur ſomme ſera ſon logarithme.

Mais ſi la tentative paroît trop difficile, ou qu'on ne puiſſe faire du tout ou qu'en partie la diviſion ſans reſte; on cherchera ainſi le logarithme du nombre qu'on propoſe, ou de l'expoſant auquel on s'arrête & qui ſurpaſſe 20000. On le diviſera par 10, ou par 100, ou par 1000, ou par 10000, en ſorte que l'expoſant ſoit le plus grand qu'on pourra au deſſous de 20000. On prendra enſuite dans la Table le logarithme du nombre entier que contient l'expoſant, & celuy du nombre entier plus grand que luy de l'unité. Et prenant encore la différence de ces deux logarithmes; on ordonnera une proportion droite, où le dénominateur de la fraction décimale ſera la premier terme, & le numérateur le ſecond; & le troiſiéme ſera la différence des deux logarithmes. Et le quatriéme qu'on découvrira par la régle de trois ſera à peu prés la partie proportionelle qu'on doit ajoûter au logarithme du nombre entier qui eſt dans l'expoſant, pour avoir celuy de tout l'expoſant; je dis à peu prés, parceque les différences des logarithmes ne ſont pas au juſte proportionelles à celles des nombres qui leur répondent. On ajoûtera enfin le logarithme du diviſeur à celuy de l'expoſant, ce qui ne changera que le premier chifre à gauche. Et la ſomme ſera le logarithme entier que l'on cherche. Les éxemples pourront éclaircir & fixer ces régles.

Premier exemple.

Pour trouver le logarithme de 98765; je reconnois auſſi-tôt qu'il peut être diviſé par 5. Et la diviſion me fournit l'expoſant 19753 qui ne ſurpaſſe pas 20000. C'eſt pourquoi je prens dans la Table à côté de ce nombre ſon logarithme 42956331, & à côté de 5 ſon logarithme 06989700. Et la ſomme de ces deux logarithmes fournit le logarithme 49946031 du nombre propoſé 98765.

	Nombres naturels.	*Logarithmes.*
Côtez	19753	42956331
	5	06989700
	Produit 98765.	*Somme* 49946031.

Second exemple.

Pour trouver le logarithme de 98796. Je le diviſe premiérement par 2, & encore par 2 l'expoſant 49398, & enſuitte par 3 le ſecond expoſant 24699; & aprés avoir trouvé un troiſiéme expoſant 8233, je prens dans la Table les logarithmes des diviſeurs 2, 2, 3, ou celuy de leur ſolide 12, qui eſt 10791812; & je luy ajoûte le logarithme du dernier expoſant 8233 qui eſt 39155581. Et la ſomme 49947393 eſt le logarithme de 98796.

	Nombres naturels.	*Logarithmes.*
Côtez	8233	39155581
	12	10791812
	Produit 98796.	*Somme* 49947393.

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
1	0.0000000	51	1.7075702	101	2.0043214	151	2.1789769
2	0.3010300	52	1.7160033	102	2.0086002	152	2.1818436
3	0.4771213	53	1.7242759	103	2.0128372	153	2.1846914
4	0.6020600	54	1.7323938	104	2.0170333	154	2.1875207
5	0.6989700	55	1.7403627	105	2.0211893	155	2.1903317
6	0.7781513	56	1.7481880	106	2.0253059	156	2.1931246
7	0.8450980	57	1.7558749	107	2.0293838	157	2.1958997
8	0.9030900	58	1.7634280	108	2.0334238	158	2.1986571
9	0.9542425	59	1.7708520	109	2.0374265	159	2.2013971
10	1.0000000	60	1.7781513	110	2.0413927	160	2.2041200
11	1.0413927	61	1.7853298	111	2.0453230	161	2.2068259
12	1.0791812	62	1.7923917	112	2.0492180	162	2.2095150
13	1.1139434	63	1.7993405	113	2.0530784	163	2.2121876
14	1.1461280	64	1.8061800	114	2.0569049	164	2.2148438
15	1.1760913	65	1.8129134	115	2.0606978	165	2.2174839
16	1.2041200	66	1.8195439	116	2.0644080	166	2.2201081
17	1.2304489	67	1.8260748	117	2.0681859	167	2.2227165
18	1.2552725	68	1.8325089	118	2.0718820	168	2.2253093
19	1.2787536	69	1.8388491	119	2.0755470	169	2.2278868
20	1.3010300	70	1.8450980	120	2.0791812	170	2.2304489
21	1.3222193	71	1.8512583	121	2.0827854	171	2.2329961
22	1.3424227	72	1.8573325	122	2.0863598	172	2.2355284
23	1.3617278	73	1.8633229	123	2.0899051	173	2.2380461
24	1.3802112	74	1.8692317	124	2.0934217	174	2.2405492
25	1.3979400	75	1.8750613	125	2.0969100	175	2.2430380
26	1.4149733	76	1.8808136	126	2.1003705	176	2.2455127
27	1.4313638	77	1.8864907	127	2.1038037	177	2.2479733
28	1.4471580	78	1.8920946	128	2.1072100	178	2.2504200
29	1.4623980	79	1.8976271	129	2.1105897	179	2.2528530
30	1.4771213	80	1.9030900	130	2.1139434	180	2.2552725
31	1.4913617	81	1.9084850	131	2.1172713	181	2.2576786
32	1.5051500	82	1.9138139	132	2.1205739	182	2.2600714
33	1.5185139	83	1.9190781	133	2.1238516	183	2.2624511
34	1.5314789	84	1.9242793	134	2.1271048	184	2.2648178
35	1.5440680	85	1.9294189	135	2.1303338	185	2.2671717
36	1.5563025	86	1.9344984	136	2.1335389	186	2.2695129
37	1.5682017	87	1.9395193	137	2.1367206	187	2.2718416
38	1.5797836	88	1.9444827	138	2.1398791	188	2.2741578
39	1.5910646	89	1.9493900	139	2.1430148	189	2.2764618
40	1.6020600	90	1.9542425	140	2.1461280	190	2.2787536
41	1.6127839	91	1.9590414	141	2.1492191	191	2.2810334
42	1.6232493	92	1.9637878	142	2.1522883	192	2.2833012
43	1.6334685	93	1.9684829	143	2.1553360	193	2.2855573
44	1.6434527	94	1.9731279	144	2.1583625	194	2.2878017
45	1.6532125	95	1.9777236	145	2.1613680	195	2.2900346
46	1.6627578	96	1.9822712	146	2.1643529	196	2.2922561
47	1.6720979	97	1.9867717	147	2.1673173	197	2.2944662
48	1.6812412	98	1.9912261	148	2.1702617	198	2.2966652
49	1.6901961	99	1.9956352	149	2.1731863	199	2.2988531
50	1.6989700	100	2.0000000	150	2.1760913	200	2.3010300

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
201	2.3031961	251	2.3996737	301	2.4785665	351	2.5453071
202	2.3053514	252	2.4014005	302	2.4800069	352	2.5465427
203	2.3074960	253	2.4031205	303	2.4814426	353	2.5477747
204	2.3096302	254	2.4048337	304	2.4828736	354	2.5490033
205	2.3117539	255	2.4065402	305	2.4842998	355	2.5502284
206	2.3138672	256	2.4082400	306	2.4857214	356	2.5514500
207	2.3159703	257	2.4099331	307	2.4871384	357	2.5526682
208	2.3180633	258	2.4116197	308	2.4885507	358	2.5538830
209	2.3201463	259	2.4132998	309	2.4899585	359	2.5550944
210	2.3222193	260	2.4149733	310	2.4913617	360	2.5563025
211	2.3242825	261	2.4166405	311	2.4927604	361	2.5575072
212	2.3263359	262	2.4183013	312	2.4941546	362	2.5587086
213	2.3283796	263	2.4199557	313	2.4955443	363	2.5599066
214	2.3304138	264	2.4216039	314	2.4969296	364	2.5611014
215	2.3324385	265	2.4232459	315	2.4983105	365	2.5622930
216	2.3344538	266	2.4248816	316	2.4996871	366	2.5634811
217	2.3364597	267	2.4265113	317	2.5010593	367	2.5646661
218	2.3384565	268	2.4281348	318	2.5024271	368	2.5658478
219	2.3404441	269	2.4297523	319	2.5037907	369	2.5670264
220	2.3424227	270	2.4313638	320	2.5051500	370	2.5682017
221	2.3443923	271	2.4329693	321	2.5065050	371	2.5693739
222	2.3463530	272	2.4345689	322	2.5078559	372	2.5705429
223	2.3483049	273	2.4361626	323	2.5092025	373	2.5717088
224	2.3502480	274	2.4377506	324	2.5105450	374	2.5728716
225	2.3521825	275	2.4393327	325	2.5118834	375	2.5740313
226	2.3541084	276	2.4409091	326	2.5132176	376	2.5751878
227	2.3560259	277	2.4424798	327	2.5145478	377	2.5763414
228	2.3579348	278	2.4440448	328	2.5158738	378	2.5774918
229	2.3598355	279	2.4456042	329	2.5171959	379	2.5786392
230	2.3617278	280	2.4471580	330	2.5185139	380	2.5797836
231	2.3636120	281	2.4487063	331	2.5198280	381	2.5809250
232	2.3654880	282	2.4502491	332	2.5211381	382	2.5820634
233	2.3673559	283	2.4517864	333	2.5224442	383	2.5831988
234	2.3692159	284	2.4533183	334	2.5237465	384	2.5843312
235	2.3710679	285	2.4548449	335	2.5250448	385	2.5854607
236	2.3719120	286	2.4563660	336	2.5263393	386	2.5865873
237	2.3747483	287	2.4578819	337	2.5276299	387	2.5877110
238	2.3765769	288	2.4593925	338	2.5289167	388	2.5888317
239	2.3783979	289	2.4608978	339	2.5301997	389	2.5899496
240	2.3803112	290	2.4623980	340	2.5314789	390	2.5910646
241	2.3820170	291	2.4638930	341	2.5327544	391	2.5921768
242	2.3838154	292	2.4653829	342	2.5340261	392	2.5932861
243	2.3856063	293	2.4668676	343	2.5352941	393	2.5943926
244	2.3873898	294	2.4683473	344	2.5365584	394	2.5954962
245	2.3891661	295	2.4698220	345	2.5378191	395	2.5965971
246	2.3909351	296	2.4712917	346	2.5390761	396	2.5976952
247	2.3926970	297	2.4727564	347	2.5403295	397	2.5987905
248	2.3944517	298	2.4742163	348	2.5415792	398	2.5998831
249	2.3961993	299	2.4756712	349	2.5428254	399	2.6009729
250	2.3979400	300	2.4771213	350	2.5440680	400	2.6020600

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
401	2.6031444	451	2.6541765	501	2.6998377	551	2.7411516
402	2.6042261	452	2.6551384	502	2.7007037	552	2.7419391
403	2.6053050	453	2.6560982	503	2.7015680	553	2.7427251
404	2.6063814	454	2.6570559	504	2.7024305	554	2.7435098
405	2.6074550	455	2.6580114	505	2.7032914	555	2.7442930
406	2.6085260	456	2.6589648	506	2.7041505	556	2.7450748
407	2.6095944	457	2.6599162	507	2.7050080	557	2.7458552
408	2.6106602	458	2.6608655	508	2.7058637	558	2.7466342
409	2.6117233	459	2.6618127	509	2.7067178	559	2.7474118
410	2.6127839	460	2.6627578	510	2.7075702	560	2.7481880
411	2.6138418	461	2.6637009	511	2.7084209	561	2.7489629
412	2.6148972	462	2.6646420	512	2.7092700	562	2.7497363
413	2.6159500	463	2.6655810	513	2.7101174	563	2.7505084
414	2.6170003	464	2.6665180	514	2.7109631	564	2.7512791
415	2.6180481	465	2.6674530	515	2.7118072	565	2.7520484
416	2.6190933	466	2.6683859	516	2.7126497	566	2.7528164
417	2.6201361	467	2.6693169	517	2.7134905	567	2.7535831
418	2.6211763	468	2.6702459	518	2.7143298	568	2.7543483
419	2.6222140	469	2.6711728	519	2.7151674	569	2.7551123
420	2.6232493	470	2.6720979	520	2.7160033	570	2.7558749
421	2.6242821	471	2.6730209	521	2.7168377	571	2.7566361
422	2.6253125	472	2.6739420	522	2.7176705	572	2.7573960
423	2.6263404	473	2.6748611	523	2.7185017	573	2.7581546
424	2.6273659	474	2.6757783	524	2.7193313	574	2.7589119
425	2.6283889	475	2.6766936	525	2.7201593	575	2.7596678
426	2.6294096	476	2.6776070	526	2.7209857	576	2.7604225
427	2.6304279	477	2.6785184	527	2.7218106	577	2.7611758
428	2.6314438	478	2.6794279	528	2.7226339	578	2.7619278
429	2.6324573	479	2.6803355	529	2.7234557	579	2.7626786
430	2.6334685	480	2.6812412	530	2.7242759	580	2.7634280
431	2.6344773	481	2.6821451	531	2.7250945	581	2.7641761
432	2.6354837	482	2.6830470	532	2.7259116	582	2.7649230
433	2.6364879	483	2.6839471	533	2.7267272	583	2.7656686
434	2.6374897	484	2.6848454	534	2.7275413	584	2.7664128
435	2.6384893	485	2.6857417	535	2.7283538	585	2.7671559
436	2.6394865	486	2.6866363	536	2.7291648	586	2.7678976
437	2.6404814	487	2.6875290	537	2.7299743	587	2.7686381
438	2.6414741	488	2.6884198	538	2.7307823	588	2.7693773
439	2.6424645	489	2.6893089	539	2.7315888	589	2.7701153
440	2.6434527	490	2.6901961	540	2.7323938	590	2.7708520
441	2.6444386	491	2.6910815	541	2.7331973	591	2.7715875
442	2.6454223	492	2.6919651	542	2.7339993	592	2.7723217
443	2.6464037	493	2.6928469	543	2.7347998	593	2.7730547
444	2.6473830	494	2.6937269	544	2.7355989	594	2.7737864
445	2.6483600	495	2.6946052	545	2.7363965	595	2.7745170
446	2.6493349	496	2.6954817	546	2.7371926	596	2.7752463
447	2.6503075	497	2.6963564	547	2.7379873	597	2.7759743
448	2.6512780	498	2.6972293	548	2.7387806	598	2.7767012
449	2.6522463	499	2.6981005	549	2.7395723	599	2.7774268
450	2.6532125	500	2.6989700	550	2.7403627	600	2.7781513

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
601	2.7788745	651	2.8135810	701	2.8457180	751	2.8756399
602	2.7795965	652	2.8142476	702	2.8463371	752	2.8762178
603	2.7803173	653	2.8149132	703	2.8469553	753	2.8767950
604	2.7810369	654	2.8155777	704	2.8475727	754	2.8773713
605	2.7817554	655	2.8162413	705	2.8481891	755	2.8779470
606	2.7824726	656	2.8169038	706	2.8488047	756	3.8785218
607	2.7831887	657	2.8175654	707	2.8494194	757	2.8790959
608	2.7839036	658	2.8182259	708	2.8500333	758	2.8796692
609	2.7846173	659	2.8188854	709	2.8506462	759	2.8802418
610	2.7853298	660	2.8195439	710	2.8512583	760	2.8808136
611	2.7860412	661	2.8202015	711	2.8518696	761	2.8813847
612	2.7867514	662	2.8208580	712	2.8524800	762	2.8819550
613	2.7874605	663	2.8215135	713	2.8530895	763	2.8825245
614	2.7881684	664	2.8221681	714	2.8536982	764	2.8830934
615	2.7888751	665	2.8228216	715	2.8543060	765	2.8836614
616	2.7895807	666	2.8234742	716	2.8549130	766	2.8842288
617	2.7902852	667	2.8241258	717	2.8555192	767	2.8847954
618	2.7909885	668	2.8247765	718	2.8561244	768	2.8853612
619	2.7916906	669	2.8254261	719	2.8567289	769	2.8859263
620	2.7923917	670	2.8260748	720	2.8573325	770	2.8864907
621	2.7930916	671	2.8267225	721	2.8579353	771	2.8870544
622	2.7937904	672	2.8273693	722	2.8585372	772	2.8876173
623	2.7944880	673	2.8280151	723	2.8591383	773	2.8881795
624	2.7951846	674	2.8286599	724	2.8597386	774	2.8887410
625	2.7958800	675	2.8293038	725	2.8603380	775	2.8893017
626	2.7965743	676	2.8299467	726	2.8609366	776	2.8898617
627	2.7972675	677	2.8305887	727	2.8615344	777	2.8904210
628	2.7979596	678	2.8312297	728	2.8621314	778	2.8909796
629	2.7986506	679	2.8318698	729	2.8627275	779	2.8915375
630	2.7993405	680	2.8325089	730	2.8633229	780	2.8920946
631	2.8000294	681	2.8331471	731	2.8639174	781	2.8926510
632	2.8007171	682	2.8337844	732	2.8645111	782	2.8932068
633	2.8014037	683	2.8344207	733	2.8651040	783	2.8937618
634	2.8020893	684	2.8350561	734	2.8656961	784	2.8943161
635	2.8027737	685	2.8356906	735	2.8662873	785	2.8948697
636	2.8034571	686	2.8363241	736	2.8668778	786	2.8954225
637	2.8041394	687	2.8369567	737	2.8674675	787	2.8959747
638	2.8048207	688	2.8375884	738	2.8680564	788	2.8965262
639	2.8055009	689	2.8382192	739	2.8686444	789	2.8970770
640	2.8061800	690	2.8388491	740	2.8692317	790	2.8976271
641	2.8068580	691	2.8394780	741	2.8698182	791	2.8981765
642	2.8075350	692	2.8401061	742	2.8704039	792	2.8987252
643	2.8082110	693	2.8407332	743	2.8709888	793	2.8992732
644	2.8088859	694	2.8413595	744	2.8715729	794	2.8998205
645	2.8095597	695	2.8419848	745	2.8721563	795	2.9003671
646	2.8102325	696	2.8426092	746	2.8727388	796	2.9009131
647	2.8109043	697	2.8432328	747	2.8733206	797	2.9014585
648	2.8115750	698	2.8438554	748	2.8739016	798	2.9020029
649	2.8122447	699	2.8444772	749	2.8744818	799	2.9025468
650	2.8129134	700	2.8450980	750	2.8750613	800	2.9030900

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
801	2.9036325	851	2.9299296	901	2.9547248	951	2.9781805
802	2.9041744	852	2.9304396	902	2.9552065	952	2.9786369
803	2.9047155	853	2.9309490	903	2.9556878	953	2.9790929
804	2.9052560	854	2.9314579	904	2.9561684	954	2.9795484
805	2.9057959	855	2.9319661	905	2.9566486	955	2.9800034
806	2.9063350	856	2.9324738	906	2.9571282	956	2.9804579
807	2.9068735	857	2.9329808	907	2.9576073	957	2.9809119
808	2.9074114	858	2.9334873	908	2.9580858	958	2.9813655
809	2.9079485	859	2.9339932	909	2.9585639	959	2.9818186
810	2.9084850	860	2.9344985	910	2.9590414	960	2.9822712
811	2.9090209	861	2.9350032	911	2.9595184	961	2.9827234
812	2.9095560	862	2.9355073	912	2.9599948	962	2.9831751
813	2.9100905	863	2.9360108	913	2.9604708	963	2.9836263
814	2.9106244	864	2.9365137	914	2.9609462	964	2.9840770
815	2.9111576	865	2.9370161	915	2.9614211	965	2.9845273
816	2.9116902	866	2.9375179	916	2.9618955	966	2.9849771
817	2.9122221	867	2.9380191	917	2.9623693	967	2.9854265
818	2.9127533	868	2.9385197	918	2.9628427	968	2.9858754
819	2.9132839	869	2.9390198	919	2.9633155	969	2.9863238
820	2.9138139	870	2.9395193	920	2.9637878	970	2.9867717
821	2.9143432	871	2.9400182	921	2.9642596	971	2.9872192
822	2.9148718	872	2.9405165	922	2.9647309	972	2.9876663
823	2.9153998	873	2.9410142	923	2.9652017	973	2.9881128
824	2.9159272	874	2.9415114	924	2.9656720	974	2.9885590
825	2.9164539	875	2.9420081	925	2.9661417	975	2.9890046
826	2.9169800	876	2.9425041	926	2.9666110	976	2.9894498
827	2.9175055	877	2.9429996	927	2.9670797	977	2.9898946
828	2.9180303	878	2.9434945	928	2.9675480	978	2.9903389
829	2.9185545	879	2.9439889	929	2.9680157	979	2.9907827
830	2.9190781	880	2.9444827	930	2.6684829	980	2.9912261
831	2.9196010	881	2.9449759	931	2.9689497	981	2.9916690
832	2.9201233	882	2.9454686	932	2.9694159	982	2.9921115
833	2.9206450	883	2.9459607	933	2.9698816	983	2.9925535
834	2.9211661	884	2.9464523	934	2.9703469	984	2.9929951
835	2.9216865	885	2.9469433	935	2.9708116	985	2.9934362
836	2.9222063	886	2.9474337	936	2.9712758	986	2.9938769
837	2.9227255	887	2.9479236	937	2.9717396	987	2.9943172
838	2.9232440	888	2.9484130	938	2.9722028	988	2.9947569
839	2.9237620	889	2.9489018	939	2.9726656	989	2.9951963
840	2.9242793	890	2.9493900	940	2.9731279	990	2.9956352
841	2.9247960	891	2.9498777	941	2.9735896	991	2.9960737
842	2.9253121	892	2.9503649	942	2.9740509	992	2.9965117
843	2.9258276	893	2.9508515	943	2.9745117	993	2.9969492
844	2.9263424	894	2.9513375	944	2.9749720	994	2.9973864
845	2.9268567	895	2.9518230	945	2.9754318	995	2.9978231
846	2.9273704	896	2.9523080	946	2.9758911	996	2.9982593
847	2.9278834	897	2.9527924	947	2.9763500	997	2.9986952
848	2.9283959	898	2.9532763	948	2.9768083	998	2.9991305
849	2.9289077	899	2.9537597	949	2.9772662	999	2.9995655
850	2.9294189	900	2.9542425	950	2.9777236	1000	3.0000000

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
1001	3.0004341	1051	3.0216027	1101	3.0417873	1151	3.0610755
1002	3.0008677	1052	3.0220157	1102	3.0421816	1152	3.0614521
1003	3.0013009	1053	3.0224284	1103	3.0425755	1153	3.0618293
1004	3.0017337	1054	3.0228406	1104	3.0429691	1154	3.0622058
1005	3.0021661	1055	3.0232525	1105	3.0433623	1155	3.0625820
1006	3.0025980	1056	3.0236639	1106	3.0437551	1156	3.0629578
1007	3.0030295	1057	3.0240750	1107	3.0441476	1157	3.0633334
1008	3.0034605	1058	3.0244857	1108	3.0445398	1158	3.0637086
1009	3.0038912	1059	3.0248960	1109	3.0449315	1159	3.0640834
1010	3.0043214	1060	3.0253059	1110	3.0453230	1160	3.0644580
1011	3.0047512	1061	3.0257154	1111	3.0457141	1161	3.0648322
1012	3.0051805	1062	3.0261245	1112	3.0461048	1162	3.0652061
1013	3.0056094	1063	3.0265333	1113	3.0464952	1163	3.0655797
1014	3.0060380	1064	3.0269416	1114	3.0468852	1164	3.0659530
1015	3.0064660	1065	3.0273496	1115	3.0472749	1165	3.0663259
1016	3.0068937	1066	3.0277572	1116	3.0476642	1166	3.0666986
1017	3.0073210	1067	3.0281644	1117	3.0480532	1167	3.0670709
1018	3.0077478	1068	3.0285713	1118	3.0484418	1168	3.0674428
1019	3.0081742	1069	3.0289777	1119	3.0488301	1169	3.0678145
1020	3.0086002	1070	3.0293838	1120	3.0492180	1170	3.0681859
1021	3.0090257	1071	3.0297895	1121	3.0496056	1171	3.0685569
1022	3.0094509	1072	3.0301948	1122	3.0499929	1172	3.0689276
1023	3.0098756	1073	3.0305997	1123	3.0503798	1173	3.0692980
1024	3.0103000	1074	3.0310043	1124	3.0507663	1174	3.0696681
1025	3.0107239	1075	3.0314085	1125	3.0511525	1175	3.0700379
1026	3.0111474	1076	3.0318123	1126	3.0515384	1176	3.0704073
1027	3.0115704	1077	3.0322157	1127	3.0519239	1177	3.0707765
1028	3.0119931	1078	3.0326188	1128	3.0523091	1178	3.0711453
1029	3.0124154	1079	3.0330214	1129	3.0526939	1179	3.0715138
1030	3.0128372	1080	3.0334238	1130	3.0530784	1180	3.0718820
1031	3.0132587	1081	3.0338257	1131	3.0534626	1181	3.0722499
1032	3.0136797	1082	3.0342273	1132	3.0538464	1182	3.0726175
1033	3.0141003	1083	3.0346285	1133	3.0542299	1183	3.0729847
1034	3.0145205	1084	3.0350293	1134	3.0546131	1184	3.0733517
1035	3.0149403	1085	3.0354297	1135	3.0549959	1185	3.0737184
1036	3.0153598	1086	3.0358298	1136	3.0553783	1186	3.0740847
1037	3.0157788	1087	3.0362295	1137	3.0557605	1187	3.0744507
1038	3.0161974	1088	3.0366289	1138	3.0561423	1188	3.0748164
1039	3.0166155	1089	3.0370279	1139	3.0565237	1189	3 0751819
1040	3.0170333	1090	3.0374265	1140	3.0569049	1190	3.0755470
1041	3.0174507	1091	3.0378248	1141	3.0572856	1191	3.0759118
1042	3.0178677	1092	3.0382226	1142	3.0576661	1192	3.0762763
1043	3.0182843	1093	3.0386202	1143	3.0580462	1193	3.0766404
1044	3.0187005	1094	3.0390173	1144	3.0584260	1194	3.0770043
1045	3.0191163	1095	3.0394141	1145	3.0588055	1195	3.0773679
1046	3.0195317	1096	3.0398106	1146	3.0591846	1196	3.0777312
1047	3.0199467	1097	3.0402066	1147	3.0595634	1197	3.0780942
1048	3.0203613	1098	3.0406023	1148	3.0599419	1198	3.0784568
1049	3.0207755	1099	3.0409977	1149	3.0603200	1199	3.0788192
1050	3.0211893	1100	3.0413927	1150	3.0606978	1200	3.0791812

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
1201	3.0795430	1251	3.0972573	1301	3.1142773	1351	3.1306553
1202	3.0799045	1252	3.0976043	1302	3.1146110	1352	3.1309767
1203	3.0802656	1253	3.0979511	1303	3.1149444	1353	3.1312978
1204	3.0806265	1254	3.0982975	1304	3.1152776	1354	3.1316187
1205	3.0809870	1255	3.0986437	1305	3.1156105	1355	3.1319393
1206	3.0813473	1256	3.0989896	1306	3.1159432	1356	3.1322597
1207	3.0817073	1257	3.0993353	1307	3.1162756	1357	3.1325798
1208	3.0820669	1258	3.0996806	1308	3.1166077	1358	3.1328998
1209	3.0824263	1259	3.1000257	1309	3.1169396	1359	3.1332195
1210	3.0827854	1260	3.1003705	1310	3.1172713	1360	3.1335389
1211	3.0831441	1261	3.1007151	1311	3.1176027	1361	3.1338581
1212	3.0835026	1262	3.1010594	1312	3.1179338	1362	3.1341771
1213	3.0838608	1263	3.1014034	1313	3.1182647	1363	3.1344959
1214	3.0842187	1264	3.1017471	1314	3.1185954	1364	3.1348144
1215	3.0845763	1265	3.1020905	1315	3.1189258	1365	3.1351327
1216	3.0849336	1266	3.1024337	1316	3.1192559	1366	3.1354507
1217	3.0852906	1267	3.1027766	1317	3.1195858	1367	3.1357685
1218	3.0856473	1268	3.1031193	1318	3.1199154	1368	3.1360861
1219	3.0860037	1269	3.1034616	1319	3.1202448	1369	3.1364034
1220	3.0863598	1270	3.1038037	1320	3.1205739	1370	3.1367206
1221	3.0867156	1271	3.1041456	1321	3.1209028	1371	3.1370375
1222	3.0870712	1272	3.1044871	1322	3.1212315	1372	3.1373541
1223	3.0874265	1273	3.1048284	1323	3.1215598	1373	3.1376705
1224	3.0877814	1274	3.1051694	1324	3.1218880	1374	3.1379867
1225	3.0881361	1275	3.1055102	1325	3.1222159	1375	3.1383027
1226	3.0884905	1276	3.1058507	1326	3.1225435	1376	3.1386184
1227	3.0888446	1277	3.1061909	1327	3.1228709	1377	3.1389339
1228	3.0891984	1278	3.1065309	1328	3.1231981	1378	3.1392492
1229	3.0895519	1279	3.1068705	1329	3.1235250	1379	3.1395643
1230	3.0899051	1280	3.1072100	1330	3.1238516	1380	3.1398791
1231	3.0902581	1281	3.1075491	1331	3.1241781	1381	3.1401937
1232	3.0906107	1282	3.1078880	1332	3.1245042	1382	3.1405080
1233	3.0909631	1283	3.1082267	1333	3.1248301	1383	3.1408222
1234	3.0913152	1284	3.1085650	1334	3.1251558	1384	3.1411361
1235	3.0916670	1285	3.1089031	1335	3.1254813	1385	3.1414498
1236	3.0920185	1286	3.1092410	1336	3.1258065	1386	3.1417632
1237	3.0923697	1287	3.1095785	1337	3.1261314	1387	3.1420765
1238	3.0927206	1288	3.1099159	1338	3.1264561	1388	3.1423895
1239	3.0930713	1289	3.1102529	1339	3.1267806	1389	3.1427022
1240	3.0934217	1290	3.1105897	1340	3.1271048	1390	3.1430148
1241	3.0937718	1291	3.1109262	1341	3.1274288	1391	3.1433271
1242	3.0941216	1292	3.1112625	1342	3.1277525	1392	3.1436392
1243	3.0944711	1293	3.1115985	1343	3.1280760	1393	3.1439511
1244	3.0948204	1294	3.1119343	1344	3.1283993	1394	3.1442628
1245	3.0951694	1295	3.1122698	1345	3.1287223	1395	3.1445742
1246	3.0955180	1296	3.1126050	1346	3.1290451	1396	3.1448854
1247	3.0958665	1297	3.1129400	1347	3.1293676	1397	3.1451964
1248	3.0962146	1298	3.1132747	1348	3.1296899	1398	3.1455072
1249	3.0965624	1299	3.1136092	1349	3.1300119	1399	3.1458177
1250	3.0969100	1300	3.1139434	1350	3.1303338	1400	3.1461280

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
1401	3.1464381	1451	3.1616674	1501	3.1763807	1551	3.1906118
1402	3.1467480	1452	3.1619666	1502	3.1766699	1552	3.1908917
1403	3.1470577	1453	3.1622656	1503	3.1769590	1553	3.1911715
1404	3.1473671	1454	3.1625644	1504	3.1772478	1554	3.1914510
1405	3.1476763	1455	3.1628630	1505	3.1775365	1555	3.1917304
1406	3.1479853	1456	3.1631614	1506	3.1778250	1556	3.1920096
1407	3.1482941	1457	3.1634596	1507	3.1781133	1557	3.1922886
1408	3.1486027	1458	3.1637575	1508	3.1784013	1558	3.1925675
1409	3.1489110	1459	3.1640553	1509	3.1786892	1559	3.1928461
1410	3.1492191	1460	3.1643529	1510	3.1789769	1560	3.1931246
1411	3.1495270	1461	3.1646502	1511	3.1792645	1561	3.1934029
1412	3.1498347	1462	3.1649474	1512	3.1795518	1562	3.1936810
1413	3.1501422	1463	3.1652443	1513	3.1798389	1563	3.1939590
1414	3.1504494	1464	3.1655411	1514	3.1801259	1564	3.1942367
1415	3.1507564	1465	3.1658376	1515	3.1804126	1565	3.1945143
1416	3.1510633	1466	3.1661340	1516	3.1806992	1566	3.1947918
1417	3.1513699	1467	3.1664301	1517	3.1809856	1567	3.1950690
1418	3.1516762	1468	3.1667261	1518	3.1812718	1568	3.1953461
1419	3.1519824	1469	3.1670218	1519	3.1815578	1569	3.1956229
1420	3.1522883	1470	3.1673173	1520	3.1818436	1570	3.1958997
1421	3.1525941	1471	3.1676127	1521	3.1821292	1571	3.1961762
1422	3.1528996	1472	3.1679078	1522	3.1824147	1572	3.1964525
1423	3.1532049	1473	3.1682027	1523	3.1826999	1573	3.1967287
1424	3.1535100	1474	3.1684975	1524	3.1829850	1574	3.1970047
1425	3.1538149	1475	3.1687920	1525	3.1832698	1575	3.1972806
1426	3.1541195	1476	3.1690864	1526	3.1835545	1576	3.1975561
1427	3.1544240	1477	3.1693805	1527	3.1838390	1577	3.1978317
1428	3.1547282	1478	3.1696744	1528	3.1841234	1578	3.1981070
1429	3.1550322	1479	3.1699682	1529	3.1844075	1579	3.1983821
1430	3.1553360	1480	3.1702617	1530	3.1846914	1580	3.1986571
1431	3.1556396	1481	3.1705551	1531	3.1849752	1581	3.1989319
1432	3.1559430	1482	3.1708482	1532	3.1852588	1582	3.1992065
1433	3.1562462	1483	3.1711412	1533	3.1855422	1583	3.1994809
1434	3.1565492	1484	3.1714339	1534	3.1858254	1584	3.1997552
1435	3.1568519	1485	3.1717265	1535	3.1861084	1585	3.2000293
1436	3.1571544	1486	3.1720188	1536	3.1863912	1586	3.2003032
1437	3.1574568	1487	3.1723110	1537	3.1866739	1587	3.2005769
1438	3.1577589	1488	3.1726029	1538	3.1869563	1588	3.2008505
1439	3.1580608	1489	3.1728947	1539	3.1872386	1589	3.2011239
1440	3.1583625	1490	3.1731863	1540	3.1875207	1590	3.2013971
1441	3.1586640	1491	3.1734776	1541	3.1878026	1591	3.2016702
1442	3.1589653	1492	3.1737688	1542	3.1880844	1592	3.2019431
1443	3.1592663	1493	3.1740598	1543	3.1883659	1593	3.2022158
1444	3.1595672	1494	3.1743506	1544	3.1886473	1594	3.2024885
1445	3.1598678	1495	3.1746412	1545	3.1889285	1595	3.2027607
1446	3.1601683	1496	3.1749316	1546	3.1892095	1596	3.2030329
1447	3.1604685	1497	3.1752218	1547	3.1894903	1597	3.2033048
1448	3.1607686	1498	3.1755118	1548	3.1897710	1598	3.2035768
1449	3.1610684	1499	3.1758016	1549	3.1900514	1599	3.2038485
1450	3.1613680	1500	3.1760913	1550	3.1903317	1600	3.2041200

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.
1601	3.2043913
1602	3.2046625
1603	3.2049335
1604	3.2052044
1605	3.2054750
1606	3.2057455
1607	3.2060159
1608	3.2062860
1609	3.2065560
1610	3.2068259
1611	3.2070955
1612	3.2073650
1613	3.2076344
1614	3.2079035
1615	3.2081725
1616	3.2084414
1617	3.2087100
1618	3.2089785
1619	3.2092468
1620	3.2095150
1621	3.2097830
1622	3.2100508
1623	3.2103185
1624	3.2105860
1625	3.2108534
1626	3.2111205
1627	3.2113876
1628	3.2116544
1629	3.2119211
1630	3.2121876
1631	3.2124540
1632	3.2127202
1633	3.2129862
1634	3.2132521
1635	3.2135178
1636	3.2137833
1637	3.2140487
1638	3.2143139
1639	3.2145790
1640	3.2148438
1641	3.2151086
1642	3.2153732
1643	3.2156376
1644	3.2159018
1645	3.2161659
1646	3.2164298
1647	3.2166936
1648	3.2169572
1649	3.2172207
1650	3.2174839
1651	3.2177471
1652	3.2180100
1653	3.2182729
1654	3.2185356
1655	3.2187980
1656	3.2190603
1657	3.2193225
1658	3.2195845
1659	3.2198464
1660	3.2201081
1661	3.2203696
1662	3.2206310
1663	3.2208922
1664	3.2211533
1665	3.2214142
1666	3.2216750
1667	3.2219356
1668	3.2221960
1669	3.2224563
1670	3.2227165
1671	3.2229764
1672	3.2232363
1673	3.2234959
1674	3.2237555
1675	3.2240148
1676	3.2242740
1677	3.2245331
1678	3.2247920
1679	3.2250507
1680	3.2253093
1681	3.2255677
1682	3.2258260
1683	3.2260841
1684	3.2263421
1685	3.2265999
1686	3.2268576
1687	3.2271151
1688	3.2273724
1689	3.2276296
1690	3.2278867
1691	3.2281436
1692	3.2284004
1693	3.2286570
1694	3.2289134
1695	3.2291697
1696	3.2294258
1697	3.2296818
1698	3.2299377
1699	3.2301934
1700	3.2304489
1701	3.2307043
1702	3.2309596
1703	3.2312146
1704	3.2314696
1705	3.2317244
1706	3.2319790
1707	3.2322335
1708	3.2324879
1709	3.2327421
1710	3.2329961
1711	3.2332500
1712	3.2335038
1713	3.2337574
1714	3.2340108
1715	3.2342641
1716	3.2345173
1717	3.2347703
1718	3.2350232
1719	3.2352759
1720	3.2355284
1721	3.2357809
1722	3.2360331
1723	3.2362853
1724	3.2365373
1725	3.2367891
1726	3.2370408
1727	3.2372923
1728	3.2375437
1729	3.2377950
1730	3.2380461
1731	3.2382971
1732	3.2385479
1733	3.2387986
1734	3.2390491
1735	3.2392995
1736	3.2395497
1737	3.2397998
1738	3.2400498
1739	3.2402996
1740	3.2405492
1741	3.2407988
1742	3.2410482
1743	3.2412974
1744	3.2415465
1745	3.2417954
1746	3.2420442
1747	3.2422929
1748	3.2425414
1749	3.2427898
1750	3.2430380
1751	3.2432861
1752	3.2435341
1753	3.2437819
1754	3.2440296
1755	3.2442771
1756	3.2445245
1757	3.2447718
1758	3.2450189
1759	3.2452658
1760	3.2455127
1761	3.2457594
1762	3.2460059
1763	3.2462523
1764	3.2464986
1765	3.2467447
1766	3.2469907
1767	3.2472365
1768	3.2474823
1769	3.2477278
1770	3.2479733
1771	3.2482186
1772	3.2484637
1773	3.2487087
1774	3.2489536
1775	3.2491984
1776	3.2494430
1777	3.2496874
1778	3.2499318
1779	3.2501759
1780	3.2504200
1781	3.2506639
1782	3.2509077
1783	3.2511513
1784	3.2513949
1785	3.2516382
1786	3.2518815
1787	3.2521246
1788	3.2523675
1789	3.2526103
1790	3.2528530
1791	3.2530956
1792	3.2533380
1793	3.2535803
1794	3.2538224
1795	3.2540645
1796	3.2543063
1797	3.2545481
1798	3.2547897
1799	3.2550312
1800	3.2552725

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
1801	3.2555137	1851	3.2674064	1901	3.2789821	1951	3.2902573
1802	3.2557548	1852	3.2676410	1902	3.2792105	1952	3.2904798
1803	3.2559957	1853	3.2678754	1903	3.2794388	1953	3.2907022
1804	3.2562365	1854	3.2681097	1904	3.2796669	1954	3.2909246
1805	3.2564772	1855	3.2683439	1905	3.2798950	1955	3.2911468
1806	3.2567177	1856	3.2685780	1906	3.2801229	1956	3.2913688
1807	3.2569582	1857	3.2688119	1907	3.2803507	1957	3.2915908
1808	3.2571984	1858	3.2690457	1908	3.2805784	1958	3.2918127
1809	3.2574386	1859	3.2692794	1909	3.2808059	1959	3.2920344
1810	3.2576786	1860	3.2695129	1910	3.2810334	1960	3.2922561
1811	3.2579185	1861	3.2697464	1911	3.2812607	1961	3.2924776
1812	3.2581582	1862	3.2699797	1912	3.2814879	1962	3.2926990
1813	3.2583978	1863	3.2702129	1913	3.2817150	1963	3.2929203
1814	3.2586373	1864	3.2704459	1914	3.2819419	1964	3.2931415
1815	3.2588766	1865	3.2706788	1915	3.2821688	1965	3.2933626
1816	3.2591158	1866	3.2709116	1916	3.2823955	1966	3.2935835
1817	3.2593549	1867	3.2711443	1917	3.2826221	1967	3.2938044
1818	3.2595939	1868	3.2713769	1918	3.2828486	1968	3.2940251
1819	3.2598327	1869	3.2716093	1919	3.2830750	1969	3.2942457
1820	3.2600714	1870	3.2718416	1920	3.2833012	1970	3.2944662
1821	3.2603099	1871	3.2720738	1921	3.2835274	1971	3.2946866
1822	3.2605484	1872	3.2723058	1922	3.2837534	1972	3.2949069
1823	3.2607867	1873	3.2725378	1923	3.2839793	1973	3.2951271
1824	3.2610248	1874	3.2727696	1924	3.2842051	1974	3.2953471
1825	3.2612629	1875	3.2730013	1925	3.2844307	1975	3.2955671
1826	3.2615008	1876	3.2732328	1926	3.2846563	1976	3.2957869
1827	3.2617385	1877	3.2734643	1927	3.2848817	1977	3.2960067
1828	3.2619762	1878	3.2736956	1928	3.2851070	1978	3.2962263
1829	3.2622137	1879	3.2739268	1929	3.2853322	1979	3.2964458
1830	3.2624511	1880	3.2741578	1930	3.2855573	1980	3.2966652
1831	3.2626883	1881	3.2743888	1931	3.2857823	1981	3.2968845
1832	3.2629255	1882	3.2746196	1932	3.2860071	1982	3.2971037
1833	3.2631625	1883	3.2748503	1933	3.2862319	1983	3.2973227
1834	3.2633993	1884	3.2750809	1934	3.2864565	1984	3.2975417
1835	3.2636361	1885	3.2753114	1935	3.2866810	1985	3.2977605
1836	3.2638727	1886	3.2755417	1936	3.2869054	1986	3.2979792
1837	3.2641092	1887	3.2757719	1937	3.2871296	1987	3.2981979
1838	3.2643455	1888	3.2760020	1938	3.2873538	1988	3.2984164
1839	3.2645817	1889	3.2762320	1939	3.2875778	1989	3.2986348
1840	3.2648178	1890	3.2764618	1940	3.2878017	1990	3.2988531
1841	3.2650538	1891	3.2766915	1941	3.2880255	1991	3.2990713
1842	3.2652896	1892	3.2769211	1942	3.2882492	1992	3.2992893
1843	3.2655253	1893	3.2771506	1943	3.2884728	1993	3.2995073
1844	3.2657609	1894	3.2773800	1944	3.2886963	1994	3.2997252
1845	3.2659964	1895	3.2776092	1945	3.2889196	1995	3.2999429
1846	3.2662317	1896	3.2778383	1946	3.2891428	1996	3.3001605
1847	3.2664669	1897	3.2780673	1947	3.2893660	1997	3.3003781
1848	3.2667020	1898	3.2782962	1948	3.2895890	1998	3.3005955
1849	3.2669369	1899	3.2785250	1949	3.2898118	1999	3.3008128
1850	3.2671717	1900	3.2787536	1950	3.2900346	2000	3.3010300

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
2001	3·3012471	2051	3·3119657	2101	3·3224261	2151	3·3326404
2002	3·3014641	2052	3·3121774	2102	3·3226327	2152	3·3328423
2003	3·3016809	2053	3·3123889	2103	3·3228393	2153	3·3330440
2004	3·3018977	2054	3·3126004	2104	3·3230457	2154	3·3332457
2005	3·3021144	2055	3·3128118	2105	3·3232521	2155	3·3334473
2006	3·3023309	2056	3·3130231	2106	3·3234584	2156	3·3336488
2007	3·3025474	2057	3·3132343	2107	3·3236645	2157	3·3338501
2008	3·3027637	2058	3·3134454	2108	3·3238706	2158	3·3340514
2009	3·3029799	2059	3·3136563	2109	3·3240766	2159	3·3342526
2010	3·3031961	2060	3·3138672	2110	3·3242825	2160	3·3344538
2011	3·3034121	2061	3·3140780	2111	3·3244882	2161	3·3346548
2012	3·3036280	2062	3·3142887	2112	3·3246939	2162	3·3348557
2013	3·3038438	2063	3·3144992	2113	3·3248995	2163	3·3350565
2014	3·3040595	2064	3·3147097	2114	3·3251050	2164	3·3352573
2015	3·3042751	2065	3·3149201	2115	3·3253104	2165	3·3354579
2016	3·3044905	2066	3·3151303	2116	3·3255157	2166	3·3356585
2017	3·3047059	2067	3·3153405	2117	3·3257209	2167	3·3358589
2018	3·3049212	2068	3·3155505	2118	3·3259260	2168	3·3360593
2019	3·3051363	2069	3·3157605	2119	3·3261310	2169	3·3362596
2020	3·3053514	2070	3·3159703	2120	3·3263359	2170	3·3364597
2021	3·3055663	2071	3·3161801	2121	3·3265407	2171	3·3366598
2022	3·3057812	2072	3·3163898	2122	3·3267454	2172	3·3368598
2023	3·3059959	2073	3·3165993	2123	3·3269500	2173	3·3370597
2024	3·3062105	2074	3·3168088	2124	3·3271545	2174	3·3372595
2025	3·3064250	2075	3·3170181	2125	3·3273589	2175	3·3374593
2026	3·3066394	2076	3·3172273	2126	3·3275633	2176	3·3376589
2027	3·3068537	2077	3·3174365	2127	3·3277675	2177	3·3378584
2028	3·3070680	2078	3·3176455	2128	3·3279716	2178	3·3380579
2029	3·3072820	2079	3·3178545	2129	3·3281757	2179	3·3382572
2030	3·3074960	2080	3·3180633	2130	3·3283796	2180	3·3384565
2031	3·3077099	2081	3·3182721	2131	3·3285834	2181	3·3386557
2032	3·3079237	2082	3·3184807	2132	3·3287872	2182	3·3388547
2033	3·3081374	2083	3·3186893	2133	3·3289909	2183	3·3390537
2034	3·3083509	2084	3·3188977	2134	3·3291944	2184	3·3392526
2035	3·3085644	2085	3·3191061	2135	3·3293979	2185	3·3394514
2036	3·3087778	2086	3·3193143	2136	3·3296012	2186	3·3396502
2037	3·3089910	2087	3·3195224	2137	3·3298045	2187	3·3398488
2038	3·3092042	2088	3·3197305	2138	3·3300077	2188	3·3400473
2039	3·3094172	2089	3·3199384	2139	3·3302108	2189	3·3402458
2040	3·3096302	2090	3·3201463	2140	3·3304138	2190	3·3404441
2041	3·3098430	2091	3·3203540	2141	3·3306167	2191	3·3406424
2042	3·3100557	2092	3·3205617	2142	3·3308195	2192	3·3408405
2043	3·3102684	2093	3·3207692	2143	3·3310222	2193	3·3410386
2044	3·3104809	2094	3·3209767	2144	3·3312248	2194	3·3412366
2045	3·3106933	2095	3·3211840	2145	3·3314273	2195	3·3414345
2046	3·3109056	2096	3·3213913	2146	3·3316297	2196	3·3416323
2047	3·3111178	2097	3·3215984	2147	3·3318320	2197	3·3418301
2048	3·3113300	2098	3·3218055	2148	3·3320343	2198	3·3420277
2049	3·3115420	2099	3·3220124	2149	3·3322364	2199	3·3422252
2050	3·3117539	2100	3·3222193	2150	3·3324385	2200	3·3424227

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
2201	3·3426200	2251	3·3523755	2301	3·3619166	2351	3·3712526
2202	3·3428173	2252	3·3525684	2302	3·3621053	2352	3·3714378
2203	3·3430145	2253	3·3527612	2303	3·3622939	2353	3·3716230
2204	3·3432116	2254	3·3529539	2304	3·3624825	2354	3·3718082
2205	3·3434086	2255	3·3531465	2305	3·3626709	2355	3·3719909
2206	3·3436055	2256	3·3533391	2306	3·3628593	2356	3·3721753
2207	3·3438023	2257	3·3535316	2307	3·3630476	2357	3·3723596
2208	3·3439991	2258	3·3537239	2308	3·3632358	2358	3·3725438
2209	3·3441957	2259	3·3539162	2309	3·3634239	2359	3·3727279
2210	3·3443923	2260	3·3541084	2310	3·3636120	2360	3·3729120
2211	3·3445887	2261	3·3543006	2311	3·3637999	2361	3·3730960
2212	3·3447851	2262	3·3544926	2312	3·3639878	2362	3·3732799
2213	3·3449814	2263	3·3546846	2313	3·3641756	2363	3·3734637
2214	3·3451776	2264	3·3548764	2314	3·3643634	2364	3·3736475
2215	3·3453737	2265	3·3550682	2315	3·3645510	2365	3·3738311
2216	3·3455698	2266	3·3552599	2316	3·3647386	2366	3·3740147
2217	3·3457657	2267	3·3554515	2317	3·3649260	2367	3·3741983
2218	3·3459615	2268	3·3556431	2318	3·3651134	2368	3·3743817
2219	3·3461573	2269	3·3558345	2319	3·3653007	2369	3·3745651
2220	3·3463530	2270	3·3560259	2320	3·3654880	2370	3·3747483
2221	3·3465486	2271	3·3562171	2321	3·3656751	2371	3·3749316
2222	3·3467441	2272	3·3564083	2322	3·3658622	2372	3·3751147
2223	3·3469395	2273	3·3565994	2323	3·3660492	2373	3·3752977
2224	3·3471348	2274	3·3567905	2324	3·3662361	2374	3·3754807
2225	3·3473300	2275	3·3569814	2325	3·3664230	2375	3·3756636
2226	3·3475252	2276	3·3571723	2326	3·3666097	2376	3·3758464
2227	3·3477202	2277	3·3573630	2327	3·3667964	2377	3·3760292
2228	3·3479152	2278	3·3575537	2328	3·3669830	2378	3·3762119
2229	3·3481101	2279	3·3577443	2329	3·3671695	2379	3·3763944
2230	3·3483049	2280	3·3579348	2330	3·3673559	2380	3·3765770
2231	3·3484996	2281	3·3581253	2331	3·3675423	2381	3·3767594
2232	3·3486942	2282	3·3583156	2332	3·3677285	2382	3·3769418
2233	3·3488887	2283	3·3585059	2333	3·3679147	2383	3·3771240
2234	3·3490832	2284	3·3586961	2334	3·3681009	2384	3·3773063
2235	3·3492775	2285	3·3588862	2335	3·3682869	2385	3·3774884
2236	3·3494718	2286	3·3590762	2336	3·3684728	2386	3·3776704
2237	3·3496660	2287	3·3592662	2337	3·3686587	2387	3·3778524
2238	3·3498601	2288	3·3594560	2338	3·3688445	2388	3·3780343
2239	3·3500541	2289	3·3596458	2339	3·3690302	2389	3·3782161
2240	3·3502480	2290	3·3598355	2340	3·3692159	2390	3·3783979
2241	3·3504419	2291	3·3600251	2341	3·3694014	2391	3·3785796
2242	3·3506356	2292	3·3602146	2342	3·3695869	2392	3·3787612
2243	3·3508293	2293	3·3604041	2343	3·3697723	2393	3·3789427
2244	3·3510229	2294	3·3605934	2344	3·3699576	2394	3·3791241
2245	3·3512163	2295	3·3607827	2345	3·3701428	2395	3·3793055
2246	3·3514098	2296	3·3609719	2346	3·3703280	2396	3·3794868
2247	3·3516031	2297	3·3611610	2347	3·3705131	2397	3·3796680
2248	3·3517963	2298	3·3613500	2348	3·3706981	2398	3·3798492
2249	3·3519895	2299	3·3615390	2349	3·3708830	2399	3·3800303
2250	3·3521825	2300	3·3617278	2350	3·3710679	2400	3·3802113

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
2401	3·3803922	2451	3·3893433	2501	3·3981137	2551	3·4067105
2402	3·3805730	2452	3·3895205	2502	3·3982873	2552	3·4068807
2403	3·3807538	2453	3·3896975	2503	3·3984608	2553	3·4070508
2404	3·3809345	2454	3·3898746	2504	3·3986343	2554	3·4072209
2405	3·3811151	2455	3·3900515	2505	3·3988077	2555	3·4073909
2406	3·3812956	2456	3·3902284	2506	3·3989811	2556	3·4075608
2407	3·3814761	2457	3·3904052	2507	3·3991543	2557	3·4077307
2408	3·3816565	2458	3·3905819	2508	3·3993275	2558	3·4079005
2409	3·3818368	2459	3·3907585	2509	3·3995007	2559	3·4080703
2410	3·3820170	2460	3·3909351	2510	3·3996737	2560	3·4082400
2411	3·3821972	2461	3·3911116	2511	3·3998467	2561	3·4084096
2412	3·3823773	2462	3·3912880	2512	3·4000196	2562	3·4085791
2413	3·3825573	2463	3·3914644	2513	3·4001925	2563	3·4087486
2414	3·3827373	2464	3·3916407	2514	3·4003653	2564	3·4089180
2415	3·3829171	2465	3·3918169	2515	3·4005380	2565	3·4090874
2416	3·3830969	2466	3·3919931	2516	3·4007106	2566	3·4092567
2417	3·3832767	2467	3·3921691	2517	3·4008832	2567	3·4094259
2418	3·3834563	2468	3·3923452	2518	3·4010557	2568	3·4095950
2419	3·3836359	2469	3·3925211	2519	3·4012282	2569	3·4097641
2420	3·3838154	2470	3·3926970	2520	3·4014005	2570	3·4099331
2421	3·3839948	2471	3·3928727	2521	3·4015728	2571	3·4101021
2422	3·3841741	2472	3·3930485	2522	3·4017451	2572	3·4102710
2423	3·3843534	2473	3·3932241	2523	3·4019173	2573	3·4104398
2424	3·3845326	2474	3·3933997	2524	3·4020894	2574	3·4106085
2425	3·3847117	2475	3·3935752	2525	3·4022614	2575	3·4107772
2426	3·3848908	2476	3·3937506	2526	3·4024333	2576	3·4109459
2427	3·3850698	2477	3·3939260	2527	3·4026052	2577	3·4111144
2428	3·3852487	2478	3·3941013	2528	3·4027771	2578	3·4112829
2429	3·3854275	2479	3·3942765	2529	3·4029488	2579	3·4114513
2430	3·3856063	2480	3·3944517	2530	3·4031205	2580	3·4116197
2431	3·3857850	2481	3·3946268	2531	3·4032921	2581	3·4117880
2432	3·3859636	2482	3·3948018	2532	3·4034637	2582	3·4119562
2433	3·3861421	2483	3·3949767	2533	3·4036352	2583	3·4121244
2434	3·3863206	2484	3·3951516	2534	3·4038066	2584	3·4122925
2435	3·3864990	2485	3·3953264	2535	3·4039780	2585	3·4124605
2436	3·3866773	2486	3·3955011	2536	3·4041492	2586	3·4126285
2437	3·3868555	2487	3·3956758	2537	3·4043205	2587	3·4127964
2438	3·3870337	2488	3·3958504	2538	3·4044916	2588	3·4129643
2439	3·3872118	2489	3·3960249	2539	3·4046627	2589	3·4131321
2440	3·3873898	2490	3·3961993	2540	3·4048337	2590	3·4132998
2441	3·3875678	2491	3·3963737	2541	3·4050047	2591	3·4134674
2442	3·3877457	2492	3·3965480	2542	3·4051755	2592	3·4136350
2443	3·3879235	2493	3·3967223	2543	3·4053464	2593	3·4138025
2444	3·3881012	2494	3·3968964	2544	3·4055171	2594	3·4139700
2445	3·3882789	2495	3·3970706	2545	3·4056878	2595	3·4141374
2446	3·3884565	2496	3·3972446	2546	3·4058584	2596	3·4143047
2447	3·3886340	2497	3·3974185	2547	3·4060289	2597	3·4144719
2448	3·3888114	2498	3·3975924	2548	3·4061994	2598	3·4146391
2449	3·3889888	2499	3·3977663	2549	3·4063698	2599	3·4148063
2450	3·3891661	2500	3·3979400	2550	3·4065402	2600	3·4149733

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
2601	3·4151404	2651	3·4234097	2701	3·4315246	2751	3·4394906
2602	3·4153073	2652	3·4235735	2702	3·4316853	2752	3·4396484
2603	3·4154742	2653	3·4237373	2703	3·4318460	2753	3·4398062
2604	3·4156410	2654	3·4239009	2704	3·4320067	2754	3·4399639
2605	3·4158077	2655	3·4240645	2705	3·4321673	2755	3·4401216
2606	3·4159744	2656	3·4242281	2706	3·4323278	2756	3·4402792
2607	3·4161410	2657	3·4243916	2707	3·4324883	2757	3·4404368
2608	3·4163076	2658	3·4245550	2708	3·4326487	2758	3·4405943
2609	3·4164741	2659	3·4247183	2709	3·4328090	2759	3·4407517
2610	3·4166405	2660	3·4248816	2710	3·4329693	2760	3·4409091
2611	3·4168069	2661	3·4250449	2711	3·4331295	2761	3·4410664
2612	3·4169732	2662	3·4252081	2712	3·4332897	2762	3·4412237
2613	3·4171394	2663	3·4253712	2713	3·4334498	2763	3·4413809
2614	3·4173056	2664	3·4255342	2714	3·4336098	2764	3·4415380
2615	3·4174717	2665	3·4256972	2715	3·4337698	2765	3·4416951
2616	3·4176377	2666	3·4258601	2716	3·4339298	2766	3·4418522
2617	3·4178037	2667	3·4260230	2717	3·4340896	2767	3·4420092
2618	3·4179696	2668	3·4261858	2718	3·4342495	2768	3·4421661
2619	3·4181355	2669	3·4263486	2719	3·4344092	2769	3·4423230
2620	3·4183013	2670	3·4265113	2720	3·4345689	2770	3·4424798
2621	3·4184670	2671	3·4266739	2721	3·4347285	2771	3·4426365
2622	3·4186327	2672	3·4268365	2722	3·4348881	2772	3·4427932
2623	3·4187983	2673	3·4269990	2723	3·4350476	2773	3·4429499
2624	3·4189638	2674	3·4271614	2724	3·4352071	2774	3·4431065
2625	3·4191293	2675	3·4273238	2725	3·4353665	2775	3·4432630
2626	3·4192947	2676	3·4274861	2726	3·4355259	2776	3·4434195
2627	3·4194601	2677	3·4276484	2727	3·4356851	2777	3·4435759
2628	3·4196254	2678	3·4278106	2728	3·4358444	2778	3·4437322
2629	3·4197906	2679	3·4279727	2729	3·4360035	2779	3·4438885
2630	3·4199557	2680	3·4281348	2730	3·4361626	2780	3·4440448
2631	3·4201208	2681	3·4282968	2731	3·4363217	2781	3·4442010
2632	3·4202859	2682	3·4284588	2732	3·4364807	2782	3·4443571
2633	3·4204509	2683	3·4286207	2733	3·4366396	2783	3·4445132
2634	3·4206158	2684	3·4287825	2734	3·4367985	2784	3·4446692
2635	3·4207806	2685	3·4289443	2735	3·4369573	2785	3·4448252
2636	3·4209454	2686	3·4291060	2736	3·4371161	2786	3·4449811
2637	3·4211101	2687	3·4292677	2737	3·4372748	2787	3·4451370
2638	3·4212748	2688	3·4294293	2738	3·4374334	2788	3·4452928
2639	3·4214394	2689	3·4295908	2739	3·4375920	2789	3·4454485
2640	3·4216039	2690	3·4297523	2740	3·4377506	2790	3·4456042
2641	3·4217684	2691	3·4299137	2741	3·4379090	2791	3·4457598
2642	3·4219328	2692	3·4300751	2742	3·4380675	2792	3·4459154
2643	3·4220972	2693	3·4302364	2743	3·4382258	2793	3·4460709
2644	3·4222615	2694	3·4303976	2744	3·4383841	2794	3·4462264
2645	3·4224257	2695	3·4305588	2745	3·4385423	2795	3·4463818
2646	3·4225898	2696	3·4307199	2746	3·4387005	2796	3·4465372
2647	3·4227539	2697	3·4308809	2747	3·4388587	2797	3·4466925
2648	3·4229180	2698	3·4310419	2748	3·4390167	2798	3·4468477
2649	3·4230820	2699	3·4312029	2749	3·4391747	2799	3·4470029
2650	3·4232459	2700	3·4313638	2750	3·4393327	2800	3·4471580

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
2801	3·4473131	2851	3·4549972	2901	3·4625477	2951	3·4699692
2802	3·4474681	2852	3·4551495	2902	3·4626974	2952	3·4701164
2803	3·4476231	2853	3·4553018	2903	3·4628470	2953	3·4702634
2804	3·4477780	2854	3·4554540	2904	3·4629966	2954	3·4704105
2805	3·4479329	2855	3·4556061	2905	3·4631461	2955	3·4705575
2806	3·4480877	2856	3·4557582	2906	3·4632956	2956	3·4707044
2807	3·4482424	2857	3·4559102	2907	3·4634450	2957	3·4708513
2808	3·4483971	2858	3·4560622	2908	3·4635944	2958	3·4709982
2809	3·4485517	2859	3·4562142	2909	3·4637437	2959	3·4711450
2810	3·4487063	2860	3·4563660	2910	3·4638930	2960	3·4712917
2811	3·4488608	2861	3·4565179	2911	3·4640422	2961	3·4714384
2812	3·4490153	2862	3·4566696	2912	3·4641914	2962	3·4715851
2813	3·4491697	2863	3·4568213	2913	3·4643405	2963	3·4717317
2814	3·4493241	2864	3·4569730	2914	3·4644895	2964	3·4718782
2815	3·4494784	2865	3·4571246	2915	3·4646386	2965	3·4720247
2816	3·4496327	2866	3·4572762	2916	3·4647875	2966	3·4721711
2817	3·4497868	2867	3·4574277	2917	3·4649364	2967	3·4723175
2818	3·4499410	2868	3·4575791	2918	3·4650853	2968	3·4724639
2819	3·4500951	2869	3·4577305	2919	3·4652341	2969	3·4726102
2820	3·4502491	2870	3·4578819	2920	3·4653829	2970	3·4727564
2821	3·4504031	2871	3·4580332	2921	3·4655316	2971	3·4729027
2822	3·4505570	2872	3·4581844	2922	3·4656802	2972	3·4730488
2823	3·4507109	2873	3·4583356	2923	3·4658288	2973	3·4731949
2824	3·4508647	2874	3·4584868	2924	3·4659774	2974	3·4733410
2825	3·4510185	2875	3·4586378	2925	3·4661259	2975	3·4734870
2826	3·4511722	2876	3·4587889	2926	3·4662743	2976	3·4736329
2827	3·4513258	2877	3·4589399	2927	3·4664227	2977	3·4737788
2828	3·4514794	2878	3·4590908	2928	3·4665711	2978	3·4739247
2829	3·4516329	2879	3·4592417	2929	3·4667194	2979	3·4740705
2830	3·4517864	2880	3·4593925	2930	3·4668676	2980	3·4742163
2831	3·4519399	2881	3·4595433	2931	3·4670158	2981	3·4743620
2832	3·4520932	2882	3·4596940	2932	3·4671640	2982	3·4745076
2833	3·4522466	2883	3·4598446	2933	3·4673121	2983	3·4746533
2834	3·4523998	2884	3·4599953	2934	3·4674601	2984	3·4747988
2835	3·4525531	2885	3·4601458	2935	3·4676081	2985	3·4749443
2836	3·4527062	2886	3·4602963	2936	3·4677561	2986	3·4750898
2837	3·4528593	2887	3·4604468	2937	3·4679039	2987	3·4752352
2838	3·4530124	2888	3·4605972	2938	3·4680518	2988	3·4753806
2839	3·4531654	2889	3·4607475	2939	3·4681996	2989	3·4755259
2840	3·4533183	2890	3·4608978	2940	3·4683473	2990	3·4756712
2841	3·4534712	2891	3·4610481	2941	3·4684950	2991	3·4758164
2842	3·4536241	2892	3·4611983	2942	3·4686427	2992	3·4759616
2843	3·4537769	2893	3·4613484	2943	3·4687903	2993	3·4761067
2844	3·4539296	2894	3·4614985	2944	3·4689378	2994	3·4762518
2845	3·4540823	2895	3·4616486	2945	3·4690853	2995	3·4763968
2846	3·4542349	2896	3·4617986	2946	3·4692327	2996	3·4765418
2847	3·4543875	2897	3·4619485	2947	3·4693801	2997	3·4766867
2848	3·4545400	2898	3·4620984	2948	3·4695275	2998	3·4768316
2849	3·4546924	2899	3·4622482	2949	3·4696748	2999	3·4769765
2850	3·4548449	2900	3·4623980	2950	3·4698220	3000	3·4771213

SCD LYON 1

Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.
3001	3·4772660	3051	3·4844422	3101	3·4915018	3151	3·4984484
3002	3·4774107	3052	3·4845845	3102	3·4916418	3152	3·4985862
3003	3·4775553	3053	3·4847268	3103	3·4917818	3153	3·4987240
3004	3·4776999	3054	3·4848690	3104	3·4919217	3154	3·4988617
3005	3·4778445	3055	3·4850112	3105	3·4920616	3155	3·4989994
3006	3·4779890	3056	3·4851533	3106	3·4922015	3156	3·4991370
3007	3·4781334	3057	3·4852954	3107	3·4923413	3157	3·4992746
3008	3·4782778	3058	3·4854375	3108	3·4924810	3158	3·4994121
3009	3·4784222	3059	3·4855795	3109	3·4926207	3159	3·4995496
3010	3·4785665	3060	3·4857214	3110	3·4927604	3160	3·4996871
3011	3·4787108	3061	3·4858633	3111	3·4929000	3161	3·4998245
3012	3·4788550	3062	3·4860052	3112	3·4930396	3162	3·4999619
3013	3·4789991	3063	3·4861470	3113	3·4931791	3163	3·5000992
3014	3·4791432	3064	3·4862888	3114	3·4933186	3164	3·5002365
3015	3·4792873	3065	3·4864305	3115	3·4934581	3165	3·5003737
3016	3·4794313	3066	3·4865722	3116	3·4935974	3166	3·5005109
3017	3·4795753	3067	3·4867138	3117	3·4937368	3167	3·5006481
3018	3·4797192	3068	3·4868554	3118	3·4938761	3168	3·5007852
3019	3·4798631	3069	3·4869969	3119	3·4940154	3169	3·5009222
3020	3·4800069	3070	3·4871384	3120	3·4941546	3170	3·5010593
3021	3·4801507	3071	3·4872798	3121	3·4942938	3171	3·5011962
3022	3·4802945	3072	3·4874212	3122	3·4944329	3172	3·5013332
3023	3·4804381	3073	3·4875626	3123	3·4945720	3173	3·5014701
3024	3·4805818	3074	3·4877039	3124	3·4947110	3174	3·5016069
3025	3·4807254	3075	3·4878451	3125	3·4948500	3175	3·5017437
3026	3·4808689	3076	3·4879863	3126	3·4949890	3176	3·5018805
3027	3·4810124	3077	3·4881275	3127	3·4951279	3177	3·5020172
3028	3·4811559	3078	3·4882686	3128	3·4952667	3178	3·5021539
3029	3·4812993	3079	3·4884097	3129	3·4954056	3179	3·5022905
3030	3·4814426	3080	3·4885507	3130	3·4955443	3180	3·5024271
3031	3·4815859	3081	3·4886917	3131	3·4956831	3181	3·5025637
3032	3·4817292	3082	3·4888326	3132	3·4958218	3182	3·5027002
3033	3·4818724	3083	3·4889735	3133	3·4959604	3183	3·5028366
3034	3·4820156	3084	3·4891144	3134	3·4960990	3184	3·5029731
3035	3·4821587	3085	3·4892552	3135	3·4962375	3185	3·5031094
3036	3·4823018	3086	3·4893959	3136	3·4963761	3186	3·5032458
3037	3·4824448	3087	3·4895366	3137	3·4965145	3187	3·5033821
3038	3·4825878	3088	3·4896773	3138	3·4966529	3188	3·5035183
3039	3·4827307	3089	3·4898179	3139	3·4967913	3189	3·5036545
3040	3·4828736	3090	3·4899585	3140	3·4969296	3190	3·5037907
3041	3·4830164	3091	3·4900990	3141	3·4970679	3191	3·5039268
3042	3·4831592	3092	3·4902395	3142	3·4972062	3192	3·5040629
3043	3·4833020	3093	3·4903799	3143	3·4973444	3193	3·5041989
3044	3·4834446	3094	3·4905203	3144	3·4974825	3194	3·5043349
3045	3·4835873	3095	3·4906607	3145	3·4976206	3195	3·5044709
3046	3·4837299	3096	3·4908010	3146	3·4977587	3196	3·5046068
3047	3·4838725	3097	3·4909412	3147	3·4978967	3197	3·5047426
3048	3·4840150	3098	3·4910814	3148	3·4980347	3198	3·5048785
3049	3·4841574	3099	3·4912216	3149	3·4981727	3199	3·5050141
3050	3·4842998	3100	3·4913617	3150	3·4983106	3200	3·5051500

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
3201	3·5052857	3251	3·5120170	3301	3·5186455	3351	3·5251744
3202	3·5054213	3252	3·5121505	3302	3·5187771	3352	3·5253040
3203	3·5055569	3253	3·5122841	3303	3·5189086	3353	3·5254336
3204	3·5056925	3254	3·5124175	3304	3·5190400	3354	3·5255631
3205	3·5058280	3255	3·5125510	3305	3·5191715	3355	3·5256925
3206	3·5059635	3256	3·5126844	3306	3·5193028	3356	3·5258220
3207	3·5060990	3257	3·5128178	3307	3·5194342	3357	3·5259513
3208	3·5062344	3258	3·5129511	3308	3·5195655	3358	3·5260807
3209	3·5063697	3259	3·5130844	3309	3·5196968	3359	3·5262100
3210	3·5065050	3260	3·5132176	3310	3·5198280	3360	3·5263393
3211	3·5066403	3261	3·5133508	3311	3·5199592	3361	3·5264685
3212	3·5067755	3262	3·5134840	3312	3·5200903	3362	3·5265977
3213	3·5069107	3263	3·5136171	3313	3·5202214	3363	3·5267269
3214	3·5070459	3264	3·5137502	3314	3·5203525	3364	3·5268560
3215	3·5071810	3265	3·5138832	3315	3·5204835	3365	3·5269851
3216	3·5073160	3266	3·5140162	3316	3·5206145	3366	3·5271141
3217	3·5074511	3267	3·5141491	3317	3·5207455	3367	3·5272431
3218	3·5075860	3268	3·5142820	3318	3·5208764	3368	3·5273721
3219	3·5077210	3269	3·5144149	3319	3·5210073	3369	3·5275010
3220	3·5078559	3270	3·5145478	3320	3·5211381	3370	3·5276299
3221	3·5079907	3271	3·5146805	3321	3·5212689	3371	3·5277588
3222	3·5081255	3272	3·5148133	3322	3·5213996	3372	3·5278876
3223	3·5082603	3273	3·5149460	3323	3·5215303	3373	3·5280163
3224	3·5083950	3274	3·5150787	3324	3·5216610	3374	3·5281451
3225	3·5085297	3275	3·5152113	3325	3·5217916	3375	3·5282738
3226	3·5086644	3276	3·5153439	3326	3·5219222	3376	3·5284024
3227	3·5087990	3277	3·5154764	3327	3·5220528	3377	3·5285311
3228	3·5089335	3278	3·5156089	3328	3·5221833	3378	3·5286596
3229	3·5090680	3279	3·5157414	3329	3·5223138	3379	3·5287882
3230	3·5092025	3280	3·5158738	3330	3·5224442	3380	3·5289167
3231	3·5093370	3281	3·5160062	3331	3·5225746	3381	3·5290452
3232	3·5094714	3282	3·5161386	3332	3·5227050	3382	3·5291736
3233	3·5096057	3283	3·5162709	3333	3·5228353	3383	3·5293020
3234	3·5097400	3284	3·5164031	3334	3·5229656	3384	3·5294304
3235	3·5098743	3285	3·5165354	3335	3·5230958	3385	3·5295587
3236	3·5100085	3286	3·5166676	3336	3·5232260	3386	3·5296870
3237	3·5101427	3287	3·5167997	3337	3·5233562	3387	3·5298152
3238	3·5102768	3288	3·5169318	3338	3·5234863	3388	3·5299434
3239	3·5104109	3289	3·5170639	3339	3·5236164	3389	3·5300716
3240	3·5105450	3290	3·5171959	3340	3·5237465	3390	3·5301997
3241	3·5106790	3291	3·5173279	3341	3·5238765	3391	3·5303278
3242	3·5108130	3292	3·5174598	3342	3·5240064	3392	3·5304558
3243	3·5109469	3293	3·5175917	3343	3·5241364	3393	3·5305839
3244	3·5110808	3294	3·5177236	3344	3·5242663	3394	3·5307118
3245	3·5112147	3295	3·5178554	3345	3·5243961	3395	3·5308398
3246	3·5113485	3296	3·5179872	3346	3·5245259	3396	3·5309677
3247	3·5114823	3297	3·5181189	3347	3·5246557	3397	3·5310955
3248	3·5116160	3298	3·5182507	3348	3·5247854	3398	3·5312234
3249	3·5117497	3299	3·5183823	3349	3·5249151	3399	3·5313512
3250	3·5118834	3300	3·5185139	3350	3·5250448	3400	3·5314789

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
3401	3·5316066	3451	3·5379450	3501	3·5441921	3551	3·5503507
3402	3·5317343	3452	3·5380708	3502	3·5443161	3552	3·5504739
3403	3·5318619	3453	3·5381966	3503	3·5444401	3553	3·5505952
3404	3·5319896	3454	3·5383223	3504	3·5445641	3554	3·5507174
3405	3·5321171	3455	3·5384481	3505	3·5446880	3555	3·5508396
3406	3·5322446	3456	3·5385737	3506	3·5448119	3556	3·5509618
3407	3·5323721	3457	3·5386994	3507	3·5449358	3557	3·5510839
3408	3·5324996	3458	3·5388250	3508	3·5450596	3558	3·5512059
3409	3·5326270	3459	3·5389506	3509	3·5451834	3559	3·5513280
3410	3·5327544	3460	3·5390761	3510	3·5453071	3560	3·5514500
3411	3·5328817	3461	3·5392016	3511	3·5454308	3561	3·5515720
3412	3·5330090	3462	3·5393271	3512	3·5455545	3562	3·5516939
3413	3·5331363	3463	3·5394525	3513	3·5456781	3563	3·5518158
3414	3·5332635	3464	3·5395779	3514	3·5458018	3564	3·5519377
3415	3·5333907	3465	3·5397032	3515	3·5459253	3565	3·5520595
3416	3·5335179	3466	3·5398286	3516	3·5460489	3566	3·5521813
3417	3·5336450	3467	3·5399538	3517	3·5461724	3567	3·5523031
3418	3·5337721	3468	3·5400791	3518	3·5462958	3568	3·5524248
3419	3·5338991	3469	3·5402043	3519	3·5464193	3569	3·5525465
3420	3·5340261	3470	3·5403295	3520	3·5465427	3570	3·5526682
3421	3·5341531	3471	3·5404546	3521	3·5466660	3571	3·5527899
3422	3·5342800	3472	3·5405797	3522	3·5467894	3572	3·5529115
3423	3·5344069	3473	3·5407048	3523	3·5469126	3573	3·5530330
3424	3·5345338	3474	3·5408298	3524	3·5470359	3574	3·5531545
3425	3·5346606	3475	3·5409548	3525	3·5471591	3575	3·5532760
3426	3·5347874	3476	3·5410798	3526	3·5472823	3576	3·5533975
3427	3·5349141	3477	3·5412047	3527	3·5474055	3577	3·5535189
3428	3·5350408	3478	3·5413296	3528	3·5475286	3578	3·5536403
3429	3·5351675	3479	3·5414544	3529	3·5476517	3579	3·5537617
3430	3·5352941	3480	3·5415792	3530	3·5477747	3580	3·5538830
3431	3·5354207	3481	3·5417040	3531	3·5478977	3581	3·5540043
3432	3·5355473	3482	3·5418288	3532	3·5480207	3582	3·5541256
3433	3·5356738	3483	3·5419535	3533	3·5481436	3583	3·5542468
3434	3·5358003	3484	3·5420781	3534	3·5482665	3584	3·5543680
3435	3·5359267	3485	3·5422028	3535	3·5483894	3585	3·5544892
3436	3·5360532	3486	3·5423274	3536	3·5485123	3586	3·5546103
3437	3·5361795	3487	3·5424519	3537	3·5486351	3587	3·5547314
3438	3·5363059	3488	3·5425765	3538	3·5487578	3588	3·5548524
3439	3·5364322	3489	3·5427010	3539	3·5488806	3589	3·5549735
3440	3·5365584	3490	3·5428254	3540	3·5490033	3590	3·5550944
3441	3·5366847	3491	3·5429498	3541	3·5491259	3591	3·5552154
3442	3·5368109	3492	3·5430742	3542	3·5492486	3592	3·5553363
3443	3·5369370	3493	3·5431986	3543	3·5493712	3593	3·5554572
3444	3·5370631	3494	3·5433229	3544	3·5494937	3594	3·5555781
3445	3·5371892	3495	3·5434472	3545	3·5496162	3595	3·5556989
3446	3·5373153	3496	3·5435714	3546	3·5497387	3596	3·5558197
3447	3·5374413	3497	3·5436956	3547	3·5498612	3597	3·5559404
3448	3·5375673	3498	3·5438198	3548	3·5499836	3598	3·5560612
3449	3·5376932	3499	3·5439439	3549	3·5501060	3599	3·5561818
3450	3·5378191	3500	3·5440680	3550	3·5502284	3600	3·5563025

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
3601	3·5564231	3651	3·5624118	3701	3·5683191	3751	3·5741471
3602	3·5565437	3652	3·5625308	3702	3·5684364	3752	3·5742628
3603	3·5566643	3653	3·5626497	3703	3·5685537	3753	3·5743786
3604	3·5567848	3654	3·5627685	3704	3·5686710	3754	3·5744943
3605	3·5569053	3655	3·5628874	3705	3·5687882	3755	3·5746099
3606	3·5570257	3656	3·5630062	3706	3·5689054	3756	3·5747256
3607	3·5571461	3657	3·5631250	3707	3·5690226	3757	3·5748412
3608	3·5572665	3658	3·5632437	3708	3·5691397	3758	3·5749568
3609	3·5573869	3659	3·5633624	3709	3·5692568	3759	3·5750723
3610	3·5575072	3660	3·5634811	3710	3·5693739	3760	3·5751878
3611	3·5576275	3661	3·5635997	3711	3·5694910	3761	3·5753033
3612	3·5577477	3662	3·5637183	3712	3·5696080	3762	3·5754188
3613	3·5578680	3663	3·5638369	3713	3·5697249	3763	3·5755342
3614	3·5579881	3664	3·5639555	3714	3·5698419	3764	3·5756496
3615	3·5581083	3665	3·5640740	3715	3·5699588	3765	3·5757650
3616	3·5582284	3666	3·5641925	3716	3·5700757	3766	3·5758803
3617	3·5583485	3667	3·5643109	3717	3·5701926	3767	3·5759956
3618	3·5584686	3668	3·5644293	3718	3·5703094	3768	3·5761109
3619	3·5585886	3669	3·5645477	3719	3·5704262	3769	3·5762261
3620	3·5587086	3670	3·5646661	3720	3·5705429	3770	3·5763414
3621	3·5588285	3671	3·5647844	3721	3·5706597	3771	3·5764565
3622	3·5589484	3672	3·5649027	3722	3·5707764	3772	3·5765717
3623	3·5590683	3673	3·5650209	3723	3·5708930	3773	3·5766868
3624	3·5591882	3674	3·5651392	3724	3·5710097	3774	3·5768019
3625	3·5593080	3675	3·5652573	3725	3·5711263	3775	3·5769170
3626	3·5594278	3676	3·5653755	3726	3·5712429	3776	3·5770320
3627	3·5595476	3677	3·5654936	3727	3·5713594	3777	3·5771470
3628	3·5596673	3678	3·5656117	3728	3·5714759	3778	3·5772620
3629	3·5597870	3679	3·5657298	3729	3·5715924	3779	3·5773769
3630	3·5599066	3680	3·5658478	3730	3·5717088	3780	3·5774918
3631	3·5600262	3681	3·5659658	3731	3·5718252	3781	3·5776067
3632	3·5601458	3682	3·5660838	3732	3·5719416	3782	3·5777215
3633	3·5602654	3683	3·5662017	3733	3·5720580	3783	3·5778363
3634	3·5603849	3684	3·5663196	3734	3·5721743	3784	3·5779511
3635	3·5605044	3685	3·5664375	3735	3·5722906	3785	3·5780659
3636	3·5606239	3686	3·5665553	3736	3·5724069	3786	3·5781806
3637	3·5607433	3687	3·5666731	3737	3·5725231	3787	3·5782953
3638	3·5608627	3688	3·5667909	3738	3·5726393	3788	3·5784100
3639	3·5609821	3689	3·5669087	3739	3·5727555	3789	3·5785246
3640	3·5611014	3690	3·5670264	3740	3·5728716	3790	3·5786392
3641	3·5612207	3691	3·5671440	3741	3·5729877	3791	3·5787538
3642	3·5613399	3692	3·5672617	3742	3·5731038	3792	3·5788683
3643	3·5614592	3693	3·5673793	3743	3·5732198	3793	3·5789828
3644	3·5615784	3694	3·5674969	3744	3·5733358	3794	3·5790973
3645	3·5616975	3695	3·5676144	3745	3·5734518	3795	3·5792118
3646	3·5618167	3696	3·5677320	3746	3·5735678	3796	3·5793262
3647	3·5619358	3697	3·5678495	3747	3·5736837	3797	3·5794406
3648	3·5620548	3698	3·5679669	3748	3·5737996	3798	3·5795550
3649	3·5621739	3699	3·5680843	3749	3·5739154	3799	3·5796693
3650	3·5622929	3700	3·5682017	3750	3·5740313	3800	3·5797836

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
3801	3·5798979	3851	3·5855735	3901	3·5911760	3951	3·5967070
3802	3·5800121	3852	3·5856863	3902	3·5912873	3952	3·5968169
3803	3·5801263	3853	3·5857990	3903	3·5913986	3953	3·5969268
3804	3·5802405	3854	3·5859117	3904	3·5915098	3954	3·5970367
3805	3·5803547	3855	3·5860244	3905	3·5916210	3955	3·5971465
3806	3·5804688	3856	3·5861370	3906	3·5917322	3956	3·5972563
3807	3·5805829	3857	3·5862496	3907	3·5918434	3957	3·5973661
3808	3·5806969	3858	3·5863622	3908	3·5919546	3958	3·5974758
3809	3·5808110	3859	3·5864748	3909	3·5920657	3959	3·5975855
3810	3·5809250	3860	3·5865873	3910	3·5921768	3960	3·5976952
3811	3·5810389	3861	3·5866998	3911	3·5922878	3961	3·5978048
3812	3·5811529	3862	3·5868123	3912	3·5923988	3962	3·5979145
3813	3·5812668	3863	3·5869247	3913	3·5925098	3963	3·5980241
3814	3·5813807	3864	3·5870371	3914	3·5926208	3964	3·5981336
3815	3·5814945	3865	3·5871495	3915	3·5927318	3965	3·5982432
3816	3·5816084	3866	3·5872618	3916	3·5928427	3966	3·5983527
3817	3·5817222	3867	3·5873742	3917	3·5929536	3967	3·5984622
3818	3·5818359	3868	3·5874865	3918	3·5930644	3968	3·5985717
3819	3·5819497	3869	3·5875987	3919	3·5931753	3969	3·5986811
3820	3·5820634	3870	3·5877110	3920	3·5932861	3970	3·5987905
3821	3·5821770	3871	3·5878232	3921	3·5933968	3971	3·5988999
3822	3·5822907	3872	3·5879353	3922	3·5935076	3972	3·5990092
3823	3·5824043	3873	3·5880475	3923	3·5936183	3973	3·5991186
3824	3·5825179	3874	3·5881596	3924	3·5937290	3974	3·5992279
3825	3·5826314	3875	3·5882717	3925	3·5938397	3975	3·5993371
3826	3·5827450	3876	3·5883838	3926	3·5939503	3976	3·5994464
3827	3·5828585	3877	3·5884958	3927	3·5940609	3977	3·5995556
3828	3·5829719	3878	3·5886078	3928	3·5941715	3978	3·5996648
3829	3·5830854	3879	3·5887198	3929	3·5942820	3979	3·5997739
3830	3·5831988	3880	3·5888317	3930	3·5943926	3980	3·5998831
3831	3·5833122	3881	3·5889436	3931	3·5945030	3981	3·5999922
3832	3·5834255	3882	3·5890555	3932	3·5946135	3982	3·6001013
3833	3·5835388	3883	3·5891674	3933	3·5947239	3983	3·6002103
3834	3·5836521	3884	3·5892792	3934	3·5948344	3984	3·6003193
3835	3·5837654	3885	3·5893910	3935	3·5949447	3985	3·6004283
3836	3·5838786	3886	3·5895028	3936	3·5950551	3986	3·6005373
3837	3·5839918	3887	3·5896145	3937	3·5951654	3987	3·6006462
3838	3·5841050	3888	3·5897263	3938	3·5952757	3988	3·6007551
3839	3·5842181	3889	3·5898379	3939	3·5953860	3989	3·6008640
3840	3·5843312	3890	3·5899496	3940	3·5954962	3990	3·6009729
3841	3·5844443	3891	3·5900612	3941	3·5956064	3991	3·6010817
3842	3·5845574	3892	3·5901728	3942	3·5957166	3992	3·6011905
3843	3·5846704	3893	3·5902844	3943	3·5958268	3993	3·6012993
3844	3·5847834	3894	3·5903959	3944	3·5959369	3994	3·6014081
3845	3·5848963	3895	3·5905075	3945	3·5960470	3995	3·6015168
3846	3·5850093	3896	3·5906189	3946	3·5961571	3996	3·6016255
3847	3·5851222	3897	3·5907304	3947	3·5962671	3997	3·6017341
3848	3·5852351	3898	3·5908418	3948	3·5963771	3998	3·6018428
3849	3·5853479	3899	3·5909532	3949	3·5964871	3999	3·6019514
3850	3·5854607	3900	3·5910646	3950	3·5965971	4000	3·6020600

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
4001	3.6021686	4051	3.6075622	4101	3.6128898	4151	3.6181527
4002	3.6022771	4052	3.6076694	4102	3.6129957	4152	3.6182573
4003	3.6023856	4053	3.6077766	4103	3.6131015	4153	3.6183619
4004	3.6024941	4054	3.6078837	4104	3.6132074	4154	3.6184665
4005	3.6026025	4055	3.6079909	4105	3.6133132	4155	3.6185710
4006	3.6027109	4056	3.6080979	4106	3.6134189	4156	3.6186755
4007	3.6028193	4057	3.6082050	4107	3.6135247	4157	3.6187800
4008	3.6029277	4058	3.6083120	4108	3.6136304	4158	3.6188845
4009	3.6030361	4059	3.6084190	4109	3.6137361	4159	3.6189889
4010	3.6031444	4060	3.6085260	4110	3.6138418	4160	3.6190933
4011	3.6032527	4061	3.6086330	4111	3.6139475	4161	3.6191977
4012	3.6033609	4062	3.6087399	4112	3.6140531	4162	3.6193021
4013	3.6034692	4063	3.6088468	4113	3.6141587	4163	3.6194064
4014	3.6035774	4064	3.6089537	4114	3.6142643	4164	3.6195107
4015	3.6036855	4065	3.6090605	4115	3.6143698	4165	3.6196150
4016	3.6037937	4066	3.6091674	4116	3.6144754	4166	3.6197193
4017	3.6039018	4067	3.6092742	4117	3.6145809	4167	3.6198235
4018	3.6040099	4068	3.6093809	4118	3.6146863	4168	3.6199277
4019	3.6041180	4069	3.6094877	4119	3.6147918	4169	3.6200319
4020	3.6042261	4070	3.6095944	4120	3.6148972	4170	3.6201361
4021	3.6043341	4071	3.6097011	4121	3.6150026	4171	3.6202402
4022	3.6044421	4072	3.6098078	4122	3.6151080	4172	3.6203443
4023	3.6045500	4073	3.6099144	4123	3.6152133	4173	3.6204484
4024	3.6046580	4074	3.6100210	4124	3.6153187	4174	3.6205524
4025	3.6047659	4075	3.6101276	4125	3.6154240	4175	3.6206565
4026	3.6048738	4076	3.6102342	4126	3.6155292	4176	3.6207605
4027	3.6049816	4077	3.6103407	4127	3.6156345	4177	3.6208645
4028	3.6050895	4078	3.6104472	4128	3.6157397	4178	3.6209684
4029	3.6051973	4079	3.6105537	4129	3.6158449	4179	3.6210724
4030	3.6053050	4080	3.6106602	4130	3.6159501	4180	3.6211763
4031	3.6054128	4081	3.6107666	4131	3.6160552	4181	3.6212802
4032	3.6055205	4082	3.6108730	4132	3.6161603	4182	3.6213840
4033	3.6056282	4083	3.6109794	4133	3.6162654	4183	3.6214879
4034	3.6057359	4084	3.6110857	4134	3.6163705	4184	3.6215917
4035	3.6058435	4085	3.6111921	4135	3.6164755	4185	3.6216955
4036	3.6059512	4086	3.6112984	4136	3.6165805	4186	3.6217992
4037	3.6060587	4087	3.6114046	4137	3.6166855	4187	3.6219030
4038	3.6061663	4088	3.6115109	4138	3.6167905	4188	3.6220067
4039	3.6062739	4089	3.6116171	4139	3.6168954	4189	3.6221104
4040	3.6063814	4090	3.6117233	4140	3.6170003	4190	3.6222140
4041	3.6064889	4091	3.6118295	4141	3.6171052	4191	3.6223177
4042	3.6065963	4092	3.6119356	4142	3.6172101	4192	3.6224213
4043	3.6067037	4093	3.6120417	4143	3.6173149	4193	3.6225249
4044	3.6068111	4094	3.6121478	4144	3.6174197	4194	3.6226284
4045	3.6069185	4095	3.6122539	4145	3.6175245	4195	3.6227320
4046	3.6070259	4096	3.6123599	4146	3.6176293	4196	3.6228355
4047	3.6071332	4097	3.6124660	4147	3.6177340	4197	3.6229390
4048	3.6072405	4098	3.6125720	4148	3.6178387	4198	3.6230424
4049	3.6073478	4099	3.6126779	4149	3.6179434	4199	3.6231459
4050	3.6074550	4100	3.6127839	4150	3.6180481	4200	3.6232493

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
4201	3.6233527	4251	3.6284911	4301	3.6335694	4351	3.6385891
4202	3.6234560	4252	3.6285933	4302	3.6336704	4352	3.6386889
4203	3.6235594	4253	3.6286954	4303	3.6337713	4353	3.6387887
4204	3.6236627	4254	3.6287975	4304	3.6338723	4354	3.6388884
4205	3.6237660	4255	3.6288996	4305	3.6339732	4355	3.6389882
4206	3.6238693	4256	3.6290016	4306	3.6340740	4356	3.6390879
4207	3.6239725	4257	3.6291037	4307	3.6341749	4357	3.6391876
4208	3.6240757	4258	3.6292057	4308	3.6342757	4358	3.6392872
4209	3.6241789	4259	3.6293076	4309	3.6343765	4359	3.6393869
4210	3.6242821	4260	3.6294096	4310	3.6344773	4360	3.6394865
4211	3.6243852	4261	3.6295115	4311	3.6345780	4361	3.6395861
4212	3.6244884	4262	3.6296134	4312	3.6346788	4362	3.6396857
4213	3.6245915	4263	3.6297153	4313	3.6347795	4363	3.6397854
4214	3.6246945	4264	3.6298172	4314	3.6348801	4364	3.6398847
4215	3.6247976	4265	3.6299190	4315	3.6349808	4365	3.6399842
4216	3.6249006	4266	3.6300209	4316	3.6350814	4366	3.6400837
4217	3.6250036	4267	3.6301226	4317	3.6351820	4367	3.6401832
4218	3.6251066	4268	3.6302244	4318	3.6352826	4368	3.6402826
4219	3.6252095	4269	3.6303262	4319	3.6353832	4369	3.6403820
4220	3.6253125	4270	3.6304279	4320	3.6354837	4370	3.6404814
4221	3.6254154	4271	3.6305296	4321	3.6355843	4371	3.6405808
4222	3.6255182	4272	3.6306312	4322	3.6356848	4372	3.6406802
4223	3.6256211	4273	3.6307329	4323	3.6357852	4373	3.6407795
4224	3.6257239	4274	3.6308345	4324	3.6358857	4374	3.6408788
4225	3.6258267	4275	3.6309361	4325	3.6359861	4375	3.6409781
4226	3.6259295	4276	3.6310377	4326	3.6360865	4376	3.6410773
4227	3.6260322	4277	3.6311393	4327	3.6361869	4377	3.6411765
4228	3.6261350	4278	3.6312408	4328	3.6362873	4378	3.6412758
4229	3.6262377	4279	3.6313423	4329	3.6363876	4379	3.6413749
4230	3.6263404	4280	3.6314438	4330	3.6364879	4380	3.6414741
4231	3.6264430	4281	3.6315452	4331	3.6365882	4381	3.6415733
4232	3.6265457	4282	3.6316467	4332	3.6366884	4382	3.6416724
4233	3.6266483	4283	3.6317481	4333	3.6367887	4383	3.6417715
4234	3.6267509	4284	3.6318495	4334	3.6368889	4384	3.6418705
4235	3.6268534	4285	3.6319508	4335	3.6369891	4385	3.6419696
4236	3.6269560	4286	3.6320522	4336	3.6370893	4386	3.6420686
4237	3.6270585	4287	3.6321535	4337	3.6371894	4387	3.6421676
4238	3.6271610	4288	3.6322548	4338	3.6372895	4388	3.6422666
4239	3.6272634	4289	3.6323560	4339	3.6373897	4389	3.6423656
4240	3.6273659	4290	3.6324573	4340	3.6374897	4390	3.6424645
4241	3.6274683	4291	3.6325585	4341	3.6375898	4391	3.6425634
4242	3.6275707	4292	3.6326597	4342	3.6376898	4392	3.6426623
4243	3.6276730	4293	3.6327609	4343	3.6377898	4393	3.6427612
4244	3.6277754	4294	3.6328620	4344	3.6378898	4394	3.6428601
4245	3.6278777	4295	3.6329632	4345	3.6379898	4395	3.6429589
4246	3.6279800	4296	3.6330643	4346	3.6380897	4396	3.6430577
4247	3.6280823	4297	3.6331654	4347	3.6381896	4397	3.6431565
4248	3.6281845	4298	3.6332664	4348	3.6382895	4398	3.6432552
4249	3.6282867	4299	3.6333674	4349	3.6383894	4399	3.6433540
4250	3.6283889	4300	3.6334685	4350	3.6384893	4400	3.6434527

SCD LYON 1

Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.
4401	3.6435514	4451	3.6484576	4501	3.6533090	4551	3.6581068
4402	3.6436500	4452	3.6485552	4502	3.6534055	4552	3.6582023
4403	3.6437487	4453	3.6486527	4503	3.6535019	4553	3.6582977
4404	3.6438473	4454	3.6487502	4504	3.6535984	4554	3.6583930
4405	3.6439459	4455	3.6488477	4505	3.6536948	4555	3.6584884
4406	3.6440445	4456	3.6489452	4506	3.6537912	4556	3.6585837
4407	3.6441431	4457	3.6490426	4507	3.6538876	4557	3.6586790
4408	3.6442416	4458	3.6491401	4508	3.6539839	4558	3.6587743
4409	3 6443401	4459	3.6492375	4509	3.6540802	4559	3.6588696
4410	3.6444386	4460	3.6493349	4510	3.6541765	4560	3.6589648
4411	3.6445371	4461	3.6494322	4511	3.6542728	4561	3.6590601
4412	3.6446355	4462	3.6495296	4512	3.6543691	4562	3.6591553
4413	3.6447339	4463	3.6496269	4513	3.6544653	4563	3.6592505
4414	3.6448323	4464	3.6497242	4514	3.6545616	4564	3.6593456
4415	3.6449307	4465	3.6498215	4515	3.6546578	4565	3.6594408
4416	3.6450291	4466	3.6499187	4516	3.6547539	4566	3.6595359
4417	3.6451274	4467	3.6500160	4517	3.6548501	4567	3.6596310
4418	3.6452257	4468	3.6501132	4518	3.6549462	4568	3.6597261
4419	3.6453240	4469	3.6502104	4519	3.6550423	4569	3.6598212
4420	3.6454223	4470	3.6503075	4520	3.6551384	4570	3.6599162
4421	3.6455205	4471	3.6504047	4521	3.6552345	4571	3.6600112
4422	3.6456187	4472	3.6505018	4522	3.6553306	4572	3.6601062
4423	3.6457169	4473	3.6505989	4523	3.6554266	4573	3.6602012
4424	3.6458151	4474	3.6506960	4524	3.6555226	4574	3.6602962
4425	3.6459133	4475	3.6507930	4525	3.6556186	4575	3.6603911
4426	3.6460114	4476	3.6508901	4526	3.6557145	4576	3.6604860
4427	3.6461095	4477	3.6509871	4527	3.6558105	4577	3.6605809
4428	3.6462076	4478	3.6510841	4528	3.6559064	4578	3.6606758
4429	3.6463057	4479	3.6511811	4529	3.6560023	4579	3.6607706
4430	3.6464037	4480	3.6512780	4530	3.6560982	4580	3.6608655
4431	3.6465018	4481	3.6513749	4531	3.6561941	4581	3.6609603
4432	3.6465998	4482	3.6514719	4532	3.6562899	4582	3.6610551
4433	3.6466977	4483	3.6515687	4533	3.6563857	4583	3.6611499
4434	3.6467957	4484	3.6516656	4534	3.6564815	4584	3.6612446
4435	3.6468936	4485	3.6517624	4535	3.6565773	4585	3.6613393
4436	3.6469915	4486	3.6518593	4536	3.6566730	4586	3.6614341
4437	3.6470894	4487	3.6519561	4537	3.6567688	4587	3.6615287
4438	3.6471873	4488	3.6520528	4538	3.6568645	4588	3.6616234
4439	3.6472851	4489	3.6521496	4539	3.6569602	4589	3.6617181
4440	3.6473830	4490	3.6522463	4540	3.6570559	4590	3.6618127
4441	3.6474808	4491	3.6523431	4541	3.6571515	4591	3.6619073
4442	3.6475786	4492	3.6524397	4542	3.6572471	4592	3.6620019
4443	3.6476763	4493	3.6525364	4543	3.6573427	4593	3.6620964
4444	3.6477741	4494	3.6526331	4544	3.6574383	4594	3.6621910
4445	3.6478718	4495	3.6527297	4545	3.6575339	4595	3.6622855
4446	3.6479695	4496	3.6528263	4546	3.6576294	4596	3.6623800
4447	3.6480671	4497	3.6529229	4547	3.6577250	4597	3.6624745
4448	3.6481648	4498	3.6530195	4548	3.6578205	4598	3.6625690
4449	3.6482624	4499	3.6531160	4549	3.6579159	4599	3.6626634
4450	3.6483600	4500	3.6532125	4550	3.6580114	4600	3.6627578

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
4601	3.6628522	4651	3.6675463	4701	3.6721903	4751	3.6767850
4602	3.6629466	4652	3.6676397	4702	3.6722826	4752	3.6768764
4603	3.6630410	4653	3.6677331	4703	3.6723750	4753	3.6769678
4604	3.6631353	4654	3.6678264	4704	3.6724673	4754	3.6770592
4605	3.6632296	4655	3.6679197	4705	3.6725596	4755	3.6771505
4606	3.6633239	4656	3.6680130	4706	3.6726519	4756	3.6772418
4607	3.6634182	4657	3.6681062	4707	3.6727442	4757	3.6773331
4608	3.6635125	4658	3.6681995	4708	3.6728365	4758	3.6774244
4609	3.6636067	4659	3.6682927	4709	3.6729287	4759	3.6775157
4610	3.6637009	4660	3.6683859	4710	3.6730209	4760	3.6776070
4611	3.6637951	4661	3.6684791	4711	3.6731131	4761	3.6776981
4612	3.6638893	4662	3.6685723	4712	3.6732053	4762	3.6777894
4613	3.6639835	4663	3.6686654	4713	3.6732974	4763	3.6778806
4614	3.6640776	4664	3.6687585	4714	3.6733896	4764	3.6779718
4615	3.6641717	4665	3.6688516	4715	3.6734817	4765	3.6780629
4616	3.6642658	4666	3.6689447	4716	3.6735738	4766	3.6781540
4617	3.6643599	4667	3.6690378	4717	3.6736659	4767	3.6782451
4618	3.6644539	4668	3.6691308	4718	3.6737579	4768	3.6783362
4619	3.6645480	4669	3.6692239	4719	3.6738500	4769	3.6784273
4620	3.6646420	4670	3.6693169	4720	3.6739420	4770	3.6785184
4621	3.6647360	4671	3.6694099	4721	3.6740340	4771	3.6786094
4622	3.6648299	4672	3.6695028	4722	3.6741260	4772	3.6787004
4623	3.6649239	4673	3.6695958	4723	3.6742179	4773	3.6787914
4624	3.6650178	4674	3.6696887	4724	3.6743099	4774	3.6788824
4625	3.6651117	4675	3.6697816	4725	3.6744018	4775	3.6789734
4626	3.6652056	4676	3.6698745	4726	3.6744937	4776	3.6790643
4627	3.6652995	4677	3.6699674	4727	3.6745856	4777	3.6791552
4628	3.6653934	4678	3.6700602	4728	3.6746775	4778	3.6792461
4629	3.6654872	4679	3.6701530	4729	3.6747693	4779	3.6793370
4630	3.6655810	4680	3.6702459	4730	3.6748611	4780	3.6794279
4631	3.6656748	4681	3.6703386	4731	3.6749529	4781	3.6795187
4632	3.6657686	4682	3.6704314	4732	3.6750447	4782	3.6796096
4633	3.6658623	4683	3.6705242	4733	3.6751365	4783	3.6797004
4634	3.6659560	4684	3.6706169	4734	3.6752283	4784	3.6797912
4635	3.6660497	4685	3.6707096	4735	3.6753200	4785	3.6798819
4636	3.6661434	4686	3.6708023	4736	3.6754117	4786	3.6799727
4637	3.6662371	4687	3.6708950	4737	3.6755034	4787	3.6800634
4638	3.6663307	4688	3.6709876	4738	3.6755951	4788	3.6801541
4639	3.6664244	4689	3.6710802	4739	3.6756867	4789	3.6802448
4640	3.6665180	4690	3.6711728	4740	3.6757783	4790	3.6803355
4641	3.6666116	4691	3.6712654	4741	3.6758700	4791	3.6804262
4642	3.6667051	4692	3.6713580	4742	3.6759615	4792	3.6805168
4643	3.6667987	4693	3.6714506	4743	3.6760531	4793	3.6806074
4644	3.6668922	4694	3.6715431	4744	3.6761447	4794	3.6806980
4645	3.6669857	4695	3.6716356	4745	3.6762362	4795	3.6807886
4646	3.6670792	4696	3.6717281	4746	3.6763277	4796	3.6808792
4647	3.6671727	4697	3.6718206	4747	3.6764192	4797	3.6809697
4648	3.6672661	4698	3.6719130	4748	3.6765107	4798	3.6810602
4649	3.6673595	4699	3.6720054	4749	3.6766022	4799	3.6811507
4650	3.6674530	4700	3.6720979	4750	3.6766936	4800	3.6812412

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
4801	3.68133317	4851	3.68583 13	4901	3.69028 47	4951	3.69469 29
4802	3.68142 22	4852	3.68592 08	4902	3.69037 33	4952	3.69478 06
4803	3.68151 26	4853	3.68601 03	4903	3.69046 19	4953	3.69486 83
4804	3.68160 30	4854	3.68609 98	4904	3.69055 05	4954	3.69495 60
4805	3.68169 34	4855	3.68618 92	4905	3.69063 90	4955	3.69504 37
4806	3.68178 38	4856	3.68627 87	4906	3.69072 75	4956	3.69513 13
4807	3.68187 41	4857	3.68636 81	4907	3.69081 61	4957	3.69521 89
4808	3.68196 45	4858	3.68645 75	4908	3.69090 46	4958	3.69530 65
4809	3.68205 48	4859	3.68654 69	4909	3.69099 30	4959	3.69539 41
4810	3.68214 51	4860	3.68663 63	4910	3.69108 15	4960	3.69548 17
4811	3.68223 54	4861	3.68672 56	4911	3.69116 99	4961	3.69556 92
4812	3.68232 56	4862	3.68681 50	4912	3.69125 84	4962	3.69565 68
4813	3.68241 59	4863	3.68690 43	4913	3.69134 68	4963	3.69574 43
4814	3.68250 61	4864	3.68699 36	4914	3.69143 52	4964	3.69583 18
4815	3.68259 63	4865	3.68708 28	4915	3.69152 35	4965	3.69591 93
4816	3.68268 65	4866	3.68717 21	4916	3.69161 19	4966	3.69600 67
4817	3.68277 66	4867	3.68726 13	4917	3.69170 02	4967	3.69609 42
4818	3.68286 68	4868	3.68735 06	4918	3.69178 85	4968	3.69618 16
4819	3.68295 69	4869	3.68743 98	4919	3.69187 68	4969	3.69626 90
4820	3.68304 70	4870	3.68752 90	4920	3.69196 51	4970	3.69635 64
4821	3.68313 71	4871	3.68761 81	4921	3.69205 34	4971	3.69644 38
4822	3.68322 72	4872	3.68770 73	4922	3.69214 16	4972	3.69653 11
4823	3.68331 73	4873	3.68779 64	4923	3.69222 98	4973	3.69661 85
4824	3.68340 73	4874	3.68788 55	4924	3.69231 80	4974	3.69670 58
4825	3.68349 73	4875	3.68797 46	4925	3.69240 62	4975	3.69679 31
4826	3.68358 73	4876	3.68806 37	4926	3.69249 44	4976	3.69688 04
4827	3.68367 73	4877	3.68815 28	4927	3.69258 26	4977	3.69696 76
4828	3.68376 73	4878	3.68824 18	4928	3.69267 07	4978	3.69705 49
4829	3.68385 72	4879	3.68833 08	4929	3.69275 88	4979	3.69714 21
4830	3.68394 71	4880	3.68841 98	4930	3.69284 69	4980	3.69722 93
4831	3.68403 70	4881	3.68850 88	4931	3.69293 50	4981	3.69731 65
4832	3.68412 69	4882	3.68859 78	4932	3.69302 31	4982	3.69740 37
4833	3.68421 68	4883	3.68868 67	4933	3.69311 11	4983	3.69749 09
4834	3.68430 66	4884	3.68877 57	4934	3.69319 91	4984	3.69757 80
4835	3.68439 65	4885	3.68886 46	4935	3.69328 72	4985	3.69766 52
4836	3.68448 63	4886	3.68895 35	4936	3.69337 52	4986	3.69775 23
4837	3.68457 61	4887	3.68904 23	4937	3.69346 31	4987	3.69783 94
4838	3.68466 59	4888	3.68913 12	4938	3.69355 11	4988	3.69792 64
4839	3.68475 56	4889	3.68922 00	4939	3.69363 90	4989	3.69801 35
4840	3.68484 54	4890	3.68930 89	4940	3.69372 69	4990	3.69810 05
4841	3.68493 51	4891	3.68939 77	4941	3.69381 49	4991	3.69818 76
4842	3.68502 48	4892	3.68948 64	4942	3.69390 27	4992	3.69827 46
4843	3.68511 45	4893	3.68957 52	4943	3.69399 06	4993	3.69836 16
4844	3.68520 41	4894	3.68966 40	4944	3.69407 85	4994	3.69844 85
4845	3.68529 38	4895	3.68975 27	4945	3.69416 63	4995	3.69853 55
4846	3.68538 34	4896	3.68984 14	4946	3.69425 41	4996	3.69862 24
4847	3.68547 30	4897	3.68993 01	4947	3.69434 19	4997	3.69870 93
4848	3.68556 26	4898	3.69001 88	4948	3.69442 97	4998	3.69879 63
4849	3.68565 22	4899	3.69010 74	4949	3.69451 75	4999	3.69888 31
4850	3.68574 17	4900	3.69019 61	4950	3.69460 52	5000	3.69897 00

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
5001	3.6990569	5051	3.7033774	5101	3.7076553	5151	3.7118915
5002	3.6991437	5052	3.7034633	5102	3.7077405	5152	3.7119759
5003	3.6992305	5053	3.7035493	5103	3.7078256	5153	3.7120601
5004	3.6993173	5054	3.7036352	5104	3.7079107	5154	3.7121444
5005	3.6994041	5055	3.7037212	5105	3.7079957	5155	3.7122287
5006	3 6994908	5056	3.7038071	5106	3.7080808	5156	3.7123129
5007	3.6995776	5057	3.7038930	5107	3.7081659	5157	3.7123971
5008	3.6996643	5058	3.7039788	5108	3.7082509	5158	3.7124813
5009	3.6997510	5059	3.7040647	5109	3.7083359	5159	3.7125655
5010	3.6998377	5060	3.7041505	5110	3.7084209	5160	3.7126497
5011	3.6999244	5061	3.7042363	5111	3.7085059	5161	3.7127339
5012	3.7000111	5062	3.7043221	5112	3.7085908	5162	3.7128180
5013	3.7000977	5063	3.7044079	5113	3.7086758	5163	3.7129021
5014	3.7001843	5064	3.7044937	5114	3.7087607	5164	3.7129862
5015	3.7002709	5065	3.7045794	5115	3.7088456	5165	3.7130703
5016	3.7003575	5066	3.7046652	5116	3.7089305	5166	3.7131544
5017	3.7004441	5067	3.7047509	5117	3.7090154	5167	3.7132385
5018	3.7005307	5068	3.7048366	5118	3.7091003	5168	3.7133225
5019	3.7006172	5069	3.7049223	5119	3.7091851	5169	3.7134065
5020	3.7007037	5070	3.7050080	5120	3.7092700	5170	3.7134905
5021	3.7007902	5071	3.7050936	5121	3.7093548	5171	3.7135745
5022	3.7008767	5072	3.7051792	5122	3.7094396	5172	3.7136585
5023	3.7009632	5073	3.7052649	5123	3.7095244	5173	3.7137425
5024	3.7010496	5074	3.7053505	5124	3.7096091	5174	3.7138264
5025	3.7011361	5075	3.7054360	5125	3.7096939	5175	3.7139104
5026	3.7012225	5076	3.7055216	5126	3.7097786	5176	3.7139943
5027	3.7013089	5077	3.7056072	5127	3.7098633	5177	3.7140781
5028	3.7013953	5078	3.7056927	5128	3.7099480	5178	3.7141620
5029	3.7014816	5079	3.7057782	5129	3.7100327	5179	3.7142459
5030	3.7015680	5080	3.7058637	5130	3.7101174	5180	3.7143298
5031	3.7016543	5081	3.7059492	5131	3.7102020	5181	3.7144136
5032	3.7017406	5082	3.7060347	5132	3.7102866	5182	3.7144974
5033	3.7018269	5083	3.7061201	5133	3.7103713	5183	3.7145812
5034	3.7019132	5084	3.7062055	5134	3.7104559	5184	3.7146650
5035	3.7019995	5085	3.7062910	5135	3.7105404	5185	3.7147488
5036	3.7020857	5086	3.7063764	5136	3.7106250	5186	3.7148325
5037	3.7021720	5087	3.7064617	5137	3.7107096	5187	3.7149162
5038	3.7022582	5088	3.7065471	5138	3.7107941	5188	3.7150000
5039	3.7023444	5089	3.7066325	5139	3.7108786	5189	3.7150837
5040	3.7024305	5090	3.7067178	5140	3.7109631	5190	3.7151674
5041	3.7025167	5091	3.7068031	5141	3.7110476	5191	3.7152510
5042	3.7026028	5092	3.7068884	5142	3.7111321	5192	3.7153347
5043	3.7026890	5093	3.7069737	5143	3.7112165	5193	3.7154183
5044	3.7027751	5094	3.7070589	5144	3.7113010	5194	3.7155019
5045	3.7028612	5095	3.7071442	5145	3.7113854	5195	3.7155856
5046	3.7029472	5096	3.7072294	5146	3.7114698	5196	3.7156692
5047	3.7030333	5097	3.7073146	5147	3.7115542	5197	3.7157527
5048	3.7031193	5098	3.7073998	5148	3.7116385	5198	3.7158363
5049	3.7032054	5099	3.7074850	5149	3.7117229	5199	3.7159199
5050	3.7032914	5000	3.7075702	5150	3.7118072	5200	3.7160035

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
5201	3·7160869	5251	3·7202420	5301	3·7243578	5351	3·7284350
5202	3·7161703	5252	3·7203247	5302	3·7244397	5352	3·7285161
5203	3·7162538	5253	3·7204074	5303	3·7245216	5353	3·7285972
5204	3·7163373	5254	3·7204901	5304	3·7246035	5354	3·7286784
5205	3·7164207	5255	3·7205727	5305	3·7246854	5355	3·7287595
5206	3·7165042	5256	3·7206554	5306	3·7247672	5356	3·7288406
5207	3·7165876	5257	3·7207380	5307	3·7248491	5357	3·7289216
5208	3·7166710	5258	3·7208206	5308	3·7249309	5358	3·7290027
5209	3·7167544	5259	3·7209032	5309	3·7250127	5359	3·7290838
5210	3·7168377	5260	3·7209857	5310	3·7250945	5360	3·7291648
5211	3·7169211	5261	3·7210683	5311	3·7251763	5361	3·7292458
5212	3·7170044	5262	3·7211508	5312	3·7252581	5362	3·7293268
5213	3·7170877	5263	3·7212334	5313	3·7253398	5363	3·7294078
5214	3·7171710	5264	3·7213159	5314	3·7254216	5364	3·7294888
5215	3·7172543	5265	3·7213984	5315	3·7255033	5365	3·7295697
5216	3·7173376	5266	3·7214809	5316	3·7255850	5366	3·7296507
5217	3·7174208	5267	3·7215633	5317	3·7256667	5367	3·7297316
5218	3·7175041	5268	3·7216458	5318	3·7257483	5368	3·7298125
5219	3·7175873	5269	3·7217282	5319	3·7258300	5369	3·7298934
5220	3·7176705	5270	3·7218106	5320	3·7259116	5370	3·7299743
5221	3·7177537	5271	3·7218930	5321	3·7259933	5371	3·7300552
5222	3·7178369	5272	3·7219754	5322	3·7260749	5372	3·7301360
5223	3·7179200	5273	3·7220578	5323	3·7261565	5373	3·7302168
5224	3·7180032	5274	3·7221401	5324	3·7262380	5374	3·7302977
5225	3·7180863	5275	3·7222225	5325	3·7263196	5375	3·7303785
5226	3·7181694	5276	3·7223048	5326	3·7264012	5376	3·7304593
5227	3·7182525	5277	3·7223871	5327	3·7264827	5377	3·7305400
5228	3·7183356	5278	3·7224694	5328	3·7265642	5378	3·7306208
5229	3·7184186	5279	3·7225517	5329	3·7266457	5379	3·7307015
5230	3·7185017	5280	3·7226339	5330	3·7267272	5380	3 7307823
5231	3·7185847	5281	3·7227162	5331	3·7268087	5381	3·7308630
5232	3·7186677	5282	3·7227984	5332	3·7268901	5382	3·7309437
5233	3·7187507	5283	3·7228806	5333	3·7269716	5383	3·7310244
5234	3·7188337	5284	3·7229628	5334	3·7270530	5384	3·7311051
5235	3·7189167	5285	3·7230450	5335	3·7271344	5385	3·7311857
5236	3·7189996	5286	3·7231272	5336	3·7272158	5386	3·7312663
5237	3·7190826	5287	3·7232093	5337	3·7272972	5387	3·7313470
5238	3·7191655	5288	3·7232914	5338	3·7273786	5388	3·7314276
5239	3·7192484	5289	3·7233736	5339	3·7274599	5389	3·7315082
5240	3·7193313	5290	3·7234557	5340	3·7275413	5390	3 7315888
5241	3·7194142	5291	3·7235378	5341	3·7276226	5391	3·7316693
5242	3·7194970	5292	3·7236198	5342	3·7277039	5392	3·7317499
5243	3·7195799	5293	3·7237019	5343	3·7277852	5393	3·7318304
5244	3·7196627	5294	3·7237839	5344	3·7278664	5394	3·7319109
5245	3·7197455	5295	3·7238660	5345	3·7279477	5395	3·7319914
5246	3·7198283	5296	3·7239480	5346	3·7280290	5396	3·7320719
5247	3·7199111	5297	3·7240300	5347	3·7281102	5397	3·7321524
5248	3·7199938	5298	3·7241120	5348	3·7281914	5398	3·7322329
5249	3·7200766	5299	3·7241939	5349	3·7282726	5399	3·7323133
5250	3·7201593	5300	3·7242759	5350	3·7283538	5400	3·7323938

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
5401	3·7324742	5451	3·7364762	5501	3·7404416	5551	3·7443712
5402	3·7325546	5452	3·7365558	5502	3·7405206	5552	3·7444495
5403	3·7326350	5453	3·7366355	5503	3·7405995	5553	3·7445277
5404	3·7327153	5454	3·7367151	5504	3·7406784	5554	3·7446059
5405	3·7327957	5455	3·7367948	5505	3·7407573	5555	3·7446841
5406	3·7328760	5456	3·7368744	5506	3·7408362	5556	3·7447622
5407	3·7329564	5457	3·7369540	5507	3·7409151	5557	3·7448404
5408	3·7330367	5458	3·7370335	5508	3·7409939	5558	3·7449185
5409	3·7331170	5459	3·7371131	5509	3·7410728	5559	3·7449967
5410	3·7331973	5460	3·7371926	5510	3·7411516	5560	3·7450748
5411	3·7332775	5461	3·7372722	5511	3·7412304	5561	3·7451529
5412	3·7333578	5462	3·7373517	5512	3·7413092	5562	3·7452310
5413	3·7334380	5463	3·7374312	5513	3·7413880	5563	3·7453091
5414	3·7335183	5464	3·7375107	5514	3·7414668	5564	3·7453871
5415	3·7335985	5465	3·7375902	5515	3·7415455	5565	3·7454652
5416	3·7336787	5466	3·7376696	5516	3·7416243	5566	3·7455432
5417	3·7337588	5467	3·7377491	5517	3·7417030	5567	3·7456212
5418	3·7338390	5468	3·7378285	5518	3·7417817	5568	3·7456992
5419	3·7339192	5469	3·7379079	5519	3·7418604	5569	3·7457772
5420	3·7339993	5470	3·7379873	5520	3·7419391	5570	3·7458552
5421	3·7340794	5471	3·7380667	5521	3·7420177	5571	3·7459332
5422	3·7341595	5472	3·7381461	5522	3·7420964	5572	3·7460111
5423	3·7342396	5473	3·7382254	5523	3·7421750	5573	3·7460890
5424	3·7343197	5474	3·7383048	5524	3·7422537	5574	3·7461670
5425	3·7343997	5475	3·7383841	5525	3·7423323	5575	3·7462449
5426	3·7344798	5476	3·7384634	5526	3·7424109	5576	3·7463228
5427	3·7345598	5477	3·7385427	5527	3·7424895	5577	3·7464006
5428	3·7346398	5478	3·7386220	5528	3·7425680	5578	3·7464785
5429	3·7347198	5479	3·7387013	5529	3·7426466	5579	3·7465564
5430	3·7347998	5480	3·7387806	5530	3·7427251	5580	3·7466342
5431	3·7348798	5481	3·7388598	5531	3·7428037	5581	3·7467120
5432	3·7349598	5482	3·7389390	5532	3·7428822	5582	3·7467898
5433	3·7350397	5483	3·7390182	5533	3·7429607	5583	3·7468676
5434	3·7351196	5484	3·7390974	5534	3·7430392	5584	3·7469454
5435	3·7351995	5485	3·7391766	5535	3·7431176	5585	3·7470232
5436	3·7352794	5486	3·7392558	5536	3·7431961	5586	3·7471009
5437	3·7353593	5487	3·7393350	5537	3·7432745	5587	3·7471787
5438	3·7354392	5488	3·7394141	5538	3·7433530	5588	3·7472564
5439	3·7355191	5489	3·7394932	5539	3·7434314	5589	3·7473341
5440	3·7355989	5490	3·7395723	5540	3·7435098	5590	3·7474118
5441	3·7356787	5491	3·7396514	5541	3·7435882	5591	3·7474895
5442	3·7357585	5492	3·7397305	5542	3·7436665	5592	3·7475673
5443	3·7358383	5493	3·7398096	5543	3·7437449	5593	3·7476448
5444	3·7359181	5494	3·7398887	5544	3·7438232	5594	3·7477225
5445	3·7359979	5495	3·7399677	5545	3·7439016	5595	3·7478001
5446	3·7360776	5496	3·7400467	5546	3·7439799	5596	3·7478777
5447	3·7361574	5497	3·7401257	5547	3·7440582	5597	3·7479553
5448	3·7362371	5498	3·7402047	5548	3·7441365	5598	3·7480329
5449	3·7363168	5499	3·7402837	5549	3·7442147	5599	3·7481105
5450	3·7363965	5500	3·7403627	5550	3·7442930	5600	3·7481880

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
5601	3·7482656	5651	3·7521253	5701	3·7559510	5751	3·7597434
5602	3·7483431	5652	3·7522022	5702	3·7560272	5752	3·7598189
5603	3·7484206	5653	3·7522790	5703	3·7561034	5753	3·7598944
5604	3·7484981	5654	3·7523558	5704	3·7561795	5754	3·7599699
5605	3·7485756	5655	3·7524326	5705	3·7562556	5755	3·7600453
5606	3·7486531	5656	3·7525094	5706	3·7563318	5756	3·7601208
5607	3·7487306	5657	3·7525862	5707	3·7564079	5757	3·7601962
5608	3·7488080	5658	3·7526629	5708	3·7564840	5758	3·7602717
5609	3·7488854	5659	3·7527397	5709	3·7565600	5759	3·7603471
5610	3·7489629	5660	3·7528164	5710	3·7566361	5760	3·7604225
5611	3·7490403	5661	3·7528932	5711	3·7567122	5761	3·7604979
5612	3·7491177	5662	3·7529699	5712	3·7567882	5762	3·7605733
5613	3·7491950	5663	3·7530466	5713	3·7568642	5763	3·7606486
5614	3·7492724	5664	3·7531232	5714	3·7569402	5764	3·7607240
5615	3·7493498	5665	3·7531999	5715	3·7570162	5765	3·7607993
5616	3·7494271	5666	3·7532766	5716	3·7570922	5766	3·7608746
5617	3·7495044	5667	3·7533532	5717	3·7571682	5767	3·7609500
5618	3·7495817	5668	3·7534298	5718	3·7572442	5768	3·7610253
5619	3·7496590	5669	3·7535065	5719	3·7573201	5769	3·7611005
5620	3·7497363	5670	3·7535831	5720	3·7573960	5770	3·7611758
5621	3·7498136	5671	3·7536596	5721	3·7574719	5771	3·7612511
5622	3·7498908	5672	3·7537362	5722	3·7575479	5772	3·7613263
5623	3·7499681	5673	3·7538128	5723	3·7576237	5773	3·7614016
5624	3·7500453	5674	3·7538893	5724	3·7576996	5774	3·7614768
5625	3·7501225	5675	3·7539659	5725	3·7577755	5775	3·7615520
5626	3·7501997	5676	3·7540424	5726	3·7578513	5776	3·7616272
5627	3·7502769	5677	3·7541189	5727	3·7579272	5777	3·7617024
5628	3·7503541	5678	3·7541954	5728	3·7580030	5778	3·7617775
5629	3·7504312	5679	3·7542719	5729	3·7580788	5779	3·7618527
5630	3·7505084	5680	3·7543483	5730	3·7581546	5780	3·7619278
5631	3·7505855	5681	3·7544248	5731	3·7582304	5781	3·7620030
5632	3·7506626	5682	3·7545012	5732	3·7583062	5782	3·7620781
5633	3·7507398	5683	3·7545777	5733	3·7583819	5783	3·7621532
5634	3·7508168	5684	3·7546541	5734	3·7584577	5784	3·7622283
5635	3·7508939	5685	3·7547305	5735	3·7585334	5785	3·7623034
5636	3·7509710	5686	3·7548069	5736	3·7586091	5786	3·7623784
5637	3·7510480	5687	3·7548832	5737	3·7586848	5787	3·7624535
5638	3·7511251	5688	3·7549596	5738	3·7587605	5788	3·7625285
5639	3·7512021	5689	3·7550359	5739	3·7588362	5789	3·7626035
5640	3·7512791	5690	3·7551123	5740	3·7589119	5790	3·7626786
5641	3·7513561	5691	3·7551886	5741	3·7589875	5791	3·7627536
5642	3·7514331	5692	3·7552649	5742	3·7590632	5792	3·7628286
5643	3·7515101	5693	3·7553412	5743	3·7591388	5793	3·7629035
5644	3·7515870	5694	3·7554175	5744	3·7592144	5794	3·7629785
5645	3·7516639	5695	3·7554937	5745	3·7592900	5795	3·7630534
5646	3·7517409	5696	3·7555700	5746	3·7593656	5796	3·7631284
5647	3·7518178	5697	3·7556462	5747	3·7594412	5797	3·7632033
5648	3·7518947	5698	3·7557224	5748	3·7595168	5798	3·7632782
5649	3·7519716	5699	3·7557987	5749	3·7595923	5799	3·7633531
5650	3·7520484	5700	3·7558749	5750	3·7596678	5800	3·7634280

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
5801	3·7635029	5851	3·7672301	5901	3·7709256	5951	3·7745900
5802	3·7635777	5852	3·7673043	5902	3·7709992	5952	3·7746629
5803	3·7636526	5853	3·7673785	5903	3·7710728	5953	3·7747359
5804	3·7637274	5854	3·7674527	5904	3·7711463	5954	3·7748088
5805	3·7638022	5855	3·7675269	5905	3·7712199	5955	3·7748818
5806	3·7638770	5856	3·7676011	5906	3·7712934	5956	3·7749547
5807	3·7639518	5857	3·7676752	5907	3·7713670	5957	3·7750276
5808	3·7640266	5858	3·7677494	5908	3·7714405	5958	3·7751005
5809	3·7641014	5859	3·7678235	5909	3·7715140	5959	3·7751734
5810	3·7641761	5860	3·7678976	5910	3·7715875	5960	3·7752463
5811	3·7642509	5861	3·7679717	5911	3·7716610	5961	3·7753191
5812	3·7643256	5862	3·7680458	5912	3·7717344	5962	3·7753920
5813	3·7644003	5863	3·7681199	5913	3·7718079	5963	3·7754648
5814	3·7644750	5864	3·7681940	5914	3·7718813	5964	3·7755376
5815	3·7645497	5865	3·7682680	5915	3·7719547	5965	3·7756104
5816	3·7646244	5866	3·7683421	5916	3·7720282	5966	3·7756832
5817	3·7646991	5867	3·7684161	5917	3·7721016	5967	3·7757560
5818	3·7647737	5868	3·7684901	5918	3·7721750	5968	3·7758288
5819	3·7648484	5869	3·7685641	5919	3·7722483	5969	3·7759016
5820	3·7649230	5870	3·7686381	5920	3·7723217	5970	3·7759743
5821	3·7649976	5871	3·7687121	5921	3·7723951	5971	3·7760471
5822	3·7650722	5872	3·7687860	5922	3·7724684	5972	3·7761198
5823	3·7651468	5873	3·7688600	5923	3·7725417	5973	3·7761925
5824	3·7652214	5874	3·7689339	5924	3·7726150	5974	3·7762652
5825	3·7652959	5875	3·7690079	5925	3·7726884	5975	3·7763379
5826	3·7653705	5876	3·7690818	5926	3·7727616	5976	3·7764106
5827	3·7654450	5877	3·7691557	5927	3·7728349	5977	3·7764833
5828	3·7655195	5878	3·7692296	5928	3·7729082	5978	3·7765559
5829	3·7655941	5879	3·7693035	5929	3·7729815	5979	3·7766286
5830	3·7656686	5880	3·7693773	5930	3·7730547	5980	3·7767012
5831	3·7657430	5881	3·7694512	5931	3·7731279	5981	3·7767738
5832	3·7658175	5882	3·7695250	5932	3·7732011	5982	3·7768464
5833	3·7658920	5883	3·7695988	5933	3·7732743	5983	3·7769190
5834	3·7659664	5884	3·7696727	5934	3·7733475	5984	3·7769916
5835	3·7660409	5885	3·7697465	5935	3·7734207	5985	3·7770642
5836	3·7661153	5886	3·7698203	5936	3·7734939	5986	3·7771367
5837	3·7661897	5887	3·7698940	5937	3·7735670	5987	3·7772093
5838	3·7662641	5888	3·7699678	5938	3·7736402	5988	3·7772818
5839	3·7663385	5889	3·7700416	5939	3·7737133	5989	3·7773543
5840	3·7664128	5890	3·7701153	5940	3·7737864	5990	3·7774268
5841	3·7664872	5891	3·7701890	5941	3·7738596	5991	3·7774993
5842	3·7665616	5892	3·7702627	5942	3·7739326	5992	3·7775718
5843	3·7666359	5893	3·7703364	5943	3·7740057	5993	3·7776443
5844	3·7667102	5894	3·7704101	5944	3·7740788	5994	3·7777167
5845	3·7667845	5895	3·7704838	5945	3·7741519	5995	3·7777892
5846	3·7668588	5896	3·7705575	5946	3·7742249	5996	3·7778616
5847	3·7669331	5897	3·7706311	5947	3·7742979	5997	3·7779340
5848	3·7670074	5898	3·7707048	5948	3·7743710	5998	3·7780065
5849	3·7670816	5899	3·7707784	5949	3·7744440	5999	3·7780789
5850	3·7671559	5900	3·7708520	5950	3·7745170	6000	3·7781513

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
6001	3·7782236	6051	3·7818272	6101	3·7854010	6151	3·7889457
6002	3·7782960	6052	3·7818989	6102	3·7854722	6152	3·7890163
6003	3·7783683	6053	3·7819707	6103	3·7855434	6153	3·7890869
6004	3·7784407	6054	3·7820424	6104	3·7856145	6154	3·7891575
6005	3·7785130	6055	3·7821141	6105	3·7856857	6155	3·7892281
6006	3·7785853	6056	3·7821859	6106	3·7857568	6156	3·7892986
6007	3·7786576	6057	3·7822576	6107	3·7858279	6157	3·7893692
6008	3·7787299	6058	3·7823293	6108	3·7858990	6158	3·7894397
6009	3·7788022	6059	3·7824010	6109	3·7859701	6159	3·7895102
6010	3·7788745	6060	3·7824726	6110	3·7860412	6160	3·7895807
6011	3·7789467	6061	3·7825443	6111	3·7861123	6161	3·7896512
6012	3·7790190	6062	3·7826159	6112	3·7861833	6162	3·7897217
6013	3·7790912	6063	3·7826876	6113	3·7862544	6163	3·7897922
6014	3·7791634	6064	3·7827592	6114	3·7863254	6164	3·7898626
6015	3·7792356	6065	3·7828308	6115	3·7863965	6165	3·7899331
6016	3·7793078	6066	3·7829024	6116	3·7864675	6166	3·7900035
6017	3·7793800	6067	3·7829740	6117	3·7865385	6167	3·7900739
6018	3·7794522	6068	3·7830456	6118	3·7866095	6168	3·7901444
6019	3·7795243	6069	3·7831171	6119	3·7866805	6169	3·7902148
6020	3·7795965	6070	3·7831887	6120	3·7867514	6170	3·7902852
6021	3·7796686	6071	3·7832602	6121	3·7868224	6171	3·7903555
6022	3·7797408	6072	3·7833318	6122	3·7868933	6172	3·7904259
6023	3·7798129	6073	3·7834033	6123	3·7869643	6173	3·7904963
6024	3·7798850	6074	3·7834748	6124	3·7870352	6174	3·7905666
6025	3·7799571	6075	3·7835463	6125	3·7871061	6175	3·7906370
6026	3·7800291	6076	3·7836178	6126	3·7871770	6176	3·7907073
6027	3·7801012	6077	3·7836892	6127	3·7872479	6177	3·7907776
6028	3·7801732	6078	3·7837607	6128	3·7873188	6178	3·7908479
6029	3·7802453	6079	3·7838321	6129	3·7873896	6179	3·7909182
6030	3·7803173	6080	3·7839036	6130	3·7874605	6180	3·7909885
6031	3·7803893	6081	3·7839750	6131	3·7875313	6181	3·7910587
6032	3·7804613	6082	3·7840464	6132	3·7876021	6182	3·7911290
6033	3·7805333	6083	3·7841178	6133	3·7876730	6183	3·7911992
6034	3·7806053	6084	3·7841892	6134	3·7877438	6184	3·7912695
6035	3·7806773	6085	3·7842606	6135	3·7878146	6185	3·7913397
6036	3·7807492	6086	3·7843319	6136	3·7878854	6186	3·7914099
6037	3·7808212	6087	3·7844035	6137	3·7879561	6187	3·7914801
6038	3·7808931	6088	3·7844746	6138	3·7880269	6188	3·7915503
6039	3·7809650	6089	3·7845460	6139	3·7880976	6189	3·7916205
6040	3·7810369	6090	3·7846173	6140	3·7881684	6190	3·7916906
6041	3·7811088	6091	3·7846886	6141	3·7882391	6191	3·7917608
6042	3·7811807	6092	3·7847599	6142	3·7883098	6192	3·7918309
6043	3·7812526	6093	3·7848312	6143	3·7883805	6193	3·7919011
6044	3·7813245	6094	3·7849024	6144	3·7884512	6194	3·7919712
6045	3·7813963	6095	3·7849737	6145	3·7885219	6195	3·7920413
6046	3·7814681	6096	3·7850450	6146	3·7885926	6196	3·7921114
6047	3·7815400	6097	3·7851162	6147	3·7886632	6197	3·7921815
6048	3·7816118	6098	3·7851874	6148	3·7887339	6198	3·7922516
6049	3·7816836	6099	3·7852586	6149	3·7888045	6199	3·7923216
6050	3·7817554	6100	3·7853298	6150	3·7888751	6200	3·7923917

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
6201	3.7924617	6251	3.7959495	6301	3.7994095	6351	3.8028421
6202	3.7925318	6252	3.7960190	6302	3.7994784	6352	3.8029105
6203	3.7926018	6253	3.7960884	6303	3.7995473	6353	3.8029789
6204	3.7926718	6254	3.7961579	6304	3.7996162	6354	3.8030472
6205	3.7927418	6255	3.7962273	6305	3.7996851	6355	3.8031156
6206	3.7928118	6256	3.7962967	6306	3.7997540	6356	3.8031839
6207	3.7928817	6257	3.7963662	6307	3.7998228	6357	3.8032522
6208	3.7929517	6258	3.7964356	6308	3.7998917	6358	3.8033205
6209	3.7930217	6259	3.7965950	6309	3.7999605	6359	3.8033888
6210	3.7930916	6260	3.7965743	6310	3.8000294	6360	3.8034571
6211	3.7931615	6261	3.7966437	6311	3.8000982	6361	3.8035254
6212	3.7932314	6262	3.7967131	6312	3.8001670	6362	3.8035937
6213	3.7933014	6263	3.7967824	6313	3.8002358	6363	3.8036619
6214	3.7933712	6264	3.7968517	6314	3.8003046	6364	3.8037302
6215	3.7934411	6265	3.7969211	6315	3.8003734	6365	3.8037984
6216	3.7935110	6266	3.7969904	6316	3.8004421	6366	3.8038666
6217	3.7935809	6267	3.7970597	6317	3.8005109	6367	3.8039348
6218	3.7936507	6268	3.7971290	6318	3.8005796	6368	3.8040031
6219	3.7937206	6269	3.7971983	6319	3.8006484	6369	3.8040711
6220	3.7937904	6270	3.7972675	6320	3.8007171	6370	3.8041394
6221	3.7938602	6271	3.7973368	6321	3.8007858	6371	3.8042076
6222	3.7939300	6272	3.7974060	6322	3.8008545	6372	3.8042758
6223	3.7939998	6273	3.7974753	6323	3.8009232	6373	3.8043439
6224	3.7940696	6274	3.7975445	6324	3.8009919	6374	3.8044121
6225	3.7941394	6275	3.7976137	6325	3.8010605	6375	3.8044802
6226	3.7942091	6276	3.7976829	6326	3.8011292	6376	3.8045483
6227	3.7942789	6277	3.7977521	6327	3.8011978	6377	3.8046164
6228	3.7943486	6278	3.7978213	6328	3.8012665	6378	3.8046845
6229	3.7944183	6279	3.7978905	6329	3.8013351	6379	3.8047526
6230	3.7944880	6280	3.7979596	6330	3.8014037	6380	3.8048207
6231	3.7945578	6281	3.7980288	6331	3.8014723	6381	3.8048887
6232	3.7946274	6282	3.7980979	6332	3.8015409	6382	3.8049568
6233	3.7946971	6283	3.7981671	6333	3.8016095	6383	3.8050248
6234	3.7947668	6284	3.7982362	6334	3.8016781	6384	3.8050929
6235	3.7948365	6285	3.7983053	6335	3.8017466	6385	3.8051609
6236	3.7949061	6286	3.7983744	6336	3.8018152	6386	3.8052289
6237	3.7949757	6287	3.7984435	6337	3.8018837	6387	3.8052969
6238	3.7950454	6288	3.7985125	6338	3.8019522	6388	3.8053649
6239	3.7951150	6289	3.7985816	6339	3.8020208	6389	3.8054329
6240	3.7951846	6290	3.7986506	6340	3.8020893	6390	3.8055009
6241	3.7952542	6291	3.7987197	6341	3.8021578	6391	3.8055688
6242	3.7953238	6292	3.7987887	6342	3.8022262	6392	3.8056368
6243	3.7953933	6293	3.7988577	6343	3.8022947	6393	3.8057047
6244	3.7954629	6294	3.7989267	6344	3.8023632	6394	3.8057726
6245	3.7955324	6295	3.7989957	6345	3.8024316	6395	3.8058405
6246	3.7956020	6296	3.7990647	6346	3.8025001	6396	3.8059085
6247	3.7956715	6497	3.7991337	6347	3.8025685	6397	3.8059764
6248	3.7957410	6298	3.7992027	6348	3.8026369	6398	3.8060442
6249	3.7958105	6299	3.7992716	6349	3.8027053	6399	3.8061121
6250	3.7958800	6300	3.7993405	6350	3.8027737	6400	3.8061800

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
6401	3.8062478	6451	3.8096270	6501	3.8129802	6551	3.8163076
6402	3.8063157	6452	3.8096944	6502	3.8130470	6552	3.8163739
6403	3.8063835	6453	3.8097617	6503	3.8131138	6553	3.8164402
6404	3.8064513	6454	3.8098290	6504	3.8131805	6554	3.8165064
6405	3.8065191	6455	3.8098962	6505	3.8132473	6555	3.8165727
6406	3.8065869	6456	3.8099635	6506	3.8133141	6556	3.8166389
6407	3.8066547	6457	3.8100308	6507	3.8133808	6557	3.8167052
6408	3.8067225	6458	3.8100980	6508	3.8134475	6558	3.8167714
6409	3.8067903	6459	3.8101653	6509	3.8135143	6559	3.8168376
6410	3.8068580	6460	3.8102325	6510	3.8135810	6560	3.8169038
6411	3.8069258	6461	3.8102997	6511	3.8136477	6561	3.8169700
6412	3.8069935	6462	3.8103670	6512	3.8137144	6562	3.8170362
6413	3.8070612	6463	3.8104342	6513	3.8137811	6563	3.8171024
6414	3.8071290	6464	3.8105013	6514	3.8138478	6564	3.8171686
6415	3.8071967	6465	3.8105685	6515	3.8139144	6565	3.8172347
6416	3.8072644	6466	3.8106357	6516	3.8139811	6566	3.8173009
6417	3.8073320	6467	3.8107029	6517	3.8140477	6567	3.8173670
6418	3.8073997	6468	3.8107700	6518	3.8141144	6568	3.8174331
6419	3.8074674	6469	3.8108372	6519	3.8141810	6569	3.8174993
6420	3.8075350	6470	3.8109043	6520	3.8142476	6570	3.8175654
6421	3.8076027	6471	3.8109714	6521	3.8143142	6571	3.8176315
6422	3.8076703	6472	3.8110385	6522	3.8143808	6572	3.8176976
6423	3.8077379	6473	3.8111056	6523	3.8144474	6573	3.8177636
6424	3.8078055	6474	3.8111727	6524	3.8145140	6574	3.8178297
6425	3.8078731	6475	3.8112398	6525	3.8145805	6575	3.8178958
6426	3.8079407	6476	3.8113068	6526	3.8146471	6576	3.8179618
6427	3.8080083	6477	3.8113739	6527	3.8147136	6577	3.8180278
6428	3.8080759	6478	3.8114409	6528	3.8147801	6578	3.8180939
6429	3.8081434	6479	3.8115080	6529	3.8148467	6579	3.8181599
6430	3.8082110	6480	3.8115750	6530	3.8149132	6580	3.8182259
6431	3.8082785	6481	3.8116420	6531	3.8149797	6581	3.8182919
6432	3.8083460	6482	3.8117090	6532	3.8150462	6582	3.8183579
6433	3.8084136	6483	3.8117760	6533	3.8151127	6583	3.8184239
6434	3.8084811	6484	3.8118430	6534	3.8151791	6584	3.8184898
6435	3.8085486	6485	3.8119100	6535	3.8152456	6585	3.8185558
6436	3.8086160	6486	3.8119769	6536	3.8153120	6586	3.8186217
6437	3.8086835	6487	3.8120439	6537	3.8153785	6587	3.8186877
6438	3.8087510	6488	3.8121108	6538	3.8154449	6588	3.8187536
6439	3.8088184	6489	3.8121778	6539	3.8155113	6589	3.8188195
6440	3.8088859	6490	3.8122447	6540	3.8155777	6590	3.8188854
6441	3.8089533	6491	3.8123116	6541	3.8156441	6591	3.8189513
6442	3.8090207	6492	3.8123785	6542	3.8157105	6592	3.8190172
6443	3.8090881	6493	3.8124454	6543	3.8157769	6593	3.8190831
6444	3.8091555	6494	3.8125123	6544	3.8158433	6594	3.8191489
6445	3.8092229	6495	3.8125792	6545	3.8159097	6595	3.8192148
6446	3.8092903	6496	3.8126460	6546	3.8159760	6596	3.8192806
6447	3.8093577	6497	3.8127129	6547	3.8160423	6597	3.8193465
6448	3.8094250	6498	3.8127797	6548	3.8161087	6598	3.8194123
6449	3.8094924	6499	3.8128465	6549	3.8161750	6599	3.8194781
6450	3.8095597	6500	3.8129134	6550	3.8162413	6600	3.8195439

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
6601	3.8196097	6651	3.8228869	6701	3.8261396	6751	3.8293681
6602	3.8196755	6652	3.8229522	6702	3.8262044	6752	3.8294324
6603	3.8197413	6653	3.8230175	6703	3.8262692	6753	3.8294967
6604	3.8198071	6654	3.8230828	6704	3.8263340	6754	3.8295611
6605	3.8198728	6655	3.8231481	6705	3.8263988	6755	3.8296254
6606	3.8199386	6656	3.8232133	6706	3.8264635	6756	3.8296896
6607	3.8200043	6657	3.8232786	6707	3.8265283	6757	3.8297539
6608	3.8200700	6658	3.8233438	6708	3.8265931	6758	3.8298182
6609	3.8201358	6659	3.8234090	6709	3.8266578	6759	3.8298824
6610	3.8202015	6660	3.8234742	6710	3.8267225	6760	3.8299467
6611	3.8202672	6661	3.8235394	6711	3.8267872	6761	3.8300109
6612	3.8203328	6662	3.8236046	6712	3.8268519	6762	3.8300752
6613	3.8203985	6663	3.8236698	6713	3.8269166	6763	3.8301394
6614	3.8204642	6664	3.8237350	6714	3.8269813	6764	3.8302036
6615	3.8205298	6665	3.8238002	6715	3.8270460	6765	3.8302678
6616	3.8205955	6666	3.8238653	6716	3.8271107	6766	3.8303320
6617	3.8206611	6667	3.8239305	6717	3.8271753	6767	3.8303962
6618	3.8207268	6668	3.8239956	6718	3.8272400	6768	3.8304604
6619	3.8207924	6669	3.8240607	6719	3.8273046	6769	3.8305245
6620	3.8208580	6670	3.8241258	6720	3.8273693	6770	3.8305887
6621	3.8209236	6671	3.8241909	6721	3.8274339	6771	3.8306528
6622	3.8209892	6672	3.8242560	6722	3.8274985	6772	3.8307169
6623	3.8210548	6673	3.8243211	6723	3.8275631	6773	3.8307811
6624	3.8211203	6674	3.8243862	6724	3.8276277	6774	3.8308452
6625	3.8211859	6675	3.8244513	6725	3.8276923	6775	3.8309093
6626	3.8212514	6676	3.8245163	6726	3.8277569	6776	3.8309734
6627	3.8213170	6677	3.8245814	6727	3.8278214	6777	3.8310375
6628	3.8213825	6678	3.8246464	6728	3.8278860	6778	3.8311016
6629	3.8214480	6679	3.8247114	6729	3.8279505	6779	3.8311656
6630	3.8215135	6680	3.8247765	6730	3.8280151	6780	3.8312297
6631	3.8215790	6681	3.8248415	6731	3.8280796	6781	3.8312937
6632	3.8216445	6682	3.8249065	6732	3.8281441	6782	3.8313578
6633	3.8217100	6683	3.8249715	6733	3.8282086	6783	3.8314218
6634	3.8217755	6684	3.8250364	6734	3.8282731	6784	3.8314858
6635	3.8218409	6685	3.8251014	6735	3.8283376	6785	3.8315499
6636	3.8219064	6686	3.8251664	6736	3.8284021	6786	3.8316139
6637	3.8219718	6687	3.8252313	6737	3.8284665	6787	3.8316778
6638	3.8220372	6688	3.8252963	6738	3.8285310	6788	3.8317418
6639	3.8221027	6689	3.8253612	6739	3.8285955	6789	3.8318058
6640	3.8221681	6690	3.8254261	6740	3.8286599	6790	3.8318698
6641	3.8222335	6691	3.8254910	6741	3.8287243	6791	3.8319337
6642	3.8222989	6692	3.8255559	6742	3.8287887	6792	3.8319977
6643	3.8223643	6693	3.8256208	6743	3.8288532	6793	3.8320616
6644	3.8224296	6694	3.8256857	6744	3.8289176	6794	3.8321255
6645	3.8224950	6695	3.8257506	6745	3.8289820	6795	3.8321895
6646	3.8225603	6696	3.8258154	6746	3.8290463	6796	3.8322534
6647	3.8226257	6697	3.8258803	6747	3.8291107	6797	3.8323173
6648	3.8226910	6698	3.8259451	6748	3.8291751	6798	3.8323812
6649	3.8227563	6699	3.8260100	6749	3.8292394	6799	3.8324451
6650	3.8228216	6700	3.8260748	6750	3.8293038	6800	3.8325089

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
6801	3.8325728	6851	3.8357540	6901	3.8389120	6951	3.8420473
6802	3.8326366	6852	3.8358174	6902	3.8389750	6952	3.8421098
6803	3.8327005	6853	3.8358807	6903	3.8390379	6953	3.8421722
6804	3.8327643	6854	3.8359441	6904	3.8391008	6954	3.8422347
6805	3.8328281	6855	3.8360075	6905	3.8391637	6955	3.8422971
6806	3.8328919	6856	3.8360708	6906	3.8392266	6956	3.8423596
6807	3.8329558	6857	3.8361341	6907	3.8392895	6957	3.8424220
6808	3.8330195	6858	3.8361975	6908	3.8393523	6958	3.8424844
6809	3.8330833	6859	3.8362608	6909	3.8394152	6959	3.8425468
6810	3.8331471	6860	3.8363241	6910	3.8394780	6960	3.8426092
6811	3.8332109	6861	3.8363874	6911	3.8395409	6961	3.8426716
6812	3.8332746	6862	3.8364507	6912	3.8396037	6962	3.8427340
6813	3.8333384	6863	3.8365140	6913	3.8396666	6963	3.8427964
6814	3.8334021	6864	3.8365773	6914	3.8397294	6964	3.8428588
6815	3.8334659	6865	3.8366405	6915	3.8397922	6965	3.8429211
6816	3.8335296	6866	3.8367038	6916	3.8398550	6966	3.8429835
6817	3.8335933	6867	3.8367670	6917	3.8399178	6967	3.8430458
6818	3.8336570	6868	3.8368303	6918	3.8399806	6968	3.8431081
6819	3.8337207	6869	3.8368935	6919	3.8400433	6969	3.8431705
6820	3.8337844	6870	3.8369567	6920	3.8401061	6970	3.8432328
6821	3.8338480	6871	3.8370199	6921	3.8401688	6971	3.8432951
6822	3.8339117	6872	3.8370832	6922	3.8402316	6972	3.8433574
6823	3.8339754	6873	3.8371463	6923	3.8402943	6973	3.8434197
6824	3.8340390	6874	3.8372095	6924	3.8403571	6974	3.8434819
6825	3.8341027	6875	3.8372727	6925	3.8404198	6975	3.8435442
6826	3.8341663	6876	3.8373359	6926	3.8404825	6976	3.8436065
6827	3.8342299	6877	3.8373990	6927	3.8405452	6977	3.8436687
6828	3.8342935	6878	3.8374622	6928	3.8406079	6978	3.8437310
6829	3.8343571	6879	3.8375253	6929	3.8406706	6979	3.8437932
6830	3.8344207	6880	3.8375884	6930	3.8407332	6980	3.8438554
6831	3.8344843	6881	3.8376516	6931	3.8407959	6981	3.8439176
6832	3.8345479	6882	3.8377147	6932	3.8408586	6982	3.8439798
6833	3.8346114	6883	3.8377778	6933	3.8409212	6983	3.8440420
6834	3.8346750	6884	3.8378409	6934	3.8409838	6984	3.8441042
6835	3.8347385	6885	3.8379039	6935	3.8410465	6985	3.8441664
6836	3.8348021	6886	3.8379670	6936	3.8411091	6986	3.8442286
6837	3.8348656	6887	3.8380301	6937	3.8411717	6987	3.8442907
6838	3.8349291	6888	3.8380931	6938	3.8412343	6988	3.8443529
6839	3.8349926	6889	3.8381562	6939	3.8412969	6989	3.8444150
6840	3.8350561	6890	3.8382192	6940	3.8413595	6990	3.8444772
6841	3.8351196	6891	3.8382822	6941	3.8414220	6991	3.8445393
6842	3.8351831	6892	3.8383453	6942	3.8414846	6992	3.8446014
6843	3.8352465	6893	3.8384083	6943	3.8415472	6993	3.8446635
6844	3.8353100	6894	3.8384713	6944	3.8416097	6994	3.8447256
6845	3.8353735	6895	3.8385343	6945	3.8416723	6995	3.8447877
6846	3.8354369	6896	3.8385973	6946	3.8417348	6996	3.8448498
6847	3.8355003	6897	3.8386602	6947	3.8417973	6997	3.8449119
6848	3.8355638	6898	3.8387232	6948	3.8418598	6998	3.8449739
6849	3.8356272	6899	3.8387861	6949	3.8419223	6999	3.8450360
6850	3.8356906	6900	3.8388491	6950	3.8419848	7000	3.8450980

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
7001	3.8451601	7051	3.8482507	7101	3.8513195	7151	3.8543668
7002	3.8452221	7052	3.8483123	7102	3.8513807	7152	3.8544275
7003	3.8452841	7053	3.8483739	7103	3.8514418	7153	3.8544882
7004	3.8453461	7054	3.8484355	7104	3.8515030	7154	3.8545489
7005	3.8454081	7055	3.8484970	7105	3.8515641	7155	3.8546096
7006	3.8454701	7056	3.8485586	7106	3.8516252	7156	3.8546703
7007	3.8455321	7057	3.8486201	7107	3.8516863	7157	3.8547310
7008	3.8455941	7058	3.8486817	7108	3.8517474	7158	3.8547917
7009	3.8456561	7059	3.8487432	7109	3.8518085	7159	3.8548524
7010	3.8457180	7060	3.8488047	7110	3.8518696	7160	3.8549130
7011	3.8457800	7061	3.8488662	7111	3.8519307	7161	3.8549737
7012	3.8458419	7062	3.8489277	7112	3.8519917	7162	3.8550343
7013	3.8459038	7063	3.8489892	7113	3.8520528	7163	3.8550950
7014	3.8459658	7064	3.8490507	7114	3.8521139	7164	3.8551556
7015	3.8460277	7065	3.8491122	7115	3.8521749	7165	3.8552162
7016	3.8460896	7066	3.8491736	7116	3.8522359	7166	3.8552768
7017	3.8461515	7067	3.8492351	7117	3.8522970	7167	3.8553374
7018	3.8462134	7068	3.8492965	7118	3.8523580	7168	3.8553980
7019	3.8462752	7069	3.8493580	7119	3.8524190	7169	3.8554586
7020	3.8463371	7070	3.8494194	7120	3.8524800	7170	3.8555192
7021	3.8463990	7071	3.8494808	7121	3.8525410	7171	3.8555797
7022	3.8464608	7072	3.8495423	7122	3.8526020	7172	3.8556403
7023	3.8465227	7073	3.8496037	7123	3.8526629	7173	3.8557008
7024	3.8465845	7074	3.8496651	7124	3.8527239	7174	3.8557614
7025	3.8466463	7075	3.8497264	7125	3.8527849	7175	3.8558219
7026	3.8467081	7076	3.8497878	7126	3.8528458	7176	3.8558824
7027	3.8467700	7077	3.8498492	7127	3.8529068	7177	3.8559429
7028	3.8468318	7078	3.8499106	7128	3.8529677	7178	3.8560035
7029	3.8468935	7079	3.8499719	7129	3.8530286	7179	3.8560640
7030	3.8469553	7080	3.8500333	7130	3.8530895	7180	3.8561244
7031	3.8470171	7081	3.8500946	7131	3.8531504	7181	3.8561849
7032	3.8470789	7082	3.8501559	7132	3.8532113	7182	3.8562454
7033	3.8471406	7083	3.8502172	7133	3.8532722	7183	3.8563059
7034	3.8472024	7084	3.8502786	7134	3.8533331	7184	3.8563663
7035	3.8472641	7085	3.8503399	7135	3.8533940	7185	3.8564268
7036	3.8473258	7086	3.8504011	7136	3.8534548	7186	3.8564872
7037	3.8473876	7087	3.8504624	7137	3.8535157	7187	3.8565476
7038	3.8474493	7088	3.8505237	7138	3.8535765	7188	3.8566081
7039	3.8475110	7089	3.8505850	7139	3.8536374	7189	3.8566685
7040	3.8475727	7090	3.8506462	7140	3.8536982	7190	3.8567289
7041	3.8476343	7091	3.8507075	7141	3.8537590	7191	3.8567893
7042	3.8476960	7092	3.8507687	7142	3.8538198	7192	3.8568497
7043	3.8477577	7093	3.8508300	7143	3.8538807	7193	3.8569101
7044	3.8478193	7094	3.8508912	7144	3.8539414	7194	3.8569704
7045	3.8478810	7095	3.8509524	7145	3.8540022	7195	3.8570308
7046	3.8479426	7096	3.8510136	7146	3.8540630	7196	3.8570912
7047	3.8480043	7097	3.8510748	7147	3.8541238	7197	3.8571515
7048	3.8480659	7098	3.8511360	7148	3.8541845	7198	3.8572118
7049	3.8481275	7099	3.8511972	7149	3.8542453	7199	3.8572722
7050	3.8481891	7100	3.8512583	7150	3.8543060	7200	3.8573325

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
7201	3.8573928	7251	3.8603979	7301	3.8633823	7351	3.8663464
7202	3.8574531	7252	3.8604578	7302	3.8634418	7352	3.8664055
7203	3.8575134	7253	3.8605177	7303	3.8635013	7353	3.8664646
7204	3.8575737	7254	3.8605776	7304	3.8635608	7354	3.8665236
7205	3.8576340	7255	3.8606374	7305	3.8636202	7355	3.8665827
7206	3.8576943	7256	3.8606973	7306	3.8636797	7356	3.8666417
7207	3.8577545	7257	3.8607571	7307	3.8637391	7357	3.8667008
7208	3.8578148	7258	3.8608170	7308	3.8637985	7358	3.8667598
7209	3.8578750	7259	3.8608768	7309	3.8638580	7359	3.8668188
7210	3.8579353	7260	3.8609366	7310	3.8639174	7360	3.8668778
7211	3.8579955	7261	3.8609964	7311	3.8639768	7361	3.8669368
7212	3.8580557	7262	3.8610562	7312	3.8640362	7362	3.8669958
7213	3.8581159	7263	3.8611160	7313	3.8640956	7363	3.8670548
7214	3.8581761	7264	3.8611758	7314	3.8641550	7364	3.8671138
7215	3.8582363	7265	3.8612356	7315	3.8642143	7365	3.8671728
7216	3.8582965	7266	3.8612954	7316	3.8642737	7366	3.8672317
7217	3.8583567	7267	3.8613552	7317	3.8643331	7367	3.8672907
7218	3.8584169	7268	3.8614149	7318	3.8643924	7368	3.8673496
7219	3.8584770	7269	3.8614747	7319	3.8644517	7369	3.8674086
7220	3.8585372	7270	3.8615344	7320	3.8645111	7370	3.8674675
7221	3.8585973	7271	3.8615941	7321	3.8645704	7371	3.8675264
7222	3.8586575	7272	3.8616539	7322	3.8646297	7372	3.8675853
7223	3.8587176	7273	3.8617136	7323	3.8646890	7373	3.8676442
7224	3.8587777	7274	3.8617733	7324	3.8647483	7374	3.8677031
7225	3.8588379	7275	3.8618330	7325	3.8648076	7375	3.8677620
7226	3.8588980	7276	3.8618927	7326	3.8648669	7376	3.8678209
7227	3.8589581	7277	3.8619524	7327	3.8649262	7377	3.8678798
7228	3.8590181	7278	3.8620121	7328	3.8649855	7378	3.8679387
7229	3.8590782	7279	3.8620717	7329	3.8650447	7379	3.8679975
7230	3.8591383	7280	3.8621314	7330	3.8651040	7380	3.8680564
7231	3.8591984	7281	3.8621910	7331	3.8651632	7381	3.8681152
7232	3.8592584	7282	3.8622507	7332	3.8652225	7382	3.8681740
7233	3.8593185	7283	3.8623103	7333	3.8652817	7383	3.8682329
7234	3.8593785	7284	3.8623699	7334	3.8653409	7384	3.8682917
7235	3.8594385	7285	3.8624296	7335	3.8654001	7385	3.8683505
7236	3.8594986	7286	3.8624892	7336	3.8654593	7386	3.8684093
7237	3.8595586	7287	3.8625488	7337	3.8655185	7387	3.8684681
7238	3.8596186	7288	3.8626084	7338	3.8655777	7388	3.8685269
7239	3.8596786	7289	3.8626680	7339	3.8656369	7389	3.8685857
7240	3.8597386	7290	3.8627275	7340	3.8656961	7390	3.8686444
7241	3.8597985	7291	3.8627871	7341	3.8657552	7391	3.8687032
7242	3.8598585	7292	3.8628467	7342	3.8658144	7392	3.8687620
7243	3.8599185	7293	3.8629062	7343	3.8658735	7393	3.8688207
7244	3.8599784	7294	3.8629658	7344	3.8659327	7394	3.8688794
7245	3.8600384	7295	3.8630253	7345	3.8659918	7395	3.8689382
7246	3.8600983	7296	3.8630848	7346	3.8660509	7396	3.8689969
7247	3.8601583	7297	3.8631443	7347	3.8661100	7397	3.8690556
7248	3.8602182	7298	3.8632039	7348	3.8661691	7398	3.8691143
7249	3.8602781	7299	3.8632634	7349	3.8662282	7399	3.8691730
7250	3.8603380	7300	3.8633229	7350	3.8662873	7400	3.8692317

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
7401	3.8692904	7451	3.8722146	7501	3.8751192	7551	3.8780045
7402	3.8693491	7452	3.8722728	7502	3.8751771	7552	3.8780620
7403	3.8694077	7453	3.8723311	7503	3.8752349	7553	3.8781195
7404	3.8694664	7454	3.8723894	7504	3.8752928	7554	3.8781770
7405	3.8695251	7455	3.8724476	7505	3.8753507	7555	3.8782345
7406	3.8695837	7456	3.8725059	7506	3.8754086	7556	3.8782919
7407	3.8696423	7457	3.8725641	7507	3.8754664	7557	3.8783494
7408	3.8697010	7458	3.8726224	7508	3.8755243	7558	3.8784069
7409	3.8697596	7459	3.8726806	7509	3.8755821	7559	3.8784643
7410	3.8698182	7460	3.8727388	7510	3.8756399	7560	3.8785218
7411	3.8698768	7461	3.8727970	7511	3.8756978	7561	3.8785792
7412	3.8699354	7462	3.8728552	7512	3.8757556	7562	3.8786367
7413	3.8699940	7463	3.8729134	7513	3.8758134	7563	3.8786941
7414	3.8700526	7464	3.8729716	7514	3.8758712	7564	3.8787515
7415	3.8701112	7465	3.8730298	7515	3.8759290	7565	3.8788089
7416	3.8701697	7466	3.8730880	7516	3.8759868	7566	3.8788663
7417	3.8702283	7467	3.8731462	7517	3.8760446	7567	3.8789237
7418	3.8702868	7468	3.8732043	7518	3.8761023	7568	3.8789811
7419	3.8703454	7469	3.8732625	7519	3.8761601	7569	3.8790385
7420	3.8704039	7470	3.8733206	7520	3.8762178	7570	3.8790959
7421	3.8704624	7471	3.8733787	7521	3.8762756	7571	3.8791532
7422	3.8705210	7472	3.8734369	7522	3.8763333	7572	3.8792106
7423	3.8705795	7473	3.8734950	7523	3.8763911	7573	3.8792680
7424	3.8706380	7474	3.8735531	7524	3.8764488	7574	3.8793253
7425	3.8706965	7475	3.8736112	7525	3.8765065	7575	3.8793826
7426	3.8707549	7476	3.8736693	7526	3.8765642	7576	3.8794400
7427	3.8708134	7477	3.8737274	7527	3.8766219	7577	3.8794973
7428	3.8708719	7478	3.8737855	7528	3.8766796	7578	3.8795546
7429	3.8709304	7479	3.8738435	7529	3.8767373	7579	3.8796119
7430	3.8709888	7480	3.8739016	7530	3.8767950	7580	3.8796692
7431	3.8710473	7481	3.8739597	7531	3.8768526	7581	3.8797265
7432	3.8711057	7482	3.8740177	7532	3.8769103	7582	3.8797838
7433	3.8711641	7483	3.8740757	7533	3.8769680	7583	3.8798411
7434	3.8712226	7484	3.8741338	7534	3.8770256	7584	3.8798983
7435	3.8712810	7485	3.8741918	7535	3.8770833	7585	3.8799556
7436	3.8713394	7486	3.8742498	7536	3.8771409	7586	3.8800128
7437	3.8713978	7487	3.8743078	7537	3.8771985	7587	3.8800701
7438	3.8714562	7488	3.8743658	7538	3.8772561	7588	3.8801273
7439	3.8715146	7489	3.8744238	7539	3.8773137	7589	3.8801846
7440	3.8715729	7490	3.8744818	7540	3.8773713	7590	3.8802418
7441	3.8716313	7491	3.8745398	7541	3.8774289	7591	3.8802990
7442	3.8716897	7492	3.8745978	7542	3.8774865	7592	3.8803562
7443	3.8717480	7493	3.8746557	7543	3.8775441	7593	3.8804134
7444	3.8718064	7494	3.8747137	7544	3.8776017	7594	3.8804706
7445	3.8718647	7495	3.8747716	7545	3.8776592	7595	3.8805278
7446	3.8719230	7496	3.8748296	7546	3.8777168	7596	3.8805850
7447	3.8719814	7497	3.8748875	7547	3.8777744	7597	3.8806421
7448	3.8720397	7498	3.8749454	7548	3.8778319	7598	3.8806993
7449	3.8720980	7499	3.8750034	7549	3.8778894	7599	3.8807564
7450	3.8721563	7500	3.8750613	7550	3.8779470	7600	3.8808136

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
7601	3.8808707	7651	3.8837182	7701	3.8865471	7751	3.8893577
7602	3.8809279	7652	3.8837750	7702	3.8866035	7752	3.8894138
7603	3.8809850	7653	3.8838317	7703	3.8866599	7753	3.8894698
7604	3.8810421	7654	3.8838885	7704	3.8867163	7754	3.8895258
7605	3.8810992	7655	3.8839452	7705	3.8867726	7755	3.8895818
7606	3.8811563	7656	3.8840019	7706	3.8868290	7756	3.8896378
7607	3.8812134	7657	3.8840586	7707	3.8868854	7757	3.8896938
7608	3.8812705	7658	3.8841154	7708	3.8869417	7758	3.8897498
7609	3.8813276	7659	3.8841721	7709	3.8869980	7759	3.8898058
7610	3.8813847	7660	3.8842288	7710	3.8870544	7760	3.8898617
7611	3.8814417	7661	3.8842855	7711	3.8871107	7761	3.8899177
7612	3.8814988	7662	3.8843421	7712	3.8871670	7762	3.8899736
7613	3.8815558	7663	3.8843988	7713	3.8872233	7763	3.8900296
7614	3.8816129	7664	3.8844555	7714	3.8872796	7764	3.8900855
7615	3.8816699	7665	3.8845122	7715	3.8873359	7765	3.8901415
7616	3.8817269	7666	3.8845688	7716	3.8873922	7766	3.8901974
7617	3.8817840	7667	3.8846255	7717	3.8874485	7767	3.8902533
7618	3.8818410	7668	3.8846821	7718	3.8875048	7768	3.8903092
7619	3.8818980	7669	3.8847387	7719	3.8875610	7769	3.8903651
7620	3.8819550	7670	3.8847954	7720	3.8876173	7770	3.8904210
7621	3.8820120	7671	3.8848520	7721	3.8876736	7771	3.8904769
7622	3.8820689	7672	3.8849086	7722	3.8877298	7772	3.8905328
7623	3.8821259	7673	3.8849652	7723	3.8877860	7773	3.8905887
7624	3.8821829	7674	3.8850218	7724	3.8878423	7774	3.8906445
7625	3.8822398	7675	3.8850784	7725	3.8878985	7775	3.8907004
7626	3.8822968	7676	3.8851350	7726	3.8879547	7776	3.8907563
7627	3.8823537	7677	3.8851915	7727	3.8880109	7777	3.8908121
7628	3.8824107	7678	3.8852481	7728	3.8880671	7778	3.8908679
7629	3.8824676	7679	3.8853047	7729	3.8881233	7779	3.8909238
7630	3.8825245	7680	3.8853612	7730	3.8881795	7780	3.8909796
7631	3.8825815	7681	3.8854178	7731	3.8882357	7781	3.8910354
7632	3.8826384	7682	3.8854743	7732	3.8882918	7782	3.8910912
7633	3.8826953	7683	3.8855308	7733	3.8883480	7783	3.8911470
7634	3.8827522	7684	3.8855874	7734	3.8884042	7784	3.8912028
7635	3.8828090	7685	3.8856439	7735	3.8884603	7785	3.8912586
7636	3.8828659	7686	3.8857004	7736	3.8885165	7786	3.8913144
7637	3.8829228	7687	3.8857569	7737	3.8885726	7787	3.8913702
7638	3.8829797	7688	3.8858134	7738	3.8886287	7788	3.8914259
7639	3.8830365	7689	3.8858699	7739	3.8886848	7789	3.8914817
7640	3.8830934	7690	3.8859263	7740	3.8887410	7790	3.8915375
7641	3.8831502	7691	3.8859828	7741	3.8887971	7791	3.8915932
7642	3.8832070	7692	3.8860393	7742	3.8888532	7792	3.8916489
7643	3.8832639	7693	3.8860957	7743	3.8889093	7793	3.8917047
7644	3.8833207	7694	3.8861522	7744	3.8889653	7794	3.8917604
7645	3.8833775	7695	3.8862086	7745	3.8890214	7795	3.8918161
7646	3.8834343	7696	3.8862651	7746	3.8890775	7796	3.8918718
7647	3.8834911	7697	3.8863215	7747	3.8891336	7797	3.8919275
7648	3.8835479	7698	3.8863779	7748	3.8891896	7798	3.8919832
7649	3.8836047	7699	3.8864343	7749	3.8892457	7799	3.8920389
7650	3.8836614	7700	3.8864907	7750	3.8893017	7800	3.8920946

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
7801	3.8921503	7851	3.8949250	7901	3.8976821	7951	3.9004218
7802	3.8922059	7852	3.8949803	7902	3.8977370	7952	3.9004764
7803	3.8922616	7853	3.8950356	7903	3.8977920	7953	3.9005310
7804	3.8923173	7854	3.8950909	7904	3.8978469	7954	3.9005856
7805	3.8923729	7855	3.8951462	7905	3.8979019	7955	3.9006402
7806	3.8924285	7856	3.8952015	7906	3.8979568	7956	3.9006948
7807	3.8924842	7857	3.8952568	7907	3.8980117	7957	3.9007494
7808	3.8925398	7858	3.8953120	7908	3.8980667	7958	3.9008039
7809	3.8925954	7859	3.8953673	7909	3.8981216	7959	3.9008585
7810	3.8926510	7860	3.8954225	7910	3.8981765	7960	3.9009131
7811	3.8927066	7861	3.8954778	7911	3.8982314	7961	3.9009676
7812	3.8927622	7862	3.8955330	7912	3.8982863	7962	3.9010222
7813	3.8928178	7863	3.8955883	7913	3.8983412	7963	3.9010767
7814	3.8928734	7864	3.8956435	7914	3.8983960	7964	3.9011313
7815	3.8929290	7865	3.8956987	7915	3.8984509	7965	3.9011858
7816	3.8929846	7866	3.8957539	7916	3.8985058	7966	3.9012403
7817	3.8930401	7867	3.8958092	7917	3.8985606	7967	3.9012948
7818	3.8930957	7868	3.8958644	7918	3.8986155	7968	3.9013493
7819	3.8931512	7869	3.8959195	7919	3.8986703	7969	3.9014038
7820	3.8932068	7870	3.8959747	7920	3.8987252	7970	3.9014583
7821	3.8932623	7871	3.8960299	7921	3.8987800	7971	3.9015128
7822	3.8933178	7872	3.8960851	7922	3.8988348	7972	3.9015673
7823	3.8933733	7873	3.8961403	7923	3.8988897	7973	3.9016218
7824	3.8934288	7874	3.8961954	7924	3.8989445	7974	3.9016762
7825	3.8934843	7875	3.8962506	7925	3.8989993	7975	3.9017307
7826	3.8935398	7876	3.8963057	7926	3.8990541	7976	3.9017851
7827	3.8935953	7877	3.8963608	7927	3.8991089	7977	3.9018396
7828	3.8936508	7878	3.8964160	7928	3.8991636	7978	3.9018940
7829	3.8937063	7879	3.8964711	7929	3.8992184	7979	3.9019485
7830	3.8937618	7880	3.8965262	7930	3.8992732	7980	3.9020029
7831	3.8938172	7881	3.8965813	7931	3.8993279	7981	3.9020573
7832	3.8938727	7882	3.8966364	7932	3.8993827	7982	3.9021117
7833	3.8939281	7883	3.8966915	7933	3.8994375	7983	3.9021661
7834	3.8939836	7884	3.8967466	7934	3.8994922	7984	3.9022205
7835	3.8940390	7885	3.8968017	7935	3.8995469	7985	3.9022749
7836	3.8940944	7886	3.8968568	7936	3.8996017	7986	3.9023293
7837	3.8941498	7887	3.8969118	7937	3.8996564	7987	3.9023837
7838	3.8942053	7888	3.8969669	7938	3.8997111	7988	3.9024381
7839	3.8942607	7889	3.8970220	7939	3.8997658	7989	3.9024924
7840	3.8943161	7890	3.8970770	7940	3.8998205	7990	3.9025468
7841	3.8943715	7891	3.8971320	7941	3.8998752	7991	3.9026011
7842	3.8944268	7892	3.8971871	7942	3.8999299	7992	3.9026555
7843	3.8944822	7893	3.8972421	7943	3.8999846	7993	3.9027098
7844	3.8945376	7894	3.8972971	7944	3.9000392	7994	3.9027641
7845	3.8945929	7895	3.8973521	7945	3.9000939	7995	3.9028185
7846	3.8946483	7896	3.8974071	7946	3.9001486	7996	3.9028728
7847	3.8947037	7897	3.8974621	7947	3.9002032	7997	3.9029271
7848	3.8947590	7898	3.8975171	7948	3.9002579	7998	3.9029814
7849	3.8948143	7899	3.8975721	7949	3.9003125	7999	3.9030357
7850	3.8948697	7900	3.8976271	7950	3.9003671	8000	3.9030900

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.
8001	3·9031443
8002	3·9031985
8003	3·9032528
8004	3·9033071
8005	3·9033613
8006	3·9034156
8007	3·9034698
8008	3·9035241
8009	3·9035783
8010	3·9036325
8011	3·9036867
8012	3·9037409
8013	3·9037951
8014	3·9038493
8015	3·9039035
8016	3·9039577
8017	3·9040119
8018	3·9040661
8019	3·9041202
8020	3·9041744
8021	3·9042285
8022	3·9042827
8023	3·9043368
8024	3·9043909
8025	3·9044450
8026	3·9044992
8027	3·9045533
8028	3·9046074
8029	3·9046615
8030	3·9047155
8031	3·9047696
8032	3·9048237
8033	3·9048778
8034	3·9049318
8035	3·9049859
8036	3·9050399
8037	3·9050940
8038	3·9051480
8039	3·9052020
8040	3·9052560
8041	3·9053101
8042	3·9053641
8043	3·9054181
8044	3·9054721
8045	3·9055260
8046	3·9055800
8047	3·9056340
8048	3·9056880
8049	3·9057419
8050	3·9057959
8051	3·9058498
8052	3·9059038
8053	3·9059577
8054	3·9060116
8055	3·9060655
8056	3·9061195
8057	3·9061734
8058	3·9062273
8059	3·9062812
8060	3·9063350
8061	3·9063889
8062	3·9064428
8063	3·9064967
8064	3·9065505
8065	3·9066044
8066	3·9066582
8067	3·9067121
8068	3·9067659
8069	3·9068197
8070	3·9068735
8071	3·9069273
8072	3·9069812
8073	3·9070350
8074	3·9070887
8075	3·9071425
8076	3·9071963
8077	3·9072501
8078	3·9073038
8079	3·9073576
8080	3·9074114
8081	3·9074651
8082	3·9075188
8083	3·9075726
8084	3·9076263
8085	3·9076800
8086	3·9077337
8087	3·9077874
8088	3·9078411
8089	3·9078948
8090	3·9079485
8091	3·9080022
8092	3·9080559
8093	3·9081095
8094	3·9081632
8095	3·9082169
8096	3·9082705
8097	3·9083241
8098	3·9083778
8099	3·9084314
8100	3·9084850
8101	3·9085386
8102	3·9085922
8103	3·9086458
8104	3·9086994
8105	3·9087530
8106	3·9088066
8107	3·9088602
8108	3·9089137
8109	3·9089673
8110	3·9090209
8111	3·9090744
8112	3·9091279
8113	3·9091815
8114	3·9092350
8115	3·9092885
8116	3·9093420
8117	3·9093955
8118	3·9094490
8119	3·9095025
8120	3·9095560
8121	3·9096095
8122	3·9096630
8123	3·9097165
8124	3·9097699
8125	3·9098234
8126	3·9098768
8127	3·9099303
8128	3·9099837
8129	3·9100371
8130	3·9100905
8131	3·9101440
8132	3·9101974
8133	3·9102508
8134	3·9103042
8135	3·9103576
8136	3·9104110
8137	3·9104643
8138	3·9105177
8139	3·9105710
8140	3·9106244
8141	3·9106778
8142	3·9107311
8143	3·9107844
8144	3·9108378
8145	3·9108911
8146	3·9109444
8147	3·9109977
8148	3·9110510
8149	3·9111043
8150	3·9111576
8151	3·9112109
8152	3·9112642
8153	3·9113174
8154	3·9113707
8155	3·9114240
8156	3·9114772
8157	3·9115305
8158	3·9115837
8159	3·9116369
8160	3·9116902
8161	3·9117434
8162	3·9117966
8163	3·9118498
8164	3·9119030
8165	3·9119562
8166	3·9120094
8167	3·9120626
8168	3·9121157
8169	3·9121689
8170	3·9122221
8171	3·9122752
8172	3·9123284
8173	3·9123815
8174	3·9124346
8175	3·9124878
8176	3·9125409
8177	3·9125940
8178	3·9126471
8179	3·9127002
8180	3·9127533
8181	3·9128064
8182	3·9128595
8183	3·9129126
8184	3·9129656
8185	3·9130187
8186	3·9130717
8187	3·9131248
8188	3·9131778
8189	3·9132309
8190	3·9132839
8191	3·9133369
8192	3·9133899
8193	3·9134430
8194	3·9134960
8195	3·9135490
8196	3·9136019
8197	3·9136549
8198	3·9137079
8199	3·9137609
8200	3·9138139

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
8201	3.9138668	8251	3.9165066	8301	3.9191304	8351	3.9217385
8202	3.9139198	8252	3.9165592	8302	3.9191827	8352	3.9217905
8203	3.9139727	8253	3.9166118	8303	3.9192350	8353	3.9218425
8204	3.9140257	8254	3.9166645	8304	3.9192873	8354	3.9218945
8205	3.9140786	8255	3.9167171	8305	3.9193396	8355	3.9219465
8206	3.9141315	8256	3.9167697	8306	3.9193919	8356	3.9219984
8207	3.9141844	8257	3.9168223	8307	3.9194442	8357	3.9220504
8208	3.9142373	8258	3.9168749	8308	3.9194965	8358	3.9221024
8209	3.9142903	8259	3.9169275	8309	3.9195488	8359	3.9221543
8210	3.9143432	8260	3.9169800	8310	3.9196010	8360	3.9222063
8211	3.9143961	8261	3.9170326	8311	3.9196533	8361	3.9222582
8212	3.9144489	8262	3.9170852	8312	3.9197055	8362	3.9223102
8213	3.9145018	8263	3.9171378	8313	3.9197578	8363	3.9223621
8214	3.9145547	8264	3.9171903	8314	3.9198100	8364	3.9224140
8215	3.9146076	8265	3.9172429	8315	3.9198623	8365	3.9224659
8216	3.9146604	8266	3.9172954	8316	3.9199145	8366	3.9225179
8217	3.9147133	8267	3.9173479	8317	3.9199667	8367	3.9225698
8218	3.9147661	8268	3.9174005	8318	3.9200189	8368	3.9226217
8219	3.9148190	8269	3.9174530	8319	3.9200711	8369	3.9226736
8220	3.9148718	8270	3.9175055	8320	3.9201233	8370	3.9227255
8221	3.9149246	8271	3.9175580	8321	3.9201755	8371	3.9227773
8222	3.9149775	8272	3.9176105	8322	3.9202277	8372	3.9228292
8223	3.9150303	8273	3.9176630	8323	3.9202799	8373	3.9228811
8224	3.9150831	8274	3.9177155	8324	3.9203321	8374	3.9229330
8225	3.9151359	8275	3.9177680	8325	3.9203842	8375	3.9229848
8226	3.9151887	8276	3.9178205	8326	3.9204364	8376	3.9230367
8227	3.9152415	8277	3.9178730	8327	3.9204886	8377	3.9230885
8228	3.9152943	8278	3.9179254	8328	3.9205407	8378	3.9231404
8229	3.9153471	8279	3.9179779	8329	3.9205929	8379	3.9231922
8230	3.9153998	8280	3.9180303	8330	3.9206450	8380	3.9232440
8231	3.9154526	8281	3.9180828	8331	3.9206971	8381	3.9232958
8232	3.9155054	8282	3.9181352	8332	3.9207493	8382	3.9233477
8233	3.9155581	8283	3.9181877	8333	3.9208014	8383	3.9233995
8234	3.9156109	8284	3.9182401	8334	3.9208535	8384	3.9234513
8235	3.9156636	8285	3.9182925	8335	3.9209056	8385	3.9235031
8236	3.9157163	8286	3.9183449	8336	3.9209577	8386	3.9235549
8237	3.9157691	8287	3.9183973	8337	3.9210098	8387	3.9236066
8238	3.9158218	8288	3.9184497	8338	3.9210619	8388	3.9236584
8239	3.9158745	8289	3.9185021	8339	3.9211140	8389	3.9237102
8240	3.9159272	8290	3.9185545	8340	3.9211661	8390	3.9237620
8241	3.9159799	8291	3.9186069	8341	3.9212181	8391	3.9238137
8242	3.9160326	8292	3.9186593	8342	3.9212702	8392	3.9238655
8243	3.9160853	8293	3.9187117	8343	3.9213222	8393	3.9239172
8244	3.9161380	8294	3.9187640	8344	3.9213743	8394	3.9239690
8245	3.9161907	8295	3.9188164	8345	3.9214263	8395	3.9240207
8246	3.9162433	8296	3.9188687	8346	3.9214784	8396	3.9240724
8247	3.9162960	8297	3.9189211	8347	3.9215304	8397	3.9241242
8248	3.9163487	8298	3.9189734	8348	3.9215824	8398	3.9241759
8249	3.9164013	8299	3.9190258	8349	3.9216345	8399	3.9242276
8250	3.9164539	8300	3.9190781	8350	3.9216865	8400	3.9242793

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
8401	3·9243310	8451	3·9269081	8501	3·9294700	8551	3·9320169
8402	3·9243827	8452	3·9269595	8502	3·9295211	8552	3·9320677
8403	3·9244344	8453	3·9270109	8503	3·9295722	8553	3·9321185
8404	3·9244860	8454	3·9270622	8504	3·9296233	8554	3·9321692
8405	3·9245377	8455	3·9271136	8505	3·9296743	8555	3·9322200
8406	3·9245894	8456	3·9271650	8506	3·9297254	8556	3·9322708
8407	3·9246410	8457	3·9272163	8507	3·9297764	8557	3·9323215
8408	3·9246927	8458	3·9272677	8508	3·9298275	8558	3·9323723
8409	3·9247444	8459	3·9273190	8509	3·9298785	8559	3·9324230
8410	3·9247960	8460	3·9273704	8510	3·9299296	8560	3·9324738
8411	3·9248476	8461	3·9274217	8511	3·9299806	8561	3·9325245
8412	3·9248993	8462	3·9274730	8512	3·9300316	8562	3·9325752
8413	3·9249509	8463	3·9275243	8513	3·9300826	8563	3·9326259
8414	3·9250025	8464	3·9275757	8514	3·9301336	8564	3·9326767
8415	3·9250541	8465	3·9276270	8515	3·9301847	8565	3·9327274
8416	3·9251057	8466	3·9276783	8516	3·9302357	8566	3·9327781
8417	3·9251573	8467	3·9277296	8517	3·9302866	8567	3·9328288
8418	3·9252089	8468	3·9277808	8518	3·9303376	8568	3·9328795
8419	3·9252605	8469	3·9278321	8519	3·9303886	8569	3·9329301
8420	3·9253121	8470	3·9278834	8520	3·9304396	8570	3·9329808
8421	3·9253637	8471	3·9279347	8521	3·9304906	8571	3·9330315
8422	3·9254152	8472	3·9279859	8522	3·9305415	8572	3·9330822
8423	3·9254668	8473	3·9280372	8523	3·9305925	8573	3·9331328
8424	3·9255184	8474	3·9280885	8524	3·9306434	8574	3·9331835
8425	3·9255699	8475	3·9281397	8525	3·9306944	8575	3·9332341
8426	3·9256215	8476	3·9281909	8526	3·9307453	8576	3·9332848
8427	3·9256730	8477	3·9282422	8527	3·9307963	8577	3·9333354
8428	3·9257245	8478	3·9282934	8528	3·9308472	8578	3·9333860
8429	3·9257761	8479	3·9283446	8529	3·9308981	8579	3·9334367
8430	3·9258276	8480	3·9283959	8530	3·9309490	8580	3·9334873
8431	3·9258791	8481	3·9284471	8531	3·9309999	8581	3·9335379
8432	3·9259306	8482	3·9284983	8532	3·9310508	8582	3·9335885
8433	3·9259821	8483	3·9285495	8533	3·9311017	8583	3·9336391
8434	3·9260336	8484	3·9286007	8534	3·9311526	8584	3·9336897
8435	3·9260851	8485	3·9286518	8535	3·9312035	8585	3·9337403
8436	3·9261366	8486	3·9287030	8536	3·9312544	8586	3·9337909
8437	3·9261880	8487	3·9287542	8537	3·9313053	8587	3·9338415
8438	3·9262395	8488	3·9288054	8538	3·9313562	8588	3·9338920
8439	3·9262910	8489	3·9288565	8539	3·9314070	8589	3·9339426
8440	3·9263424	8490	3·9289077	8540	3·9314579	8590	3·9339932
8441	3·9263939	8491	3·9289588	8541	3·9315087	8591	3·9340437
8442	3·9264453	8492	3·9290100	8542	3·9315596	8592	3·9340943
8443	3·9264968	8493	3·9290611	8543	3·9316104	8593	3·9341448
8444	3·9265482	8494	3·9291123	8544	3·9316612	8594	3·9341953
8445	3·9265997	8495	3·9291634	8545	3·9317121	8595	3·9342459
8446	3·9266511	8496	3·9292145	8546	3·9317629	8596	3·9342964
8447	3·9265025	8497	3·9292656	8547	3·9318137	8597	3·9343469
8448	3·9267539	8498	3·9293167	8548	3·9318645	8598	3·9343974
8449	3·9268053	8499	3·9293678	8549	3·9319153	8599	3·9344479
8450	3·9268567	8500	3·9294189	8550	3·9319661	8600	3·9344985

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
8601	3·9345489	8651	3·9370663	8701	3·9395692	8751	3·9420577
8602	3·9345994	8652	3·9371165	8702	3·9396191	8752	3·9421073
8603	3·9346499	8653	3·9371667	8703	3·9396690	8753	3·9421569
8604	3·9347004	8654	3·9372169	8704	3·9397189	8754	3·9422065
8605	3·9347509	8655	3·9372671	8705	3·9397688	8755	3·9422562
8606	3·9348013	8656	3·9373172	8706	3·9398187	8756	3·9423058
8607	3·9348518	8657	3·9373674	8707	3·9398685	8757	3·9423553
8608	3·9349023	8658	3·9374176	8708	3·9399184	8758	3·9424049
8609	3·9349527	8659	3·9374677	8709	3·9399683	8759	3·9424545
8610	3·9350032	8660	3·9375179	8710	3·9400182	8760	3·9425041
8611	3·9350536	8661	3·9375680	8711	3·9400680	8761	3·9425537
8612	3·9351040	8662	3·9376182	8712	3·9401179	8762	3·9426032
8613	3·9351544	8663	3·9376683	8713	3·9401677	8763	3·9426528
8614	3·9352049	8664	3·9377184	8714	3·9402176	8764	3·9427024
8615	3·9352553	8665	3·9377686	8715	3·9402674	8765	3·9427519
8616	3·9353057	8666	3·9378187	8716	3·9403172	8766	3·9428015
8617	3·9353561	8667	3·9378688	8717	3·9403670	8767	3·9428510
8618	3·9354065	8668	3·9379189	8718	3·9404169	8768	3·9429005
8619	3·9354569	8669	3·9379690	8719	3·9404667	8769	3·9429501
8620	3·9355073	8670	3·9380191	8720	3·9405165	8770	3·9429996
8621	3·9355576	8671	3·9380692	8721	3·9405663	8771	3·9430491
8622	3·9356080	8672	3·9381193	8722	3·9406161	8772	3·9430986
8623	3·9356584	8673	3·9381693	8723	3·9406659	8773	3·9431481
8624	3·9357087	8674	3·9382194	8724	3·9407157	8774	3·9431976
8625	3·9357591	8675	3·9382695	8725	3·9407654	8775	3·9432471
8626	3·9358094	8676	3·9383195	8726	3·9408152	8776	3·9432966
8627	3·9358598	8677	3·9383696	8727	3·9408650	8777	3·9433461
8628	3·9359101	8678	3·9384196	8728	3·9409147	8778	3·9433956
8629	3·9359605	8679	3·9384697	8729	3·9409645	8779	3·9434450
8630	3·9360108	8680	3·9385197	8730	3·9410142	8780	3·9434945
8631	3·9360611	8681	3·9385698	8731	3·9410640	8781	3·9435440
8632	3·9361114	8682	3·9386198	8732	3·9411137	8782	3·9435934
8633	3·9361617	8683	3·9386698	8733	3·9411635	8783	3·9436429
8634	3·9362120	8684	3·9387198	8734	3·9412132	8784	3·9436923
8635	3·9362623	8685	3·9387698	8735	3·9412629	8785	3·9437418
8636	3·9363126	8686	3·9388198	8736	3·9413126	8786	3·9437912
8637	3·9363629	8687	3·9388698	8737	3·9413623	8787	3·9438406
8638	3·9364132	8688	3·9389198	8738	3·9414120	8788	3·9438900
8639	3·9364635	8689	3·9389698	8739	3·9414617	8789	3·9439395
8640	3·9365137	8690	3·9390198	8740	3·9415114	8790	3·9439889
8641	3·9365640	8691	3·9390697	8741	3·9415611	8791	3·9440383
8642	3·9366143	8692	3·9391197	8742	3·9416108	8792	3·9440877
8643	3·9366645	8693	3·9391697	8743	3·9416605	8793	3·9441371
8644	3·9367148	8694	3·9392196	8744	3·9417101	8794	3·9441865
8645	3·9367650	8695	3·9392696	8745	3·9417598	8795	3·9442358
8646	3·9368152	8696	3·9393195	8746	3·9418095	8796	3·9442852
8647	3·9368655	8697	3·9393695	8747	3·9418591	8797	3·9443346
8648	3·9369157	8698	3·9394194	8748	3·9419088	8798	3·9443840
8649	3·9369659	8699	3·9394693	8749	3·9419584	8799	3·9444333
8650	3·9370161	8700	3·9395193	8750	3·9420081	8800	3·9444827

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
8801	3·9445320	8851	3·9469923	8901	3·9494388	8951	3·9518716
8802	3·9445814	8852	3·9470414	8902	3·9494876	8952	3·9519201
8803	3·9446307	8853	3·9470905	8903	3·9495364	8953	3·9519686
8804	3·9446800	8854	3·9471395	8904	3·9495852	8954	3·9520171
8805	3·9447294	8855	3·9471886	8905	3·9496339	8955	3·9520656
8806	3·9447787	8856	3·9472376	8906	3·9496827	8956	3·9521141
8807	3·9448280	8857	3·9472866	8907	3·9497315	8957	3·9521626
8808	3·9448773	8858	3·9473357	8908	3·9497802	8958	3·9522111
8809	3·9449266	8859	3·9473847	8909	3·9498290	8959	3·9522595
8810	3·9449759	8860	3·9474337	8910	3·9498777	8960	3·9523080
8811	3·9450252	8861	3·9474827	8911	3·9499264	8961	3·9523565
8812	3·9450745	8862	3·9475317	8912	3·9499752	8962	3·9524049
8813	3·9451238	8863	3·9475807	8913	3·9500239	8963	3·9524534
8814	3·9451730	8864	3·9476297	8914	3·9500726	8964	3·9525018
8815	3·9452223	8865	3·9476787	8915	3·9501213	8965	3·9525503
8816	3·9452716	8866	3·9477277	8916	3·9501701	8966	3·9525987
8817	3·9453208	8867	3·9477767	8917	3·9502188	8967	3·9526472
8818	3·9453701	8868	3·9478257	8918	3·9502675	8968	3·9526956
8819	3·9454193	8869	3·9478747	8919	3·9503162	8969	3·9527440
8820	3·9454686	8870	3·9479236	8920	3·9503649	8970	3·9527924
8821	3·9455178	8871	3·9479726	8921	3·9504135	8971	3·9528409
8822	3·9455671	8872	3·9480215	8922	3·9504622	8972	3·9528893
8823	3·9456163	8873	3·9480705	8923	3·9505109	8973	3·9529377
8824	3·9456655	8874	3·9481194	8924	3·9505596	8974	3·9529861
8825	3·9457147	8875	3·9481684	8925	3·9506082	8975	3·9530345
8826	3·9457639	8876	3·9482173	8926	3·9506569	8976	3·9530828
8827	3·9458131	8877	3·9482662	8927	3·9507055	8977	3·9531312
8828	3·9458623	8878	3·9483151	8928	3·9507542	8978	3·9531796
8829	3·9459115	8879	3·9483641	8929	3·9508028	8979	3·9532280
8830	3·9459607	8880	3·9484130	8930	3·9508515	8980	3·9532763
8831	3·9460099	8881	3·9484619	8931	3·9509001	8981	3·9533247
8832	3·9460591	8882	3·9485108	8932	3·9509487	8982	3·9533731
8833	3·9461082	8883	3·9485597	8933	3·9509973	8983	3·9534214
8834	3·9461574	8884	3·9486085	8934	3·9510459	8984	3·9534697
8835	3·9462066	8885	3·9486574	8935	3·9510946	8985	3·9535181
8836	3·9462557	8886	3·9487063	8936	3·9511432	8986	3·9535664
8837	3·9463049	8887	3·9487552	8937	3·9511918	8987	3·9536147
8838	3·9463540	8888	3·9488040	8938	3·9512404	8988	3·9536631
8839	3·9464031	8889	3·9488529	8939	3·9512889	8989	3·9537114
8840	3·9464523	8890	3·9489018	8940	3·9513375	8990	3·9537597
8841	3·9465014	8891	3·9489506	8941	3·9513861	8991	3·9538080
8842	3·9465505	8892	3·9489995	8942	3·9514347	8992	3·9538563
8843	3·9465996	8893	3·9490483	8943	3·9514832	8993	3·9539046
8844	3·9466487	8894	3·9490971	8944	3·9515318	8994	3·9539529
8845	3·9466978	8895	3·9491460	8945	3·9515803	8995	3·9540012
8846	3·9467469	8896	3·9491948	8946	3·9516289	8996	3·9540494
8847	3·9467960	8897	3·9492436	8947	3·9516774	8997	3·9540977
8848	3·9468451	8898	3·9492924	8948	3·9517260	8998	3·9541460
8849	3·9468942	8899	3·9493412	8949	3·9517745	8999	3·9541943
8850	3·9469433	8900	3·9493900	8950	3·9518230	9000	3·9542425

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
9001	3·9542968	9051	3·9566966	9101	3·9590891	9151	3·9614686
9002	3·9543390	9052	3·9567445	9102	3·9591368	9152	3·9615160
9003	3·9543873	9053	3·9567925	9103	3·9591845	9153	3·9615635
9004	3·9544355	9054	3·9568405	9104	3·9592322	9154	3·9616109
9005	3·9544837	9055	3·9568885	9105	3·9592800	9155	3·9616583
9006	3·9545319	9056	3·9569364	9106	3·9593276	9156	3·9617058
9007	3·9545802	9057	3·9569844	9107	3·9593753	9157	3·9617532
9008	3·9546284	9058	3·9570323	9108	3·9594230	9158	3·9618006
9009	3·9546766	9059	3·9570803	9109	3·9594707	9159	3·9618481
9010	3·9547248	9060	3·9571282	9110	3·9595184	9160	3·9618955
9011	3·9547730	9061	3·9571761	9111	3·9595660	9161	3·9619429
9012	3·9548212	9062	3·9572241	9112	3·9596137	9162	3·9619903
9013	3·9548694	9063	3·9572720	9113	3·9596614	9163	3·9620377
9014	3·9549176	9064	3·9573199	9114	3·9597090	9164	3·9620851
9015	3·9549657	9065	3·9573678	9115	3·9597567	9165	3·9621325
9016	3·9550139	9066	3·9574157	9116	3·9598043	9166	3·9621799
9017	3·9550621	9067	3·9574636	9117	3·9598520	9167	3·9622272
9018	3·9551102	9068	3·9575115	9118	3·9598996	9168	3·9622746
9019	3·9551584	9069	3·9575594	9119	3·9599472	9169	3·9623220
9020	3·9552065	9070	3·9576073	9120	3·9599948	9170	3·9623693
9021	3·9552547	9071	3·9576552	9121	3·9600425	9171	3·9624167
9022	3·9553028	9072	3·9577030	9122	3·9600901	9172	3·9624640
9023	3·9553510	9073	3·9577509	9123	3·9601377	9173	3·9625114
9024	3·9553991	9074	3·9577988	9124	3·9601853	9174	3·9625587
9025	3·9554472	9075	3·9578466	9125	3·9602329	9175	3·9626061
9026	3·9554953	9076	3·9578945	9126	3·9602805	9176	3·9626534
9027	3·9555434	9077	3·9579423	9127	3·9603281	9177	3·9627007
9028	3·9555916	9078	3·9579902	9128	3·9603756	9178	3·9627481
9029	3·9556397	9079	3·9580380	9129	3·9604232	9179	3·9627954
9030	3·9556878	9080	3·9580858	9130	3·9604708	9180	3·9628427
9031	3·9557358	9081	3·9581337	9131	3·9605183	9181	3·9628900
9032	3·9557839	9082	3·9581815	9132	3·9605659	9182	3·9629373
9033	3·9558320	9083	3·9582293	9133	3·9606135	9183	3·9629846
9034	3·9558801	9084	3·9582771	9134	3·9606610	9184	3·9630319
9035	3·9559282	9085	3·9583249	9135	3·9607086	9185	3·9630792
9036	3·9559762	9086	3·9583727	9136	3·9607561	9186	3·9631264
9037	3·9560243	9087	3·9584205	9137	3·9608036	9187	3·9631737
9038	3·9560723	9088	3·9584683	9138	3·9608512	9188	3·9632210
9039	3·9561204	9089	3·9585161	9139	3·9608987	9189	3·9632683
9040	3·9561684	9090	3·9585639	9140	3·9609462	9190	3·9633155
9041	3·9562165	9091	3·9586117	9141	3·9609937	9191	3·9633628
9042	3·9562645	9092	3·9586594	9142	3·9610412	9192	3·9634100
9043	3·9563125	9093	3·9587072	9143	3·9610887	9193	3·9634573
9044	3·9563606	9094	3·9587549	9144	3·9611362	9194	3·9635045
9045	3·9564086	9095	3·9588027	9145	3·9611837	9195	3·9635517
9046	3·9564566	9096	3·9588505	9146	3·9612312	9196	3·9635990
9047	3·9565046	9097	3·9588982	9147	3·9612787	9197	3·9636462
9048	3·9565526	9098	3·9589459	9148	3·9613262	9198	3·9636934
9049	3·9566006	9099	3·9589937	9149	3·9613736	9199	3·9637406
9050	3·9566486	9100	3·9590414	9150	3·9614211	9200	3·9637878

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
9201	3·9638350	9251	3·9661887	9301	3·9685296	9351	3·9708581
9202	3·9638822	9252	3·9662356	9302	3·9685763	9352	3·9709045
9203	3·9639294	9253	3·9662826	9303	3·9686230	9353	3·9709509
9204	3·9639766	9254	3·9663295	9304	3·9686697	9354	3·9709974
9205	3·9640238	9255	3·9663764	9305	3·9687164	9355	3·9710438
9206	3·9640710	9256	3·9664233	9306	3·9687630	9356	3·9710902
9207	3·9641181	9257	3·9664703	9307	3·9688097	9357	3·9711366
9208	3·9641653	9258	3·9665172	9308	3·9688564	9358	3·9711830
9209	3·9642125	9259	3·9665641	9309	3·9689030	9359	3·9712294
9210	3·9642596	9260	3·9666110	9310	3·9689497	9360	3·9712758
9211	3·9643068	9261	3·9666579	9311	3·9689963	9361	3·9713222
9212	3·9643539	9262	3·9667048	9312	3·9690430	9362	3·9713686
9213	3·9644011	9263	3·9667517	9313	3·9690896	9363	3·9714150
9214	3·9644482	9264	3·9667985	9314	3·9691362	9364	3·9714614
9215	3·9644953	9265	3·9668454	9315	3·9691829	9365	3·9715078
9216	3·9645425	9266	3·9668923	9316	3·9692295	9366	3·9715542
9217	3·9645896	9267	3·9669392	9317	3·9692761	9367	3·9716005
9218	3·9646367	9268	3·9669860	9318	3·9693227	9368	3·9716469
9219	3·9646838	9269	3·9670329	9319	3·9693693	9369	3·9716932
9220	3·9647309	9270	3·9670797	9320	3·9694159	9370	3·9717396
9221	3·9647780	9271	3·9671266	9321	3·9694625	9371	3·9717859
9222	3·9648251	9272	3·9671734	9322	3·9695091	9372	3·9718323
9223	3·9648722	9273	3·9672203	9323	3·9695557	9373	3·9718786
9224	3·9649193	9274	3·9672671	9324	3·9696023	9374	3·9719249
9225	3·9649664	9275	3·9673139	9325	3·9696488	9375	3·9719713
9226	3·9650135	9276	3·9673607	9326	3·9696954	9376	3·9720176
9227	3·9650605	9277	3·9674076	9327	3·9697420	9377	3·9720639
9228	3·9651076	9278	3·9674544	9328	3·9697885	9378	3·9721102
9229	3·9651546	9279	3·9675012	9329	3·9698351	9379	3·9721565
9230	3·9652017	9280	3·9675480	9330	3·9698816	9380	3·9722028
9231	3·9652488	9281	3·9675948	9331	3·9699282	9381	3·9722491
9232	3·9652958	9282	3·9676416	9332	3·9699747	9382	3·9722954
9233	3·9653428	9283	3·9676884	9333	3·9700213	9383	3·9723417
9234	3·9653899	9284	3·9677351	9334	3·9700678	9384	3·9723880
9235	3·9654369	9285	3·9677819	9335	3·9701143	9385	3·9724343
9236	3·9654839	9286	3·9678287	9336	3·9701608	9386	3·9724805
9237	3·9655309	9287	3·9678754	9337	3·9702074	9387	3·9725268
9238	3·9655780	9288	3·9679222	9338	3·9702539	9388	3·9725731
9239	3·9656250	9289	3·9679690	9339	3·9703004	9389	3·9726193
9240	3·9656720	9290	3·9680157	9340	3·9703469	9390	3·9726656
9241	3·9657190	9291	3·9680625	9341	3·9703934	9391	3·9727118
9242	3·9657660	9292	3·9681092	9342	3·9704399	9392	3·9727581
9243	3·9658130	9293	3·9681559	9343	3·9704863	9393	3·9728043
9244	3·9658599	9294	3·9682027	9344	3·9705328	9394	3·9728506
9245	3·9659069	9295	3·9682494	9345	3·9705793	9395	3·9728968
9246	3·9659539	9296	3·9682961	9346	3·9706258	9396	3·9729430
9247	3·9660009	9297	3·9683428	9347	3·9706722	9397	3·9729892
9248	3·9660478	9298	3·9683895	9348	3·9707187	9398	3·9730354
9249	3·9660948	9299	3·9684362	9349	3·9707652	9399	3·9730816
9250	3·9661417	9300	3·9684829	9350	3·9708116	9400	3·9731279

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
9401	3·9731741	9451	3·9754778	9501	3·9777693	9551	3·9800488
9402	3·9732202	9452	3·9755237	9502	3·9778150	9552	3·9800947
9403	3·9732664	9453	3·9755697	9503	3·9778607	9553	3·9801398
9404	3·9733126	9454	3·9756156	9504	3·9779064	9554	3·9801852
9405	3·9733588	9455	3·9756615	9505	3·9779521	9555	3·9802307
9406	3·9734050	9456	3·9757075	9506	3·9779978	9556	3·9802761
9407	3·9734511	9457	3·9757534	9507	3·9780435	9557	3·9803216
9408	3·9734973	9458	3·9757993	9508	3·9780892	9558	3·9803670
9409	3·9735435	9459	3·9758452	9509	3·9781348	9559	3·9804125
9410	3·9735896	9460	3·9758911	9510	3·9781805	9560	3·9804579
9411	3·9736358	9461	3·9759370	9511	3·9782262	9561	3·9805033
9412	3·9736819	9462	3·9759829	9512	3·9782718	9562	3·9805487
9413	3·9737281	9463	3·9760288	9513	3·9783175	9563	3·9805942
9414	3·9737742	9464	3·9760747	9514	3·9783631	9564	3·9806396
9415	3·9738203	9465	3·9761206	9515	3·9784088	9565	3·9806850
9416	3·9738664	9466	3·9761665	9516	3·9784544	9566	3·9807304
9417	3·9739126	9467	3·9762124	9517	3·9785001	9567	3·9807758
9418	3·9739587	9468	3·9762582	9518	3·9785457	9568	3·9808211
9419	3·9740048	9469	3·9763041	9519	3·9785913	9569	3·9808666
9420	3·9740509	9470	3·9763500	9520	3·9786369	9570	3·9809119
9421	3·9740970	9471	3·9763958	9521	3·9786826	9571	3·9809573
9422	3·9741431	9472	3·9764417	9522	3·9787282	9572	3·9810027
9423	3·9741892	9473	3·9764875	9523	3·9787738	9573	3·9810481
9424	3·9742353	9474	3·9765334	9524	3·9788194	9574	3·9810934
9425	3·9742814	9475	3·9765792	9525	3·9788650	9575	3·9811388
9426	3·9743274	9476	3·9766251	9526	3·9789106	9576	3·9811841
9427	3·9743735	9477	3·9766709	9527	3·9789562	9577	3·9812295
9428	3·9744196	9478	3·9767167	9528	3·9790017	9578	3·9812748
9429	3·9744656	9479	3·9767625	9529	3·9790473	9579	3·9813201
9430	3·9745117	9480	3·9768083	9530	3·9790929	9580	3·9813655
9431	3·9745577	9481	3·9768541	9531	3·9791385	9581	3·9814108
9432	3·9746038	9482	3·9769000	9532	3·9791840	9582	3·9814562
9433	3·9746498	9483	3·9769458	9533	3·9792296	9583	3·9815015
9434	3·9746959	9484	3·9769915	9534	3·9792751	9584	3·9815468
9435	3·9747419	9485	3·9770373	9535	3·9793207	9585	3·9815921
9436	3·9747879	9486	3·9770831	9536	3·9793662	9586	3·9816374
9437	3·9748340	9487	3·9771289	9537	3·9794118	9587	3·9816827
9438	3·9748800	9488	3·9771747	9538	3·9794573	9588	3·9817280
9439	3·9749260	9489	3·9772204	9539	3·9795028	9589	3·9817733
9440	3·9749720	9490	3·9772662	9540	3·9795484	9590	3·9818186
9441	3·9750180	9491	3·9773120	9541	3·9795939	9591	3·9818639
9442	3·9750640	9492	3·9773577	9542	3·9796394	9592	3·9819092
9443	3·9751100	9493	3·9774035	9543	3·9796849	9593	3·9819544
9444	3·9751560	9494	3·9774492	9544	3·9797304	9594	3·9819997
9445	3·9752020	9495	3·9774950	9545	3·9797759	9595	3·9820450
9446	3·9752479	9496	3·9775407	9546	3·9798214	9596	3·9820902
9447	3·9752939	9497	3·9775864	9547	3·9798669	9597	3·9821355
9448	3·9753399	9498	3·9776322	9548	3·9799124	9598	3·9821807
9449	3·9753858	9499	3·9776779	9549	3·9799579	9599	3·9822260
9450	3·9754318	9500	3·9777236	9550	3·9800034	9600	3·9822712

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.
9601	3·9823165
9602	3·9823617
9603	3·9824069
9604	3·9824522
9605	3·9824974
9606	3·9825426
9607	3·9825878
9608	3·9826330
9609	3·9826782
9610	3·9827234
9611	3·9827686
9612	3·9828138
9613	3·9828589
9614	3·9829041
9615	3·9829493
9616	3·9829945
9617	3·9830396
9618	3·9830848
9619	3·9831299
9620	3·9831751
9621	3·9832202
9622	3·9832654
9623	3·9833105
9624	3·9833556
9625	3·9834007
9626	3·9834459
9627	3·9834910
9628	3·9835361
9629	3·9835812
9630	3·9836263
9631	3·9836714
9632	3·9837165
9633	3·9837616
9634	3·9838066
9635	3·9838517
9636	3·9838968
9637	3·9839419
9638	3·9839869
9639	3·9840320
9640	3·9840770
9641	3·9841221
9642	3·9841671
9643	3·9842122
9644	3·9842572
9645	3·9843022
9646	3·9843473
9647	3·9843923
9648	3·9844373
9649	3·9844823
9650	3·9845273
9651	3·9845723
9652	3·9846173
9653	3·9846623
9654	3·9847073
9655	3·9847523
9656	3·9847973
9657	3·9848422
9658	3·9848872
9659	3·9849322
9660	3·9849771
9661	3·9850221
9662	3·9850670
9663	3·9851120
9664	3·9851569
9665	3·9852019
9666	3·9852468
9667	3·9852917
9668	3·9853366
9669	3·9853816
9670	3·9854265
9671	3·9854714
9672	3·9855163
9673	3·9855612
9674	3·9856061
9675	3·9856510
9676	3·9856958
9677	3·9857407
9678	3·9857856
9679	3·9858305
9680	3·9858754
9681	3·9859202
9682	3·9859651
9683	3·9860099
9684	3·9860548
9685	3·9860996
9686	3·9861445
9687	3·9861893
9688	3·9862341
9689	3·9862790
9690	3·9863238
9691	3·9863686
9692	3·9864134
9693	3·9864582
9694	3·9865030
9695	3·9865478
9696	3·9865926
9697	3·9866374
9698	3·9866822
9699	3·9867270
9700	3·9867717
9701	3·9868165
9702	3·9868613
9703	3·9869060
9704	3·9869508
9705	3·9869955
9706	3·9870403
9707	3·9870850
9708	3·9871298
9709	3·9871745
9710	3·9872192
9711	3·9872640
9712	3·9873087
9713	3·9873534
9714	3·9873981
9715	3·9874428
9716	3·9874875
9717	3·9875322
9718	3·9875769
9719	3·9876216
9720	3·9876663
9721	3·9877109
9722	3·9877556
9723	3·9878003
9724	3·9878450
9725	3·9878896
9726	3·9879343
9727	3·9879789
9728	3·9880236
9729	3·9880682
9730	3·9881128
9731	3·9881575
9732	3·9882021
9733	3·9882467
9734	3·9882913
9735	3·9883360
9736	3·9883806
9737	3·9884252
9738	3·9884698
9739	3·9885144
9740	3·9885590
9741	3·9886035
9742	3·9886481
9743	3·9886927
9744	3·9887373
9745	3·9887818
9746	3·9888264
9747	3·9888710
9748	3·9889155
9749	3·9889601
9750	3·9890046
9751	3·9890492
9752	3·9890937
9753	3·9891382
9754	3·9891828
9755	3·9892273
9756	3·9892718
9757	3·9893163
9758	3·9893608
9759	3·9894053
9760	3·9894498
9761	3·9894943
9762	3·9895388
9763	3·9895833
9764	3·9896278
9765	3·9896722
9766	3·9897167
9767	3·9897612
9768	3·9898057
9769	3·9898501
9770	3·9898946
9771	3·9899390
9772	3·9899835
9773	3·9900279
9774	3·9900723
9775	3·9901168
9776	3·9901612
9777	3·9902056
9778	3·9902500
9779	3·9902944
9780	3·9903389
9781	3·9903833
9782	3·9904277
9783	3·9904721
9784	3·9905164
9785	3·9905608
9786	3·9906052
9787	3·9906496
9788	3·9906940
9789	3·9907383
9790	3·9907827
9791	3·9908271
9792	3·9908714
9793	3·9909158
9794	3·9909601
9795	3·9910044
9796	3·9910488
9797	3·9910931
9798	3·9911374
9799	3·9911818
9800	3·9912261

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
9801	3·9912704	9851	3·9934803	9901	3·9956791	9951	3·9978667
9802	3·9913147	9852	3·9935244	9902	3·9957229	9952	3·9979104
9803	3·9913590	9853	3·9935685	9903	3·9957668	9953	3·9979540
9804	3·9914033	9854	3·9936126	9904	3·9958106	9954	3·9979976
9805	3·9914476	9855	3·9936566	9905	3·9958545	9955	3·9980413
9806	3·9914919	9856	3·9937007	9906	3·9958983	9956	3·9980849
9807	3·9915362	9857	3·9937448	9907	3·9959422	9957	3·9981285
9808	3·9915805	9858	3·9937888	9908	3·9959860	9958	3·9981721
9809	3·9916247	9859	3·9938329	9909	3·9960298	9959	3·9982157
9810	3·9916690	9860	3·9938769	9910	3·9960737	9960	3·9982593
9811	3·9917133	9861	3·9939210	9911	3·9961175	9961	3·9983029
9812	3·9917575	9862	3·9939650	9912	3·9961613	9962	3·9983465
9813	3·9918018	9863	3·9940090	9913	3·9962051	9963	3·9983901
9814	3·9918461	9864	3·9940531	9914	3·9962489	9964	3·9984337
9815	3·9918903	9865	3·9940971	9915	3·9962927	9965	3·9984773
9816	3·9919345	9866	3·9941411	9916	3·9963365	9966	3·9985209
9817	3·9919788	9867	3·9941851	9917	3·9963803	9967	3·9985645
9818	3·9920230	9868	3·9942291	9918	3·9964241	9968	3·9986080
9819	3·9920673	9869	3·9942731	9919	3·9964679	9969	3·9986516
9820	3·9921115	9870	3·9943172	9920	3·9965117	9970	3·9986952
9821	3·9921557	9871	3·9943612	9921	3·9965554	9971	3·9987387
9822	3·9921999	9872	3·9944051	9922	3·9965992	9972	3·9987823
9823	3·9922441	9873	3·9944491	9923	3·9966430	9973	3·9988258
9824	3·9922884	9874	3·9944931	9924	3·9966868	9974	3·9988694
9825	3·9923326	9875	3·9945371	9925	3·9967305	9975	3·9989129
9826	3·9923768	9876	3·9945811	9926	3·9967743	9976	3·9989564
9827	3·9924210	9877	3·9946251	9927	3·9968180	9977	3·9990000
9828	3·9924651	9878	3·9946690	9928	3·9968618	9978	3·9990435
9829	3·9925093	9879	3·9947130	9929	3·9969055	9979	3·9990870
9830	3·9925535	9880	3·9947569	9930	3·9969492	9980	3·9991305
9831	3·9925977	9881	3·9948009	9931	3·9969930	9981	3·9991741
9832	3·9926419	9882	3·9948448	9932	3·9970367	9982	3·9992176
9833	3·9926860	9883	3·9948888	9933	3·9970804	9983	3·9992611
9834	3·9927302	9884	3·9949327	9934	3·9971242	9984	3·9993046
9835	3·9927744	9885	3·9949767	9935	3·9971679	9985	3·9993481
9836	3·9928185	9886	3·9950206	9936	3·9972116	9986	3·9993916
9837	3·9928627	9887	3·9950645	9937	3·9972553	9987	3·9994350
9838	3·9929068	9888	3·9951085	9938	3·9972990	9988	3·9994785
9839	3·9929510	9889	3·9951524	9939	3·9973427	9989	3·9995220
9840	3·9929951	9890	3·9951963	9940	3·9973864	9990	3·9995655
9841	3·9930392	9891	3·9952402	9941	3·9974301	9991	3·9996090
9842	3·9930834	9892	3·9952841	9942	3·9974738	9992	3·9996524
9843	3·9931275	9893	3·9953280	9943	3·9975174	9993	3·9996959
9844	3·9931716	9894	3·9953719	9944	3·9975611	9994	3·9997393
9845	3·9932157	9895	3·9954158	9945	3·9976048	9995	3·9997828
9846	3·9932598	9896	3·9954597	9946	3·9976485	9996	3·9998262
9847	3·9933039	9897	3·9955036	9947	3·9976921	9997	3·9998697
9848	3·9933480	9898	3·9955474	9948	3·9977358	9998	3·9999131
9849	3·9933921	9899	3·9955913	9949	3·9977794	9999	3·9999566
9850	3·9934362	9900	3·9956352	9950	3·9978231	10000	4·0000000

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
10001	4.0000434	10051	4.0022093	10101	4.0043644	10151	4.0065088
10002	4.0000869	10052	4.0022525	10102	4.0044074	10152	4.0065516
10003	4.0001303	10953	4.0022957	10103	4.0044504	10153	4.0065944
10004	4.0001737	10054	4.0023389	10104	4.0044934	10154	4.0066372
10005	4.0002171	10055	4.0023821	10105	4.0045363	10155	4.0066799
10006	4.0002605	10056	4.0024253	10106	4.0045793	10156	4.0067227
10007	4.0003039	10057	4.0024685	10107	4.0046223	10157	4.0067655
10008	4.0003473	10058	4.0025116	10108	4.0046652	10158	4.0068082
10009	4.0003907	10059	4.0025548	10109	4.0047082	10159	4.0068510
10010	4.0004341	10060	4.0025980	10110	4.0047512	10160	4.0068937
10011	4.0004775	10061	4.0026411	10111	4.0047941	10161	4.0069365
10012	4.0005208	10062	4.0026843	10112	4.0048371	10162	4.0069791
10013	4.0005642	10063	4.0027275	10113	4.0048800	10163	4.0070219
10014	4.0006076	10064	4.0027706	10114	4.0049229	10164	4.0070647
10015	4.0006510	10065	4.0028138	10115	4.0049659	10165	4.0071074
10016	4.0006943	10066	4.0028569	10116	4.0050088	10166	4.0071501
10017	4.0007377	10067	4.0029001	10117	4.0050518	10167	4.0071928
10018	4.0007810	10068	4.0029432	10118	4.0050947	10168	4.0072355
10019	4.0008244	10069	4.0029863	10119	4.0051376	10169	4.0072782
10020	4.0008677	10070	4.0030295	10120	4.0051805	10170	4.0073210
10021	4.0009111	10071	4.0030726	10121	4.0052234	10171	4.0073637
10022	4.0009544	10072	4.0031157	10122	4.0052663	10172	4.0074064
10023	4.0009977	10073	4.0031588	10123	4.0053092	10173	4.0074490
10024	4.0010411	10074	4.0032019	10124	4.0053521	10174	4.0074917
10025	4.0010844	10075	4.0032451	10125	4.0053950	10175	4.0075344
10026	4.0011277	10076	4.0032882	10126	4.0054379	10176	4.0075771
10027	4.0011710	10077	4.0033313	10127	4.0054808	10177	4.0076198
10028	4.0012143	10078	4.0033744	10128	4.0055237	10178	4.0076624
10029	4.0012576	10079	4.0034175	10129	4.0055666	10179	4.0077051
10030	4.0013009	10080	4.0034605	10130	4.0056094	10180	4.0077478
10031	4.0013442	10081	4.0035036	10131	4.0056523	10181	4.0077904
10032	4.0013875	10082	4.0035467	10132	4.0056952	10182	4.0078331
10033	4.0014308	10083	4.0035898	10133	4.0057380	10183	4.0078757
10034	4.0014741	10084	4.0036328	10134	4.0057809	10184	4.0079184
10035	4.0015174	10085	4.0036759	10135	4.0058238	10185	4.0079610
10036	4.0015607	10086	4.0037190	10136	4.0058666	10186	4.0080037
10037	4.0016039	10087	4.0037620	10137	4.0059094	10187	4.0080463
10038	4.0016472	10088	4.0038051	10138	4.0059523	10188	4.0080889
10039	4.0016905	10089	4.0038481	10139	4.0059951	10189	4.0081316
10040	4.0017337	10090	4.0038912	10140	4.0060380	10190	4.0081742
10041	4.0017770	10091	4.0039342	10141	4.0060808	10191	4.0082168
10042	4.0018202	10092	4.0039772	10142	4.0061236	10192	4.0082594
10043	4.0018635	10093	4.0040203	10143	4.0061664	10193	4.0083020
10044	4.0019067	10094	4.0040633	10144	4.0062092	10194	4.0083446
10045	4.0019499	10095	4.0041063	10145	4.0062521	10195	4.0083872
10046	4.0019932	10096	4.0041493	10146	4.0062949	10196	4.0084298
10047	4.0020364	10097	4.0041924	10147	4.0063377	10197	4.0084724
10048	4.0020796	10098	4.0042354	10148	4.0063805	10198	4.0085150
10049	4.0021228	10099	4.0042784	10149	4.0064233	10199	4.0085576
10050	4.0021661	10100	4.0043214	10150	4.0064660	10200	4.0086002

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
10201	4.00086427	10251	4.0107662	10301	4.0128794	10351	4.0149823
10202	4.00868 53	10252	4.0108086	10302	4.0129215	10352	4.0150243
10203	4.0087279	10253	4.0108510	10303	4.0129637	10353	4.0150662
10204	4.0087704	10254	4.0108933	10304	4.0130059	10354	4.0151082
10205	4.0088130	10255	4.0109357	10305	4.0130480	10355	4.0151501
10206	4.0088556	10256	4.0109780	10306	4.0130901	10356	4.0151920
10207	4.0088981	10257	4.0110204	10307	4.0131323	10357	4.0152340
10208	4.0089407	10258	4.0110627	10308	4.0131744	10358	4.0152759
10209	4.0089832	10259	4.0111050	10309	4.0132165	10359	4.0153178
10210	4.0090257	10260	4.0111474	10310	4.0132587	10360	4.0153598
10211	4.0090683	10261	4.0111897	10311	4.0133008	10361	4.0154017
10212	4.0091108	10262	4.0112320	10312	4.0133429	10362	4.0154436
10213	4.0091533	10263	4.0112743	10313	4.0133850	10363	4.0154855
10214	4.0091959	10264	4.0113166	10314	4.0134271	10364	4.0155274
10215	4.0092384	10265	4.0113590	10315	4.0134692	10365	4.0155693
10216	4.0092809	10266	4.0114013	10316	4.0135113	10366	4.0156112
10217	4.0093234	10267	4.0114436	10317	4.0135534	10367	4.0156531
10218	4.0093659	10268	4.0114859	10318	4.0135955	10368	4.0156950
10219	4.0094084	10269	4.0115282	10319	4.0136376	10369	4.0157369
10220	4.0094509	10270	4.0115704	10320	4.0136797	10370	4.0157788
10221	4.0094934	10271	4.0116127	10321	4.0137218	10371	4.0158206
10222	4.0095359	10272	4.0116550	10322	4.0137639	10372	4.0158625
10223	4.0095784	10273	4.0116973	10323	4.0138059	10373	4.0159044
10224	4.0096208	10274	4.0117396	10324	4.0138480	10374	4.0159462
10225	4.0096633	10275	4.0117818	10325	4.0138901	10375	4.0159881
10226	4.0097058	10276	4.0118241	10326	4.0139321	10376	4.0160300
10227	4.0097483	10277	4.0118664	10327	4.0139742	10377	4.0160718
10228	4.0097907	10278	4.0119086	10328	4.0140162	10378	4 0161137
10229	4.0098332	10279	4.0119509	10329	4.0140583	10379	4.0161555
10230	4.0098756	10280	4.0119931	10330	4.0141003	10380	4.0161974
10231	4.0099181	10281	4.0120354	10331	4.0141424	10381	4.0162392
10232	4.0099605	10282	4.0120776	10332	4.0141844	10382	4.0162810
10233	4.0100030	10283	4.0121198	10333	4.0142264	10383	4.0163229
10234	4.0100454	10284	4.0121621	10334	4.0142685	10384	4.0163647
10235	4.0100878	10285	4.0122043	10335	4.0143105	10385	4.0164065
10236	4.0101303	10286	4.0122465	10336	4.0143525	10386	4.0164483
10237	4.0101727	10287	4.0122887	10337	4.0143945	10387	4.0164901
10238	4.0102151	10288	4.0123310	10338	4.0144365	10388	4.0165319
10239	4.0102575	10289	4.0123732	10339	4.0144785	10389	4.0165737
10240	4 0103000	10290	4.0124154	10340	4.0145205	10390	4.0166155
10241	4.0103424	10291	4.0124576	10341	4.0145625	10391	4.0166573
10242	4.0103848	10292	4.0124998	10342	4.0146045	10392	4.0166991
10243	4.0104272	10293	4.0125420	10343	4.0146465	10393	4.0167409
10244	4.0104696	10294	4.0125842	10344	4.0146885	10394	4.0167827
10245	4.0105120	10295	4.0126264	10345	4.0147305	10395	4.0168245
10246	4.0105544	10296	4.0126685	10346	4.0147725	10396	4.0168663
10247	4.0105967	10297	4.0127107	10347	4.0148144	10397	4.0169080
10248	4.0106391	10298	4.0127529	10348	4.0148564	10398	4.0169498
10249	4.0106815	10299	4.0127951	10349	4.0148984	10399	4.0169916
10250	4.0107239	10300	4.0128372	10350	4.0149403	10400	4.0170333

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
10401	4.0170751	10451	4.0191578	10501	4.0212307	10551	4.0232936
10402	4.0171168	10452	4.0191994	10502	4.0212720	10552	4.0233348
10403	4.0171586	10453	4.0192410	10503	4.0213134	10553	4.0233759
10404	4.0172003	10454	4.0192825	10504	4.0213547	10554	4.0234171
10405	4.0172421	10455	4.0193240	10505	4.0213961	10555	4.0234582
10406	4.0172838	10456	4.0193656	10506	4.0214374	10556	4.0234994
10407	4.0173256	10457	4.0194071	10507	4.0214787	10557	4.0235405
10408	4.0173673	10458	4.0194486	10508	4.0215201	10558	4.0235817
10409	4.0174090	10459	4.0194902	10509	4.0215614	10559	4.0236228
10410	4.0174507	10460	4.0195317	10510	4.0216027	10560	4.0236639
10411	4.0174924	10461	4.0195732	10511	4.0216440	10561	4.0237050
10412	4.0175342	10462	4.0196147	10512	4.0216854	10562	4.0237462
10413	4.0175759	10463	4.0196562	10513	4.0217267	10563	4.0237873
10414	4.0176176	10464	4.0196977	10514	4.0217680	10564	4.0238284
10415	4.0176593	10465	4.0197392	10515	4.0218093	10565	4.0238695
10416	4.0177010	10466	4.0197807	10516	4.0218506	10566	4.0239106
10417	4.0177427	10467	4.0198222	10517	4.0218919	10567	4.0239517
10418	4.0177844	10468	4.0198637	10518	4.0219332	10568	4.0239928
10419	4.0178260	10469	4.0199052	10519	4.0219745	10569	4.0240339
10420	4.0178677	10470	4.0199467	10520	4.0220157	10570	4.0240750
10421	4.0179094	10471	4.0199882	10521	4.0220570	10571	4.0241161
10422	4.0179511	10472	4.0200296	10522	4.0220983	10572	4.0241572
10423	4.0179927	10473	4.0200711	10523	4.0221396	10573	4.0241982
10424	4.0180344	10474	4.0201126	10524	4.0221808	10574	4.0242393
10425	4.0180761	10475	4.0201540	10525	4.0222221	10575	4.0242804
10426	4.0181177	10476	4.0201955	10526	4.0222634	10576	4.0243214
10427	4.0181594	10477	4.0202369	10527	4.0223046	10577	4.0243625
10428	4.0182010	10478	4.0202784	10528	4.0223459	10578	4.0244036
10429	4.0182427	10479	4.0203198	10529	4.0223871	10579	4.0244446
10430	4.0182843	10480	4.0203613	10530	4.0224284	10580	4.0244857
10431	4.0183259	10481	4.0204027	10531	4.0224696	10581	4.0245267
10432	4.0183676	10482	4.0204442	10532	4.0225109	10582	4.0245678
10433	4.0184092	10483	4.0204856	10533	4.0225521	10583	4.0246088
10434	4.0184508	10484	4.0205270	10534	4.0225933	10584	4.0246498
10435	4.0184925	10485	4.0205684	10535	4.0226345	10585	4.0246909
10436	4.0185341	10486	4.0206099	10536	4.0226758	10586	4.0247319
10437	4.0185757	10487	4.0206513	10537	4.0227170	10587	4.0247729
10438	4.0186173	10488	4.0206927	10538	4.0227582	10588	4.0248139
10439	4.0187589	10489	4.0207341	10539	4.0227994	10589	4.0248549
10440	4.0187005	10490	4.0207755	10540	4.0228406	10590	4.0248960
10441	4.0187421	10491	4.0208169	10541	4.0228818	10591	4.0249370
10442	4.0187837	10492	4.0208583	10542	4.0229230	10592	4.0249780
10443	4.0188253	10493	4.0208997	10543	4.0229642	10593	4.0250190
10444	4.0188669	10494	4.0209411	10544	4.0230054	10594	4.0250600
10445	4.0189084	10495	4.0209824	10545	4.0230466	10595	4.0251010
10446	4.0189500	10496	4.0210238	10546	4.0230878	10596	4.0251419
10447	4.0189916	10497	4.0210652	10547	4.0231289	10597	4.0251829
10448	4.0190332	10498	4.0211066	10548	4.0231701	10598	4.0252239
10449	4.0190747	10499	4.0211479	10549	4.0232113	10599	4.0252649
10450	4.0191163	10500	4.0211893	10550	4.0232525	10600	4.0253059

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
10601	4.0253468	10651	4.0273904	10701	4.0294244	10751	4.0314489
10602	4.0253878	10652	4.0274312	10702	4.0294649	10752	4.0314893
10603	4.0254288	10653	4.0274719	10703	4.0295055	10753	4.0315296
10604	4.0254697	10654	4.0275127	10704	4.0295461	10754	4.0315700
10605	4.0255107	10655	4.0275535	10705	4.0295867	10755	4.0316104
10606	4.0255516	10656	4.0275942	10706	4.0296272	10756	4.0316508
10607	4.0255926	10657	4.0276350	10707	4.0296678	10757	4.0316912
10608	4.0256335	10658	4.0276757	10708	4.0297084	10758	4.0317315
10609	4.0256744	10659	4.0277165	10709	4.0297489	10759	4.0317719
10610	4.0257154	10660	4.0277572	10710	4.0297895	10760	4.0318123
10611	4.0257563	10661	4.0277979	10711	4.0298300	10761	4.0318526
10612	4.0257972	10662	4.0278387	10712	4.0298706	10762	4.0318930
10613	4.0258381	10663	4.0278794	10713	4.0299111	10763	4.0319333
10614	4.0258791	10664	4.0279201	10714	4.0299516	10764	4.0319737
10615	4.0259200	10665	4.0279609	10715	4.0299922	10765	4.0320140
10616	4.0259610	10666	4.0280016	10716	4.0300327	10766	4.0320544
10617	4.0260018	10667	4.0280423	10717	4.0300732	10767	4.0320947
10618	4.0260427	10668	4.0280830	10718	4.0301138	10768	4.0321350
10619	4.0260836	10669	4.0281237	10719	4.0301543	10769	4.0321754
10620	4.0261244	10670	4.0281644	10720	4.0301948	10770	4.0322157
10621	4.0261654	10671	4.0282051	10721	4.0302353	10771	4.0322560
10622	4.0262063	10672	4.0282458	10722	4.0302758	10772	4.0322963
10623	4.0262472	10673	4.0282865	10723	4.0303163	10773	4.0323367
10624	4.0262880	10674	4.0283272	10724	4.0303568	10774	4.0323770
10625	4.0263289	10675	4.0283679	10725	4.0303973	10775	4.0324172
10626	4.0263698	10676	4.0284086	10726	4.0304378	10776	4.0324576
10627	4.0264107	10677	4.0284492	10727	4.0304783	10777	4.0324979
10628	4.0264515	10678	4.0284899	10728	4.0305188	10778	4.0325382
10629	4.0264924	10679	4.0285306	10729	4.0305592	10779	4.0325785
10630	4.0265333	10680	4.0285713	10730	4.0305997	10780	4.0326188
10631	4.0265741	10681	4.0286119	10731	4.0306402	10781	4.0326590
10632	4.0266150	10682	4.0286526	10732	4.0306807	10782	4.0326993
10633	4.0266558	10683	4.0286932	10733	4.0307211	10783	4.0327396
10634	4.0266967	10684	4.0287339	10734	4.0307616	10784	4.0327799
10635	4.0267375	10685	4.0287745	10735	4.0308020	10785	4.0328201
10636	4.0267783	10686	4.0288152	10736	4.0308425	10786	4.0328604
10637	4.0268192	10687	4.0288558	10737	4.0308830	10787	4.0329006
10638	4.0268600	10688	4.0288964	10738	4.0309234	10788	4.0329409
10639	4.0269008	10689	4.0289371	10739	4.0309638	10789	4.0329812
10640	4.0269416	10690	4.0289777	10740	4.0310043	10790	4.0330214
10641	4.0269824	10691	4.0290183	10741	4.0310447	10791	4.0330617
10642	4.0270233	10692	4.0290590	10742	4.0310851	10792	4.0331019
10643	4.0270641	10693	4.0290996	10743	4.0311256	10793	4.0331422
10644	4.0271049	10694	4.0291402	10744	4.0311660	10794	4.0331824
10645	4.0271457	10695	4.0291808	10745	4.0312064	10795	4.0332226
10646	4.0271865	10696	4.0292214	10746	4.0312468	10796	4.0332629
10647	4.0272273	10697	4.0292620	10747	4.0312872	10797	4.0333031
10648	4.0272680	10698	4.0293026	10748	4.0313277	10798	4.0333433
10649	4.0273088	10699	4.0293432	10749	4.0313681	10799	4.0333835
10650	4.0273496	10700	4.0293838	10750	4.0314085	10800	4.0334238

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
10801	4.0334640	10851	4.0354698	10901	4.0374663	10951	4.0394538
10802	4.0335042	10852	4.0355098	10902	4.0375062	10952	4.0394934
10803	4.0335444	10853	4.0355498	10903	4.0375460	10953	4.0395331
10804	4.0335846	10854	4.0355898	10904	4.0375858	10954	4.0395727
10805	4.0336248	10855	4.0356298	10905	4.0376257	10955	4.0396124
10806	4.0336650	10856	4.0356698	10906	4.0376655	10956	4.0396520
10807	4.0337052	10857	4.0357098	10907	4.0377053	10957	4.0396917
10808	4.0337453	10858	4.0357498	10908	4.0377451	10958	4.0397313
10809	4.0337855	10859	4.0357898	10909	4.0377849	10959	4.0397709
10810	4.0338257	10860	4.0358298	10910	4.0378248	10960	4.0398106
10811	4.0338659	10861	4.0358698	10911	4.0378646	10961	4.0398502
10812	4.0339060	10862	4.0359098	10912	4.0379044	10962	4.0398898
10813	4.0339462	10863	4.0359498	10913	4.0379442	10963	4.0399294
10814	4.0339864	10864	4.0359898	10914	4.0379840	10964	4.0399690
10815	4.0340265	10865	4.0360297	10915	4.0380237	10965	4.0400086
10816	4.0340667	10866	4.0360697	10916	4.0380636	10966	4.0400482
10817	4.0341068	10867	4.0361097	10917	4.0381033	10967	4.0400878
10818	4.0341470	10868	4.0361496	10918	4.0381430	10968	4.0401274
10819	4.0341871	10869	4.0361896	10919	4.0381829	10969	4.0401670
10820	4.0342273	10870	4.0362295	10920	4.0382226	10970	4.0402066
10821	4.0342674	10871	4.0362695	10921	4.0382624	10971	4.0402462
10822	4.0343075	10872	4.0363094	10922	4.0383022	10972	4.0402858
10823	4.0343477	10873	4.0363494	10923	4.0383419	10973	4.0403254
10824	4.0343878	10874	4.0363893	10924	4.0383817	10974	4.0403650
10825	4.0344279	10875	4.0364293	10925	4.0384214	10975	4.0404045
10826	4.0344680	10876	4.0364692	10926	4.0384612	10976	4.0404441
10827	4.0345081	10877	4.0365091	10927	4.0385009	10977	4.0404837
10828	4.0345482	10878	4.0365491	10928	4.0385407	10978	4.0405232
10829	4.0345884	10879	4.0365890	10929	4.0385804	10979	4.0405628
10830	4.0346285	10880	4.0366289	10930	4.0386202	10980	4.0406023
10831	4.0346686	10881	4.0366688	10931	4.0386599	10981	4.0406419
10832	4.0347087	10882	4.0367087	10932	4.0386996	10982	4.0406814
10833	4.0347487	10883	4.0367486	10933	4.0387393	10983	4.0407210
10834	4.0347888	10884	4.0367885	10934	4.0387791	10984	4.0407605
10835	4.0348289	10885	4.0368284	10935	4.0388188	10985	4.0408001
10836	4.0348690	10886	4.0368683	10936	4.0388585	10986	4.0408396
10837	4.0349091	10887	4.0369082	10937	4.0388982	10987	4.0408791
10838	4.0349491	10888	4.0369481	10938	4.0389379	10988	4.0409187
10839	4.0349892	10889	4.0369880	10939	4.0389776	10989	4.0409582
10840	4.0350293	10890	4.0370279	10940	4.0390173	10990	4.0409977
10841	4.0350693	10891	4.0370678	10941	4.0390570	10991	4.0410372
10842	4.0351094	10892	4.0371076	10942	4.0390967	10992	4.0410767
10843	4.0351495	10893	4.0371475	10943	4.0391364	10993	4.0411162
10844	4.0351895	10894	4.0371874	10944	4.0391761	10994	4.0411557
10845	4.0352296	10895	4.0372272	10945	4.0392158	10995	4.0411952
10846	4.0352696	10896	4.0372671	10946	4.0392554	10996	4.0412347
10847	4.0353096	10897	4.0373070	10947	4.0392951	10997	4.0412742
10848	4.0353497	10898	4.0373468	10948	4.0393348	10998	4.0413137
10849	4.0353897	10899	4.0373867	10949	4.0393745	10999	4.0413532
10850	4.0354297	10900	4.0374265	10950	4.0394141	11000	4.0413927

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
11001	4.0414322	11051	4.0434016	11101	4.0453621	11151	4.0473138
11002	4.0414716	11052	4.0434409	11102	4.0454012	11152	4.0473528
11003	4.0415111	11053	4.0434802	11103	4.0454403	11153	4.0473917
11004	4.0415506	11054	4.0435195	11104	4.0454795	11154	4.0474306
11005	4.0415900	11055	4.0435587	11105	4.0455186	11155	4.0474696
11006	4.0416295	11056	4.0435980	11106	4.0455577	11156	4.0475085
11007	4.0416690	11057	4.0436373	11107	4.0455968	11157	4.0475474
11008	4.0417084	11058	4.0436766	11108	4.0456359	11158	4.0475864
11009	4.0417479	11059	4.0437159	11109	4.0456750	11159	4.0476253
11010	4.0417873	11060	4.0437551	11110	4.0457141	11160	4.0476642
11011	4.0418268	11061	4.0437944	11111	4.0457531	11161	4.0477031
11012	4.0418662	11062	4.0438337	11112	4.0457922	11162	4.0477420
11013	4.0419056	11063	4.0438729	11113	4.0458313	11163	4.0477809
11014	4.0419451	11064	4.0439122	11114	4.0458704	11164	4.0478198
11015	4.0419845	11065	4.0439514	11115	4.0459095	11165	4.0478587
11016	4.0420239	11066	4.0439907	11116	4.0459485	11166	4.0478976
11017	4.0420633	11067	4.0440299	11117	4.0459876	11167	4.0479365
11018	4.0421028	11068	4.0440692	11118	4.0460267	11168	4.0479754
11019	4.0421422	11069	4.0441084	11119	4.0460657	11169	4.0480143
11020	4.0421816	11070	4.0441476	11120	4.0461048	11170	4.0480532
11021	4.0422210	11071	4.0441869	11121	4.0461438	11171	4.0480921
11022	4.0422604	11072	4.0442261	11122	4.0461829	11172	4.0481309
11023	4.0422998	11073	4.0442653	11123	4.0462219	11173	4.0481698
11024	4.0423392	11074	4.0443045	11124	4.0462610	11174	4.0482087
11025	4.0423786	11075	4.0443437	11125	4.0463000	11175	4.0482475
11026	4.0424180	11076	4.0443829	11126	4.0463391	11176	4.0482864
11027	4.0424574	11077	4.0444222	11127	4.0463781	11177	4.0483253
11028	4.0424968	11078	4.0444614	11128	4.0464171	11178	4.0483641
11029	4.0425361	11079	4.0445006	11129	4.0464561	11179	4.0484030
11030	4.0425755	11080	4.0445398	11130	4.0464952	11180	4.0484418
11031	4.0426149	11081	4.0445790	11131	4.0465342	11181	4.0484806
11032	4.0426543	11082	4.0446181	11132	4.0465732	11182	4.0485195
11033	4.0426936	11083	4.0446573	11133	4.0466122	11183	4.0485583
11034	4.0427330	11084	4.0446965	11134	4.0466512	11184	4.0485972
11035	4.0427723	11085	4.0447357	11135	4.0466902	11185	4.0486360
11036	4.0428117	11086	4.0447749	11136	4.0467292	11186	4.0486748
11037	4.0428510	11087	4.0448140	11137	4.0467682	11187	4.0487136
11038	4.0428904	11088	4.0448532	11138	4.0468072	11188	4.0487525
11039	4.0429297	11089	4.0448924	11139	4.0468462	11189	4.0487913
11040	4.0429691	11090	4.0449315	11140	4.0468852	11190	4.0488301
11041	4.0430084	11091	4.0449707	11141	4.0469242	11191	4.0488689
11042	4.0430477	11092	4.0450099	11142	4.0469632	11192	4.0489077
11043	4.0430871	11093	4.0450490	11143	4.0470021	11193	4.0489465
11044	4.0431264	11094	4.0450882	11144	4.0470411	11194	4.0489853
11045	4.0431657	11095	4.0451273	11145	4.0470801	11195	4.0490241
11046	4.0432050	11096	4.0451664	11146	4.0471190	11196	4.0490629
11047	4.0432444	11097	4.0452056	11147	4.0471580	11197	4.0491017
11048	4.0432837	11098	4.0452447	11148	4.0471970	11198	4.0491405
11049	4.0433230	11099	4.0452839	11149	4.0472359	11199	4.0491793
11050	4.0433623	11100	4.0453230	11150	4.0472749	11200	4.0492180

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
11201	4.0492568	11251	4.0511911	11301	4.0531169	11351	4.0550341
11202	4.0492957	11252	4.0512297	11302	4.0531553	11352	4.0550724
11203	4.0493343	11253	4.0512683	11303	4.0531937	11353	4.0551106
11204	4.0493731	11254	4.0513069	11304	4.0532321	11354	4.0551489
11205	4.0494119	11255	4.0513455	11305	4.0532706	11355	4.0551871
11206	4.0494506	11256	4.0513841	11306	4.0533090	11356	4.0552254
11207	4.0494894	11257	4.0514227	11307	4.0533473	11357	4.0552636
11208	4.0495281	11258	4.0514612	11308	4.0533858	11358	4.0553019
11209	4.0495669	11259	4.0514998	11309	4.0534242	11359	4.0553401
11210	4.0496056	11260	4.0515384	11310	4.0534626	11360	4.0553783
11211	4.0496444	11261	4.0515770	11311	4.0535010	11361	4.0554166
11212	4.0496831	11262	4.0516155	11312	4.0535394	11362	4.0554548
11213	4.0497218	11263	4.0516541	11313	4.0535778	11363	4.0554930
11214	4.0497606	11264	4.0516926	11314	4.0536162	11364	4.0555312
11215	4.0497993	11265	4.0517312	11315	4.0536546	11365	4.0555594
11216	4.0498380	11266	4.0517697	11316	4.0536929	11366	4.0556077
11217	4.0498767	11267	4.0518083	11317	4.0537313	11367	4.0556459
11218	4.0499154	11268	4.0518468	11318	4.0537697	11368	4.0556841
11219	4.0499541	11269	4.0518854	11319	4.0538081	11369	4.0557223
11220	4.0499929	11270	4.0519239	11320	4.0538464	11370	4.0557605
11221	4.0500316	11271	4.0519624	11321	4.0538848	11371	4.0557987
11222	4.0500703	11272	4.0520010	11322	4.0539232	11372	4.0558369
11223	4.0501090	11273	4.0520395	11323	4.0539615	11373	4.0558750
11224	4.0501477	11274	4.0520780	11324	4.0539999	11374	4.0559132
11225	4.0501863	11275	4.0521166	11325	4.0540382	11375	4.0559514
11226	4.0502250	11276	4.0521551	11326	4.0540766	11376	4.0559896
11227	4.0502637	11277	4.0521936	11327	4.0541149	11377	4.0560278
11228	4.0503024	11278	4.0522321	11328	4.0541532	11378	4.0560659
11229	4.0503411	11279	4.0522706	11329	4.0541916	11379	4.0561041
11230	4.0503798	11280	4.0523091	11330	4.0542299	11380	4.0561423
11231	4.0504184	11281	4.0523476	11331	4.0542682	11381	4.0561804
11232	4.0504571	11282	4.0523861	11332	4.0543066	11382	4.0562186
11233	4.0504958	11283	4.0524246	11333	4.0543449	11383	4.0562567
11234	4.0505344	11284	4.0524631	11334	4.0543832	11384	4.0562949
11235	4.0505731	11285	4.0525016	11335	4.0544215	11385	4.0563330
11236	4.0506117	11286	4.0525400	11336	4.0544598	11386	4.0563712
11237	4.0506504	11287	4.0525785	11337	4.0544981	11387	4.0564093
11238	4.0506890	11288	4.0526170	11338	4.0545365	11388	4.0564475
11239	4.0507277	11289	4.0526555	11339	4.0545748	11389	4.0564856
11240	4.0507663	11290	4.0526939	11340	4.0546131	11390	4.0565237
11241	4.0508049	11291	4.0527324	11341	4.0546514	11391	4.0565619
11242	4.0508436	11292	4.0527709	11342	4.0546896	11392	4.0566000
11243	4.0508822	11293	4.0528093	11343	4.0547279	11393	4.0566381
11244	4.0509208	11294	4.0528478	11344	4.0547662	11394	4.0566762
11245	4.0509595	11295	4.0528862	11345	4.0548045	11395	4.0567143
11246	4.0509981	11296	4.0529247	11346	4.0548428	11396	4.0567524
11247	4.0510367	11297	4.0529631	11347	4.0548811	11397	4.0567905
11248	4.0510753	11298	4.0530016	11348	4.0549193	11398	4.0568287
11249	4.0511139	11299	4.0530400	11349	4.0549576	11399	4.0568668
11250	4.0511525	11300	4.0530784	11350	4.0549959	11400	4.0569049

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
11401	4.0569429	11451	4.0588434	11501	4.0607356	11551	4.0626196
11402	4.0569810	11452	4.0588813	11502	4.0607734	11552	4.0626572
11403	4.0570191	11453	4.0589193	11503	4.0608111	11553	4.0626948
11404	4.0570572	11454	4.0589572	11504	4.0608489	11554	4.0627324
11405	4.0570953	11455	4.0589951	11505	4.0608866	11555	4.0627699
11406	4.0571334	11456	4.0590330	11506	4.0609244	11556	4.0628075
11407	4.0571714	11457	4.0590709	11507	4.0609621	11557	4.0628451
11408	4.0572095	11458	4.0591088	11508	4.0609999	11558	4.0628827
11409	4.0572476	11459	4.0591467	11509	4.0610376	11559	4.0629203
11410	4.0572856	11460	4.0591846	11510	4.0610753	11560	4.0629578
11411	4.0573237	11461	4.0592225	11511	4.0611131	11561	4.0629954
11412	4.0573618	11462	4.0592604	11512	4.0611508	11562	4.0630330
11413	4.0573998	11463	4.0592983	11513	4.0611885	11563	4.0630705
11414	4.0574379	11464	4.0593362	11514	4.0612262	11564	4.0631081
11415	4.0574759	11465	4.0593741	11515	4.0612639	11565	4.0631456
11416	4.0575140	11466	4.0594119	11516	4.0613017	11566	4.0631832
11417	4.0575520	11467	4.0594498	11517	4.0613394	11567	4.0632207
11418	4.0575900	11468	4.0594877	11518	4.0613770	11568	4.0632583
11419	4.0576281	11469	4.0595256	11519	4.0614148	11569	4.0632958
11420	4.0576661	11470	4.0595634	11520	4.0614525	11570	4.0633334
11421	4.0577041	11471	4.0596013	11521	4.0614902	11571	4.0633709
11422	4.0577422	11472	4.0596391	11522	4.0615279	11572	4.0634084
11423	4.0577802	11473	4.0596770	11523	4.0615656	11573	4.0634460
11424	4.0578182	11474	4.0597148	11524	4.0616032	11574	4.0634835
11425	4.0578562	11475	4.0597527	11525	4.0616409	11575	4.0635210
11426	4.0578942	11476	4.0597905	11526	4.0616786	11576	4.0635585
11427	4.0579322	11477	4.0598284	11527	4.0617163	11577	4.0635960
11428	4.0579702	11478	4.0598662	11528	4.0617540	11578	4.0636335
11429	4.0580082	11479	4.0599041	11529	4.0617916	11579	4.0636711
11430	4.0580462	11480	4.0599419	11530	4.0618293	11580	4.0637086
11431	4.0580842	11481	4.0599797	11531	4.0618670	11581	4.0637461
11432	4.0581222	11482	4.0600175	11532	4.0619046	11582	4.0637836
11433	4.0581602	11483	4.0600554	11533	4.0619423	11583	4.0638211
11434	4.0581982	11484	4.0600932	11534	4.0619799	11584	4.0638585
11435	4.0582362	11485	4.0601310	11535	4.0620176	11585	4.0638960
11436	4.0582741	11486	4.0601683	11536	4.0620552	11586	4.0639335
11437	4.0583121	11487	4.0602066	11537	4.0620929	11587	4.0639710
11438	4.0583501	11488	4.0602444	11538	4.0621305	11588	4.0640085
11439	4.0583881	11489	4.0602822	11539	4.0621682	11589	4.0640460
11440	4.0584260	11490	4.0603200	11540	4.0622058	11590	4.0640834
11441	4.0584640	11491	4.0603578	11541	4.0622434	11591	4.0641209
11442	4.0585019	11492	4.0603956	11542	4.0622811	11592	4.0641584
11443	4.0585399	11493	4.0604334	11543	4.0623187	11593	4.0641958
11444	4.0585778	11494	4.0604712	11544	4.0623563	11594	4.0642333
11445	4.0586158	11495	4.0605090	11545	4.0623939	11595	4.0642708
11446	4.0586537	11496	4.0605468	11546	4.0624316	11596	4.0643082
11447	4.0586917	11497	4.0605845	11547	4.0624692	11597	4.0643457
11448	4.0587296	11498	4.0606223	11548	4.0625068	11598	4.0643831
11449	4.0587676	11499	4.0606601	11549	4.0625444	11599	4.0644205
11450	4.0588055	11500	4.0606978	11550	4.0625820	11600	4.0644580

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
11601	4.0644954	11651	4.0663632	11701	4.0682230	11751	4.0700748
11602	4.0645329	11652	4.0664005	11702	4.0682601	11752	4.0701118
11603	4.0645703	11653	4.0664377	11703	4.0682972	11753	4.0701487
11604	4.0646077	11654	4.0664750	11704	4.0683343	11754	4.0701857
11605	4.0646451	11655	4.0665123	11705	4.0683714	11755	4.0702226
11606	4.0646826	11656	4.0665495	11706	4.0684085	11756	4.0702596
11607	4.0647200	11657	4.0665868	11707	4.0684456	11757	4.0702965
11608	4.0647574	11658	4.0666241	11708	4.0684827	11758	4.0703335
11609	4.0647948	11659	4.0666613	11709	4.0685198	11759	4.0703704
11610	4.0648322	11660	4.0666986	11710	4.0685569	11760	4.0704073
11611	4.0648696	11661	4.0667358	11711	4.0685940	11761	4.0704443
11612	4.0649070	11662	4.0663730	11712	4.0686310	11762	4.0704812
11613	4.0649444	11663	4.0668103	11713	4.0686681	11763	4.0705181
11614	4.0649818	11664	4.0668475	11714	4.0687052	11764	4.0705550
11615	4.0650192	11665	4.0668847	11715	4.0687423	11765	4.0705919
11616	4.0650566	11666	4.0669220	11716	4.0687794	11766	4.0706288
11617	4.0650940	11667	4.0669592	11717	4.0688164	11767	4.0706658
11618	4.0651314	11668	4.0669964	11718	4.0688535	11768	4.0707027
11619	4.0651688	11669	4.0670336	11719	4.0688906	11769	4.0707396
11620	4.0652061	11670	4.0670709	11720	4.0689276	11770	4.0707765
11621	4.0652435	11671	4.0671081	11721	4.0689647	11771	4.0708134
11622	4.0652809	11672	4.0671453	11722	4.0690017	11772	4.0708503
11623	4.0653182	11673	4.0671825	11723	4.0690388	11773	4.0708871
11624	4.0653556	11674	4.0672197	11724	4.0690758	11774	4.0709240
11625	4.0653930	11675	4.0672569	11725	4.0691129	11775	4.0709609
11626	4.0654303	11676	4.0672941	11726	4.0691499	11776	4.0709978
11627	4.0654677	11677	4.0673313	11727	4.0691869	11777	4.0710347
11628	4.0655050	11678	4.0673685	11728	4.0692240	11778	4.0710716
11629	4.0655424	11679	4.0674057	11729	4.0692610	11779	4.0711084
11630	4.0655797	11680	4.0674428	11730	4.0692980	11780	4.0711453
11631	4.0656171	11681	4.0674800	11731	4.0693350	11781	4.0711822
11632	4.0656544	11682	4.0675172	11732	4.0693721	11782	4.0712190
11633	4.0656917	11683	4.0675544	11733	4.0694091	11783	4.0712559
11634	4.0657291	11684	4.0675915	11734	4.0694461	11784	4.0712927
11635	4.0657664	11685	4.0676287	11735	4.0694831	11785	4.0713296
11636	4.0658037	11686	4.0676659	11736	4.0695201	11786	4.0713664
11637	4.0658410	11687	4.0677030	11737	4.0695571	11787	4.0714033
11638	4.0658784	11688	4.0677402	11738	4.0695941	11788	4.0714401
11639	4.0659157	11689	4.0677774	11739	4.0696311	11789	4.0714770
11640	4.0659530	11690	4.0678145	11740	4.0696681	11790	4.0715138
11641	4.0659903	11691	4.0678517	11741	4.0697051	11791	4.0715506
11642	4.0660276	11692	4.0678888	11742	4.0697421	11792	4.0715875
11643	4.0660649	11693	4.0679259	11743	4.0697791	11793	4.0716243
11644	4.0661022	11694	4.0679631	11744	4.0698160	11794	4.0716611
11645	4.0661395	11695	4.0680002	11745	4.0698530	11795	4.0716979
11646	4.0661768	11696	4.0680374	11746	4.0698900	11796	4.0717348
11647	4.0662141	11697	4.0680745	11747	4.0699270	11797	4.0717716
11648	4.0662514	11698	4.0681116	11748	4.0699639	11798	4.0718084
11649	4.0662886	11699	4.0681487	11749	4.0700009	11799	4.0718452
11650	4.0663259	11700	4.0681859	11750	4.0700379	11800	4.0718820

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
11801	4.0719188	11851	4.0737550	11901	4.0755835	11951	4.0774042
11802	4.0719556	11852	4.0737916	11902	4.0756199	11952	4.0774406
11803	4.0719924	11853	4.0738283	11903	4.0756564	11953	4.0774769
11804	4.0720292	11854	4.0738649	11904	4.0756929	11954	4.0775133
11805	4.0720660	11855	4.0739016	11905	4.0757294	11955	4.0775496
11806	4.0721028	11856	4.0739382	11906	4.0757659	11956	4.0775859
11807	4.0721396	11857	4.0739748	11907	4.0758024	11957	4.0776222
11808	4.0721763	11858	4.0740114	11908	4.0758388	11958	4.0776585
11809	4.0722131	11859	4.0740481	11909	4.0758753	11959	4.0776949
11810	4.0722499	11860	4.0740847	11910	4.0759118	11960	4.0777312
11811	4.0722867	11861	4.0741213	11911	4.0759482	11961	4.0777675
11812	4.0723234	11862	4.0741579	11912	4.0759847	11962	4.0778038
11813	4.0723602	11863	4.0741945	11913	4.0760211	11963	4.0778401
11814	4.0723970	11864	4.0742311	11914	4.0760576	11964	4.0778764
11815	4.0724337	11865	4.0742677	11915	4.0760940	11965	4.0779127
11816	4.0724705	11866	4.0743043	11916	4.0761305	11966	4.0779490
11817	4.0725072	11867	4.0743409	11917	4.0761669	11967	4.0779853
11818	4.0725440	11868	4.0743775	11918	4.0762034	11968	4.0780216
11819	4.0725807	11869	4.0744141	11919	4.0762398	11969	4.0780579
11820	4.0726175	11870	4.0744507	11920	4.0762763	11970	4.0780941
11821	4.0726542	11871	4.0744873	11921	4.0763127	11971	4.0781304
11822	4.0726910	11872	4.0745239	11922	4.0763491	11972	4.0781667
11823	4.0727277	11873	4.0745605	11923	4.0763855	11973	4.0782030
11824	4.0727644	11874	4.0745970	11924	4.0764220	11974	4.0782393
11825	4.0728011	11875	4.0746336	11925	4.0764584	11975	4.0782755
11826	4.0728379	11876	4.0746702	11926	4.0764948	11976	4.0783118
11827	4.0728746	11877	4.0747068	11927	4.0765312	11977	4.0783480
11828	4.0729113	11878	4.0747433	11928	4.0765676	11978	4.0783843
11829	4.0729480	11879	4.0747799	11929	4.0766040	11979	4.0784206
11830	4.0729847	11880	4.0748164	11930	4.0766404	11980	4.0784568
11831	4.0730215	11881	4.0748530	11931	4.0766768	11981	4.0784930
11832	4.0730582	11882	4.0748895	11932	4.0767132	11982	4.0785293
11833	4.0730949	11883	4.0749261	11933	4.0767496	11983	4.0785656
11834	4.0731316	11884	4.0749626	11934	4.0767860	11984	4.0786018
11835	4.0731683	11885	4.0749992	11935	4.0768224	11985	4.0786380
11836	4.0732050	11886	4.0750357	11936	4.0768588	11986	4.0786743
11837	4.0732416	11887	4.0750723	11937	4.0768952	11987	4.0787105
11838	4.0732783	11888	4.0751088	11938	4.0769316	11988	4.0787467
11839	4.0733150	11889	4.0751453	11939	4.0769680	11989	4.0787830
11840	4.0733517	11890	4.0751819	11940	4.0770043	11990	4.0788192
11841	4.0733884	11891	4.0752184	11941	4.0770407	11991	4.0788554
11842	4.0734251	11892	4.0752549	11942	4.0770771	11992	4.0788916
11843	4.0734617	11893	4.0752914	11943	4.0771134	11993	4.0789278
11844	4.0734984	11894	4.0753279	11944	4.0771498	11994	4.0789640
11845	4.0735351	11895	4.0753644	11945	4.0771862	11995	4.0790003
11846	4.0735717	11896	4.0754010	11946	4.0772225	11996	4.0790365
11847	4.0736084	11897	4.0754375	11947	4.0772589	11997	4.0790727
11848	4.0736450	11898	4.0754740	11948	4.0772952	11998	4.0791089
11849	4.0736817	11899	4.0755105	11949	4.0773316	11999	4.0791451
11850	4.0737184	11900	4.0755470	11950	4.0773679	12000	4.0791812

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
12001	4.0792174	12051	4.0810231	12101	4.0828213	12151	4.0846120
12002	4.0792536	12052	4.0810591	12102	4.0828571	12152	4.0846478
12003	4.0792898	12053	4.0810952	12103	4.0828930	12153	4.0846835
12004	4.0793260	12054	4.0811312	12104	4.0829289	12154	4.0847192
12005	4.0793622	12055	4.0811672	12105	4.0829648	12155	4.0847550
12006	4.0793983	12056	4.0812032	12106	4.0830007	12156	4.0847907
12007	4.0794345	12057	4.0812393	12107	4.0830365	12157	4.0848264
12008	4.0794707	12058	4.0812753	12108	4.0830724	12158	4.0848621
12009	4.0795068	12059	4.0813113	12109	4.0831083	12159	4.0848979
12010	4.0795430	12060	4.0813473	12110	4.0831441	12160	4.0849336
12011	4.0795792	12061	4.0813833	12111	4.0831800	12161	4.0849693
12012	4.0796153	12062	4.0814193	12112	4.0832159	12162	4.0850050
12013	4.0796515	12063	4.0814553	12113	4.0832517	12163	4.0850407
12014	4.0796876	12064	4.0814913	12114	4.0832876	12164	4.0850764
12015	4.0797238	12065	4.0815273	12115	4.0833234	12165	4.0851121
12016	4.0797599	12066	4.0815633	12116	4.0833593	12166	4.0851478
12017	4.0797961	12067	4.0815993	12117	4.0833951	12167	4.0851835
12018	4.0798322	12068	4.0816353	12118	4.0834309	12168	4.0852192
12019	4.0798683	12069	4.0816713	12119	4.0834668	12169	4.0852549
12020	4.0799045	12070	4.0817073	12120	4.0835026	12170	4.0852906
12021	4.0799406	12071	4.0817432	12121	4.0835385	12171	4.0853263
12022	4.0799767	12072	4.0817792	12122	4.0835743	12172	4.0853619
12023	4.0800128	12073	4.0818152	12123	4.0836101	12173	4.0853976
12024	4.0800490	12074	4.0818512	12124	4.0836459	12174	4.0854333
12025	4.0800851	12075	4.0818871	12125	4.0836817	12175	4.0854690
12026	4.0801212	12076	4.0819231	12126	4.0837176	12176	4.0855046
12027	4.0801573	12077	4.0819591	12127	4.0837534	12177	4.0855403
12028	4.0801934	12078	4.0819950	12128	4.0837892	12178	4.0855760
12029	4.0802295	12079	4.0820310	12129	4.0838250	12179	4.0856116
12030	4.0802656	12080	4.0820669	12130	4.0838608	12180	4.0856473
12031	4.0803017	12081	4.0821029	12131	4.0838966	12181	4.0856829
12032	4.0803378	12082	4.0821388	12132	4.0839324	12182	4.0857186
12033	4.0803739	12083	4.0821748	12133	4.0839682	12183	4.0857542
12034	4.0804100	12084	4.0822107	12134	4.0840040	12184	4.0857899
12035	4.0804461	12085	4.0822467	12135	4.0840398	12185	4.0858255
12036	4.0804822	12086	4.0822826	12136	4.0840756	12186	4.0858612
12037	4.0805183	12087	4.0823185	12137	4.0841114	12187	4.0858968
12038	4.0805543	12088	4.0823544	12138	4.0841471	12188	4.0859324
12039	4.0805904	12089	4.0823904	12139	4.0841829	12189	4.0859681
12040	4.0806265	12090	4.0824263	12140	4.0842187	12190	4.0860037
12041	4.0806626	12091	4.0824622	12141	4.0842545	12191	4.0860393
12042	4.0806986	12092	4.0824981	12142	4.0842902	12192	4.0860750
12043	4.0807347	12093	4.0825341	12143	4.0843260	12193	4.0861106
12044	4.0807707	12094	4.0825700	12144	4.0843618	12194	4.0861462
12045	4.0808068	12095	4.0826059	12145	4.0843975	12195	4.0861818
12046	4.0808429	12096	4.0826418	12146	4.0844333	12196	4.0862174
12047	4.0808789	12097	4.0826777	12147	4.0844690	12197	4.0862530
12048	4.0809150	12098	4.0827136	12148	4.0845048	12198	4.0862886
12049	4.0809510	12099	4.0827495	12149	4.0845405	12199	4.0863242
12050	4.0809870	12100	4.0827854	12150	4.0845763	12200	4.0863598

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
12201	4.0863954	12251	4.0881715	12301	4.0899404	12351	4.0917021
12202	4.0864310	12252	4.0882070	12302	4.0899757	12352	4.0917373
12203	4.0864666	12253	4.0882424	12303	4.0900110	12353	4.0917724
12204	4.0865022	12254	4.0882779	12304	4.0900463	12354	4.0918076
12205	4.0865378	12255	4.0883133	12305	4.0900816	12355	4.0918427
12206	4.0865734	12256	4.0883488	12306	4.0901169	12356	4.0918779
12207	4.0866089	12257	4.0883842	12307	4.0901522	12357	4.0919130
12208	4.0866445	12258	4.0884196	12308	4.0901875	12358	4.0919482
12209	4.0866801	12259	4.0884550	12309	4.0902228	12359	4.0919833
12210	4.0867157	12260	4.0884905	12310	4.0902581	12360	4.0920185
12211	4.0867512	12261	4.0885259	12311	4.0902933	12361	4.0920536
12212	4.0867868	12262	4.0885613	12312	4.0903286	12362	4.0920887
12213	4.0868224	12263	4.0885967	12313	4.0903639	12363	4.0921239
12214	4.0868579	12264	4.0886321	12314	4.0903991	12364	4.0921590
12215	4.0868935	12265	4.0886676	12315	4.0904344	12365	4.0921941
12216	4.0869290	12266	4.0887030	12316	4.0904697	12366	4.0922292
12217	4.0869646	12267	4.0887384	12317	4.0905049	12367	4.0922644
12218	4.0870001	12268	4.0887738	12318	4.0905402	12368	4.0922995
12219	4.0870357	12269	4.0888092	12319	4.0905755	12369	4.0923346
12220	4.0870712	12270	4.0888446	12320	4.0906107	12370	4.0923697
12221	4.0871067	12271	4.0888800	12321	4.0906460	12371	4.0924048
12222	4.0871423	12272	4.0889153	12322	4.0906812	12372	4.0924399
12223	4.0871778	12273	4.0889507	12323	4.0907164	12373	4.0924750
12224	4.0872133	12274	4.0889861	12324	4.0907517	12374	4.0925101
12225	4.0872489	12275	4.0890215	12325	4.0907869	12375	4.0925452
12226	4.0872844	12276	4.0890569	12326	4.0908222	12376	4.0925803
12227	4.0873199	12277	4.0890923	12327	4.0908574	12377	4.0926154
12228	4.0873554	12278	4.0891276	12328	4.0908926	12378	4.0926505
12229	4.0873909	12279	4.0891630	12329	4.0909279	12379	4.0926856
12230	4.0874265	12280	4.0891984	12330	4.0909631	12380	4.0927206
12231	4.0874620	12281	4.0892337	12331	4.0909983	12381	4.0927557
12232	4.0874974	12282	4.0892691	12332	4.0910335	12382	4.0927908
12233	4.0875330	12283	4.0893045	12333	4.0910687	12383	4.0928259
12234	4.0875685	12284	4.0893398	12334	4.0911039	12384	4.0928609
12235	4.0876040	12285	4.0893752	12335	4.0911392	12385	4.0928960
12236	4.0876395	12286	4.0894105	12336	4.0911744	12386	4.0929311
12237	4.0876750	12287	4.0894459	12337	4.0912096	12387	4.0929661
12238	4.0877104	12288	4.0894812	12338	4.0912448	12388	4.0930012
12239	4.0877459	12289	4.0895165	12339	4.0912800	12389	4.0930363
12240	4.0877814	12290	4.0895519	12340	4.0913152	12390	4.0930713
12241	4.0878169	12291	4.0895872	12341	4.0913504	12391	4.0931064
12242	4.0878524	12292	4.0896226	12342	4.0913855	12392	4.0931414
12243	4.0878878	12293	4.0896579	12343	4.0914207	12393	4.0931764
12244	4.0879233	12294	4.0896932	12344	4.0914559	12394	4.0932115
12245	4.0879588	12295	4.0897285	12345	4.0914911	12395	4.0932465
12246	4.0879943	12296	4.0897639	12346	4.0915263	12396	4.0932816
12247	4.0880297	12297	4.0897992	12347	4.0915614	12397	4.0933166
12248	4.0880652	12298	4.0898345	12348	4.0915966	12398	4.0933516
12249	4.0881006	12299	4.0898698	12349	4.0916318	12399	4.0933867
12250	4.0881361	12300	4.0899051	12350	4.0916670	12400	4.0934217

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
12401	4.0934567	12451	4.0952042	12501	4.0969448	12551	4.0986783
12402	4.0934917	12452	4.0952391	12502	4.0969795	12552	4.0987129
12403	4.0935267	12453	4.0952740	12503	4.0970142	12553	4.0987475
12404	4.0935618	12454	4.0953089	12504	4.0970490	12554	4.0987821
12405	4.0935968	12455	4.0953437	12505	4.0970837	12555	4.0988167
12406	4.0936318	12456	4.0953786	12506	4.0971184	12556	4.0988513
12407	4.0936668	12457	4.0954135	12507	4.0971531	12557	4.0988859
12408	4.0937018	12458	4.0954483	12508	4.0971879	12558	4.0989205
12409	4.0937368	12459	4.0954832	12509	4.0972226	12559	4.0989551
12410	4.0937718	12460	4.0955180	12510	4.0972573	12560	4.0989896
12411	4.0938068	12461	4.0955529	12511	4.0972920	12561	4.0990242
12412	4.0938418	12462	4.0955877	12512	4.0973267	12562	4.0990588
12413	4.0938768	12463	4.0956226	12513	4.0973614	12563	4.0990934
12414	4.0939117	12464	4.0956574	12514	4.0973962	12564	4.0991279
12415	4.0939467	12465	4.0956923	12515	4.0974309	12565	4.0991625
12416	4.0939817	12466	4.0957271	12516	4.0974656	12566	4.0991971
12417	4.0940167	12467	4.0957620	12517	4.0975003	12567	4.0992316
12418	4.0940517	12468	4.0957968	12518	4.0975349	12568	4.0992662
12419	4.0940866	12469	4.0958316	12519	4.0975696	12569	4.0993007
12420	4.0941216	12470	4.0958665	12520	4.0976043	12570	4.0993353
12421	4.0941566	12471	4.0959013	12521	4.0976390	12571	4.0993698
12422	4.0941915	12472	4.0959361	12522	4.0976737	12572	4.0994044
12423	4.0942265	12473	4.0959709	12523	4.0977084	12573	4.0994389
12424	4.0942614	12474	4.0960057	12524	4.0977431	12574	4.0994735
12425	4.0942964	12475	4.0960406	12525	4.0977777	12575	4.0995080
12426	4.0943313	12476	4.0960754	12526	4.0978124	12576	4.0995425
12427	4.0943663	12477	4.0961102	12527	4.0978471	12577	4.0995771
12428	4.0944012	12478	4.0961450	12528	4.0978817	12578	4.0996116
12429	4.0944362	12479	4.0961798	12529	4.0979164	12579	4.0996461
12430	4.0944711	12480	4.0962146	12530	4.0979511	12580	4.0996806
12431	4.0945061	12481	4.0962494	12531	4.0979857	12581	4.0997152
12432	4.0945410	12482	4.0962842	12532	4.0980204	12582	4.0997497
12433	4.0945759	12483	4.0963190	12533	4.0980550	12583	4.0997842
12434	4.0946109	12484	4.0963538	12534	4.0980897	12584	4.0998187
12435	4.0946458	12485	4.0963885	12535	4.0981243	12585	4.0998532
12436	4.0946807	12486	4.0964233	12536	4.0981590	12586	4.0998877
12437	4.0947156	12487	4.0964581	12537	4.0981936	12587	4.0999222
12438	4.0947506	12488	4.0964929	12538	4.0982283	12588	4.0999567
12439	4.0947855	12489	4.0965277	12539	4.0982629	12589	4.0999912
12440	4.0948204	12490	4.0965624	12540	4.0982975	12590	4.1000257
12441	4.0948553	12491	4.0965972	12541	4.0983322	12591	4.1000602
12442	4.0948902	12492	4.0966320	12542	4.0983668	12592	4.1000947
12443	4.0949251	12493	4.0966667	12543	4.0984014	12593	4.1001292
12444	4.0949600	12494	4.0967015	12544	4.0984360	12594	4.1001637
12445	4.0949949	12495	4.0967363	12545	4.0984707	12595	4.1001982
12446	4.0950298	12496	4.0967710	12546	4.0985053	12596	4.1002327
12447	4.0950647	12497	4.0968058	12547	4.0985399	12597	4.1002671
12448	4.0950996	12498	4.0968405	12548	4.0985745	12598	4.1003016
12449	4.0951345	12499	4.0968753	12549	4.0986091	12599	4.1003361
12450	4.0951694	12500	4.0969100	12550	4.0986437	12600	4.1003705

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
12601	4.1004050	12651	4.1021249	12701	4.1038379	12751	4.1055442
12602	4.1004395	12652	4.1021592	12702	4.1038721	12752	4.1055783
12603	4.1004739	12653	4.1021935	12703	4.1039063	12753	4.1056124
12604	4.1005084	12654	4.1022278	12704	4.1039405	12754	4.1056464
12605	4.1005429	12655	4.1022621	12705	4.1039747	12755	4.1056805
12606	4.1005773	12656	4.1022965	12706	4.1040089	12756	4.1057145
12607	4.1006118	12657	4.1023308	12707	4.1040430	12757	4.1057486
12608	4.1006462	12658	4.1023651	12708	4.1040772	12758	4.1057826
12609	4.1006806	12659	4.1023994	12709	4.1041114	12759	4.1058166
12610	4.1007151	12660	4.1024337	12710	4.1041456	12760	4.1058507
12611	4.1007495	12661	4.1024680	12711	4.1041797	12761	4.1058847
12612	4.1007840	12662	4.1025023	12712	4.1042139	12762	4.1059187
12613	4.1008184	12663	4.1025366	12713	4.1042480	12763	4.1059528
12614	4.1008528	12664	4.1025709	12714	4.1042822	12764	4.1059868
12615	4.1008873	12665	4.1026052	12715	4.1043164	12765	4.1060208
12616	4.1009217	12666	4.1026395	12716	4.1043505	12766	4.1060548
12617	4.1009561	12667	4.1026738	12717	4.1043847	12767	4.1060889
12618	4.1009905	12668	4.1027081	12718	4.1044188	12768	4.1061229
12619	4.1010249	12669	4.1027423	12719	4.1044530	12769	4.1061569
12620	4.1010594	12670	4.1027766	12720	4.1044871	12770	4.1061909
12621	4.1010938	12671	4.1028109	12721	4.1045213	12771	4.1062249
12622	4.1011282	12672	4.1028452	12722	4.1045554	12772	4.1062589
12623	4.1011626	12673	4.1028794	12723	4.1045895	12773	4.1062929
12624	4.1011970	12674	4.1029137	12724	4.1046237	12774	4.1063269
12625	4.1012314	12675	4.1029480	12725	4.1046578	12775	4.1063609
12626	4.1012658	12676	4.1029822	12726	4.1046919	12776	4.1063949
12627	4.1013002	12677	4.1030165	12727	4.1047260	12777	4.1064289
12628	4.1013346	12678	4.1030507	12728	4.1047602	12778	4.1064629
12629	4.1013690	12679	4.1030850	12729	4.1047943	12779	4.1064969
12630	4.1014034	12680	4.1031193	12730	4.1048284	12780	4.1065309
12631	4.1014377	12681	4.1031535	12731	4.1048625	12781	4.1065648
12632	4.1014721	12682	4.1031877	12732	4.1048966	12782	4.1065988
12633	4.1015065	12683	4.1032220	12733	4.1049307	12783	4.1066328
12634	4.1015409	12684	4.1032562	12734	4.1049648	12784	4.1066668
12635	4.1015752	12685	4.1032905	12735	4.1049989	12785	4.1067007
12636	4.1016096	12686	4.1033247	12736	4.1050331	12786	4.1067347
12637	4.1016440	12687	4.1033589	12737	4.1050671	12787	4.1067687
12638	4.1016784	12688	4.1033932	12738	4.1051012	12788	4.1068026
12639	4.1017127	12689	4.1034274	12739	4.1051353	12789	4.1068366
12640	4.1017471	12690	4.1034616	12740	4.1051694	12790	4.1068705
12641	4.1017814	12691	4.1034958	12741	4.1052035	12791	4.1069045
12642	4.1018158	12692	4.1035301	12742	4.1052376	12792	4.1069385
12643	4.1018501	12693	4.1035643	12743	4.1052717	12793	4.1069724
12644	4.1018845	12694	4.1035985	12744	4.1053058	12794	4.1070065
12645	4.1019188	12695	4.1036327	12745	4.1053398	12795	4.1070403
12646	4.1019532	12696	4.1036669	12746	4.1053739	12796	4.1070742
12647	4.1019875	12697	4.1037011	12747	4.1054080	12797	4.1071082
12648	4.1020219	12698	4.1037353	12748	4.1054421	12798	4.1071421
12649	4.1020562	12699	4.1037695	12749	4.1054761	12799	4.1071760
12650	4.1020905	12700	4.1038037	12750	4.1055102	12800	4.1072100

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
12801	4.1072439	12851	4.1089369	12901	4.1106234	12951	4.1123033
12802	4.1072778	12852	4.1089707	12902	4.1106570	12952	4.1123368
12803	4.1073117	12853	4.1090045	12903	4.1106907	12953	4.1123704
12804	4.1073457	12854	4.1090383	12904	4.1107244	12954	4.1124039
12805	4.1073796	12855	4.1090721	12905	4.1107580	12955	4.1124374
12806	4.1074135	12856	4.1091059	12906	4.1107917	12956	4.1124709
12807	4.1074474	12857	4.1091396	12907	4.1108253	12957	4.1125045
12808	4.1074813	12858	4.1091734	12908	4.1108590	12958	4.1125380
12809	4.1075152	12859	4.1092071	12909	4.1108926	12959	4.1125715
12810	4.1075491	12860	4.1092410	12910	4.1109262	12960	4.1126050
12811	4.1075830	12861	4.1092747	12911	4.1109599	12961	4.1126385
12812	4.1076169	12862	4.1093085	12912	4.1109935	12962	4.1126720
12813	4.1076508	12863	4.1093423	12913	4.1110272	12963	4.1127055
12814	4.1076847	12864	4.1093760	12914	4.1110608	12964	4.1127390
12815	4.1077186	12865	4.1094098	12915	4.1110944	12965	4.1127725
12816	4.1077525	12866	4.1094435	12916	4.1111280	12966	4.1128060
12817	4.1077864	12867	4.1094773	12917	4.1111617	12967	4.1128395
12818	4.1078203	12868	4.1095111	12918	4.1111953	12968	4.1128730
12819	4.1078541	12869	4.1095448	12919	4.1112289	12969	4.1129065
12820	4.1078880	12870	4.1095785	12920	4.1112625	12970	4.1129400
12821	4.1079219	12871	4.1096123	12921	4.1112961	12971	4.1129735
12822	4.1079558	12872	4.1096460	12922	4.1113297	12972	4.1130069
12823	4.1079896	12873	4.1096798	12923	4.1113633	12973	4.1130404
12824	4.1080235	12874	4.1097135	12924	4.1113969	12974	4.1130739
12825	4.1080574	12875	4.1097472	12925	4.1114306	12975	4.1131074
12826	4.1080912	12876	4.1097810	12926	4.1114642	12976	4.1131408
12827	4.1081251	12877	4.1098147	12927	4.1114977	12977	4.1131743
12828	4.1081590	12878	4.1098484	12928	4.1115313	12978	4.1132078
12829	4.1081928	12879	4.1098821	12929	4.1115649	12979	4.1132412
12830	4.1082267	12880	4.1099159	12930	4.1115985	12980	4.1132747
12831	4.1082605	12881	4.1099496	12931	4.1116321	12981	4.1133081
12832	4.1082944	12882	4.1099833	12932	4.1116657	12982	4.1133416
12833	4.1083282	12883	4.1100170	12933	4.1116993	12983	4.1133751
12834	4.1083620	12884	4.1100507	12934	4.1117329	12984	4.1134085
12835	4.1083959	12885	4.1100844	12935	4.1117664	12985	4.1134420
12836	4.1084297	12886	4.1101181	12936	4.1118000	12986	4.1134754
12837	4.1084635	12887	4.1101518	12937	4.1118336	12987	4.1135088
12838	4.1084974	12888	4.1101855	12938	4.1118671	12988	4.1135423
12839	4.1085312	12889	4.1102192	12939	4.1119007	12989	4.1135757
12840	4.1085650	12890	4.1102529	12940	4.1119343	12990	4.1136092
12841	4.1085988	12891	4.1102866	12941	4.1119678	12991	4.1136426
12842	4.1086327	12892	4.1103203	12942	4.1120014	12992	4.1136760
12843	4.1086665	12893	4.1103540	12943	4.1120350	12993	4.1137094
12844	4.1087003	12894	4.1103877	12944	4.1120685	12994	4.1137429
12845	4.1087341	12895	4.1104213	12945	4.1121021	12995	4.1137763
12846	4.1087679	12896	4.1104550	12946	4.1121356	12996	4.1138097
12847	4.1088017	12897	4.1104887	12947	4.1121691	12997	4.1138431
12848	4.1088355	12898	4.1105224	12948	4.1122027	12998	4.1138765
12849	4.1088693	12899	4.1105560	12949	4.1122362	12999	4.1139099
12850	4.1089031	12900	4.1105897	12950	4.1122698	13000	4.1139434

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
13001	4.1139768	13051	4.1156438	13101	4.1173044	13151	4.1189588
13002	4.1140102	13052	4.1156771	13102	4.1173376	13152	4.1189918
13003	4.1140436	13053	4.1157103	13103	4.1173707	13153	4.1190248
13004	4.1140770	13054	4.1157436	13104	4.1174039	13154	4.1190578
13005	4.1141104	13055	4.1157769	13105	4.1174370	13155	4.1190909
13006	4.1141437	13056	4.1158101	13106	4.1174702	13156	4.1191239
13007	4.1141771	13057	4.1158434	13107	4.1175033	13157	4.1191569
13008	4.1142105	13058	4.1158767	13108	4.1175364	13158	4.1191899
13009	4.1142439	13059	4.1159099	13109	4.1175696	13159	4.1192229
13010	4.1142772	13060	4.1159432	13110	4.1176027	13160	4.1192559
13011	4.1143107	13061	4.1159764	13111	4.1176358	13161	4.1192889
13012	4.1143441	13062	4.1160097	13112	4.1176689	13162	4.1193219
13013	4.1143774	13063	4.1160429	13113	4.1177021	13163	4.1193549
13014	4.1144108	13064	4.1160762	13114	4.1177352	13164	4.1193879
13015	4.1144442	13065	4.1161094	13115	4.1177683	13165	4.1194209
13016	4.1144775	13066	4.1161427	13116	4.1178014	13166	4.1194539
13017	4.1145109	13067	4.1161759	13117	4.1178345	13167	4.1194868
13018	4.1145443	13068	4.1162091	13118	4.1178676	13168	4.1195198
13019	4.1145776	13069	4.1162424	13119	4.1179007	13169	4.1195528
13020	4.1146110	13070	4.1162756	13120	4.1179338	13170	4.1195858
13021	4.1146443	13071	4.1163088	13121	4.1179669	13171	4.1196187
13022	4.1146777	13072	4.1163420	13122	4.1180000	13172	4.1196517
13023	4.1147110	13073	4.1163753	13123	4.1180331	13173	4.1196847
13024	4.1147444	13074	4.1164085	13124	4.1180662	13174	4.1197177
13025	4.1147777	13075	4.1164417	13125	4.1180993	13175	4.1197506
13026	4.1148111	13076	4.1164749	13126	4.1181324	13176	4.1197836
13027	4.1148444	13077	4.1165081	13127	4.1181655	13177	4.1198165
13028	4.1148777	13078	4.1165413	13128	4 1181986	13178	4.1198495
13029	4.1149111	13079	4.1165745	13129	4.1182316	13179	4.1198825
13030	4.1149444	13080	4.1166077	13130	4.1182647	13180	4.1199154
13031	4.1149777	13081	4.1166409	13131	4.1182978	13181	4.1199484
13032	4.1150111	13082	4.1166741	13132	4.1183309	13182	4.1199813
13033	4.1150444	13083	4.1167073	13133	4.1183639	13183	4.1200143
13034	4.1150777	13084	4.1167405	13134	4.1183970	13184	4.1200472
13035	4.1151110	13085	4.1167737	13135	4.1184301	13185	4.1200801
13036	4.1151444	13086	4.1168069	13136	4.1184631	13186	4.1201131
13037	4.1151777	13087	4.1168401	13137	4.1184962	13187	4.1201460
13038	4.1152110	13088	4.1168733	13138	4.1185293	13188	4.1201789
13039	4.1152443	13089	4.1169065	13139	4.1185623	13189	4.1202119
13040	4.1152776	13090	4.1169396	13140	4.1185954	13190	4.1202448
13041	4.1153109	13091	4.1169728	13141	4.1186284	13191	4.1202777
13042	4.1153442	13092	4.1170060	13142	4.1186615	13192	4.1203106
13043	4.1153775	13093	4.1170392	13143	4.1186945	13193	4.1203436
13044	4.1154108	13094	4.1170723	13144	4.1187276	13194	4.1203765
13045	4.1154441	13095	4.1171055	13145	4.1187606	13195	4.1204094
13046	4.1154774	13096	4.1171387	13146	4.1187936	13196	4.1204423
13047	4.1155107	13097	4.1171718	13147	4.1188267	13197	4.1204752
13048	4.1155439	13098	4.1172050	13148	4.1188597	13198	4.1205081
13049	4.1155772	13099	4.1172381	13149	4.1188927	13199	4.1205410
13050	4.1156105	13100	4.1172713	13150	4.1189258	13200	4.1205739

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
13201	4.1206068	13251	4.1222487	13301	4.1238843	13351	4.1255138
13202	4.1206397	13252	4.1222814	13302	4.1239169	13352	4.1255463
13203	4.1206726	13253	4.1223142	13303	4.1239496	13353	4.1255788
13204	4.1207055	13254	4.1223470	13304	4.1239822	13354	4.1256114
13205	4.1207384	13255	4.1223797	13305	4.1240149	13355	4.1256439
13206	4.1207713	13256	4.1224125	13306	4.1240475	13356	4.1256764
13207	4.1208042	13257	4.1224453	13307	4.1240802	13357	4.1257089
13208	4.1208371	13258	4.1224780	13308	4.1241128	13358	4.1257414
13209	4.1208699	13259	4.1225108	13309	4.1241454	13359	4.1257739
13210	4.1209028	13260	4.1225435	13310	4.1241781	13360	4.1258065
13211	4.1209357	13261	4.1225763	13311	4.1242107	13361	4.1258390
13212	4.1209686	13262	4.1226090	13312	4.1242433	13362	4.1258715
13213	4.1210014	13263	4.1226418	13313	4.1242759	13363	4.1259040
13214	4.1210343	13264	4.1226745	13314	4.1243086	13364	4.1259365
13215	4.1210672	13265	4.1227073	13315	4.1243412	13365	4.1259690
13216	4.1211000	13266	4.1227400	13316	4.1243738	13366	4.1260015
13217	4.1211329	13267	4.1227727	13317	4.1244064	13367	4.1260339
13218	4.1211657	13268	4.1228055	13318	4.1244390	13368	4.1260664
13219	4.1211986	13269	4.1228382	13319	4.1244716	13369	4.1260989
13220	4.1212315	13270	4.1228709	13320	4.1245042	13370	4.1261314
13221	4.1212643	13271	4.1229036	13321	4.1245368	13371	4.1261639
13222	4.1212972	13272	4.1229364	13322	4.1245694	13372	4.1261964
13223	4.1213300	13273	4.1229691	13323	4.1246020	13373	4.1262288
13224	4.1213628	13274	4.1230018	13324	4.1246346	13374	4.1262613
13225	4.1213957	13275	4.1230345	13325	4.1246672	13375	4.1262938
13226	4.1214285	13276	4.1230672	13326	4.1246998	13376	4.1263263
13227	4.1214614	13277	4.1231000	13327	4.1247324	13377	4.1263587
13228	4.1214942	13278	4.1231327	13328	4.1247650	13378	4.1263912
13229	4.1215270	13279	4.1231654	13329	4.1247976	13379	4.1264237
13230	4.1215598	13280	4.1231981	13330	4.1248301	13380	4.1264561
13231	4.1215927	13281	4.1232308	13331	4.1248627	13381	4.1264886
13232	4.1216255	13282	4.1232635	13332	4.1248953	13382	4.1265210
13233	4.1216583	13283	4.1232962	13333	4.1249279	13383	4.1265535
13234	4.1216911	13284	4.1233289	13334	4.1249605	13384	4.1265859
13235	4.1217239	13285	4.1233616	13335	4.1249930	13385	4.1266184
13236	4.1217568	13286	4.1233942	13336	4.1250256	13386	4.1266508
13237	4.1217896	13287	4.1234269	13337	4.1250582	13387	4.1266833
13238	4.1218224	13288	4.1234596	13338	4.1250907	13388	4.1267157
13239	4.1218552	13289	4.1234923	13339	4.1251233	13389	4.1267481
13240	4.1218880	13290	4.1235250	13340	4.1251558	13390	4.1267806
13241	4.1219208	13291	4.1235577	13341	4.1251884	13391	4.1268130
13242	4.1219536	13292	4.1235903	13342	4.1252209	13392	4.1268454
13243	4.1219864	13293	4.1236230	13343	4.1252535	13393	4.1268779
13244	4.1220192	13294	4.1236557	13344	4.1252860	13394	4.1269103
13245	4.1220520	13295	4.1236883	13345	4.1253186	13395	4.1269427
13246	4.1220848	13296	4.1237210	13346	4.1253511	13396	4.1269751
13247	4.1221175	13297	4.1237537	13347	4.1253837	13397	4.1270076
13248	4.1221503	13298	4.1237863	13348	4.1254162	13398	4.1270400
13249	4.1221831	13299	4.1238190	13349	4.1254487	13399	4.1270724
13250	4.1222159	13300	4.1238516	13350	4.1254813	13400	4.1271048

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
13401	4.1271372	13451	4.1287546	13501	4.1303659	13551	4.1319713
13402	4.1271696	13452	4.1287869	13502	4.1303981	13552	4.1320034
13403	4.1272020	13453	4.1288191	13503	4.1304303	13553	4.1320354
13404	4.1272344	13454	4.1288514	13504	4.1304624	13554	4.1320675
13405	4.1272668	13455	4.1288837	13505	4.1304946	13555	4.1320995
13406	4.1272992	13456	4.1289160	13506	4.1305267	13556	4.1321316
13407	4.1273316	13457	4.1289483	13507	4.1305589	13557	4.1321636
13408	4.1273640	13458	4.1289805	13508	4.1305911	13558	4.1321956
13409	4.1273964	13459	4.1290128	13509	4.1306232	13559	4.1322277
13410	4.1274288	13460	4.1290451	13510	4.1306553	13560	4.1322597
13411	4.1274612	13461	4.1290773	13511	4.1306875	13561	4.1322917
13412	4.1274935	13462	4.1291096	13512	4.1307196	13562	4.1323237
13413	4.1275259	13463	4.1291418	13513	4.1307518	13563	4.1323558
13414	4.1275583	13464	4.1291741	13514	4.1307839	13564	4.1323878
13415	4.1275907	13465	4.1292064	13515	4.1308161	13565	4.1324198
13416	4.1276230	13466	4.1292388	13516	4.1308482	13566	4.1324518
13417	4.1276554	13467	4.1292709	13517	4.1308803	13567	4.1324838
13418	4.1276878	13468	4.1293031	13518	4.1309124	13568	4.1325158
13419	4.1277202	13469	4.1293354	13519	4.1309446	13569	4.1325478
13420	4.1277525	13470	4.1293676	13520	4.1309767	13570	4.1325798
13421	4.1277849	13471	4.1293998	13521	4.1310088	13571	4.1326119
13422	4.1278172	13472	4.1294321	13522	4.1310409	13572	4.1326439
13423	4.1278496	13473	4.1294643	13523	4.1310730	13573	4.1326758
13424	4.1278819	13474	4.1294965	13524	4.1311052	13574	4.1327078
13425	4.1279143	13475	4.1295288	13525	4.1311373	13575	4.1327398
13426	4.1279466	13476	4.1295610	13526	4.1311694	13576	4.1327718
13427	4.1279790	13477	4.1295932	13527	4.1312015	13577	4.1328038
13428	4.1280113	13478	4.1296255	13528	4.1312336	13578	4.1328358
13429	4.1280437	13479	4.1296577	13529	4.1312657	13579	4.1328678
13430	4.1280760	13480	4.1296899	13530	4.1312978	13580	4.1328998
13431	4.1281083	13481	4.1297221	13531	4.1313299	13581	4.1329317
13432	4.1281407	13482	4.1297543	13532	4.1313620	13582	4.1329637
13433	4.1281730	13483	4.1297865	13533	4.1313941	13583	4.1329957
13434	4.1282053	13484	4.1298187	13534	4.1314262	13584	4.1330277
13435	4.1282377	13485	4.1298510	13535	4.1314583	13585	4.1330596
13436	4.1282700	13486	4.1298832	13536	4.1314903	13586	4.1330916
13437	4.1283023	13487	4.1299154	13537	4.1315224	13587	4.1331236
13438	4.1283346	13488	4.1299476	13538	4.1315545	13588	4.1331555
13439	4.1283670	13489	4.1299798	13539	4.1315866	13589	4.1331875
13440	4.1283993	13490	4.1300120	13540	4.1316187	13590	4.1332195
13441	4.1284316	13491	4.1300441	13541	4.1316507	13591	4.1332514
13442	4.1284639	13492	4.1300763	13542	4.1316828	13592	4.1332834
13443	4.1284962	13493	4.1301085	13543	4.1317149	13593	4.1333153
13444	4.1285285	13494	4.1301407	13544	4.1317469	13594	4.1333473
13445	4.1285608	13495	4.1301729	13545	4.1317790	13595	4.1333792
13446	4.1285931	13496	4.1302051	13546	4.1318111	13596	4.1334112
13447	4.1286254	13497	4.1302372	13547	4.1318431	13597	4.1334431
13448	4.1286577	13498	4.1302694	13548	4.1318752	13598	4.1334750
13449	4.1286900	13499	4.1303016	13549	4.1319072	13599	4.1335070
13450	4.1287223	13500	4.1303338	13550	4.1319393	13600	4.1335389

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.
13601	4·1335708
13602	4·1336028
13603	4·1336347
13604	4·1336666
13605	4·1336985
13606	4·1337305
13607	4·1337624
13608	4·1337943
13609	4·1338262
13610	4·1338581
13611	4·1338900
13612	4·1339219
13613	4·1339538
13614	4·1339857
13615	4·1340176
13616	4·1340495
13617	4·1340814
13618	4·1341133
13619	4·1341452
13620	4·1341771
13621	4·1342090
13622	4·1342409
13623	4·1342728
13624	4·1343046
13625	4·1343365
13626	4·1343684
13627	4·1344003
13628	4·1344321
13629	4·1344640
13630	4·1344959
13631	4·1345277
13632	4·1345596
13633	4·1345914
13634	4·1346233
13635	4·1346551
13636	4·1346870
13637	4·1347188
13638	4·1347507
13639	4·1347825
13640	4·1348144
13641	4·1348462
13642	4·1348780
13643	4·1349099
13644	4·1349417
13645	4·1349735
13646	4·1350054
13647	4·1350372
13648	4·1350690
13649	4·1351008
13650	4·1351327
13651	4·1351645
13652	4·1351963
13653	4·1352280
13654	4·1352599
13655	4·1352917
13656	4·1353235
13657	4·1353553
13658	4·1353871
13659	4·1354189
13660	4·1354507
13661	4·1354825
13662	4·1355143
13663	4·1355461
13664	4·1355779
13665	4·1356096
13666	4·1356414
13667	4·1356732
13668	4·1357050
13669	4·1357367
13670	4·1357685
13671	4·1358003
13672	4·1358320
13673	4·1358638
13674	4·1358956
13675	4·1359273
13676	4·1359591
13677	4·1359908
13678	4·1360226
13679	4·1360543
13680	4·1360861
13681	4·1361178
13682	4·1361496
13683	4·1361813
13684	4·1362131
13685	4·1362448
13686	4·1362765
13687	4·1363083
13688	4·1363400
13689	4·1363717
13690	4·1364034
13691	4·1364352
13692	4·1364669
13693	4·1364986
13694	4·1365303
13695	4·1365620
13696	4·1365937
13697	4·1366255
13698	4·1366572
13699	4·1366889
13700	4·1367206
13701	4·1367523
13702	4·1367840
13703	4·1368157
13704	4·1368474
13705	4·1368790
13706	4·1369107
13707	4·1369424
13708	4·1369741
13709	4·1370058
13710	4·1370375
13711	4·1370691
13712	4·1371008
13713	4·1371325
13714	4·1371641
13715	4·1371958
13716	4·1372275
13717	4·1372591
13718	4·1372908
13719	4·1373225
13720	4·1373541
13721	4·1373858
13722	4·1374174
13723	4·1374491
13724	4·1374807
13725	4·1375124
13726	4·1375440
13727	4·1375757
13728	4·1376073
13729	4·1376389
13730	4·1376705
13731	4·1377022
13732	4·1377338
13733	4·1377654
13734	4·1377970
13735	4·1378287
13736	4·1378603
13737	4·1378919
13738	4·1379235
13739	4·1379551
13740	4·1379867
13741	4·1380183
13742	4·1380499
13743	4·1380815
13744	4·1381131
13745	4·1381447
13746	4·1381763
13747	4·1382079
13748	4·1382395
13749	4·1382711
13750	4·1383027
13751	4·1383343
13752	4·1383659
13753	4·1383974
13754	4·1384290
13755	4·1384606
13756	4·1384922
13757	4·1385237
13758	4·1385553
13759	4·1385869
13760	4·1386184
13761	4·1386500
13762	4·1386816
13763	4·1387131
13764	4·1387447
13765	4·1387762
13766	4·1388078
13767	4·1388393
13768	4·1388709
13769	4·1389024
13770	4·1389339
13771	4·1389655
13772	4·1389970
13773	4·1390285
13774	4·1390601
13775	4·1390916
13776	4·1391231
13777	4·1391547
13778	4·1391862
13779	4·1392177
13780	4·1392492
13781	4·1392807
13782	4·1393122
13783	4·1393438
13784	4·1393753
13785	4·1394068
13786	4·1394383
13787	4·1394698
13788	4·1395013
13789	4·1395328
13790	4·1395643
13791	4·1395958
13792	4·1396272
13793	4·1396587
13794	4·1396902
13795	4·1397217
13796	4·1397532
13797	4·1397847
13798	4·1398161
13799	4·1398476
13800	4·1398791

SCD Lyon1 Mathématiques
SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
13801	4·1399106	13851	4·1414811	13901	4·1430460	13951	4·1446053
13802	4·1399420	13852	4·1415125	13902	4·1430773	13952	4·1446365
13803	4·1399735	13853	4·1415438	13903	4·1431085	13953	4·1446676
13804	4·1400050	13854	4·1415752	13904	4·1431398	13954	4·1446987
13805	4·1400364	13855	4·1416065	13905	4·1431710	13955	4·1447298
13806	4·1400679	13856	4·1416379	13906	4·1432022	13956	4·1447610
13807	4·1400993	13857	4·1416692	13907	4·1432335	13957	4·1447921
13808	4·1401308	13858	4·1417006	13908	4·1432647	13958	4·1448232
13809	4·1401622	13859	4·1417319	13909	4·1432959	13959	4·1448543
13810	4·1401937	13860	4·1417632	13910	4·1433271	13960	4·1448854
13811	4·1402251	13861	4·1417946	13911	4·1433584	13961	4·1449165
13812	4·1402566	13862	4·1418259	13912	4·1433896	13962	4·1449476
13813	4·1402880	13863	4·1418572	13913	4·1434208	13963	4·1449787
13814	4·1403195	13864	4·1418885	13914	4·1434520	13964	4·1450098
13815	4·1403509	13865	4·1419199	13915	4·1434832	13965	4·1450409
13816	4·1403823	13866	4·1419512	13916	4·1435144	13966	4·1450720
13817	4·1404138	13867	4·1419825	13917	4·1435456	13967	4·1451031
13818	4·1404452	13868	4·1420138	13918	4·1435768	13968	4·1451342
13819	4·1404766	13869	4·1420451	13919	4·1436080	13969	4·1451653
13820	4·1405080	13870	4·1420765	13920	4·1436392	13970	4·1451964
13821	4·1405395	13871	4·1421078	13921	4·1436704	13971	4·1452275
13822	4·1405709	13872	4·1421391	13922	4·1437016	13972	4·1452586
13823	4·1406023	13873	4·1421704	13923	4·1437328	13973	4·1452897
13824	4·1406337	13874	4·1422017	13924	4·1437640	13974	4·1453207
13825	4·1406651	13875	4·1422330	13925	4·1437952	13975	4·1453518
13826	4·1406966	13876	4·1422643	13926	4·1438264	13976	4·1453829
13827	4·1407280	13877	4·1422956	13927	4·1438576	13977	4·1454140
13828	4·1407594	13878	4·1423269	13928	4·1438888	13978	4·1454450
13829	4·1407908	13879	4·1423582	13929	4·1439199	13979	4·1454761
13830	4·1408222	13880	4·1423895	13930	4·1439511	13980	4·1455072
13831	4·1408536	13881	4·1424208	13931	4·1439823	13981	4·1455382
13832	4·1408850	13882	4·1424520	13932	4·1440135	13982	4·1455693
13833	4·1409164	13883	4·1424833	13933	4·1440446	13983	4·1456004
13834	4·1409478	13884	4·1425146	13934	4·1440758	13984	4·1456314
13835	4·1409792	13885	4·1425459	13935	4·1441070	13985	4·1456625
13836	4·1410106	13886	4·1425772	13936	4·1441381	13986	4·1456935
13837	4·1410419	13887	4·1426084	13937	4·1441693	13987	4·1457246
13838	4·1410733	13888	4·1426397	13938	4·1442005	13988	4·1457556
13839	4·1411047	13889	4·1426710	13939	4·1442316	13989	4·1457867
13840	4·1411361	13890	4·1427022	13940	4·1442628	13990	4·1458177
13841	4·1411675	13891	4·1427335	13941	4·1442939	13991	4·1458488
13842	4·1411988	13892	4·1427648	13942	4·1443251	13992	4·1458798
13843	4·1412302	13893	4·1427960	13943	4·1443562	13993	4·1459108
13844	4·1412616	13894	4·1428273	13944	4·1443874	13994	4·1459419
13845	4·1412930	13895	4·1428586	13945	4·1444185	13995	4·1459729
13846	4·1413243	13896	4·1428898	13946	4·1444497	13996	4·1460039
13847	4·1413557	13897	4·1429211	13947	4·1444808	13997	4·1460350
13848	4·1413871	13898	4·1429523	13948	4·1445119	13998	4·1460660
13849	4·1414184	13899	4·1429836	13949	4·1445431	13999	4·1460970
13850	4·1414498	13900	4·1420148	13950	4·1445742	14000	4·1461280

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
14001	4.1461591	14051	4.1477072	14101	4.1492499	14151	4.1507871
14002	4.1461901	14052	4.1477381	14102	4.1492807	14152	4.1508178
14003	4.1462211	14053	4.1477690	14103	4.1493115	14153	4.1508485
14004	4.1462521	14054	4.1477999	14104	4.1493423	14154	4.1508792
14005	4.1462831	14055	4.1478308	14105	4.1493731	14155	4.1509099
14006	4.1463141	14056	4.1478617	14106	4.1494039	14156	4.1509406
14007	4.1463451	14057	4.1478926	14107	4.1494347	14157	4.1509712
14008	4.1463761	14058	4.1479235	14108	4.1494655	14158	4.1510019
14009	4.1464071	14059	4.1479544	14109	4.1494962	14159	4.1510326
14010	4.1464381	14060	4.1479853	14110	4.1495270	14160	4.1510633
14011	4.1464691	14061	4.1480162	14111	4.1495578	14161	4.1510939
14012	4.1465001	14062	4.1480471	14112	4.1495886	14162	4.1511246
14013	4.1465311	14063	4.1480780	14113	4.1496193	14163	4.1511553
14014	4.1465621	14064	4.1481089	14114	4.1496501	14164	4.1511859
14015	4.1465931	14065	4.1481397	14115	4.1496809	14165	4.1512166
14016	4.1466241	14066	4.1481706	14116	4.1497116	14166	4.1512472
14017	4.1466551	14067	4.1482015	14117	4.1497424	14167	4.1512779
14018	4.1466861	14068	4.1482324	14118	4.1497732	14168	4.1513085
14019	4.1467170	14069	4.1482632	14119	4.1498039	14169	4.1513392
14020	4.1467480	14070	4.1482941	14120	4.1498347	14170	4.1513699
14021	4.1467790	14071	4.1483250	14121	4.1498655	14171	4.1514005
14022	4.1468100	14072	4.1483558	14122	4.1498962	14172	4.1514311
14023	4.1468409	14073	4.1483867	14123	4.1499270	14173	4.1514618
14024	4.1468719	14074	4.1484175	14124	4.1499577	14174	4.1514924
14025	4.1469029	14075	4.1484484	14125	4.1499885	14175	4.1515231
14026	4.1469338	14076	4.1484793	14126	4.1500192	14176	4.1515537
14027	4.1469648	14077	4.1485101	14127	4.1500499	14177	4.1515843
14028	4.1469958	14078	4.1485410	14128	4.1500807	14178	4.1516150
14029	4.1470267	14079	4.1485718	14129	4.1501114	14179	4.1516456
14030	4.1470577	14080	4.1486027	14130	4.1501422	14180	4.1516762
14031	4.1470886	14081	4.1486335	14131	4.1501729	14181	4.1517069
14032	4.1471196	14082	4.1486643	14132	4.1502036	14182	4.1517375
14033	4.1471505	14083	4.1486952	14133	4.1502344	14183	4.1517681
14034	4.1471815	14084	4.1487260	14134	4.1502651	14184	4.1517987
14035	4.1472124	14085	4.1487569	14135	4.1502958	14185	4.1518293
14036	4.1472434	14086	4.1487877	14136	4.1503265	14186	4.1518600
14037	4.1472743	14087	4.1488185	14137	4.1503573	14187	4.1518906
14038	4.1473052	14088	4.1488493	14138	4.1503880	14188	4.1519212
14039	4.1473362	14089	4.1488802	14139	4.1504187	14189	4.1519518
14040	4.1473671	14090	4.1489110	14140	4.1504494	14190	4.1519824
14041	4.1473980	14091	4.1489418	14141	4.1504801	14191	4.1520130
14042	4.1474290	14092	4.1489726	14142	4.1505108	14192	4.1520436
14043	4.1474599	14093	4.1490035	14143	4.1505415	14193	4.1520742
14044	4.1474908	14094	4.1490343	14144	4.1505722	14194	4.1521048
14045	4.1475217	14095	4.1490651	14145	4.1506030	14195	4.1521354
14046	4.1475527	14096	4.1490959	14146	4.1506337	14196	4.1521660
14047	4.1475836	14097	4.1491267	14147	4.1506644	14197	4.1521966
14048	4.1476145	14098	4.1491575	14148	4.1506951	14198	4.1522272
14049	4.1476454	14099	4.1491883	14149	4.1507257	14199	4.1522578
14050	4.1476763	14100	4.1492191	14150	4.1507564	14200	4.1522883

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
14201	4.1523189	14251	4.1538453	14301	4.1553664	14351	4.1568822
14202	4.1523495	14252	4.1538758	14302	4.1553968	14352	4.1569124
14203	4.1523801	14253	4.1539063	14303	4.1554271	14353	4.1569427
14204	4.1524107	14254	4.1539368	14304	4.1554575	14354	4.1569729
14205	4.1524412	14255	4.1539672	14305	4.1554879	14355	4.1570032
14206	4.1524718	14256	4.1539977	14306	4.1555182	14356	4.1570334
14207	4.1525024	14257	4.1540281	14307	4.1555486	14357	4.1570637
14208	4.1525329	14258	4.1540586	14308	4.1555789	14358	4.1570939
14209	4.1525635	14259	4.1540891	14309	4.1556093	14359	4.1571242
14210	4.1525941	14260	4.1541195	14310	4.1556396	14360	4.1571544
14211	4.1526246	14261	4.1541500	14311	4.1556700	14361	4.1571847
14212	4.1526552	14262	4.1541804	14312	4.1557003	14362	4.1572149
14213	4.1526858	14263	4.1542109	14313	4.1557307	14363	4.1572452
14214	4.1527163	14264	4.1542413	14314	4.1557610	14364	4.1572754
14215	4.1527469	14265	4.1542718	14315	4.1557914	14365	4.1573056
14216	4.1527774	14266	4.1543022	14316	4.1558217	14366	4.1573359
14217	4.1528080	14267	4.1543327	14317	4.1558520	14367	4.1573661
14218	4.1528385	14268	4.1543631	14318	4.1558824	14368	4.1573963
14219	4.1528691	14269	4.1543935	14319	4.1559127	14369	4.1574265
14220	4.1528996	14270	4.1544240	14320	4.1559430	14370	4.1574568
14221	4.1529301	14271	4.1544544	14321	4.1559733	14371	4.1574870
14222	4.1529607	14272	4.1544848	14322	4.1560037	14372	4.1575172
14223	4.1529912	14273	4.1545153	14323	4.1560340	14373	4.1575474
14224	4.1530217	14274	4.1545457	14324	4.1560643	14374	4.1575776
14225	4.1530523	14275	4.1545761	14325	4.1560946	14375	4.1576079
14226	4.1530828	14276	4.1546066	14326	4.1561249	14376	4.1576381
14227	4.1531133	14277	4.1546370	14327	4.1561553	14377	4.1576683
14228	4.1531439	14278	4.1546674	14328	4.1561856	14378	4.1576985
14229	4.1531744	14279	4.1546978	14329	4.1562159	14379	4.1577287
14230	4.1532049	14280	4.1547282	14330	4.1562462	14380	4.1577589
14231	4.1532354	14281	4.1547586	14331	4.1562765	14381	4.1577891
14232	4.1532659	14282	4.1547890	14332	4.1563068	14382	4.1578193
14233	4.1532964	14283	4.1548194	14333	4.1563371	14383	4.1578495
14234	4.1533270	14284	4.1548498	14334	4.1563674	14384	4.1578797
14235	4.1533575	14285	4.1548802	14335	4.1563977	14385	4.1579099
14236	4.1533880	14286	4.1549106	14336	4.1564280	14386	4.1579401
14237	4.1534185	14287	4.1549410	14337	4.1564583	14387	4.1579702
14238	4.1534490	14288	4.1549714	14338	4.1564886	14388	4.1580004
14239	4.1534795	14289	4.1550018	14339	4.1565189	14389	4.1580306
14240	4.1535100	14290	4.1550322	14340	4.1565492	14390	4.1580608
14241	4.1535405	14291	4.1550626	14341	4.1565794	14391	4.1580910
14242	4.1535710	14292	4.1550930	14342	4.1566097	14392	4.1581212
14243	4.1536015	14293	4.1551234	14343	4.1566400	14393	4.1581513
14244	4.1536320	14294	4.1551538	14344	4.1566703	14394	4.1581815
14245	4.1536625	14295	4.1551842	14345	4.1567006	14395	4.1582117
14246	4.1536929	14296	4.1552145	14346	4.1567308	14396	4.1582418
14247	4.1537234	14297	4.1552449	14347	4.1567611	14397	4.1582720
14248	4.1537539	14298	4.1552753	14348	4.1567914	14398	4.1583022
14249	4.1537844	14299	4.1553057	14349	4.1568216	14399	4.1583323
14250	4.1538149	14300	4.1553360	14350	4.1568519	14400	4.1583625

Nõb.	Logarithm.
14401	4.1583927
14402	4.1584228
14403	4.1584530
14404	4.1584831
14405	4.1585133
14406	4.1585434
14407	4.1585736
14408	4.1586037
14409	4.1586338
14410	4.1586640
14411	4.1586941
14412	4.1587243
14413	4.1587544
14414	4.1587845
14415	4.1588146
14416	4.1588448
14417	4.1588749
14418	4.1589050
14419	4.1589351
14420	4.1589653
14421	4.1589954
14422	4.1590255
14423	4.1590556
14424	4.1590857
14425	4.1591158
14426	4.1591459
14427	4.1591760
14428	4.1592061
14429	4.1592362
14430	4.1592663
14431	4.1592964
14432	4.1593265
14433	4.1593566
14434	4.1593867
14435	4.1594168
14436	4.1594469
14437	4.1594770
14438	4.1595070
14439	4.1595371
14440	4.1595672
14441	4.1595973
14442	4.1596273
14443	4.1596574
14444	4.1596875
14445	4.1597175
14446	4.1597476
14447	4.1597777
14448	4.1598077
14449	4.1598378
14450	4.1598678

Nõb.	Logarithm.
14451	4.1598979
14452	4.1599280
14453	4.1599580
14454	4.1609881
14455	4.1600181
14456	4.1600481
14457	4.1600782
14458	4.1601082
14459	4.1601383
14460	4.1601683
14461	4.1601983
14462	4.1602284
14463	4.1602584
14464	4.1602884
14465	4.1603184
14466	4.1603485
14467	4.1603785
14468	4.1604085
14469	4.1604385
14470	4.1604685
14471	4.1604985
14472	4.1605286
14473	4.1605586
14474	4.1605886
14475	4.1606186
14476	4.1606486
14477	4.1606786
14478	4.1607086
14479	4.1607386
14480	4.1607686
14481	4.1607986
14482	4.1608285
14483	4.1608585
14484	4.1608885
14485	4.1609185
14486	4.1609485
14487	4.1609785
14488	4.1610084
14489	4.1610384
14490	4.1610684
14491	4.1610984
14492	4.1611283
14493	4.1611583
14494	4.1611883
14495	4.1612182
14496	4.1612482
14497	4.1612781
14498	4.1613081
14499	4.1613380
14500	4.1613680

Nõb.	Logarithm.
14501	4.1613980
14502	4.1614279
14503	4.1614578
14504	4.1614878
14505	4.1615177
14506	4.1615477
14507	4.1615776
14508	4.1616075
14509	4.1616375
14510	4.1616674
14511	4.1616973
14512	4.1617273
14513	4.1617572
14514	4.1617871
14515	4.1618170
14516	4.1618470
14517	4.1618769
14518	4.1619068
14519	4.1619367
14520	4.1619666
14521	4.1619965
14522	4.1620264
14523	4.1620563
14524	4.1620862
14525	4.1621161
14526	4.1621460
14527	4.1621759
14528	4.1622058
14529	4.1622357
14530	4.1622656
14531	4.1622955
14532	4.1623254
14533	4.1623553
14534	4.1623852
14535	4.1624150
14536	4.1624449
14537	4.1624748
14538	4.1625047
14539	4.1625346
14540	4.1625644
14541	4.1625943
14542	4.1626241
14543	4.1626540
14544	4.1626839
14545	4.1627137
14546	4.1627436
14547	4.1627734
14548	4.1628033
14549	4.1628331
14550	4.1628630

Nõb.	Logarithm.
14551	4.1628928
14552	4.1629227
14553	4.1629525
14554	4.1629824
14555	4.1630122
14556	4.1630420
14557	4.1630719
14558	4.1631017
14559	4.1631315
14560	4.1631614
14561	4.1631912
14562	4.1632210
14563	4.1632508
14564	4.1632807
14565	4.1633105
14566	4.1633403
14567	4.1633701
14568	4.1633999
14569	4.1634297
14570	4.1634596
14571	4.1634894
14572	4.1635192
14573	4.1635490
14574	4.1635788
14575	4.1636086
14576	4.1636384
14577	4.1636682
14578	4.1636979
14579	4.1637277
14580	4.1637575
14581	4.1637873
14582	4.1638171
14583	4.1638469
14584	4.1638767
14585	4.1639064
14586	4.1639362
14587	4.1639660
14588	4.1639958
14589	4.1640255
14590	4.1640553
14591	4.1640851
14592	4.1641148
14593	4.1641446
14594	4.1641743
14595	4.1642041
14596	4.1644339
14597	4.1642636
14598	4.1642934
14599	4.1643231
14600	4.1643529

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
14601	4.1643826	14651	4.1658673	14701	4.1673469	14751	4.168821
14602	4.1644123	14652	4.1658969	14702	4.1673764	14752	4.168850
14603	4.1644421	14653	4.1659265	14703	4.1674060	14753	4.168880
14604	4.1644718	14654	4.1659562	14704	4.1674355	14754	4.168909
14605	4.1645016	14655	4.1659858	14705	4.1674650	14755	4.168939
14606	4.1645313	14656	4.1660155	14706	4.1674946	14756	4.168968
14607	4.1645610	14657	4.1660451	14707	4.1675241	14757	4.168998
14608	4.1645608	14658	4.1660747	14708	4.1675536	14758	4.169027
14609	4.1646205	14659	4.1661043	14709	4.1675831	14759	4.169056
14610	4.1646502	14660	4.1661340	14710	4.1676127	14760	4.169086
14611	4.1646799	14661	4.1661636	14711	4.1676422	14761	4.169115
14612	4.1647097	14662	4.1661932	14712	4.1676717	14762	4.169145
14613	4.1647394	14663	4.1662228	14713	4.1677012	14763	4.169174
14614	4.1647691	14664	4.1662525	14714	4.1677308	14764	4.169204
14615	4.1647988	14665	4.1662821	14715	4.1677603	14765	4.169233
14616	4.1648285	14666	4.1663117	14716	4.1677898	14766	4.169262
14617	4.1648582	14667	4.1663413	14717	4.1678193	14767	4.169292
14618	4.1648880	14668	4.1663709	14718	4.1678488	14768	4.169321
14619	4.1649177	14669	4.1664005	14719	4.1678783	14769	4.169351
14620	4.1649474	14670	4.1664301	14720	4.1679078	14770	4.169380
14621	4.1649771	14671	4.1664597	14721	4.1679373	14771	4.169409
14622	4.1650068	14672	4.1664893	14722	4.1679668	14772	4.169439
14623	4.1650365	14673	4.1665189	14723	4.1679963	14773	4.169468
14624	4.1650662	14674	4.1665485	14724	4.1680258	14774	4.169498
14625	4.1650959	14675	4.1665781	14725	4.1680553	14775	4.169527
14626	4.1651256	14676	4.1666077	14726	4.1680848	14776	4.169556
14627	4.1651553	14677	4.1666373	14727	4.1681143	14777	4.169586
14628	4.1651850	14678	4.1666669	14728	4.1681438	14778	4.169615
14629	4.1652146	14679	4.1666965	14729	4.1681733	14779	4.169645
14630	4.1652443	14680	4.1667261	14730	4.1682027	14780	4.169674
14631	4.1652740	14681	4.1667556	14731	4.1682322	14781	4.169703
14632	4.1653037	14682	4.1667852	14732	4.1682617	14782	4.169733
14633	4.1653334	14683	4.1668148	14733	4.1682912	14783	4.169761
14634	4.1653631	14684	4.1668444	14734	4.1683207	14784	4.169792
14635	4.1653927	14685	4.1668740	14735	4.1683501	14785	4.169821
14636	4.1654224	14686	4.1669035	14736	4.1683796	14786	4.169850
14637	4.1654521	14687	4.1669331	14737	4.1684091	14787	4.169880
14638	4.1654817	14688	4.1669627	14738	4.1684386	14788	4.169909
14639	4.1655114	14689	4.1669922	14739	4.1684680	14789	4.169938
14640	4.1655411	14690	4.1670218	14740	4.1684975	14790	4.169968
14641	4.1655707	14691	4.1670514	14741	4.1685269	14791	4.169997
14642	4.1656004	14692	4.1670809	14742	4.1685564	14792	4.170026
14643	4.1656301	14693	4.1671105	14743	4.1685859	14793	4.170056
14644	4.1656597	14694	4.1671400	14744	4.1686153	14794	4.170085
14645	4.1656894	14695	4.1671696	14745	4.1686448	14795	4.170114
14646	4.1657190	14696	4.1671991	14746	4.1686742	14796	4.170144
14647	4.1657487	14697	4.1672287	14747	4.1687036	14797	4.170173
14648	4.1657783	14698	4.1672582	14748	4.1687331	14798	4.170202
14649	4.1658080	14699	4.1672878	14749	4.1687626	14799	4.170232
14650	4.1658376	14700	4.1673173	14750	4.1687920	14800	4.170261

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
14801	4·1702911	14851	4·1717557	14901	4·1732154	14951	4·1746702
14802	4·1703204	14852	4·1717849	14902	4·1732446	14952	4·1746993
14803	4·1703497	14853	4·1718142	14903	4·1732737	14953	4·1747283
14804	4·1703791	14854	4·1718434	14904	4·1733028	14954	4·1747574
14805	4·1704084	14855	4·1718727	14905	4·1733320	14955	4·1747864
14806	4·1704377	14856	4·1719019	14906	4·1733611	14956	4·1748155
14807	4·1704671	14857	4·1719311	14907	4·1733903	14957	4·1748445
14808	4·1704964	14858	4·1719604	14908	4·1734194	14958	4·1748735
14809	4·1705257	14859	4·1719896	14909	4·1734485	14959	4·1749026
14810	4·1705551	14860	4·1720188	14910	4·1734776	14960	4·1749316
14811	4·1705844	14861	4·1720480	14911	4·1735068	14961	4·1749606
14812	4·1706137	14862	4·1720773	14912	4·1735359	14962	4·1749897
14813	4·1706430	14863	4·1721065	14913	4·1735650	14963	4·1750187
14814	4·1706723	14864	4·1721357	14914	4·1735941	14964	4·1750477
14815	4·1707017	14865	4·1721649	14915	4·1736233	14965	4·1750767
14816	4·1707310	14866	4·1721941	14916	4·1736524	14966	4·1751057
14817	4·1707603	14867	4·1722233	14917	4·1736815	14967	4·1751348
14818	4·1707896	14868	4·1722526	14918	4·1737106	14968	4·1751638
14819	4·1708189	14869	4·1722818	14919	4·1737397	14969	4·1751928
14820	4·1708482	14870	4·1723110	14920	4·1737688	14970	4·1752218
14821	4·1708775	14871	4·1723402	14921	4·1737979	14971	4·1752508
14822	4·1709068	14872	4·1723694	14922	4·1738270	14972	4·1752798
14823	4·1709361	14873	4·1723986	14923	4·1738561	14973	4·1753088
14824	4·1709654	14874	4·1724278	14924	4·1738852	14974	4·1753378
14825	4·1709947	14875	4·1724570	14925	4·1739143	14975	4·1753668
14826	4·1710240	14876	4·1724862	14926	4·1739434	14976	4·1753958
14827	4·1710533	14877	4·1725154	14927	4·1739725	14977	4·1754248
14828	4·1710826	14878	4·1725446	14928	4·1740016	14978	4·1754538
14829	4·1711119	14879	4·1725737	14929	4·1740307	14979	4·1754828
14830	4·1711412	14880	4·1726029	14930	4·1740598	14980	4·1755118
14831	4·1711704	14881	4·1726321	14931	4·1740889	14981	4·1755408
14832	4·1711997	14882	4·1726613	14932	4·1741180	14982	4·1755698
14833	4·1712290	14883	4·1726905	14933	4·1741471	14983	4·1755988
14834	4·1712583	14884	4·1727197	14934	4·1741761	14984	4·1756278
14835	4·1712876	14885	4·1727488	14935	4·1742052	14985	4·1756567
14836	4·1713168	14886	4·1727780	14936	4·1742343	14986	4·1756857
14837	4·1713461	14887	4·1728072	14937	4·1742634	14987	4·1757147
14838	4·1713754	14888	4·1728364	14938	4·1742925	14988	4·1757437
14839	4·1714046	14889	4·1728655	14939	4·1743215	14989	4·1757727
14840	4·1714339	14890	4·1728947	14940	4·1743506	14990	4·1758016
14841	4·1714632	14891	4·1729239	14941	4·1743797	14991	4·1758306
14842	4·1714924	14892	4·1729530	14942	4·1744087	14992	4·1758596
14843	4·1715217	14893	4·1729822	14943	4·1744378	14993	4·1758885
14844	4·1715509	14894	4·1730113	14944	4·1744669	14994	4·1759175
14845	4·1715802	14895	4·1730405	14945	4·1744959	14995	4·1759465
14846	4·1716095	14896	4·1730697	14946	4·1745250	14996	4·1759754
14847	4·1716387	14897	4·1730988	14947	4·1745540	14997	4·1760044
14848	4·1716680	14898	4·1731280	14948	4·1745831	14998	4·1760333
14849	4·1716972	14899	4·1731571	14949	4·1746121	14999	4·1760623
14850	4·1717265	14900	4·1731863	14950	4·1746412	15000	4·1760913

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
15001	4.1761202	15051	4.1775654	15101	4.1790057	15151	4.1804413
15002	4.1761492	15052	4.1775942	15102	4.1790345	15152	4.1804700
15003	4.1761781	15053	4.1776231	15103	4.1790632	15153	4.1804986
15004	4.1762071	15054	4.1776519	15104	4.1790920	15154	4.1805273
15005	4.1762360	15055	4.1776808	15105	4.1791207	15155	4.1805559
15006	4.1762649	15056	4.1777096	15106	4.1791495	15156	4.1805846
15007	4.1762939	15057	4.1777385	15107	4.1791782	15157	4.1806133
15008	4.1763228	15058	4.1777673	15108	4.1792070	15158	4.1806419
15009	4.1763518	15059	4.1777961	15109	4.1792357	15159	4.1806706
15010	4.1763807	15060	4.1778250	15110	4.1792645	15160	4.1806992
15011	4.1764096	15061	4.1778538	15111	4.1792932	15161	4.1807278
15012	4.1764386	15062	4.1778826	15112	4.1793219	15162	4.1807565
15013	4.1764675	15063	4.1779115	15113	4.1793507	15163	4.1807851
15014	4.1764964	15064	4.1779403	15114	4.1793794	15164	4.1808138
15015	4.1765253	15065	4.1779691	15115	4.1794082	15165	4.1808424
15016	4.1765543	15066	4.1779980	15116	4.1794369	15166	4.1808711
15017	4.1765832	15067	4.1780268	15117	4.1794656	15167	4.1808997
15018	4.1766121	15068	4.1780556	15118	4.1794943	15168	4.1809283
15019	4.1766410	15069	4.1780844	15119	4.1795231	15169	4.1809570
15020	4.1766699	15070	4.1781133	15120	4.1795518	15170	4.1809856
15021	4.1766988	15071	4.1781421	15121	4.1795805	15171	4.1810142
15022	4.1767278	15072	4.1781709	15122	4.1796092	15172	4.1810428
15023	4.1767567	15073	4.1781997	15123	4.1796380	15173	4.1810715
15024	4.1767856	15074	4.1782285	15124	4.1796667	15174	4.1811001
15025	4.1768145	15075	4.1782573	15125	4.1796954	15175	4.1811287
15026	4.1768434	15076	4.1782861	15126	4.1797241	15176	4.1811573
15027	4.1768723	15077	4.1783149	15127	4.1797528	15177	4.1811859
15028	4.1769012	15078	4.1783437	15128	4.1797815	15178	4.1812145
15029	4.1769301	15079	4.1783725	15129	4.1798102	15179	4.1812432
15030	4.1769590	15080	4.1784013	15130	4.1798389	15180	4.1812718
15031	4.1769879	15081	4.1784301	15131	4.1798676	15181	4.1813004
15032	4.1770168	15082	4.1784589	15132	4.1798963	15182	4.1813290
15033	4.1770457	15083	4.1784877	15133	4.1799250	15183	4.1813576
15034	4.1770745	15084	4.1785165	15134	4.1799537	15184	4.1813862
15035	4.1771034	15085	4.1785453	15135	4.1799824	15185	4.1814148
15036	4.1771323	15086	4.1785741	15136	4.1800111	15186	4.1814434
15037	4.1771612	15087	4.1786029	15137	4.1800398	15187	4.1814720
15038	4.1771901	15088	4.1786317	15138	4.1800685	15188	4.1815006
15039	4.1772190	15089	4.1786605	15139	4.1800972	15189	4.1815292
15040	4.1772478	15090	4.1786892	15140	4.1801259	15190	4.1815578
15041	4.1772767	15091	4.1787180	15141	4.1801546	15191	4.1815864
15042	4.1773056	15092	4.1787468	15142	4.1801832	15192	4.1816150
15043	4.1773345	15093	4.1787756	15143	4.1802119	15193	4.1816435
15044	4.1773633	15094	4.1788043	15144	4.1802406	15194	4.1816721
15045	4.1773922	15095	4.1788331	15145	4.1802693	15195	4.1817007
15046	4.1774211	15096	4.1788619	15146	4.1802980	15196	4.1817293
15047	4.1774499	15097	4.1788907	15147	4.1803266	15197	4.1817579
15048	4.1774788	15098	4.1789194	15148	4.1803553	15198	4.1817864
15049	4.1775076	15099	4.1789482	15149	4.1803840	15199	4.1818150
15050	4.1775365	15100	4.1789769	15150	4.1804126	15200	4.1818436

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
15201	4.1818722	15251	4.1832983	15301	4.1847198	15351	4.1861367
15202	4.1819007	15252	4.1833268	15302	4.1847482	15352	4.1861650
15203	4.1819293	15253	4.1833553	15303	4.1847766	15353	4.1861932
15204	4.1819579	15254	4.1833837	15304	4.1848050	15354	4.1862215
15205	4.1819864	15255	4.1834122	15305	4.1848333	15355	4.1862498
15206	4.1820150	15256	4.1834407	15306	4.1848617	15356	4.1862781
15207	4.1820435	15257	4.1834691	15307	4.1848901	15357	4.1863064
15208	4.1820721	15258	4.1834976	15308	4.1849185	15358	4.1863347
15209	4.1821007	15259	4.1835261	15309	4.1849468	15359	4.1863629
15210	4.1821292	15260	4.1835545	15310	4.1849752	15360	4.1863912
15211	4.1821578	15261	4.1835830	15311	4.1850036	15361	4.1864195
15212	4.1821863	15262	4.1836114	15312	4.1850319	15362	4.1864478
15213	4.1822149	15263	4.1836399	15313	4.1850603	15363	4.1864760
15214	4.1822434	15264	4.1836684	15314	4.1850886	15364	4.1865043
15215	4.1822720	15265	4.1836968	15315	4.1851170	15365	4.1865326
15216	4.1823005	15266	4.1837253	15316	4.1851454	15366	4.1865608
15217	4.1823290	15267	4.1837537	15317	4.1851737	15367	4.1865891
15218	4.1823576	15268	4.1837822	15318	4.1852021	15368	4.1866174
15219	4.1823861	15269	4.1838106	15319	4.1852304	15369	4.1866456
15220	4.1824147	15270	4.1838390	15320	4.1852588	15370	4.1866739
15221	4.1824432	15271	4.1838675	15321	4.1852871	15371	4.1867021
15222	4.1824717	15272	4.1838959	15322	4.1853155	15372	4.1867304
15223	4.1825002	15273	4.1839244	15323	4.1853438	15373	4.1867586
15224	4.1825288	15274	4.1839528	15324	4.1853721	15374	4.1867869
15225	4.1825573	15275	4.1839812	15325	4.1854005	15375	4.1868151
15226	4.1825858	15276	4.1840096	15326	4.1854288	15376	4.1868434
15227	4.1826143	15277	4.1840381	15327	4.1854572	15377	4.1868716
15228	4.1826429	15278	4.1840665	15328	4.1854855	15378	4.1868999
15229	4.1826714	15279	4.1840949	15329	4.1855138	15379	4.1869281
15230	4.1826999	15280	4.1841234	15330	4.1855422	15380	4.1869563
15231	4.1827284	15281	4.1841518	15331	4.1855705	15381	4.1869846
15232	4.1827569	15282	4.1841802	15332	4.1855988	15382	4.1870128
15233	4.1827854	15283	4.1842086	15333	4.1856271	15383	4.1870410
15234	4.1828140	15284	4.1842370	15334	4.1856555	15384	4.1870693
15235	4.1828425	15285	4.1842654	15335	4.1856838	15385	4.1870975
15236	4.1828710	15286	4.1842939	15336	4.1857121	15386	4.1871257
15237	4.1828995	15287	4.1843223	15337	4.1857404	15387	4.1871540
15238	4.1829280	15288	4.1843507	15338	4.1857687	15388	4.1871822
15239	4.1829565	15289	4.1843791	15339	4.1857970	15389	4.1872104
15240	4.1829850	15290	4.1844075	15340	4.1858254	15390	4.1872386
15241	4.1830135	15291	4.1844359	15341	4.1858537	15391	4.1872668
15242	4.1830420	15292	4.1844643	15342	4.1858820	15392	4.1872951
15243	4.1830704	15293	4.1844927	15343	4.1859103	15393	4.1873233
15244	4.1830989	15294	4.1845211	15344	4.1859386	15394	4.1873515
15245	4.1831274	15295	4.1845495	15345	4.1859669	15395	4.1873797
15246	4.1831559	15296	4.1845779	15346	4.1859952	15396	4.1874079
15247	4.1831844	15297	4.1846063	15347	4.1860235	15397	4.1874361
15248	4.1832129	15298	4.1846347	15348	4.1860518	15398	4.1874643
15249	4.1832414	15299	4.1846630	15349	4.1860801	15399	4.1874925
15250	4.1832698	15300	4.1846914	15350	4.1861084	15400	4.1875207

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
15401	4.1875489	15451	4.1889566	15501	4.1903597	15551	4.1917583
15402	4.1875771	15452	4.1889847	15502	4.1903877	15552	4.1917862
15403	4.1876053	15453	4.1890128	15503	4.1904157	15553	4.1918142
15404	4.1876335	15454	4.1890409	15504	4.1904438	15554	4.1918421
15405	4.1876617	15455	4.1890690	15505	4.1904718	15555	4.1918700
15406	4.1876899	15456	4.1890971	15506	4.1904998	15556	4.1918979
15407	4.1877181	15457	4.1891252	15507	4.1905278	15557	4.1919259
15408	4.1877463	15458	4.1891533	15508	4.1905558	15558	4.1919538
15409	4.1877745	15459	4.1891814	15509	4.1905838	15559	4.1919817
15410	4.1878026	15460	4.1892095	15510	4.1906118	15560	4.1920096
15411	4.1878308	15461	4.1892376	15511	4.1906398	15561	4.1920375
15412	4.1878590	15462	4.1892657	15512	4.1906678	15562	4.1920654
15413	4.1878872	15463	4.1892938	15513	4.1906958	15563	4.1920933
15414	4.1879154	15464	4.1893218	15514	4.1907238	15564	4.1921212
15415	4.1879435	15465	4.1893499	15515	4.1907518	15565	4.1921491
15416	4.1879717	15466	4.1893780	15516	4.1907798	15566	4.1921770
15417	4.1879999	15467	4.1894061	15517	4.1908078	15567	4.1922049
15418	4.1880280	15468	4.1894342	15518	4.1908357	15568	4.1922328
15419	4.1880562	15469	4.1894622	15519	4.1908637	15569	4.1922607
15420	4.1880844	15470	4.1894903	15520	4.1908917	15570	4.1922886
15421	4.1881125	15471	4.1895184	15521	4.1909197	15571	4.1923165
15422	4.1881407	15472	4.1895465	15522	4.1909477	15572	4.1923444
15423	4.1881689	15473	4.1895745	15523	4.1909757	15573	4.1923723
15424	4.1881970	15474	4.1896026	15524	4.1910036	15574	4.1924002
15425	4.1882252	15475	4.1896307	15525	4.1910316	15575	4.1924281
15426	4.1882533	15476	4.1896587	15526	4.1910596	15576	4.1924559
15427	4.1882815	15477	4.1896868	15527	4.1910876	15577	4.1924838
15428	4.1883096	15478	4.1897148	15528	4.1911155	15578	4.1925117
15429	4.1883378	15479	4.1897429	15529	4.1911435	15579	4.1925396
15430	4.1883659	15480	4.1897710	15530	4.1911715	15580	4.1925675
15431	4.1883941	15481	4.1897990	15531	4.1911994	15581	4.1925953
15432	4.1884222	15482	4.1898271	15532	4.1912274	15582	4.1926232
15433	4.1884504	15483	4.1898551	15533	4.1912553	15583	4.1926511
15434	4.1884785	15484	4.1898832	15534	4.1912833	15584	4.1926789
15435	4.1885066	15485	4.1899112	15535	4.1913113	15585	4.1927068
15436	4.1885348	15486	4.1899393	15536	4.1913392	15586	4.1927347
15437	4.1885629	15487	4.1899673	15537	4.1913672	15587	4.1927625
15438	4.1885910	15488	4.1899953	15538	4.1913951	15588	4.1927904
15439	4.1886192	15489	4.1900234	15539	4.1914231	15589	4.1928183
15440	4.1886473	15490	4.1900514	15540	4.1914510	15590	4.1928461
15441	4.1886754	15491	4.1900795	15541	4.1914790	15591	4.1928740
15442	4.1887035	15492	4.1901075	15542	4.1915069	15592	4.1929018
15443	4.1887317	15493	4.1901355	15543	4.1915348	15593	4.1929297
15444	4.1887598	15494	4.1901636	15544	4.1915628	15594	4.1929575
15445	4.1887879	15495	4.1901916	15545	4.1915907	15595	4.1929854
15446	4.1888160	15496	4.1902196	15546	4.1916187	15596	4.1930132
15447	4.1888441	15497	4.1902476	15547	4.1916466	15597	4.1930411
15448	4.1888723	15498	4.1902757	15548	4.1916745	15598	4.1930689
15449	4.1889004	15499	4.1903037	15549	4.1917025	15599	4.1930968
15450	4.1889285	15500	4.1903317	15550	4.1917304	15600	4.1931246

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
15601	4·1931524	15651	4·1945421	15701	4·1959273	15751	4·1973081
15602	4·1931803	15652	4·1945698	15702	4·1959550	15752	4·1973357
15603	4·1932081	15653	4·1945976	15703	4·1959826	15753	4·1973633
15604	4·1932359	15654	4·1946253	15704	4·1960103	15754	4·1973908
15605	4·1932638	15655	4·1946531	15705	4·1960379	15755	4·1974184
15606	4·1932916	15656	4·1946808	15706	4·1960656	15756	4·1974460
15607	4·1933194	15657	4·1947086	15707	4·1960932	15757	4·1974735
15608	4·1933473	15658	4·1947363	15708	4·1961209	15758	4·1975011
15609	4·1933751	15659	4·1947640	15709	4·1961485	15759	4·1975287
15610	4·1934029	15660	4·1947918	15710	4·1961762	15760	4·1975562
15611	4·1934307	15661	4·1948195	15711	4·1962038	15761	4·1975838
15612	4·1934585	15662	4·1948472	15712	4·1962315	15762	4·1976113
15613	4·1934864	15663	4·1948749	15713	4·1962591	15763	4·1976389
15614	4·1935142	15664	4·1949027	15714	4·1962867	15764	4·1976664
15615	4·1935420	15665	4·1949304	15715	4·1963144	15765	4·1976940
15616	4·1935698	15666	4·1949581	15716	4·1963420	15766	4·1977215
15617	4·1935976	15667	4·1959858	15717	4·1963697	15767	4·1977491
15618	4·1936254	15668	4·1950136	15718	4·1963973	15768	4·1977766
15619	4·1936532	15669	4·1950413	15719	4·1964249	15769	4·1978042
15620	4·1936810	15670	4·1950690	15720	4·1964525	15770	4·1978317
15621	4·1937088	15671	4·1950967	15721	4·1964802	15771	4·1978592
15622	4·1937366	15672	4·1951244	15722	4·1965078	15772	4·1978868
15623	4·1937644	15673	4·1951621	15723	4·1965354	15773	4·1979143
15624	4·1937922	15674	4·1951798	15724	4·1965630	15774	4·1979418
15625	4·1938200	15675	4·1952075	15725	4·1965907	15775	4·1979694
15626	4·1938478	15676	4·1952353	15726	4·1966183	15776	4·1979969
15627	4·1938756	15677	4·1952630	15727	4·1966459	15777	4·1980244
15628	4·1939034	15678	4·1952907	15728	4·1966735	15778	4·1980520
15629	4·1939312	15679	4·1953184	15729	4·1967011	15779	4·1980795
15630	4·1939590	15680	4·1953461	15730	4·1967287	15780	4·1981070
15631	4·1939868	15681	4·1953738	15731	4·1967563	15781	4·1981345
15632	4·1940145	15682	4·1954014	15732	4·1967839	15782	4·1981620
15633	4·1940423	15683	4·1954291	15733	4·1968115	15783	4·1981896
15634	4·1940701	15684	4·1954568	15734	4·1968391	15784	4·1982171
15635	4·1940979	15685	4·1954845	15735	4·1968667	15785	4·1982446
15636	4·1941257	15686	4·1955122	15736	4·1968943	15786	4·1982721
15637	4·1941534	15687	4·1955399	15737	4·1969219	15787	4·1982996
15638	4·1941812	15688	4·1955676	15738	4·1969495	15788	4·1983271
15639	4·1942090	15689	4·1955953	15739	4·1969771	15789	4·1983546
15640	4·1942367	15690	4·1956229	15740	4·1970047	15790	4·1983821
15641	4·1942645	15691	4·1956506	15741	4·1970323	15791	4·1984096
15642	4·1942923	15692	4·1956783	15742	4·1970599	15792	4·1984371
15643	4·1943200	15693	4·1957060	15743	4·1970875	15793	4·1984646
15644	4·1943478	15694	4·1957336	15744	4·1971151	15794	4·1984921
15645	4·1943756	15695	4·1957613	15745	4·1971427	15795	4·1985196
15646	4·1944033	15696	4·1957890	15746	4·1971702	15796	4·1985471
15647	4·1944311	15697	4·1958167	15747	4·1971978	15797	4·1985746
15648	4·1944588	15698	4·1958443	15748	4·1972254	15798	4·1986021
15649	4·1944866	15699	4·1958720	15749	4·1972530	15799	4·1986296
15650	4·1945143	15700	4·1958997	15750	4·1972806	15800	4·1986571

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
15801	4.1986846	15851	4.2000567	15901	4.2014244	15951	4.2027879
15802	4.1987121	15852	4.2000841	15902	4.2014517	15952	4.2028151
15803	4.1987395	15853	4.2001115	15903	4.2014791	15953	4.2028424
15804	4.1987670	15854	4.2001389	15904	4.2015064	15954	4.2028696
15805	4.1987945	15855	4.2001662	15905	4.2015337	15955	4.2028968
15806	4.1988220	15856	4.2001936	15906	4.2015610	15956	4.2029240
15807	4.1988495	15857	4.2002210	15907	4.2015883	15957	4.2029512
15808	4.1988769	15858	4.2002484	15908	4.2016156	15958	4.2029785
15809	4.1989044	15859	4.2002758	15909	4.2016429	15959	4.2030057
15810	4.1989319	15860	4.2003032	15910	4.2016702	15960	4.2030329
15811	4.1989593	15861	4.2003306	15911	4.2016975	15961	4.2030601
15812	4.1989868	15862	4.2003579	15912	4.2017248	15962	4.2030873
15813	4.1990143	15863	4.2003853	15913	4.2017521	15963	4.2031145
15814	4.1990417	15864	4.2004127	15914	4.2017794	15964	4.2031417
15815	4.1990692	15865	4.2004401	15915	4.2018066	15965	4.2031689
15816	4.1990967	15866	4.2004675	15916	4.2018339	15966	4.2031961
15817	4.1991241	15867	4.2004948	15917	4.2018612	15967	4.2032233
15818	4.1991516	15868	4.2005222	15918	4.2018885	15968	4.2032505
15819	4.1991790	15869	4.2005496	15919	4.2019158	15969	4.2032777
15820	4.1992065	15870	4.2005769	15920	4.2019431	15970	4.2033049
15821	4.1992339	15871	4.2006043	15921	4.2019703	15971	4.2033321
15822	4.1992614	15872	4.2006317	15922	4.2019976	15972	4.2033593
15823	4.1992888	15873	4.2006590	15923	4.2020249	15973	4.2033865
15824	4.1993163	15874	4.2006864	15924	4.2020522	15974	4.2034137
15825	4.1993437	15875	4.2007137	15925	4.2020794	15975	4.2034409
15826	4.1993712	15876	4.2007411	15926	4.2021067	15976	4.2034681
15827	4.1993986	15877	4.2007684	15927	4.2021340	15977	4.2034952
15828	4.1994260	15878	4.2007958	15928	4.2021612	15978	4.2035224
15829	4.1994535	15879	4.2008231	15929	4.2021885	15979	4.2035496
15830	4.1994809	15880	4.2008505	15930	4.2022158	15980	4.2035768
15831	4.1995083	15881	4.2008778	15931	4.2022430	15981	4.2036040
15832	4.1995358	15882	4.2009052	15932	4.2022703	15982	4.2036311
15833	4.1995632	15883	4.2009325	15933	4.2022976	15983	4.2036583
15834	4.1995906	15884	4.2009599	15934	4.2023248	15984	4.2036855
15835	4.1996181	15885	4.2009872	15935	4.2023521	15985	4.2037126
15836	4.1996455	15886	4.2010146	15936	4.2023793	15986	4.2037398
15837	4.1996729	15887	4.2010419	15937	4.2024066	15987	4.2037670
15838	4.1997003	15888	4.2010692	15938	4.2024338	15988	4.2037941
15839	4.1997278	15889	4.2010966	15939	4.2024611	15989	4.2038213
15840	4.1997552	15890	4.2011239	15940	4.2024883	15990	4.2038485
15841	4.1997826	15891	4.2011512	15941	4.2025156	15991	4.2038756
15842	4.1998100	15892	4.2011786	15942	4.2025428	15992	4.2039028
15843	4.1998374	15893	4.2012059	15943	4.2025700	15993	4.2039299
15844	4.1998648	15894	4.2012332	15944	4.2025973	15994	4.2039571
15845	4.1998922	15895	4.2012605	15945	4.2026245	15995	4.2039842
15846	4.1999197	15896	4.2012879	15946	4.2026518	15996	4.2040114
15847	4.1999471	15897	4.2013152	15947	4.2026790	15997	4.2040385
15848	4.1994745	15898	4.2013425	15948	4.2027062	15998	4.2040657
15849	4.2000019	15899	4.2013698	15949	4.2027335	15999	4.2040928
15850	4.2000293	15900	4.2013971	15950	4.2027607	16000	4.2041200

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.
16001	4.2041471
16002	4.2041743
16003	4.2042014
16004	4.2042285
16005	4.2042557
16006	4.2042828
16007	4.2043099
16008	4.2043371
16009	4.2043642
16010	4.2043913
16011	4.2044185
16012	4.2044456
16013	4.2044727
16014	4.2044998
16015	4.2045269
16016	4.2045541
16017	4.2045812
16018	4.2046083
16019	4.2046354
16020	4.2046625
16021	4.2046896
16022	4.2047167
16023	4.2047438
16024	4.2047709
16025	4.2047980
16026	4.2048251
16027	4.2048522
16028	4.2048793
16029	4.2049064
16030	4.2049335
16031	4.2049606
16032	4.2049877
16033	4.2050148
16034	4.2050419
16035	4.2050690
16036	4.2050960
16037	4.2051231
16038	4.2051502
16039	4.2051773
16040	4.2052044
16041	4.2052314
16042	4.2052585
16043	4.2052856
16044	4.2053127
16045	4.2053397
16046	4.2053668
16047	4.2053939
16048	4.2054209
16049	4.2054480
16050	4.2054750
16051	4.2055021
16052	4.2055292
16053	4.2055562
16054	4.2055833
16055	4.2056103
16056	4.2056374
16057	4.2056644
16058	4.2056915
16059	4.2057185
16060	4.2057455
16061	4.2057726
16062	4.2057996
16063	4.2058267
16064	4.2058537
16065	4.2058807
16066	4.2059078
16067	4.2059348
16068	4.2059618
16069	4.2059889
16070	4.2060159
16071	4.2060429
16072	4.2060699
16073	4.2060969
16074	4.2061240
16075	4.2061510
16076	4.2061780
16077	4.2062050
16078	4.2062320
16079	4.2062590
16080	4.2062860
16081	4.2063131
16082	4.2063401
16083	4.2063671
16084	4.2063941
16085	4.2064211
16086	4.2064481
16087	4.2064751
16088	4.2065021
16089	4.2065291
16090	4.2065560
16091	4.2065830
16092	4.2066100
16093	4.2066370
16094	4.2066640
16095	4.2066910
16096	4.2067180
16097	4.2067449
16098	4.2067719
16099	4.2067989
16100	4.2068259
16101	4.2068529
16102	4.2068798
16103	4.2069068
16104	4.2069338
16105	4.2069607
16106	4.2069877
16107	4.2070147
16108	4.2070416
16109	4.2070686
16110	4.2070955
16111	4.2071225
16112	4.2071495
16113	4.2071764
16114	4.2072034
16115	4.2072303
16116	4.2072573
16117	4.2072842
16118	4.2073112
16119	4.2073381
16120	4.2073650
16121	4.2073920
16122	4.2074189
16123	4.2074459
16124	4.2074728
16125	4.2074997
16126	4.2075267
16127	4.2075536
16128	4.2075805
16129	4.2076074
16130	4.2076344
16131	4.2076613
16132	4.2076882
16133	4.2077151
16134	4.2077421
16135	4.2077690
16136	4.2077959
16137	4.2078228
16138	4.2078497
16139	4.2078766
16140	4.2079035
16141	4.2079304
16142	4.2079573
16143	4.2079842
16144	4.2080111
16145	4.2080380
16146	4.2080649
16147	4.2080918
16148	4.2081187
16149	4.2081456
16150	4.2081725
16151	4.2081994
16152	4.2082263
16153	4.2082532
16154	4.2082801
16155	4.2083070
16156	4.2083338
16157	4.2083607
16158	4.2083876
16159	4.2084145
16160	4.2084414
16161	4.2084682
16162	4.2084951
16163	4.2085220
16164	4.2085488
16165	4.2085757
16166	4.2086026
16167	4.2086294
16168	4.2086563
16169	4.2086832
16170	4.2087100
16171	4.2087369
16172	4.2087637
16173	4.2087906
16174	4.2088174
16175	4.2088443
16176	4.2088711
16177	4.2088980
16178	4.2089248
16179	4.2089517
16180	4.2089785
16181	4.2090054
16182	4.2090322
16183	4.2090590
16184	4.2090859
16185	4.2091127
16186	4.2091395
16187	4.2091664
16188	4.2091932
16189	4.2092200
16190	4.2092468
16191	4.2092737
16192	4.2093005
16193	4.2093273
16194	4.2093541
16195	4.2093810
16196	4.2094078
16197	4.2094346
16198	4.2094614
16199	4.2094882
16200	4.2095150

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
16201	4.2095418	16251	4.2108801	16301	4.2122142	16351	4.2135445
16202	4.2095686	16252	4.2109068	16302	4.2122409	16352	4.2135709
16203	4.2095954	16253	4.2109335	16303	4.2122675	16353	4.2135974
16204	4.2096222	16254	4.2109603	16304	4.2122942	16354	4.2136240
16205	4.2096490	16255	4.2109870	16305	4.2123208	16355	4.2136505
16206	4.2096758	16256	4.2110137	16306	4.2123474	16356	4.2136771
16207	4.2097026	16257	4.2110404	16307	4.2123741	16357	4.2137037
16208	4.2097294	16258	4.2110671	16308	4.2124007	16358	4.2137302
16209	4.2097562	16259	4.2110938	16309	4.2124273	16359	4.2137568
16210	4.2097830	16260	4.2111205	16310	4.2124540	16360	4.2137833
16211	4.2098098	16261	4.2111472	16311	4.2124806	16361	4.2138098
16212	4.2098366	16262	4.2111740	16312	4.2125072	16362	4.2138364
16213	4.2098634	16263	4.2112007	16313	4.2125338	16363	4.2138629
16214	4.2098902	16264	4.2112274	16314	4.2125605	16364	4.2138895
16215	4.2099170	16265	4.2112541	16315	4.2125871	16365	4.2139160
16216	4.2099437	16266	4.2112808	16316	4.2126137	16366	4.2139425
16217	4.2099705	16267	4.2113075	16317	4.2126403	16367	4.2139691
16218	4.2099973	16268	4.2113342	16318	4.2126669	16368	4.2139956
16219	4.2100241	16269	4.2113609	16319	4.2126935	16369	4.2140221
16220	4.2100508	16270	4.2113876	16320	4.2127202	16370	4.2140487
16221	4.2100776	16271	4.2114142	16321	4.2127468	16371	4.2140752
16222	4.2101044	16272	4.2114409	16322	4.2127734	16372	4.2141017
16223	4.2101312	16273	4.2114676	16323	4.2128000	16373	4.2141283
16224	4.2101579	16274	4.2114943	16324	4.2128266	16374	4.2141548
16225	4.2101847	16275	4.2115210	16325	4.2128532	16375	4.2141813
16226	4.2102115	16276	4.2115477	16326	4.2128798	16376	4.2142078
16227	4.2102382	16277	4.2115744	16327	4.2129064	16377	4.2142343
16228	4.2102650	16278	4.2116010	16328	4.2129330	16378	4.2142609
16229	4.2102918	16279	4.2116277	16329	4.2129596	16379	4.2142874
16230	4.2103185	16280	4.2116544	16330	4.2129862	16380	4.2143139
16231	4.2103453	16281	4.2116811	16331	4.2130128	16381	4.2143404
16232	4.2103720	16282	4.2117078	16332	4.2130394	16382	4.2143669
16233	4.2103988	16283	4.2117344	16333	4.2130660	16383	4.2143934
16234	4.2104255	16284	4.2117611	16334	4.2130926	16384	4.2144199
16235	4.2104523	16285	4.2117878	16335	4.2131191	16385	4.2144464
16236	4.2104790	16286	4.2118144	16336	4.2131457	16386	4.2144730
16237	4.2105058	16287	4.2118411	16337	4.2131723	16387	4.2144995
16238	4.2105325	16288	4.2118678	16338	4.2131989	16388	4.2145260
16239	4.2105593	16289	4.2118944	16339	4.2132255	16389	4.2145525
16240	4.2105860	16290	4.2119211	16340	4.2132521	16390	4.2145790
16241	4.2106128	16291	4.2119477	16341	4.2132786	16391	4.2146055
16242	4.2106395	16292	4.2119744	16342	4.2133052	16392	4.2146319
16243	4.2106662	16293	4.2120011	16343	4.2133318	16393	4.2146584
16244	4.2106930	16294	4.2120277	16344	4.2133584	16394	4.2146849
16245	4.2107197	16295	4.2120544	16345	4.2133849	16395	4.2147114
16246	4.2107464	16296	4.2120810	16346	4.2134115	16396	4.2147379
16247	4.2107732	16297	4.2121077	16347	4.2134381	16397	4.2147644
16248	4.2107999	16298	4.2121343	16348	4.2134646	16398	4.2147909
16249	4.2108266	16299	4.2121610	16349	4.2134912	16399	4.2148174
16250	4.2108534	16300	4.2121876	16350	4.2135178	16400	4.2148438

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
16401	4.2148703	16451	4.2161923	16501	4.2175103	16551	4.2188243
16402	4.2148968	16452	4.2162187	16502	4.2175366	16552	4.2188505
16403	4.2149233	16453	4.2162451	16503	4.2175629	16553	4.2188767
16404	4.2149498	16454	4.2162715	16504	4.2175892	16554	4.2189030
16405	4.2149762	16455	4.2162979	16505	4.2176155	16555	4.2189292
16406	4.2150027	16456	4.2163243	16506	4.2176418	16556	4.2189554
16407	4.2150292	16457	4.2163507	16507	4.2176682	16557	4.2189816
16408	4.2150556	16458	4.2163771	16508	4.2176945	16558	4.2190079
16409	4.2150821	16459	4.2164034	16509	4.2177208	16559	4.2190341
16410	4.2151086	16460	4.2164298	16510	4.2177471	16560	4.2190603
16411	4.2151350	16461	4.2164562	16511	4.2177734	16561	4.2190866
16412	4.2151615	16462	4.2164826	16512	4.2177997	16562	4.2191128
16413	4.2151880	16463	4.2165090	16513	4.2178260	16563	4.2191390
16414	4.2152144	16464	4.2165354	16514	4.2178523	16564	4.2191652
16415	4.2152409	16465	4.2165617	16515	4.2178786	16565	4.2191914
16416	4.2152673	16466	4.2165881	16516	4.2179049	16566	4.2192177
16417	4.2152938	16467	4.2166145	16517	4.2179312	16567	4.2192439
16418	4.2153203	16468	4.2166409	16518	4.2179575	16568	4.2192701
16419	4.2153467	16469	4.2166672	16519	4.2179838	16569	4.2192963
16420	4.2153732	16470	4.2166936	16520	4.2180100	16570	4.2193225
16421	4.2153996	16471	4.2167200	16521	4.2180363	16571	4.2193487
16422	4.2154260	16472	4.2167463	16522	4.2180626	16572	4.2193749
16423	4.2154525	16473	4.2167727	16523	4.2180889	16573	4.2194011
16424	4.2154789	16474	4.2167991	16524	4.2181152	16574	4.2194273
16425	4.2155054	16475	4.2168254	16525	4.2181415	16575	4.2194535
16426	4.2155318	16476	4.2168518	16526	4.2181677	16576	4.2194797
16427	4.2155583	16477	4.2168781	16527	4.2181940	16577	4.2195059
16428	4.2155847	16478	4.2169045	16528	4.2182203	16578	4.2195321
16429	4.2156111	16479	4.2169309	16529	4.2182466	16579	4.2195583
16430	4.2156376	16480	4.2169572	16530	4.2182729	16580	4.2195845
16431	4.2156640	16481	4.2169836	16531	4.2182991	16581	4.2196107
16432	4.2156904	16482	4.2170099	16532	4.2183254	16582	4.2196369
16433	4.2157169	16483	4.2170363	16533	4.2183517	16583	4.2196631
16434	4.2157433	16484	4.2170626	16534	4.2183779	16584	4.2196893
16435	4.2157697	16485	4.2170890	16535	4.2184042	16585	4.2197155
16436	4.2157961	16486	4.2171153	16536	4.2184305	16586	4.2197417
16437	4.2158226	16487	4.2171416	16537	4.2184567	16587	4.2197678
16438	4.2158490	16488	4.2171680	16538	4.2184830	16588	4.2197940
16439	4.2158754	16489	4.2171943	16539	4.2185092	16589	4.2198202
16440	4.2159018	16490	4.2172207	16540	4.2185355	16590	4.2198464
16441	4.2159282	16491	4.2172470	16541	4.2185618	16591	4.2198726
16442	4.2159546	16492	4.2172733	16542	4.2185880	16592	4.2198987
16443	4.2159811	16493	4.2172997	16543	4.2186143	16593	4.2199249
16444	4.2160075	16494	4.2173260	16544	4.2186405	16594	4.2199511
16445	4.2160339	16495	4.2173523	16545	4.2186668	16595	4.2199773
16446	4.2160603	16496	4.2173786	16546	4.2186930	16596	4.2200034
16447	4.2160867	16497	4.2174050	16547	4.2187193	16597	4.2200296
16448	4.2161131	16498	4.2174313	16548	4.2187455	16598	4.2200558
16449	4.2161395	16499	4.2174576	16549	4.2187718	16599	4.2200819
16450	4.2161659	16500	4.2174839	16550	4.2187980	16600	4.2201081

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
16601	4.2201342	16651	4.2214403	16701	4.2227425	16751	4.2240407
16602	4.2201604	16652	4.2214664	16702	4.2227685	16752	4.2240667
16603	4.2201866	16653	4.2214925	16703	4.2227945	16753	4.2240926
16604	4.2202127	16654	4.2215186	16704	4.2228205	16754	4.2241185
16605	4.2202389	16655	4.2215446	16705	4.2228465	16755	4.2241444
16606	4.2202650	16656	4.2215707	16706	4.2228725	16756	4.2241704
16607	4.2202912	16657	4.2215968	16707	4.2228985	16757	4.2241963
16608	4.2203173	16658	4.2216228	16708	4.2229245	16758	4.2242222
16609	4.2203435	16659	4.2216489	16709	4.2229505	16759	4.2242481
16610	4.2203696	16660	4.2216750	16710	4.2229764	16760	4.2242740
16611	4.2203958	16661	4.2217011	16711	4.2230024	16761	4.2242999
16612	4.2204219	16662	4.2217271	16712	4.2230284	16762	4.2243258
16613	4.2204481	16663	4.2217532	16713	4.2230544	16763	4.2243517
16614	4.2204742	16664	4.2217793	16714	4.2230804	16764	4.2243777
16615	4.2205003	16665	4.2218053	16715	4.2231064	16765	4.2244036
16616	4.2205265	16666	4.2218314	16716	4.2231324	16766	4.2244295
16617	4.2205526	16667	4.2218574	16717	4.2231583	16767	4.2244554
16618	4.2205788	16668	4.2218835	16718	4.2231843	16768	4.2244813
16619	4.2206049	16669	4.2219095	16719	4.2232103	16769	4.2245072
16620	4.2206310	16670	4.2219356	16720	4.2232363	16770	4.2245331
16621	4.2206571	16671	4.2219617	16721	4.2232622	16771	4.2245590
16622	4.2206833	16672	4.2219877	16722	4.2232882	16772	4.2245849
16623	4.2207094	16673	4.2220138	16723	4.2233142	16773	4.2246107
16624	4.2207355	16674	4.2220398	16724	4.2233402	16774	4.2246366
16625	4.2207617	16675	4.2220658	16725	4.2233661	16775	4.2246625
16626	4.2207878	16676	4.2220919	16726	4.2233921	16776	4.2246884
16627	4.2208139	16677	4.2221179	16727	4.2234181	16777	4.2247143
16628	4.2208400	16678	4.2221440	16728	4.2234440	16778	4.2247402
16629	4.2208661	16679	4.2221700	16729	4.2234700	16779	4.2247661
16630	4.2208922	16680	4.2221960	16730	4.2234959	16780	4.2247920
16631	4.2209184	16681	4.2222221	16731	4.2235219	16781	4.2248178
16632	4.2209445	16682	4.2222481	16732	4.2235479	16782	4.2248437
16633	4.2209706	16683	4.2222741	16733	4.2235738	16783	4.2248696
16634	4.2209967	16684	4.2223002	16734	4.2235998	16784	4.2248955
16635	4.2210228	16685	4.2223262	16735	4.2236257	16785	4.2249213
16636	4.2210489	16686	4.2223522	16736	4.2236517	16786	4.2249472
16637	4.2210750	16687	4.2223783	16737	4.2236776	16787	4.2249731
16638	4.2211011	16688	4.2224043	16738	4.2237036	16788	4.2249990
16639	4.2211272	16689	4.2224303	16739	4.2237295	16789	4.2250248
16640	4.2211533	16690	4.2224563	16740	4.2237555	16790	4.2250507
16641	4.2211794	16691	4.2224824	16741	4.2237814	16791	4.2250766
16642	4.2212055	16692	4.2225084	16742	4.2238073	16792	4.2251024
16643	4.2212316	16693	4.2225344	16743	4.2238333	16793	4.2251283
16644	4.2212577	16694	4.2225604	16744	4.2238592	16794	4.2251541
16645	4.2212838	16695	4.2225864	16745	4.2238852	16795	4.2251800
16646	4.2213099	16696	4.2226124	16746	4.2239111	16796	4.2252059
16647	4.2213360	16697	4.2226384	16747	4.2239370	16797	4.2252317
16648	4.2213621	16698	4.2226645	16748	4.2239630	16798	4.2252576
16649	4.2213882	16699	4.2226905	16749	4.2239889	16799	4.2252834
16650	4.2214142	16700	4.2227165	16750	4.2240148	16800	4.2253093

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõbi	Logarithm.
16801	4.2253351	16851	4.2266257	16901	4.2279124	16951	4.2291953
16802	4.2253610	16852	4.2266515	16902	4.2279381	16952	4.2292209
16803	4.2253868	16853	4.2266772	16903	4.2279638	16953	4.2292466
16804	4.2254127	16854	4.2267030	16904	4.2279895	16954	4.2292722
16805	4.2254385	16855	4.2267288	16905	4.2280152	16955	4.2292978
16806	4.2254644	16856	4.2267545	16906	4.2280409	16956	4.2293234
16807	4.2254902	16857	4.2267803	16907	4.2280666	16957	4.2293490
16808	4.2255160	16858	4.2268060	16908	4.2280922	16958	4.2293746
16809	4.2255419	16859	4.2268318	16909	4.2281179	16959	4.2294002
16810	4.2255677	16860	4.2268576	16910	4.2281436	16960	4.2294258
16811	4.2255935	16861	4.2268833	16911	4.2281693	16961	4.2294515
16812	4.2256194	16862	4.2269091	16912	4.2281950	16962	4.2294771
16813	4.2256452	16863	4.2269348	16913	4.2282206	16963	4.2295027
16814	4.2256710	16864	4.2269606	16914	4.2282463	16964	4.2295283
16815	4.2256969	16865	4.2269863	16915	4.2282720	16965	4.2295539
16816	4.2257227	16866	4.2270121	16916	4.2282977	16966	4.2295795
16817	4.2257485	16867	4.2270378	16917	4.2283233	16967	4.2296051
16818	4.2257743	16868	4.2270636	16918	4.2283490	16968	4.2296307
16819	4.2258002	16869	4.2270893	16919	4.2283747	16969	4.2296562
16820	4.2258260	16870	4.2271151	16920	4.2284004	16970	4.2296818
16821	4.2258518	16871	4.2271408	16921	4.2284260	16971	4.2297074
16822	4.2258776	16872	4.2271666	16922	4.2284517	16972	4.2297330
16823	4.2259034	16873	4.2271923	16923	4.2284773	16973	4.2297586
16824	4.2259293	16874	4.2272180	16924	4.2285030	16974	4.2297842
16825	4.2259551	16875	4.2272438	16925	4.2285287	16975	4.2298098
16826	4.2259809	16876	4.2272695	16926	4.2285543	16976	4.2298354
16827	4.2260067	16877	4.2272953	16927	4.2285800	16977	4.2298609
16828	4.2260325	16878	4.2273210	16928	4.2286057	16978	4.2298865
16829	4.2260583	16879	4.2273467	16929	4.2286313	16979	4.2299121
16830	4.2260841	16880	4.2273724	16930	4.2286570	16980	4.2299377
16831	4.2261099	16881	4.2273982	16931	4.2286826	16981	4.2299633
16832	4.2261357	16882	4.2274240	16932	4.2287083	16982	4.2299888
16833	4.2261615	16883	4.2274496	16933	4.2287339	16983	4.2300144
16834	4.2261873	16884	4.2274753	16934	4.2287596	16984	4.2300400
16835	4.2262131	16885	4.2275011	16935	4.2287852	16985	4.2300656
16836	4.2262389	16886	4.2275268	16936	4.2288108	16986	4.2300911
16837	4.2262647	16887	4.2275525	16937	4.2288365	16987	4.2301167
16838	4.2262905	16888	4.2275782	16938	4.2288621	16988	4.2301423
16839	4.2263163	16889	4.2276039	16939	4.2288878	16989	4.2301678
16840	4.2263421	16890	4.2276296	16940	4.2289134	16990	4.2301934
16841	4.2263679	16891	4.2276554	16941	4.2289390	16991	4.2302189
16842	4.2263937	16892	4.2276811	16942	4.2289647	16992	4.2302445
16843	4.2264194	16893	4.2277068	16943	4.2289903	16993	4.2302701
16844	4.2264452	16894	4.2277325	16944	4.2290159	16994	4.2302956
16845	4.2264710	16895	4.2277582	16945	4.2290416	16995	4.2303212
16846	4.2264968	16896	4.2277839	16946	4.2290672	16996	4.2303467
16847	4.2265226	16897	4.2278096	16947	4.2290928	16997	4.2303723
16848	4.2265484	16898	4.2278353	16948	4.2291185	16998	4.2303978
16849	4.2265741	16899	4.2278610	16949	4.2291441	16999	4.2304234
16850	4.2265999	16900	4.2278867	16950	4.2291697	17000	4.2304489

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
17001	4.2304745	17051	4.2317499	17101	4.2330215	17151	4.2342894
17002	4.2305000	17052	4.2317753	17102	4.2330469	17152	4.2343148
17003	4.2305256	17053	4.2318008	17103	4.2330723	17153	4.2343401
17004	4.2305511	17054	4.2318263	17104	4.2330977	17154	4.2343654
17005	4.2305766	17055	4.2318517	17105	4.2331231	17155	4.2343907
17006	4.2306022	17056	4.2318772	17106	4.2331485	17156	4.2344160
17007	4.2306277	17057	4.2319026	17107	4.2331739	17157	4.2344414
17008	4.2306532	17058	4.2319281	17108	4.2331992	17158	4.2344667
17009	4.2306788	17059	4.2319536	17109	4.2332246	17159	4.2344920
17010	4.2307043	17060	4.2319790	17110	4.2332500	17160	4.2345173
17011	4.2307298	17061	4.2320045	17111	4.2332754	17161	4.2345426
17012	4.2307554	17062	4.2320299	17112	4.2333008	17162	4.2345679
17013	4.2307809	17063	4.2320554	17113	4.2333262	17163	4.2345932
17014	4.2308064	17064	4.2320808	17114	4.2333515	17164	4.2346185
17015	4.2308320	17065	4.2321063	17115	4.2333769	17165	4.2346438
17016	4.2308575	17066	4.2321317	17116	4.2334023	17166	4.2346691
17017	4.2308830	17067	4.2321572	17117	4.2334277	17167	4.2346944
17018	4.2309085	17068	4.2321826	17118	4.2334530	17168	4.2347197
17019	4.2309340	17069	4.2322081	17119	4.2334784	17169	4.2347450
17020	4.2309696	17070	4.2322335	17120	4.2335038	17170	4.2347703
17021	4.2309851	17071	4.2322590	17121	4.2335291	17171	4.2347956
17022	4.2310106	17072	4.2322844	17122	4.2335545	17172	4.2348209
17023	4.2310361	17073	4.2323098	17123	4.2335799	17173	4.2348462
17024	4.2310616	17074	4.2323353	17124	4.2336052	17174	4.2348715
17025	4.2310871	17075	4.2323607	17125	4.2336306	17175	4.2348967
17026	4.2311126	17076	4.2323861	17126	4.2336559	17176	4.2349220
17027	4.2311381	17077	4.2324116	17127	4.2336813	17177	4.2349473
17028	4.2311636	17078	4.2324370	17128	4.2337067	17178	4.2349726
17029	4.2311891	17079	4.2324624	17129	4.2337320	17179	4.2349979
17030	4.2312146	17080	4.2324879	17130	4.2337574	17180	4.2350232
17031	4.2312401	17081	4.2325133	17131	4.2337827	17181	4.2350484
17032	4.2312656	17082	4.2325387	17132	4.2338081	17182	4.2350737
17033	4.2312911	17083	4.2325641	17133	4.2338334	17183	4.2350990
17034	4.2313166	17084	4.2325896	17134	4.2338588	17184	4.2351243
17035	4.2313421	17085	4.2326150	17135	4.2338841	17185	4.2351495
17036	4.2313676	17086	4.2326404	17136	4.2339095	17186	4.2351748
17037	4.2313931	17087	4.2326658	17137	4.2339348	17187	4.2352001
17038	4.2314186	17088	4.2326912	17138	4.2339601	17188	4.2352253
17039	4.2314441	17089	4.2327166	17139	4.2339855	17189	4.2352506
17040	4.2314696	17090	4.2327421	17140	4.2340108	17190	4.2352759
17041	4.2314951	17091	4.2327675	17141	4.2340362	17191	4.2353011
17042	4.2315206	17092	4.2327929	17142	4.2340615	17192	4.2353264
17043	4.2315460	17093	4.2328183	17143	4.2340868	17193	4.2353517
17044	4.2315715	17094	4.2328437	17144	4.2341122	17194	4.2353769
17045	4.2315970	17095	4.2328691	17145	4.2341375	17195	4.2354022
17046	4.2316225	17096	4.2328945	17146	4.2341628	17196	4.2354274
17047	4.2316480	17097	4.2329199	17147	4.2341881	17197	4.2354527
17048	4.2316734	17098	4.2329453	17148	4.2342135	17198	4.2354779
17049	4.2316989	17099	4.2329707	17149	4.2342388	17199	4.2355032
17050	4.2317243	17100	4.2329961	17150	4.2342641	17200	4.2355284

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
17201	4.2355537	17251	4.2368143	17301	4.2380712	17351	4.2393245
17202	4.2355789	17252	4.2368394	17302	4.2380963	17352	4.2393495
17203	4.2356042	17253	4.2368646	17303	4.2381214	17353	4.2393746
17204	4.2356294	17254	4.2368898	17304	4.2381465	17354	4.2393996
17205	4.2356547	17255	4.2369150	17305	4.2381716	17355	4.2394246
17206	4.2356799	17256	4.2369401	17306	4.2381967	17356	4.2394496
17207	4.2357052	17257	4.2369653	17307	4.2382218	17357	4.2394747
17208	4.2357304	17258	4.2369905	17308	4.2382469	17358	4.2394997
17209	4.2357556	17259	4.2370156	17309	4.2382720	17359	4.2395247
17210	4.2357809	17260	4.2370408	17310	4.2382971	17360	4.2395497
17211	4.2358061	17261	4.2370660	17311	4.2383222	17361	4.2395747
17212	4.2358313	17262	4.2370911	17312	4.2383472	17362	4.2395998
17213	4.2358566	17263	4.2371163	17313	4.2383723	17363	4.2396248
17214	4.2358818	17264	4.2371414	17314	4.2383974	17364	4.2396498
17215	4.2359070	17265	4.2371666	17315	4.2384225	17365	4.2396748
17216	4.2359323	17266	4.2371917	17316	4.2384476	17366	4.2396998
17217	4.2359575	17267	4.2372169	17317	4.2384727	17367	4.2397248
17218	4.2359827	17268	4.2372420	17318	4.2384977	17368	4.2397498
17219	4.2360079	17269	4.2372672	17319	4.2385228	17369	4.2397848
17220	4.2360331	17270	4.2372923	17320	4.2385479	17370	4.2397998
17221	4.2360584	17271	4.2373175	17321	4.2385730	17371	4.2398248
17222	4.2360836	17272	4.2373426	17322	4.2385980	17372	4.2398498
17223	4.2361088	17273	4.2373678	17323	4.2386231	17373	4.2398748
17224	4.2361340	17274	4.2373929	17324	4.2386482	17374	4.2398998
17225	4.2361592	17275	4.2374181	17325	4.2386732	17375	4.2399248
17226	4.2361844	17276	4.2374432	17326	4.2386983	17376	4.2399498
17227	4.2362097	17277	4.2374683	17327	4.2387234	17377	4.2399748
17228	4.2362349	17278	4.2374935	17328	4.2387484	17378	4.2399998
17229	4.2362601	17279	4.2375186	17329	4.2387735	17379	4.2400248
17230	4.2362853	17280	4.2375437	17330	4.2387986	17380	4.2400498
17231	4.2363105	17281	4.2375689	17331	4.2388236	17381	4.2400748
17232	4.2363357	17282	4.2375940	17332	4.2388487	17382	4.2400997
17233	4.2363609	17283	4.2376191	17333	4.2388737	17383	4.2401247
17234	4.2363861	17284	4.2376443	17334	4.2388988	17384	4.2401497
17235	4.2364113	17285	4.2376694	17335	4.2389238	17385	4.2401747
17236	4.2364365	17286	4.2376945	17336	4.2389489	17386	4.2401997
17237	4.2364617	17287	4.2377196	17337	4.2389739	17387	4.2402247
17238	4.2364869	17288	4.2377448	17338	4.2389990	17388	4.2402496
17239	4.2365121	17289	4.2377699	17339	4.2390240	17389	4.2402746
17240	4.2365373	17290	4.2377950	17340	4.2390491	17390	4.2402996
17241	4.2365625	17291	4.2378201	17341	4.2390741	17391	4.2403246
17242	4.2365876	17292	4.2378452	17342	4.2390992	17392	4.2403495
17243	4.2366128	17293	4.2378703	17343	4.2391242	17393	4.2403745
17244	4.2366380	17294	4.2378955	17344	4.2391493	17394	4.2403995
17245	4.2366632	17295	4.2379206	17345	4.2391743	17395	4.2404244
17246	4.2366884	17296	4.2379457	17346	4.2391993	17396	4.2404494
17247	4.2367136	17297	4.2379708	17347	4.2392244	17397	4.2404744
17248	4.2367387	17298	4.2379959	17348	4.2392494	17398	4.2404993
17249	4.2367639	17299	4.2380210	17349	4.2392744	17399	4.2405243
17250	4.2367891	17300	4.2380461	17350	4.2392995	17400	4.2405492

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
17401	4·2405742	17451	4·2418203	17501	4·2430629	17551	4·2443019
17402	4·2405992	17452	4·2418452	17502	4·2430877	17552	4·2443266
17403	4·2406241	17453	4·2418701	17503	4·2431125	17553	4·2443514
17404	4·2406491	17454	4·2418950	17504	4·2431373	17554	4·2443761
17405	4·2406740	17455	4·2419199	17505	4·2431621	17555	4·2444008
17406	4·2406990	17456	4·2419447	17506	4·2431869	17556	4·2444256
17407	4·2407239	17457	4·2419696	17507	4·2432117	17557	4·2444503
17408	4·2407489	17458	4·2419945	17508	4·2432365	17558	4·2444750
17409	4·2407738	17459	4·2420194	17509	4·2432623	17559	4·2444998
17410	4·2407988	17460	4·2420442	17510	4·2432861	17560	4·2445245
17411	4·2408237	17461	4·2420691	17511	4·2433109	17561	4·2445492
17412	4·2408487	17462	4·2420940	17512	4·2433357	17562	4·2445740
17413	4·2408736	17463	4·2421189	17513	4·2433605	17563	4·2445987
17414	4·2408985	17464	4·2421437	17514	4·2433853	17564	4·2446234
17415	4·2409235	17465	4·2421686	17515	4·2434101	17565	4·2446482
17416	4·2409484	17466	4·2421935	17516	4·2434349	17566	4·2446729
17417	4·2409734	17467	4·2422183	17517	4·2434597	17567	4·2446976
17418	4·2409983	17468	4·2422432	17518	4·2434845	17568	4·2447223
17419	4·2410232	17469	4·2422680	17519	4·2435093	17569	4·2447470
17420	4·2410482	17470	4·2422929	17520	4·2435341	17570	4·2447718
17421	4·2410731	17471	4·2423178	17521	4·2435589	17571	4·2447965
17422	4·2410980	17472	4·2423426	17522	4·2435837	17572	4·2448212
17423	4·2411229	17473	4·2423675	17523	4·2436085	17573	4·2448459
17424	4·2411479	17474	4·2423923	17524	4·2436332	17574	4·2448706
17425	4·2411728	17475	4·2424172	17525	4·2436580	17575	4·2448953
17426	4·2411977	17476	4·2424420	17526	4·2436828	17576	4·2449200
17427	4·2412226	17477	4·2424669	17527	4·2437076	17577	4·2449448
17428	4·2412476	17478	4·2424917	17528	4·2437324	17578	4·2449695
17429	4·2412725	17479	4·2425166	17529	4·2437571	17579	4·2449942
17430	4·2412974	17480	4·2425414	17530	4·2437819	17580	4·2450189
17431	4·2413223	17481	4·2425663	17531	4·2438067	17581	4·2450436
17432	4·2413472	17482	4·2425911	17532	4·2438315	17582	4·2450683
17433	4·2413721	17483	4·2426160	17533	4·2438562	17583	4·2450930
17434	4·2413970	17484	4·2426408	17534	4·2438810	17584	4·2451177
17435	4·2414220	17485	4·2426656	17535	4·2439058	17585	4·2451424
17436	4·2414469	17486	4·2426905	17536	4·2439306	17586	4·2451671
17437	4·2414718	17487	4·2427153	17537	4·2439553	17587	4·2451918
17438	4·2414967	17488	4·2427401	17538	4·2439801	17588	4·2452165
17439	4·2415216	17489	4·2427650	17539	4·2440048	17589	4·2452411
17440	4·2415465	17490	4·2427898	17540	4·2440296	17590	4·2452658
17441	4·2415714	17491	4·2428146	17541	4·2440543	17591	4·2452905
17442	4·2415963	17492	4·2428395	17542	4·2440791	17592	4·2453152
17443	4·2416212	17493	4·2428643	17543	4·2441039	17593	4·2453399
17444	4·2416461	17494	4·2428891	17544	4·2441286	17594	4·2453646
17445	4·2416710	17495	4·2429139	17545	4·2441534	17595	4·2453895
17446	4·2416959	17496	4·2429388	17546	4·2441781	17596	4·2454140
17447	4·2417208	17497	4·2429636	17547	4·2442029	17597	4·2454386
17448	4·2417457	17498	4·2429884	17548	4·2442276	17598	4·2454633
17449	4·2417705	17499	4·2430132	17549	4·2442524	17599	4·2454880
17450	4·2417954	17500	4·2430380	17550	4·2442771	17600	4·2455127

SCD LYON 1

Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.	Nób.	Logarithm.
17601	4.2455373	17651	4.2467693	17701	4.2479978	17751	4.2492228
17602	4.2455620	17652	4.2467939	17702	4.2480223	17752	4.2492473
17603	4.2455867	17653	4.2468185	17703	4.2480469	17753	4.2492718
17604	4.2456114	17654	4.2468431	17704	4.2480714	17754	4.2492962
17605	4.2456360	17655	4.2468677	17705	4.2480959	17755	4.2493207
17606	4.2456607	17656	4.2468923	17706	4.2481205	17756	4.2493451
17607	4.2456854	17657	4.2469169	17707	4.2481450	17757	4.2493696
17608	4.2457100	17658	4.2469415	17708	4.2481695	17758	4.2493941
17609	4.2457347	17659	4.2469661	17709	4.2481940	17759	4.2494185
17610	4.2457594	17660	4.2469907	17710	4.2482186	17760	4.2494430
17611	4.2457840	17661	4.2470153	17711	4.2482431	17761	4.2494674
17612	4.2458087	17662	4.2470399	17712	4.2482676	17762	4.2494919
17613	4.2458333	17663	4.2470645	17713	4.2482921	17763	4.2495163
17614	4.2458580	17664	4.2470891	17714	4.2483166	17764	4.2495408
17615	4.2458826	17665	4.2471136	17715	4.2483312	17765	4.2495652
17616	4.2459073	17666	4.2471382	17716	4.2483657	17766	4.2495897
17617	4.2459320	17667	4.2471628	17717	4.2483902	17767	4.2496141
17618	4.2459566	17668	4.2471874	17718	4.2484147	17768	4.2496385
17619	4.2459813	17669	4.2472120	17719	4.2484392	17769	4.2496630
17620	4.2460059	17670	4.2472365	17720	4.2484637	17770	4.2496874
17621	4.2460306	17671	4.2472611	17721	4.2484882	17771	4.2497119
17622	4.2460552	17672	4.2472857	17722	4.2485127	17772	4.2497363
17623	4.2460798	17673	4.2473103	17723	4.2485372	17773	4.2497607
17624	4.2461045	17674	4.2473349	17724	4.2485617	17774	4.2497852
17625	4.2461291	17675	4.2473594	17725	4.2485862	17775	4.2498096
17626	4.2461538	17676	4.2473840	17726	4.2486107	17776	4.2498340
17627	4.2461784	17677	4.2474086	17727	4.2486352	17777	4.2498585
17628	4.2462030	17678	4.2474331	17728	4.2486597	17778	4.2498829
17629	4.2462277	17679	4.2474577	17729	4.2486842	17779	4.2499073
17630	4.2462523	17680	4.2474823	17730	4.2487087	17780	4.2499318
17631	4.2462769	17681	4.2475068	17731	4.2487332	17781	4.2499562
17632	4.2463016	17682	4.2475314	17732	4.2487577	17782	4.2499806
17633	4.2463263	17683	4.2475559	17733	4.2487822	17783	4.2500050
17634	4.2463508	17684	4.2475805	17734	4.2488067	17784	4.2500294
17635	4.2463755	17685	4.2476051	17735	4.2488312	17785	4.2500539
17636	4.2464001	17686	4.2476296	17736	4.2488557	17786	4.2500783
17637	4.2464247	17687	4.2476542	17737	4.2488802	17787	4.2501027
17638	4.2464493	17688	4.2476787	17738	4.2489047	17788	4.2501271
17639	4.2464740	17689	4.2477033	17739	4.2489291	17789	4.2501515
17640	4.2464986	17690	4.2477278	17740	4.2489536	17790	4.2501759
17641	4.2465232	17691	4.2477524	17741	4.2489781	17791	4.2502004
17642	4.2465478	17692	4.2477769	17742	4.2490026	17792	4.2502248
17643	4.2465724	17693	4.2478015	17743	4.2490271	17793	4.2502492
17644	4.2465970	17694	4.2478260	17744	4.2490515	17794	4.2502736
17645	4.2466217	17695	4.2478506	17745	4.2490760	17795	4.2502980
17646	4.2466463	17696	4.2478751	17746	4.2491005	17796	4.2503224
17647	4.2466709	17697	4.2478997	17747	4.2491249	17797	4.2503468
17648	4.2466955	17698	4.2479242	17748	4.2491494	17798	4.2503712
17649	4.2467201	17699	4.2479487	17749	4.2491739	17799	4.2503956
17650	4.2467447	17700	4.2479733	17750	4.2491984	17800	4.2504200

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
17801	4.2504444	17851	4.2516626	17901	4.2528773	17951	4.2540886
17802	4.2504688	17852	4.2516869	17902	4.2529016	17952	4.2541128
17803	4.2504932	17853	4.2517112	17903	4.2529258	17953	4.2541370
17804	4.2505176	17854	4.2517355	17904	4.2529501	17954	4.2541612
17805	4.2505420	17855	4.2517599	17905	4.2529743	17955	4.2541854
17806	4.2505664	17856	4.2517842	17906	4.2529986	17956	4.2542096
17807	4.2505908	17857	4.2518085	17907	4.2530228	17957	4.2542338
17808	4.2506151	17858	4.2518328	17908	4.2530471	17958	4.2542580
17809	4.2506395	17859	4.2518571	17909	4.2530713	17959	4.2542822
17810	4.2506639	17860	4.2518815	17910	4.2530956	17960	4.2543063
17811	4.2506883	17861	4.2519058	17911	4.2531198	17961	4.2543305
17812	4.2507127	17862	4.2519301	17912	4.2531441	17962	4.2543547
17813	4.2507371	17863	4.2519544	17913	4.2531683	17963	4.2543789
17814	4.2507614	17864	4.2519787	17914	4.2531926	17964	4.2544030
17815	4.2507858	17865	4.2520030	17915	4.2532268	17965	4.2544272
17816	4.2508102	17866	4.2520273	17916	4.2532411	17966	4.2544514
17817	4.2508346	17867	4.2520516	17917	4.2532653	17967	4.2544756
17818	4.2508590	17868	4.2520759	17918	4.2532895	17968	4.2544997
17819	4.2508833	17869	4.2521002	17919	4.2533138	17969	4.2545239
17820	4.2509077	17870	4.2521246	17920	4.2533380	17970	4.2545481
17821	4.2509321	17871	4.2521489	17921	4.2533622	17971	4.2545722
17822	4.2509564	17872	4.2521732	17922	4.2533865	17972	4.2545964
17823	4.2509808	17873	4.2521975	17923	4.2534107	17973	4.2546206
17824	4.2510052	17874	4.2522218	17924	4.2534349	17974	4.2546447
17825	4.2510295	17875	4.2522461	17925	4.2534592	17975	4.2546689
17826	4.2510539	17876	4.2522703	17926	4.2534834	17976	4.2546931
17827	4.2510793	17877	4.2522946	17927	4.2535076	17977	4.2547172
17828	4.2511026	17878	4.2523189	17928	4.2535318	17978	4.2547414
17829	4.2511270	17879	4.2523432	17929	4.2535561	17979	4.2547655
17830	4.2511513	17880	4.2523675	17930	4.2535803	17980	4.2547897
17831	4.2511757	17881	4.2523918	17931	4.2536045	17981	4.2548138
17832	4.2512001	17882	4.2524961	17932	4.2536287	17982	4.2548380
17833	4.2512244	17883	4.2524404	17933	4.2536529	17983	4.2548621
17834	4.2512488	17884	4.2524647	17934	4.2536772	17984	4.2548863
17835	4.2512731	17885	4.2524889	17935	4.2537014	17985	4.2549104
17836	4.2512975	17886	4.2525132	17936	4.2537256	17986	4.2549346
17837	4.2513218	17887	4.2525375	17937	4.2537498	17987	4.2549587
17838	4.2513462	17888	4.2525618	17938	4.2537740	17988	4.2549829
17839	4.2513705	17889	4.2525861	17939	4.2537982	17989	4.2550070
17840	4.2513949	17890	4.2526103	17940	4.2538224	17990	4.2550312
17841	4.2514192	17891	4.2526346	17941	4.2538466	17991	4.2550553
17842	4.2514435	17892	4.2526589	17942	4.2538709	17992	4.2550794
17843	4.2514679	17893	4.2526832	17943	4.2538951	17993	4.2551036
17844	4.2514922	17894	4.2527074	17944	4.2539193	17994	4.2551277
17845	4.2515166	17895	4.2527317	17945	4.2539435	17995	4.2551519
17846	4.2515409	17896	4.2527560	17946	4.2539677	17996	4.2551760
17847	4.2515652	17897	4.2527802	17947	4.2539919	17997	4.2552001
17848	4.2515896	17898	4.2528045	17948	4.2540161	17998	4.2552243
17849	4.2516139	17899	4.2528288	17949	4.2540403	17999	4.2552484
17850	4.2516382	17900	4.2528530	17950	4.2540645	18000	4.2552725

18001

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
18001	4·2552966	18051	4·2565013	18101	4·2577026	18151	4·2589006
18002	4·2553208	18052	4·2565253	18102	4·2577266	18152	4·2589245
18003	4·2553449	18053	4·2565494	18103	4·2577506	18153	4·2589484
18004	4·2553690	18054	4·2565734	18104	4·2577745	18154	4·2589723
18005	4·2553931	18055	4·2565975	18105	4·2577985	18155	4·2589963
18006	4·2554172	18056	4·2566215	18106	4·2578225	18156	4·2590202
18007	4·2554414	18057	4·2566456	18107	4·2578465	18157	4·2590441
18008	4·2554655	18058	4·2566696	18108	4·2578705	18158	4·2590680
18009	4·2554896	18059	4·2566937	18109	4·2578945	18159	4·2590919
18010	4·2555137	18060	4·2567177	18110	4·2579185	18160	4·2591158
18011	4·2555378	18061	4·2567418	18111	4·2579424	18161	4·2591398
18012	4·2555619	18062	4·2567658	18112	4·2579664	18162	4·2591637
18013	4·2555860	18063	4·2567899	18113	4·2579904	18163	4·2591876
18014	4·2556102	18064	4·2568139	18114	4·2580144	18164	4·2592115
18015	4·2556343	18065	4·2568380	18115	4·2580383	18165	4·2592354
18016	4·2556584	18066	4·2568620	18116	4·2580623	18166	4·2592563
18017	4·2556825	18067	4·2568860	18117	4·2580863	18167	4·2592832
18018	4·2557066	18068	4·2569101	18118	4·2581103	18168	4·2593071
18019	4·2557307	18069	4·2569341	18119	4·2581342	18169	4·2593310
18020	4·2557548	18070	4·2569582	18120	4·2581582	18170	4·2593549
18021	4·2557789	18071	4·2569822	18121	4·2581822	18171	4·2593788
18022	4·2558030	18072	4·2570062	18122	4·2582061	18172	4·2594027
18023	4·2558271	18073	4·2570302	18123	4·2582301	18173	4·2594266
18024	4·2558512	18074	4·2570543	18124	4·2582541	18174	4·2594505
18025	4·2558753	18075	4·2570783	18125	4·2582780	18175	4·2594744
18026	4·2558994	18076	4·2571023	18126	4·2583020	18176	4·2594983
18027	4·2559235	18077	4·2571264	18127	4·2583259	18177	4·2595222
18028	4·2559475	18078	4·2571504	18128	4·2583499	18178	4·2595461
18029	4·2559716	18079	4·2571744	18129	4·2583738	18179	4·2595700
18030	4·2559957	18080	4·2571984	18130	4·2583978	18180	4·2595939
18031	4·2560198	18081	4·2572224	18131	4·2584218	18181	4·2596178
18032	4·2560439	18082	4·2572465	18132	4·2584457	18182	4·2596417
18033	4·2560680	18083	4·2572705	18133	4·2584697	18183	4·2596655
18034	4·2560921	18084	4·2572945	18134	4·2584936	18184	4·2596894
18035	4·2561161	18085	4·2573185	18135	4·2585176	18185	4·2597133
18036	4·2561402	18086	4·2573425	18136	4·2585415	18186	4·2597372
18037	4·2561643	18087	4·2573665	18137	4·2585655	18187	4·2597611
18038	4·2561884	18088	4·2573905	18138	4·2585894	18188	4·2597849
18039	4·2562125	18089	4·2574146	18139	4·2586133	18189	4·2598088
18040	4·2562365	18090	4·2574386	18140	4·2586373	18190	4·2598327
18041	4·2562606	18091	4·2574626	18141	4·2586612	18191	4·2598566
18042	4·2562847	18092	4·2574866	18142	4·2586852	18192	4·2598804
18043	4·2563087	18093	4·2575106	18143	4·2587091	18193	4·2599043
18044	4·2563328	18094	4·2575346	18144	4·2587330	18194	4·2599282
18045	4·2563569	18095	4·2575586	18145	4·2587570	18195	4·2599521
18046	4·2563810	18096	4·2575826	18146	4·2587809	18196	4·2599759
18047	4·2564050	18097	4·2576066	18147	4·2588048	18197	4·2599998
18048	4·2564291	18098	4·2576306	18148	4·2588288	18198	4·2600237
18049	4·2564531	18099	4·2576546	18149	4·2588527	18199	4·2600475
18050	4·2564772	18100	4·2576786	18150	4·2588766	18200	4·2600714

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
18201	4.2600952	18251	4.2612867	18301	4.2624748	18351	4.2636597
18202	4.2601191	18252	4.2613105	18302	4.2624986	18352	4.2636834
18203	4.2601430	18253	4.2613343	18303	4.2625223	18353	4.2637071
18204	4.2601668	18254	4.2613580	18304	4.2625460	18354	4.2637307
18205	4.2601907	18255	4.2613818	18305	4.2625697	18355	4.2637544
18206	4.2602145	18256	4.2614056	18306	4.2625935	18356	4.2637780
18207	4.2602384	18257	4.2614294	18307	4.2626172	18357	4.2638017
18208	4.2602622	18258	4.2614532	18308	4.2626409	18358	4.2638254
18209	4.2602861	18259	4.2614770	18309	4.2626646	18359	4.2638490
18210	4.2603899	18260	4.2615008	18310	4.2626883	18360	4.2638727
18211	4.2603338	18261	4.2615246	18311	4.2627121	18361	4.2638963
18212	4.2603576	18262	4.2615483	18312	4.2627358	18362	4.2639200
18213	4.2603815	18263	4.2615721	18313	4.2627595	18363	4.2639436
18214	4.2604053	18264	4.2615959	18314	4.2627832	18364	4.2639973
18215	4.2604292	18265	4.2616197	18315	4.2628069	18365	4.2639909
18216	4.2604530	18266	4.2616435	18316	4.2628306	18366	4.2640146
18217	4.2604769	18267	4.2616672	18317	4.2628543	18367	4.2640382
18218	4.2605007	18268	4.2616910	18318	4.2628781	18368	4.2640619
18219	4.2605245	18269	4.2617148	18319	4.2629018	18369	4.2640855
18220	4.2605484	18270	4.2617385	18320	4.2629255	18370	4.2641092
18221	4.2605722	18271	4.2617623	18321	4.2629492	18371	4.2641328
18222	4.2605960	18272	4.2617861	18322	4.2629729	18372	4.2641564
18223	4.2606199	18273	4.2618099	18323	4.2629966	18373	4.2641801
18224	4.2606437	18274	4.2618336	18324	4.2630203	18374	4.2642037
18225	4.2606675	18275	4.2618574	18325	4.2630440	18375	4.2642273
18226	4.2606914	18276	4.2618811	18326	4.2630677	18376	4.2642510
18227	4.2607152	18277	4.2619049	18327	4.2630914	18377	4.2642746
18228	4.2607390	18278	4.2619287	18328	4.2631151	18378	4.2642982
18229	4.2607628	18279	4.2619524	18329	4.2631388	18379	4.2643219
18230	4.2607867	18280	4.2619762	18330	4.2631625	18380	4.2643455
18231	4.2608105	18281	4.2619999	18331	4.2631862	18381	4.2643691
18232	4.2608343	18282	4.2620237	18332	4.2632098	18382	4.2643928
18233	4.2608581	18283	4.2620475	18333	4.2632335	18383	4.2644164
18234	4.2608820	18284	4.2620712	18334	4.2632572	18384	4.2644400
18235	4.2609058	18285	4.2620950	18335	4.2632809	18385	4.2644636
18236	4.2609296	18286	4.2621187	18336	4.2633046	18386	4.2644873
18237	4.2609534	18287	4.2621425	18337	4.2633283	18387	4.2645109
18238	4.2609772	18288	4.2621662	18338	4.2633520	18388	4.2645345
18239	4.2610010	18289	4.2621900	18339	4.2633757	18389	4.2645581
18240	4.2610248	18290	4.2622137	18340	4.2633993	18390	4.2645817
18241	4.2610486	18291	4.2622374	18341	4.2634230	18391	4.2646053
18242	4.2610725	18292	4.2622612	18342	4.2634467	18392	4.2646290
18243	4.2610963	18293	4.2622849	18343	4.2634704	18393	4.2646526
18244	4.2611201	18294	4.2623087	18344	4.2634940	18394	4.2646762
18245	4.2611439	18295	4.2623324	18345	4.2635177	18395	4.2646998
18246	4.2611677	18296	4.2623562	18346	4.2635414	18396	4.2647234
18247	4.2611915	18297	4.2623799	18347	4.2635651	18397	4.2647470
18248	4.2612153	18298	4.2624036	18348	4.2635887	18398	4.2647706
18249	4.2612391	18299	4.2624274	18349	4.2636124	18399	4.2647942
18250	4.2612629	18300	4.2624511	18350	4.2636361	18400	4.2648178

SCD LYON 1

Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.	Nōb.	Logarithm.
18401	4.2648414	18451	4.2660199	18501	4.2671952	18551	4.2683673
18402	4.2648650	18452	4.2660434	18502	4.2672187	18552	4.2683907
18403	4.2648886	18453	4.2660670	18503	4.2672421	18553	4.2684141
18404	4.2649122	18454	4.2660905	18504	4.2672656	18554	4.2684376
18405	4.2649358	18455	4.2661140	18505	4.2672891	18555	4.2684610
18406	4.2649594	18456	4.2661376	18506	4.2673126	18556	4.2684844
18407	4.2649830	18457	4.2661611	18507	4.2673360	18557	4.2685078
18408	4.2650066	18458	4.2661846	18508	4.2673595	18558	4.2685312
18409	4.2650302	18459	4.2662082	18509	4.2673830	18559	4.2685546
18410	4.2650538	18460	4.2662317	18510	4.2674064	18560	4.2685780
18411	4.2650774	18461	4.2662552	18511	4.2674299	18561	4.2686014
18412	4.2651010	18462	4.2662787	18512	4.2674533	18562	4.2686248
18413	4.2651246	18463	4.2663023	18513	4.2674768	18563	4.2686482
18414	4.2651481	18464	4.2663258	18514	4.2675003	18564	4.2686716
18415	4.2651717	18465	4.2663493	18515	4.2675237	18565	4.2686950
18416	4.2651953	18466	4.2663728	18516	4.2675472	18566	4.2687183
18417	4.2652189	18467	4.2663963	18517	4.2675706	18567	4.2687417
18418	4.2652425	18468	4.2664199	18518	4.2675941	18568	4.2687651
18419	4.2652660	18469	4.2664434	18519	4.2676175	18569	4.2687885
18420	4.2652896	18470	4.2664669	18520	4.2676410	18570	4.2688119
18421	4.2653132	18471	4.2664904	18521	4.2676644	18571	4.2688353
18422	4.2653368	18472	4.2665139	18522	4.2676879	18572	4.2688587
18423	4.2653604	18473	4.2665374	18523	4.2677113	18573	4.2688821
18424	4.2653839	18474	4.2665609	18524	4.2677348	18574	4.2689554
18425	4.2654075	18475	4.2665844	18525	4.2677582	18575	4.2689288
18426	4.2654311	18476	4.2666080	18526	4.2677817	18576	4.2689522
18427	4.2654546	18477	4.2666315	18527	4.2678051	18577	4.2689756
18428	4.2654782	18478	4.2666550	18528	4.2678285	18578	4.2689990
18429	4.2655018	18479	4.2666785	18529	4.2678520	18579	4.2690223
18430	4.2655253	18480	4.2667020	18530	4.2678754	18580	4.2690457
18431	4.2655489	18481	4.2667255	18531	4.2678989	18581	4.2690691
18432	4.2655725	18482	4.2667490	18532	4.2679223	18582	4.2690925
18433	4.2655960	18483	4.2667725	18533	4.2679457	18583	4.2691158
18434	4.2656196	18484	4.2667960	18534	4.2679692	18584	4.2691392
18435	4.2656431	18485	4.2668195	18535	4.2679926	18585	4.2691626
18436	4.2656667	18486	4.2668429	18536	4.2680160	18586	4.2691859
18437	4.2656903	18487	4.2668664	18537	4.2680394	18587	4.2692093
18438	4.2657138	18488	4.2668899	18538	4.2680629	18588	4.2692327
18439	4.2657374	18489	4.2669134	18539	4.2680863	18589	4.2692560
18440	4.2657609	18490	4.2669369	18540	4.2681097	18590	4.2692794
18441	4.2657845	18491	4.2669604	18541	4.2681332	18591	4.2693028
18442	4.2658080	18492	4.2669839	18542	4.2681566	18592	4.2693261
18443	4.2658316	18493	4.2670074	18543	4.2681800	18593	4.2693495
18444	4.2658551	18494	4.2670309	18544	4.2682034	18594	4.2693728
18445	4.2658787	18495	4.2670543	18545	4.2682268	18595	4.2693962
18446	4.2659022	18496	4.2670778	18546	4.2682503	18596	4.2694195
18447	4.2659257	18497	4.2671013	18547	4.2682737	18597	4.2694429
18448	4.2659493	18498	4.2671248	18548	4.2682971	18598	4.2694662
18449	4.2659728	18499	4.2671483	18549	4.2683205	18599	4.2694896
18450	4.2659964	18500	4.2671717	18550	4.2683439	18600	4.2695129

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
18601	4.2695363	18651	4.2707021	18701	4.2718648	18751	4.2730244
18602	4.2695596	18652	4.2707254	18702	4.2718881	18752	4.2730476
18603	4.2695830	18653	4.2707487	18703	4.2719113	18753	4.2730708
18604	4.2696063	18654	4.2707720	18704	4.2719345	18754	4.2730939
18605	4.2696297	18655	4.2707953	18705	4.2719577	18755	4.2731171
18606	4.2696530	18656	4.2708185	18706	4.2719809	18756	4.2731402
18607	4.2696764	18657	4.2708318	18707	4.2720041	18757	4.2731634
18608	4.2696997	18658	4.2708651	18708	4.2720274	18758	4.2731865
18609	4.2697230	18659	4.2708884	18709	4.2720506	18759	4.2732097
18610	4.2697464	18660	4.2709116	18710	4.2720738	18760	4.2732328
18611	4.2697697	18661	4.2709349	18711	4.2720970	18761	4.2732560
18612	4.2697930	18662	4.2709582	18712	4.2721202	18762	4.2732791
18613	4.2698164	18663	4.2709815	18713	4.2721434	18763	4.2733023
18614	4.2698397	18664	4.2710047	18714	4.2721666	18764	4.2733254
18615	4.2698630	18665	4.2710280	18715	4.2721898	18765	4.2733486
18616	4.2698864	18666	4.2710513	18716	4.2722130	18766	4.2733717
18617	4.2699097	18667	4.2710745	18717	4.2722362	18767	4.2733949
18618	4.2699330	18668	4.2710978	18718	4.2722594	18768	4.2734180
18619	4.2699564	18669	4.2711211	18719	4.2722826	18769	4.2734411
18620	4.2699797	18670	4.2711443	18720	4.2723058	18770	4.2734643
18621	4.2700030	18671	4.2711676	18721	4.2723290	18771	4.2734874
18622	4.2700263	18672	4.2711908	18722	4.2723522	18772	4.2735105
18623	4.2700496	18673	4.2712141	18723	4.2723754	18773	4.2735337
18624	4.2700730	18674	4.2712374	18724	4.2723986	18774	4.2735568
18625	4.2700963	18675	4.2712606	18725	4.2724218	18775	4.2735799
18626	4.2701196	18676	4.2712839	18726	4.2724450	18776	4.2736031
18627	4.2701429	18677	4.2713071	18727	4.2724682	18777	4.2736262
18628	4.2701662	18678	4.2713304	18728	4.2724914	18778	4.2736493
18629	4.2701895	18679	4.2713536	18729	4.2725146	18779	4.2736725
18630	4.2702129	18680	4.2713769	18730	4.2725378	18780	4.2736956
18631	4.2702362	18681	4.2714001	18731	4.2725610	18781	4.2737187
18632	4.2702595	18682	4.2714234	18732	4.2725841	18782	4.2737418
18633	4.2702828	18683	4.2714466	18733	4.2726073	18783	4.2737650
18634	4.2703061	18684	4.2714699	18734	4.2726305	18784	4.2737881
18635	4.2703294	18685	4.2714931	18735	4.2726537	18785	4.2738112
18636	4.2703527	18686	4.2715163	18736	4.2726769	18786	4.2738343
18637	4.2703760	18687	4.2715396	18737	4.2727001	18787	4.2738574
18638	4.2703993	18688	4.2715628	18738	4.2727232	18788	4.2738806
18639	4.2704226	18689	4.2715861	18739	4.2727464	18789	4.2739037
18640	4.2704459	18690	4.2716093	18740	4.2727696	18790	4.2739268
18641	4.2704692	18691	4.2716325	18741	4.2727928	18791	4.2739499
18642	4.2704925	18692	4.2716558	18742	4.2728159	18792	4.2739730
18643	4.2705158	18693	4.2716790	18743	4.2728391	18793	4.2739961
18644	4.2705391	18694	4.2717022	18744	4.2728623	18794	4.2740192
18645	4.2705624	18695	4.2717255	18745	4.2728854	18795	4.2740423
18646	4.2705857	18696	4.2717487	18746	4.2729086	18796	4.2740654
18647	4.2706090	18697	4.2717719	18747	4.2729318	18797	4.2740885
18648	4.2706323	18698	4.2717952	18748	4.2729549	18798	4.2741116
18649	4.2706555	18699	4.2718184	18749	4.2729781	18799	4.2741347
18650	4.2706788	18700	4.2718416	18750	4.2730013	18800	4.2741578

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
18801	4.2741809	18851	4.2753344	18901	4.2764848	18951	4.2776321
18802	4.2742040	18852	4.2753574	18902	4.2765078	18952	4.2776550
18803	4.2742271	18853	4.2753805	18903	4.2765307	18953	4.2776780
18804	4.2742502	18854	4.2754035	18904	4.2765537	18954	4.2777009
18805	4.2742733	18855	4.2754265	18905	4.2765767	18955	4.2777238
18806	4.2742964	18856	4.2754496	18906	4.2765997	18956	4.2777467
18807	4.2743195	18857	4.2754726	18907	4.2766226	18957	4.2777696
18808	4.2743426	18858	4.2754956	18908	4.2766456	18958	4.2777925
18809	4.2743657	18859	4.2755187	18909	4.2766686	18959	4.2778154
18810	4.2743888	18860	4.2755417	18910	4.2766915	18960	4.2778383
18811	4.2744119	18861	4.2755647	18911	4.2767145	18961	4.2778612
18812	4.2744350	18862	4.2755877	18912	4.2767375	18962	4.2778841
18813	4.2744581	18863	4.2756108	18913	4.2767604	18963	4.2779070
18814	4.2744811	18864	4.2756338	18914	4.2767834	18964	4.2779299
18815	4.2745042	18865	4.2756568	18915	4.2768063	18965	4.2779528
18816	4.2745273	18866	4.2756798	18916	4.2768293	18966	4.2779757
18817	4.2745504	18867	4.2757028	18917	4.2768523	18967	4.2779986
18818	4.2745735	18868	4.2757259	18918	4.2768752	18968	4.2780215
18819	4.2745965	18869	4.2757489	18919	4.2768982	18969	4.2780444
18820	4.2746196	18870	4.2757719	18920	4.2769211	18970	4.2780673
18821	4.2746427	18871	4.2757949	18921	4.2769441	18971	4.2780902
18822	4.2746658	18872	4.2758179	18922	4.2769670	18972	4.2781131
18823	4.2746888	18873	4.2758409	18923	4.2769900	18973	4.2781360
18824	4.2747119	18874	4.2758640	18924	4.2770129	18974	4.2781589
18825	4.2747350	18875	4.2758870	18925	4.2770359	18975	4.2781818
18826	4.2747581	18876	4.2759100	18926	4.2770588	18976	4.2782047
18827	4.2747811	18877	4.2759330	18927	4.2770818	18977	4.2782276
18828	4.2748042	18878	4.2759560	18928	4.2771047	18978	4.2782504
18829	4.2748273	18879	4.2759790	18929	4.2771277	18979	4.2782733
18830	4.2748503	18880	4.2760020	18930	4.2771506	18980	4.2782962
18831	4.2748734	18881	4.2760250	18931	4.2771736	18981	4.2783191
18832	4.2748964	18882	4.2760480	18932	4.2771965	18982	4.2783420
18833	4.2749195	18883	4.2760710	18933	4.2772194	18983	4.2783648
18834	4.2749426	18884	4.2760940	18934	4.2772424	18984	4.2783877
18835	4.2749656	18885	4.2761170	18935	4.2772653	18985	4.2784106
18836	4.2749887	18886	4.2761400	18936	4.2772882	18986	4.2784335
18837	4.2750117	18887	4.2761630	18937	4.2773112	18987	4.2784564
18838	4.2750348	18888	4.2761860	18938	4.2773341	18988	4.2784792
18839	4.2750578	18889	4.2762090	18939	4.2773570	18989	4.2785021
18840	4.2750809	18890	4.2762320	18940	4.2773800	18990	4.2785250
18841	4.2751039	18891	4.2762549	18941	4.2774029	18991	4.2785478
18842	4.2751270	18892	4.2762779	18942	4.2774258	18992	4.2785707
18843	4.2751500	18893	4.2763009	18943	4.2774488	18993	4.2785936
18844	4.2751731	18894	4.2763239	18944	4.2774717	18994	4.2786164
18845	4.2751961	18895	4.2763469	18945	4.2774946	18995	4.2786393
18846	4.2752192	18896	4.2763699	18946	4.2775175	18996	4.2786622
18847	4.2752422	18897	4.2763929	18947	4.2775405	18997	4.2786850
18848	4.2752653	18898	4.2764158	18948	4.2775634	18998	4.2787079
18849	4.2752883	18899	4.2764388	18949	4.2775863	18999	4.2787307
18850	4.2753114	18900	4.2764618	18950	4.2776092	19000	4.2787536

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
19001	4.2787765	19051	4.2799178	19101	4.2810561	19151	4.2821915
19002	4.2787993	19052	4.2799406	19102	4.2810788	19152	4.2822141
19003	4.2788222	19053	4.2799634	19103	4.2811016	19153	4.2822368
19004	4.2788450	19054	4.2799862	19104	4.2811243	19154	4.2822595
19005	4.2788679	19055	4.2800090	19105	4.2811470	19155	4.2822822
19006	4.2788907	19056	4.2800317	19106	4.2811698	19156	4.2823048
19007	4.2789136	19057	4.2800545	19107	4.2811925	19157	4.2823275
19008	4.2789364	19058	4.2800773	19108	4.2812152	19158	4.2823502
19009	4.2789593	19059	4.2801001	19109	4.2812380	19159	4.2823728
19010	4.2789821	19060	4.2801229	19110	4.2812607	19160	4.2823955
19011	4.2790050	19061	4.2801457	19111	4.2812834	19161	4.2824182
19012	4.2790278	19062	4.2801685	19112	4.2813061	19162	4.2824408
19013	4.2790506	19063	4.2801912	19113	4.2813289	19163	4.2824635
19014	4.2790735	19064	4.2802140	19114	4.2813516	19164	4.2824862
19015	4.2790963	19065	4.2802368	19115	4.2813743	19165	4.2825088
19016	4.2791192	19066	4.2802596	19116	4.2813970	19166	4.2825315
19017	4.2791420	19067	4.2802824	19117	4.2814197	19167	4.2825541
19018	4.2791648	19068	4.2803051	19118	4.2814425	19168	4.2825768
19019	4.2791877	19069	4.2803279	19119	4.2814652	19169	4.2825995
19020	4.2792105	19070	4.2803507	19120	4.2814879	19170	4.2826221
19021	4.2792333	19071	4.2803735	19121	4.2815106	19171	4.2826448
19022	4.2792562	19072	4.2803962	19122	4.2815333	19172	4.2826674
19023	4.2792790	19073	4.2804190	19123	4.2815560	19173	4.2826901
19024	4.2793018	19074	4.2804418	19124	4.2815787	19174	4.2827127
19025	4.2793247	19075	4.2804645	19125	4.2816014	19175	4.2827354
19026	4.2793475	19076	4.2804873	19126	4.2816242	19176	4.2827580
19027	4.2793703	19077	4.2805101	19127	4.2816469	19177	4.2827807
19028	4.2793931	19078	4.2805328	19128	4.2816696	19178	4.2828033
19029	4.2794160	19079	4.2805556	19129	4.2816923	19179	4.2828260
19030	4.2794388	19080	4.2805784	19130	4.2817150	19180	4.2828486
19031	4.2794616	19081	4.2806011	19131	4.2817377	19181	4.2828712
19032	4.2794844	19082	4.2806239	19132	4.2817604	19182	4.2828939
19033	4.2795072	19083	4.2806467	19133	4.2817831	19183	4.2829165
19034	4.2795301	19084	4.2806694	19134	4.2818058	19184	4.2829392
19035	4.2795529	19085	4.2806922	19135	4.2818285	19185	4.2829618
19036	4.2795757	19086	4.2807149	19136	4.2818512	19186	4.2829844
19037	4.2795985	19087	4.2807377	19137	4.2818739	19187	4.2830071
19038	4.2796213	19088	4.2807604	19138	4.2818966	19188	4.2830297
19039	4.2796441	19089	4.2807832	19139	4.2819192	19189	4.2830523
19040	4.2796669	19090	4.2808059	19140	4.2819419	19190	4.2830750
19041	4.2796898	19091	4.2808287	19141	4.2819646	19191	4.2830976
19042	4.2797126	19092	4.2808514	19142	4.2819873	19192	4.2831202
19043	4.2797354	19093	4.2808742	19143	4.2820100	19193	4.2831429
19044	4.2797582	19094	4.2808969	19144	4.2820327	19194	4.2831655
19045	4.2797810	19095	4.2809197	19145	4.2820554	19195	4.2831881
19046	4.2798038	19096	4.2809424	19146	4.2820781	19196	4.2832107
19047	4.2798266	19097	4.2809651	19147	4.2821007	19197	4.2832334
19048	4.2798494	19098	4.2809879	19148	4.2821234	19198	4.2832560
19049	4.2798722	19099	4.2810106	19149	4.2821461	19199	4.2832786
19050	4.2798950	19100	4.2810334	19150	4.2821688	19200	4.2833012

SCD LYON 1

Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.	Nob.	Logarithm.
19201	4.2833238	19251	4.2844533	19301	4.2855798	19351	4.2867034
19202	4.2833465	19252	4.2844759	19302	4.2856023	19352	4.2867259
19203	4.2833691	19253	4.2844984	19303	4.2856248	19353	4.2867483
19204	4.2833917	19254	4.2845210	19304	4.2856473	19354	4.2867707
19205	4.2834143	19255	4.2845435	19305	4.2856698	19355	4.2867932
19206	4.2834369	19256	4.2845661	19306	4.2856923	19356	4.2868156
19207	4.2834595	19257	4.2845886	19307	4.2857148	19357	4.2868381
19208	4.2834821	19258	4.2846112	19308	4.2857373	19358	4.2868605
19209	4.2835048	19259	4.2846337	19309	4.2857598	19359	4.2868829
19210	4.2835274	19260	4.2846563	19310	4.2857823	19360	4.2869054
19211	4.2835500	19261	4.2846788	19311	4.2858048	19361	4.2869278
19212	4.2835726	19262	4.2847014	19312	4.2858273	19362	4.2869502
19213	4.2835952	19263	4.2847239	19313	4.2858497	19363	4.2869726
19214	4.2836178	19264	4.2847465	19314	4.2858722	19364	4.2869951
19215	4.2836404	19265	4.2847690	19315	4.2858947	19365	4.2870175
19216	4.2836630	19266	4.2847916	19316	4.2859172	19366	4.2870400
19217	4.2836856	19267	4.2848141	19317	4.2859397	19367	4.2870624
19218	4.2837082	19268	4.2848366	19318	4.2859622	19368	4.2870848
19219	4.2837308	19269	4.2848592	19319	4.2859846	19369	4.2871072
19220	4.2837534	19270	4.2848817	19320	4.2860071	19370	4.2871296
19221	4.2837760	19271	4.2849043	19321	4.2860296	19371	4.2871520
19222	4.2837986	19272	4.2849268	19322	4.2860521	19372	4.2871745
19223	4.2838212	19273	4.2849493	19323	4.2860746	19373	4.2871969
19224	4.2838438	19274	4.2849719	19324	4.2860970	19374	4.2872193
19225	4.2838663	19275	4.2849944	19325	4.2861195	19375	4.2872417
19226	4.2838889	19276	4.2850169	19326	4.2861420	19376	4.2872641
19227	4.2839115	19277	4.2850394	19327	4.2861644	19377	4.2872865
19228	4.2839341	19278	4.2850620	19328	4.2861869	19378	4.2873090
19229	4.2839567	19279	4.2850845	19329	4.2862094	19379	4.2873314
19230	4.2839793	19280	4.2851070	19330	4.2862319	19380	4.2873538
19231	4.2840019	19281	4.2851296	19331	4.2862543	19381	4.2873762
19232	4.2840245	19282	4.2851521	19332	4.2862768	19382	4.2873986
19233	4.2840470	19283	4.2851746	19333	4.2862993	19383	4.2874210
19234	4.2840696	19284	4.2851971	19334	4.2863217	19384	4.2874434
19235	4.2840922	19285	4.2852196	19335	4.2863442	19385	4.2874658
19236	4.2841148	19286	4.2852422	19336	4.2863666	19386	4.2874882
19237	4.2841373	19287	4.2852647	19337	4.2863891	19387	4.2875106
19238	4.2841599	19288	4.2852872	19338	4.2864116	19388	4.2875330
19239	4.2841825	19289	4.2853097	19339	4.2864340	19389	4.2875554
19240	4.2842051	19290	4.2853322	19340	4.2864565	19390	4.2875778
19241	4.2842276	19291	4.2853547	19341	4.2864789	19391	4.2876002
19242	4.2842502	19292	4.2853773	19342	4.2865014	19392	4.2876226
19243	4.2842728	19293	4.2853998	19343	4.2865238	19393	4.2876450
19244	4.2842953	19294	4.2854223	19344	4.2865463	19394	4.2876674
19245	4.2843179	19295	4.2854448	19345	4.2865687	19395	4.2876898
19246	4.2843405	19296	4.2854673	19346	4.2865912	19396	4.2877122
19247	4.2843630	19297	4.2854898	19347	4.2866136	19397	4.2877346
19248	4.2843856	19298	4.2855123	19348	4.2866361	19398	4.2877570
19249	4.2844082	19299	4.2855348	19349	4.2866585	19399	4.2877793
19250	4.2844307	19300	4.2855573	19350	4.2866810	19400	4.2878017

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
19401	4.2878241	19451	4.2889419	19501	4.2900569	19551	4.2911690
19402	4.2878465	19452	4.2889643	19502	4.2900792	19552	4.2911912
19403	4.2878689	19453	4.2889866	19503	4.2901014	19553	4.2912134
19404	4.2878913	19454	4.2890089	19504	4.2901237	19554	4.2912356
19405	4.2879136	19455	4.2890312	19505	4.2901460	19555	4.2912578
19406	4.2879360	19456	4.2890536	19506	4.2901682	19556	4.2912800
19407	4.2879584	19457	4.2890759	19507	4.2901905	19557	4.2913022
19408	4.2879808	19458	4.2890982	19508	4.2902127	19558	4.2913244
19409	4.2880032	19459	4.2891205	19509	4.2902350	19559	4.2913466
19410	4.2887255	19460	4.2891428	19510	4.2902573	19560	4.2913689
19411	4.2880479	19461	4.2891652	19511	4.2902795	19561	4.2913911
19412	4.2880703	19462	4.2891875	19512	4.2903018	19562	4.2914133
19413	4.2880927	19463	4.2892098	19513	4.2903240	19563	4.2914355
19414	4.2881150	19464	4.2892321	19514	4.2903463	19564	4.2914577
19415	4.2881374	19465	4.2892544	19515	4.2903686	19565	4.2914799
19416	4.2881598	19466	4.2892767	19516	4.2903908	19566	4.2915020
19417	4.2881821	19467	4.2892990	19517	4.2904131	19567	4.2915242
19418	4.2882045	19468	4.2893213	19518	4.2904353	19568	4.2915464
19419	4.2882269	19469	4.2893436	19519	4.2904576	19569	4.2915686
19420	4.2882492	19470	4.2893660	19520	4.2904798	19570	4.2915908
19421	4.2882716	19471	4.2893883	19521	4.2905021	19571	4.2916130
19422	4.2882939	19472	4.2894106	19522	4.2905243	19572	4.2916352
19423	4.2883163	19473	4.2894329	19523	4.2905466	19573	4.2916574
19424	4.2883387	19474	4.2894552	19524	4.2905688	19574	4.2916796
19425	4.2883610	19475	4.2894775	19525	4.2905910	19575	4.2917018
19426	4.2883834	19476	4.2894998	19526	4.2906133	19576	4.2917240
19427	4.2884057	19477	4.2895221	19527	4.2906355	19577	4.2917461
19428	4.2884281	19478	4.2895444	19528	4.2906578	19578	4.2917683
19429	4.2884504	19479	4.2895667	19529	4.2906800	19579	4.2917905
19430	4.2884728	19480	4.2895890	19530	4.2907022	19580	4.2918127
19431	4.2884952	19481	4.2896112	19531	4.2907245	19581	4.2918349
19432	4.2885175	19482	4.2896335	19532	4.2907467	19582	4.2918570
19433	4.2885399	19483	4.2896558	19533	4.2907690	19583	4.2918792
19434	4.2885622	19484	4.2896781	19534	4.2907912	19584	4.2919014
19435	4.2885845	19485	4.2897004	19535	4.2908134	19585	4.2919236
19436	4.2886069	19486	4.2897227	19536	4.2908356	19586	4.2919458
19437	4.2886292	19487	4.2897450	19537	4.2908579	19587	4.2919679
19438	4.2886516	19488	4.2897673	19538	4.2908801	19588	4.2919901
19439	4.2886739	19489	4.2897896	19539	4.2909023	19589	4.2920123
19440	4.2886963	19490	4.2898118	19540	4.2909246	19590	4.2920344
19441	4.2887186	19491	4.2898341	19541	4.2909468	19591	4.2920566
19442	4.2887409	19492	4.2898564	19542	4.2909690	19592	4.2920788
19443	4.2887633	19493	4.2898787	19543	4.2909912	19593	4.2921009
19444	4.2887856	19494	4.2899010	19544	4.2910135	19594	4.2921231
19445	4.2888079	19495	4.2899232	19545	4.2910357	19595	4.2921453
19446	4.2888303	19496	4.2899455	19546	4.2910579	19596	4.2921674
19447	4.2888526	19497	4.2899678	19547	4.2910801	19597	4.2921896
19448	4.2888749	19498	4.2899901	19548	4.2911023	19598	4.2922118
19449	4.2888973	19499	4.2900123	19549	4.2911245	19599	4.2922339
19450	4.2889196	19500	4.2900346	19550	4.2911468	19600	4.2922561

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
19601	4.2922782	19651	4.2933847	19701	4.2944883	19751	4.2955891
19602	4.2923004	19652	4.2934068	19702	4.2945103	19752	4.2956111
19603	4.2923225	19653	4.2934289	19703	4.2945324	19753	4.2956331
19604	4.2923447	19654	4.2934510	19704	4.2945544	19754	4.2956550
19605	4.2923668	19655	4.2934730	19705	4.2945764	19755	4.2956770
19606	4.2923890	19656	4.2934951	19706	4.2945985	19756	4.2956990
19607	4.2924111	19657	4.2935172	19707	4.2946205	19757	4.2957210
19608	4.2924333	19658	4.2935393	19708	4.2946426	19758	4.2957430
19609	4.2924554	19659	4.2935614	19709	4.2946646	19759	4.2957650
19610	4.2924776	19660	4.2935835	19710	4.2946866	19760	4.2957869
19611	4.2924997	19661	4.2936056	19711	4.2947087	19761	4.2958089
19612	4.2925219	19662	4.2936277	19712	4.2947307	19762	4.2958309
19613	4.2925440	19663	4.2936498	19713	4.2947527	19763	4.2958529
19614	4.2925662	19664	4.2936719	19714	4.2947748	19764	4.2958748
19615	4.2925883	19665	4.2936940	19715	4.2947968	19765	4.2958968
19616	4.2926105	19666	4.2937160	19716	4.2948188	19766	4.2959188
19617	4.2926326	19667	4.2937381	19717	4.2948408	19767	4.2959408
19618	4.2926547	19668	4.2937602	19718	4.2948629	19768	4.2959627
19619	4.2926769	19669	4.2937823	19719	4.2948849	19769	4.2959847
19620	4.2926990	19670	4.2938044	19720	4.2949069	19770	4.2960067
19621	4.2927212	19671	4.2938264	19721	4.2949289	19771	4.2960286
19622	4.2927433	19672	4.2938485	19722	4.2949510	19772	4.2960506
19623	4.2927654	19673	4.2938706	19723	4.2949730	19773	4.2960726
19624	4.2927875	19674	4.2938927	19724	4.2949950	19774	4.2960945
19625	4.2928097	19675	4.2939147	19725	4.2950170	19775	4.2961165
19626	4.2928318	19676	4.2939368	19726	4.2950390	19776	4.2961385
19627	4.2928539	19677	4.2939589	19727	4.2950610	19777	4.2961604
19628	4.2928760	19678	4.2939810	19728	4.2950831	19778	4.2961824
19629	4.2928982	19679	4.2940030	19729	4.2951051	19779	4.2962043
19630	4.2929203	19680	4.2940251	19730	4.2951271	19780	4.2962263
19631	4.2929424	19681	4.2940472	19731	4.2951491	19781	4.2962482
19632	4.2929645	19682	4.2940692	19732	4.2951711	19782	4.2962702
19633	4.2929867	19683	4.2940913	19733	4.2951931	19783	4.2962922
19634	4.2930088	19684	4.2941134	19734	4.2952151	19784	4.2963141
19635	4.2930309	19685	4.2941354	19735	4.2952371	19785	4.2963361
19636	4.2930530	19686	4.2941575	19736	4.2952591	19786	4.2963580
19637	4.2930751	19687	4.2941795	19737	4.2952811	19787	4.2963800
19638	4.2930973	19688	4.2942016	19738	4.2953031	19788	4.2964019
19639	4.2931194	19689	4.2942237	19739	4.2953251	19789	4.2964238
19640	4.2931415	19690	4.2942457	19740	4.2953471	19790	4.2964458
19641	4.2931636	19691	4.2942678	19741	4.2953691	19791	4.2964677
19642	4.2931857	19692	4.2942898	19742	4.2953911	19792	4.2964897
19643	4.2932078	19693	4.2943119	19743	4.2954131	19793	4.2965116
19644	4.2932299	19694	4.2943339	19744	4.2954351	19794	4.2965336
19645	4.2932520	19695	4.2943560	19745	4.2954571	19795	4.2965555
19646	4.2932741	19696	4.2943780	19746	4.2954791	19796	4.2965774
19647	4.2932962	19697	4.2944001	19747	4.2955011	19797	4.2965994
19648	4.2933183	19698	4.2944221	19748	4.2955231	19798	4.2966213
19649	4.2933405	19699	4.2944442	19749	4.2955451	19799	4.2966433
19650	4.2933626	19700	4.2944662	19750	4.2955671	19800	4.2966652

SCD LYON 1

Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.	Nõb.	Logarithm.
19801	4·2966871	19851	4·2977824	19901	4·2988749	19951	4·2999647
19802	4·2967091	19852	4·2978043	19902	4·2988967	19952	4·2999864
19803	4·2967310	19853	4·2978261	19903	4·2989185	19953	4·3000082
19804	4·2967529	19854	4·2978480	19904	4·2989404	19954	4·3000300
19805	4·2967748	19855	4·2978699	19905	4·2989622	19955	4·3000517
19806	4·2967968	19856	4·2978918	19906	4·2989840	19956	4·3000735
19807	4·2968187	19857	4·2979136	19907	4·2990058	19957	4·3000953
19808	4·2968406	19858	4·2979355	19908	4·2990276	19958	4·3001170
19809	4·2968626	19859	4·2979574	19909	4·2990494	19959	4·3001388
19810	4·2968845	19860	4·2979792	19910	4·2990713	19960	4·3001605
19811	4·2969064	19861	4·2980011	19911	4·2990931	19961	4·3001823
19812	4·2969283	19862	4·2980230	19912	4·2991149	19962	4·3002041
19813	4·2969502	19863	4·2980448	19913	4·2991367	19963	4·3002258
19814	4·2969722	19864	4·2980667	19914	4·2991585	19964	4·3002476
19815	4·2969941	19865	4·2980886	19915	4·2991803	19965	4·3002693
19816	4·2970160	19866	4·2981104	19916	4·2992021	19966	4·3002911
19817	4·2970379	19867	4·2981323	19917	4·2992239	19967	4·3003128
19818	4·2970598	19868	4·2981542	19918	4·2992457	19968	4·3003346
19819	4·2970817	19869	4·2981760	19919	4·2992675	19969	4·3003563
19820	4·2971037	19870	4·2981979	19920	4·2992893	19970	4·3003781
19821	4·2971256	19871	4·2982197	19921	4·2993111	19971	4·3003998
19822	4·2971475	19872	4·2982416	19922	4·2993329	19972	4·3004216
19823	4·2971694	19873	4·2982634	19923	4·2993547	19973	4·3004433
19824	4·2971913	19874	4·2982853	19924	4·2993765	19974	4·3004650
19825	4·2972132	19875	4·2983071	19925	4·2993983	19975	4·3004868
19826	4·2972351	19876	4·2983290	19926	4·2994201	19976	4·3005085
19827	4·2972570	19877	4·2983508	19927	4·2994419	19977	4·3005303
19828	4·2972789	19878	4·2983727	19928	4·2994637	19978	4·3005520
19829	4·2973008	19879	4·2983945	19929	4·2994855	19979	4·3005737
19830	4·2973227	19880	4·2984164	19930	4·2995073	19980	4·3005955
19831	4·2973446	19881	4·2984382	19931	4·2995291	19981	4·3006172
19832	4·2973665	19882	4·2984601	19932	4·2995509	19982	4·3006390
19833	4·2973884	19883	4·2984819	19933	4·2995727	19983	4·3006607
19834	4·2974103	19884	4·2985038	19934	4·2995945	19984	4·3006824
19835	4·2974322	19885	4·2985256	19935	4·2996162	19985	4·3007042
19836	4·2974541	19886	4·2985474	19936	4·2996380	19986	4·3007259
19837	4·2974760	19887	4·2985693	19937	4·2996598	19987	4·3007476
19838	4·2974979	19888	4·2985911	19938	4·2996816	19988	4·3007693
19839	4·2975198	19889	4·2986129	19939	4·2997034	19989	4·3007911
19840	4·2975417	19890	4·2986348	19940	4·2997252	19990	4·3008128
19841	4·2975636	19891	4·2986566	19941	4·2997469	19991	4·3008345
19842	4·2975854	19892	4·2986785	19942	4·2997687	19992	4·3008562
19843	4·2976073	19893	4·2987003	19943	4·2997905	19993	4·3008780
19844	4·2976292	19894	4·2987221	19944	4·2998123	19994	4·3008997
19845	4·2976511	19895	4·2987439	19945	4·2998340	19995	4·3009214
19846	4·2976730	19896	4·2987658	19946	4·2998558	19996	4·3009431
19847	4·2976949	19897	4·2987876	19947	4·2998776	19997	4·3009648
19848	4·2977168	19898	4·2988094	19948	4·2998994	19998	4·3009866
19849	4·2977386	19899	4·2988313	19949	4·2999211	19999	4·3010083
19850	4·2977605	19900	4·2988531	19950	4·2999429	20000	4·3010300

SCD LYON 1

TROISIEME EXEMPLE
pour l'invention des Logarithmes.

Pour trouver le logarithme de 54059. Je le divise par 10, & j'ai pour exposant $5405\frac{9}{10}$. Je prens ensuitte dans la Table à côté de 5405 son logarithme 37327957, & celuy de 5406 qui est 37328760. Et ôtant le plus petit de ces logarithmes du plus grand, le reste est 803. Je dis donc à cause de la fraction $\frac{9}{10}$: Le dénominateur 10 est au numérateur 9, comme la différence 803 est à $722\frac{7}{10}$, ou à 723 pour ôter la fraction. Et j'ajoûte 723 au logarithme de 5405. Et la somme 37328680 qui est le logarithme de $5405\frac{9}{10}$, recevant le logarithme 10000000 du dénominateur 10, la nouvelle somme 47328680 est le logarithme du nombre proposé 54059.

Nombres.	*Logarithmes.*	*Proportion.*	*Logarithmes.*
+ 5406	+ 37328760	10. 9 :: 803. $722\frac{7}{10}$.	+ 37327957
— 5405	— 37327957		+ 723
Reste + 1	*Reste* + 803	*Pour* $5405\frac{9}{10}$. *la somme* 37328680 *&c.*	

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de 3567894. Je le divise par 2, & l'exposant 1783947 par 3, & le second exposant 594649 par 11; je choisis toûjours les nombres simples pour diviseurs. L'exposant de la nouvelle division est 54059 auquel je m'arrête, & je cherche son logarithme 47328680 comme au troisiéme exemple, & je luy ajoûte les trois logarithmes des diviseurs simples 2, 3, 11, ou plûtôt le logarithme seul de leur solide 66 qui est 18195439. Et la somme 65524119 est le logarithme de 3567894 qu'on avoit proposé.

Nombres naturels.	*Logarithmes.*
Côtez 54059	47328680
66	18195439
Produit 3567894.	*Somme* 65524119.

Je le puis trouver encore en cette sorte, si c'est le plus commode. Je divise 3567894 par 1000, ce qui me donne un exposant $3567\frac{984}{1000}$. Et je prens dans la Table le logarithme de 3567 qui est 35523031, & celuy de 3568 qui est 35524248, & leur différence 1217. Et je dis alors: le dénominateur 1000 est au numérateur 894, comme la différence 1217

Nombres.	*Logarithmes.*	*Proportion.*	*Logarithmes.*
+ 3568	+ 35524248	1000. 894 :: 1217. $1087\frac{998}{1000}$.	+ 35523031
— 3567	— 35523031		+ 1088
Reste + 1	*Reste* + 1217	*Pour* $3567\frac{984}{1000}$ *la somme* 35524119	

SCD LYON 1

est au nombre $1087\frac{298}{1000}$ ou 1088 que j'ajoûte au logarithme 35523051.

Et la somme 35524119 qui est le logarithme de $3567\frac{894}{1000}$ recevant le logarithme 30000000 du dénominateur 1000, la somme 65524119 est comme auparavant le logarithme de 3567894.

II PROBLEME.

3. *Pour trouver le logarithme d'un nombre rompu.*

On ôtera celuy du dénominateur du logarithme du numérateur. Et le reste résoudra la question. Et s'il y a un nombre entier adjoint à la fraction, & qu'on ne veüille pas réduire le tout à une seule fraction. On prendra le logarithme du nombre entier, & celuy du plus proche qui le surpasse de l'unité. Et prenant encore la différence de ces deux logarithmes, on ordonnera une proportion droitte, où le dénominateur de la fraction sera le premier terme, & le numérateur le second; & le troisiéme sera la différence des deux logarithmes. Et le quatriéme que fournira la régle de trois, sera à peu prés la partie proportionelle qu'on doit ajoûter au logarithme du nombre entier, pour avoir celuy que l'on cherche.

Premier exemple.

Pour trouver le logarithme de $\frac{3}{5}$. Je prens dans la Table le logarithme du numérateur 3 qui est 04771213, & celuy du dénominateur 5 qui est 06989700. Et j'ôte celuy-ci du premier qui vaut moins. Et le reste défectif — 02218487 est le logarithme de la fraction proposée $\frac{3}{5}$.

Nombres naturels.	*Logarithmes.*
Produit 3	+ 04771213
Diviseur 5	— 06989700

Exposant $\frac{3}{5}$. *Reste* — 02218487.

Second exemple.

Pour trouver le logarithme de la fraction $\frac{1}{9}$. Je prens dans la Table le logarithme du dénominateur 9 qui est 09542425, & je l'ôte de celuy du numérateur 1 qui est 00000000. Et le reste défectif — 09542425 résout la question. Tous les logarithmes des fractions où le premier terme est 1, ne sont que les retranchemens des logarithmes mêmes des dénominateurs.

Nombres naturels.	*Logarithmes.*
Produit 1	+ 00000000
Diviseur 9	— 09542425

Exposant $\frac{1}{9}$. *Reste* — 09542425.

Troisieme exemple.

Pour trouver le logarithme de $3542\frac{3}{4}$. Je reduis tout à la fraction $\frac{14171}{4}$. Et prenant les logarithmes du numerateur 14171 & du dé-

SCD LYON 1

nominateur 4, qui sont 41514005 & 06020600, j'ôte celui-ci du premier, & le reste 35493405 est logarithme de $3542\frac{3}{4}$.

	Nombres naturels.	*Logarithmes.*
	Produit 14171	+ 41514005
	Diviseur 4	— 06020600
	Exposant $\frac{14171}{4}$.	*Reste* + 35493405

Je le puis trouver encore en cette sorte. Je prens le logarithme de 3542 qui est 35492486, & celuy de 3543 qui est 35493712, & leur différence 1226. Et considérant la fraction $\frac{3}{4}$, je dis : le dénominateur 4 est au numérateur 3, comme la différence 1226 est au nombre $969\frac{1}{2}$. Et j'ajoûte 969 au logarithme de 3542. Et la somme 35493405 résoût comme auparavant la question.

Nombres.	*Logarithmes.*	*Proportion.*	*Logarithmes.*
+ 3543	+ 35493712	4. 3 :: 1226. $969\frac{1}{2}$.	+ 35492486
— 3542	— 35492486		+ 969
Reste + 1	*Reste* + 1226	*Pour* $3542\frac{3}{4}$ *la somme*	+ 35493405

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de 54059, je le divise par 3, & l'exposant est $18019\frac{2}{3}$. Je prens ensuitte dans la Table les logarithmes des nombres 18019 & 18020 qui sont 42557307 & 42557548, & leur différence 241. Et considérant la fraction $\frac{2}{3}$, je dis : 3 est à 2, comme la différence 241 est au nombre $160\frac{1}{3}$. Et j'ajoûte 160 au logarithme 42557307 de 18019. Et la somme 42557467 est le logarithme de $18019\frac{2}{3}$. Si donc on ajoûte à ce logarithme celuy du dénominateur 3 qui est 04771213 ; la somme 47328680 sera le logarithme de 54059 qu'on avoit proposé.

Nombres.	*Logaritmes.*	*Proportion.*	*Logarithmes.*
+ 18020	+ 42557548	3. 2 :: 241. $160\frac{1}{3}$.	+ 42557307
— 18019	— 42557307		+ 160
Reste + 1	*Reste* + 241	*Pour* $18019\frac{2}{3}$ *la somme*	+ 42557467
		Pour 3 *le logarithme*	+ 04771213
		Pour 54059 *la somme*	+ 47328680

III PROBLEME.

4. *Pour trouver à quel nombre appartient un logarithme qu'on aura proposé.*

Si ce logarithme est dans la Table au juste ; le nombre naturel à côté duquel on le trouve en son rang est celuy auquel il appartient. Mais s'il n'y est pas au juste ; on prendra dans la Table les deux qui en approchent plus, l'un au dessus & l'autre au dessous, & on ôtera le moindre du plus grand, & on l'ôtera encore de celuy qu'on propose ; & la fraction qui aura pour numérateur la moindre différence, & la plus grande pour dénominateur, sera ajoûtée au nombre du moindre logarithme, & la somme résoudra la question.

Tout ce qu'on prescrit ici est fondé sur ce raisonnement implicite, que les deux différences ont un même rapport que l'unité, dont le plus grand nombre surpasse le moindre, à la fraction fournie par la régle de trois, ou qu'on doit ajoûter. Car quoique le raisonnement ne soit pas entiérement juste, l'erreur néanmoins ne doit pas entrer en ligne de conte, si le premier chiffre n'est pas moindre que 3. S'il étoit moindre, ou que tout le logarithme surpassât le plus grand de la Table ; on ajoûteroit ou on ôteroit ce qu'il faut pour égaler 3. Et à la fin de l'opération, on diviseroit ou on multiplieroit ce qu'on auroit trouvé par le nombre auquel appartient le caractéristique ajoûté ou retranché pour avoir 3. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 39531250. Je prens dans la Table les deux logarithmes 39530828 & 39531312 qui en approchent plus, & j'ôte le plus petit des trois de chacun des deux autres, ce qui laisse pour restes 422 & 484 que j'écris en fraction, & j'ajoûte la fraction $\frac{422}{484}$ au nombre 8976 du moindre logarithme 39530828. Et la somme $8976\frac{422}{484}$ est à peu prés le nombre auquel appartient le logarithme proposé 39531250. Si on veut une fraction approchante & plus simple que $\frac{422}{484}$ ou que son exposant $\frac{211}{242}$; on pourra choisir un dénominateur arbitraire 60, & dire : le dénominateur 242 est au numérateur 211, comme le dénominateur arbitraire 60 est à un numérateur nouveau 52. Et la fraction $\frac{52}{60}$ ou son exposant $\frac{13}{15}$ étant ajoûté au nombre 8976 ; la somme $8976\frac{13}{15}$ résoudra encore à peu prés la question. Je choisis un dénominateur comme 60, qui ait plusieurs diviseurs.

	Logarithmes.	*Logarithmes.*	*Nombres.*
	+ 39531250	+ 39531312	8977
	— 39530828	— 39530828	8976
	Numérateur + 422.	*Dénominateurs* 484.	$8976\frac{422}{484}$.

Second exemple.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 38572108. Je prens dans la Table les deux 38571515 & 38572118 qui en-approchent plus, & qui appartiennent aux nombres 7197 & 7198. J'ôte ensuitte le moindre de ces trois logarithmes de chacun des deux autres, & je mets les restes 593 & 603 en fraction, & j'ajoûte la fraction $\frac{593}{603}$ au nombre 7197 du moindre logarithme. Et la somme $7197\frac{593}{603}$ est à peu prés le nombre auquel appartient le logarithme 38572108.

Logarithmes.	*Logarithmes.*	*Nombres.*
+ 38572108	+ 38572118	7198
— 38571515	— 38571515	7197
Numerateur + 593.	*Dénominateur* + 603.	$7197\frac{593}{603}$.

Troisieme exemple.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 45552830. Comme il surpasse le plus grand de la Table, j'ôte 1 du premier chiffre 4, ou le logarithme 10000000 du logarithme entier 45552830. Et le reste est 35552830, dont le nombre est à peu prés $3591\frac{676}{1209}$. Et si on le multiplie par le nombre 10 du logarithme 10000000 qu'on avoit retranché ; le produit $35915\frac{715}{1209}$ est à peu prés le nombre du logarithme 45552830 qu'on avoit proposé.

Logarithmes.	*Logarithmes.*	*Nombres.*
+ 35552830	+ 35553363	3592
— 35552154	— 35552154	3591
Numérateur 676.	*Dénominateur* + 1209.	$3591\frac{676}{1209}$.

Quatrieme exemple.

Pour trouver le nombre auquel appartient le logarithme défectif — 02218487. Je luy ajoûte le logarithme 40000000 du nombre 10000, afin d'avoir un caractéristique 3 ; & je trouve un nouveau logarithme 37781513 qui appartient au nombre 6000, comme on le voit dans la Table. Divisant donc 6000 par le nombre 10000 du logarithme ajoûté 40000000, l'exposant $\frac{6000}{10000}$ ou sa valeur $\frac{3}{5}$ est la fraction à laquelle appartient le logarithme défectif qu'on avoit proposé.

Logarithmes.	*Nombres.*
— 02218487	$\frac{6000}{10000} \propto \frac{3}{5}$.
+ 40000000	10000
+ 37781513	6000

Si les logarithmes qu'on cherche dans la Table n'y ſont pas au juſte ; on peut abbréger en ajoûtant à ceux qui ſont défectifs le logarithme de 3600 ou de 36000, qui a beaucoup de diviſeurs. Pour trouver par éxemple le logarithme du nombre défectif — 02158584, je luy ajoûte le logarithme 35563025 de 3600, & je trouve un nouveau logarithme 33404441 qui répond dans la Table au nombre naturel 2190. Diviſant donc ce nombre 2190 par le nombre 3600 du logarithme ajoûté, l'expoſant $\frac{219}{360}$ eſt le nombre rompu auquel appartient le logarithme propoſé — 02158584. On auroit pû trouver de la même ſorte la fraction $\frac{3}{5}$ de l'éxemple précédent.

Logarithmes.	*Nombres.*
— 02158588	$\frac{2190}{3600} \propto \frac{219}{360}$.
+ 35563025	3600
+ 33404441	2190

Logarithmes.	*Nombres.*
— 02218487	$\frac{2160}{3600} \propto \frac{3}{5}$.
+ 35563025	3600
+ 33344538	2160

TABLE ABBREGE'E

POUR TROUVER LES LOGARITHMES ET LEURS NOMBRES BEAUCOUP PLUS EXACTEMENT.

5. COmme il eſt néceſſaire en cerraines ſupputations importantes d'avoir des logarithmes encore plus éxacts ou qui aient plus de huit chiffres, & de trouver auſſi leurs nombres d'une maniére plus éxacte & plus juſte, lorſqu'il y a des fractions ; on pourra ſe ſervir de la Table ſuivante, qui peut s'étendre, quoy qu'avec plus de peine, juſques à trouver tous les logarithmes des nombres compris entre 1 & 1000000000, en ſorte qu'à peine y aura-t-il erreur de l'unité au 10e chiffre, ou du milliéme d'un millionniéme. Et les nombres à qui les logarithmes appartiennent ſe pourront auſſi trouver avec la même éxactitude, encore même qu'il y ait des fractions. La premiére bande A comprend les 9 premiers termes de la progreſſion de 10 à 100, & leurs logarithmes à côté ; & la ſeconde B les 9 premiers nombres & leurs logarithmes ; & la troiſiéme C comprend des unitez & des 10es de l'unité & les logarithmes à côté ; & la quatriéme D comprend auſſi des unitez avec des 100es & les logarithmes à côté ; & ainſi du reſte. Et ſi l'on veut joindre cette Table à la précédente, on la pourra pouſſer plus facilement juſques au logarithme de 10000000, & s'en ſervir encore pour trouver tous les nombres des logarithmes avec aſſez d'éxactitude. Mais il faudra dans ces rencontres retrancher quatre chiffres, ſe ſouvenant toûjours d'ajoûter 1, lorſque le neuviéme eſt plus grand que 4.

Table

SCD LYON 1

Table pour les Logarithmes.

10^1	10000000.0000	1001	00004340.7748	10000001	00000000.4343
10^2	20000000.0000	1002	00008677.2153	10000002	00000000.8686
10^3	30000000.0000	1003	00013009.3302	10000003	00000001.3029
10^4	40000000.0000	1004	00017337.1281	10000004	00000001.7372
10^5	50000000.0000	1005	00021660.6176	10000005	00000002.1715
10^6	60000000.0000	1006	00025979.8072	10000006	00000002.6058
10^7	70000000.0000	1007	00030294.7055	10000007	00000003.0401
10^8	80000000.0000	1008	00034605.3211	10000008	00000003.4744
10^9	90000000.0000	1009	00038911.6624	10000009	00000003.9086
1	00000000.0000	10001	00000434.2728	100000001	00000000.0434
2	03010299.9566	10002	00000868.5021	100000002	00000000.0869
3	04771212.5472	10003	00001302.6881	100000003	00000000.1303
4	06020599.9133	10004	00001736.8306	100000004	00000000.1737
5	06989700.0434	10005	00002170.0297	100000005	00000000.2171
6	07781512.5038	10006	00002604.9855	100000006	00000000.2606
7	08450980.4001	10007	00003038.9978	100000007	00000000.3040
8	09030899.8699	10008	00003472.9669	100000008	00000000.3474
9	09542425 0944	10009	00003906.8925	100000009	00000000.3909
11	00413926.8516	100001	00000043.4292	1000000001	00000000.0043
12	00791812.4605	100002	00000086.8580	1000000002	00000000.0087
13	01139433.5231	100003	00000130.2864	1000000003	00000000.0130
14	01461280.3568	100004	00000173.7143	1000000004	00000000.0174
15	01760912.5906	100005	00000217.1418	1000000005	00000000.0217
16	02041199.8266	100006	00000260.5689	1000000006	00000000.0261
17	02304489.2138	100007	00000303.9955	1000000007	00000000.0304
18	02552725.0510	100008	00000347.4217	1000000008	00000000.0347
19	02787536.0095	100009	00000390.8474	1000000009	00000000.0391
101	00043213.7378	1000001	00000004.3429	10000000001	00000000.0004
102	00086001.7176	1000002	00000008.6859	10000000002	00000000.0009
103	00128372.2471	1000003	00000013.0288	10000000003	00000000.0013
104	00170333.3930	1000004	00000017.3717	10000000004	00000000.0017
105	00211892.9907	1000005	00000021.7147	10000000005	00000000.0022
106	00253058.6526	1000006	00000026.0576	10000000006	00000000.0026
107	00293837 7769	1000007	00000030.4005	10000000007	00000000.0030
108	00334237.5549	1000008	00000034.7434	10000000008	00000000.0035
109	00374264.9794	1000009	00000039.0863	10000000009	00000000.0039

IV PROBLEME.

6. *POur trouver avec le secours des deux Tables à quel nombre appartient un logarithme qu'on propose.*

On prendra dans la grande le plus grand logarithme que celuy qu'on propose renferme, & on marquera quel en est nombre, & on ôtera le petit logarithme du grand. On cherchera ensuitte dans la petite Table quel logarithme approche plus du reste, & on l'ôtera de ce même reste. Et on ôtera encore du nouveau reste le plus grand logarithme de la petite Table, qu'il pourra renfermer, & du troisiéme reste encore le plus grand de la même Table qui s'y trouvera. Et ainsi de suitte jusques au dernier reste, & toûjours sans avoir égard aux quatre derniers chiffres. Et aprés qu'on aura fait tous ces retranchemens successifs, on prendra tous les nombres ausquels appartiennent les logarithmes retranchez. Et leur produit résoudra la question. Si le premier chiffre du logarithme qu'on propose est trop grand, on le changera, & même on l'ôtera si on veut. Mais on multipliera dans ce cas le dernier produit par le nombre auquel appartient le caractéristique retranché. Les éxemples éclairciront ceci.

Premier exemple.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 39531250. Je prens dans la premiére Table le logarithme 39530828 qui en approche plus au dessous, & leur différence 422. Et j'ôte de cette différence le plus grand logarithme 391 de la petite Table qu'elle peut contenir, & qui est à côté de la fraction décimale $\frac{100009}{100000}$. Et du second reste 31 j'ôte encore le petit logarithme 30 de la fraction décimale $\frac{1000007}{1000000}$, ce qui laisse encore un reste 1, qui est à peu prés le logarithme de la fraction décimale $\frac{10000003}{10000000}$. Et le produit des nombres 8976, $\frac{100009}{100000}$, $\frac{1000007}{1000000}$, $\frac{10000003}{10000000}$, sera le nombre auquel apartient le logarithme proposé. Si je veux négliger les deux derniéres fractions décimales $\frac{1000007}{1000000}$ & $\frac{10000003}{10000000}$; le produit de 8976 par $\frac{100009}{100000}$, & qui est $8976\frac{80784}{100000}$, sera une valeur assez approchante. Et si on

Logarithmes.	*Nombres.*	
+ 39531250		8976 ....
— 39530828	8976	1ϕϕϕϕϕ
+ 00000422		80784
— 00000391	$\frac{100009}{100000}$	897680784 ..... 1er *produit*
		1ϕϕϕϕϕ7
+ 00000031		6283765488
— 00000030	$\frac{1000007}{1000000}$	897687067765488 ..... 2d *produit*
		1ϕϕϕϕϕϕ3
+ 00000001		26930612032964 64
— 00000001	$\frac{10000003}{10000000}$	*Numérateur* 897687337071608329 6464 3e *produit*
00000000		*Dénominateur* 10000000000000000000

en veut ôter encore les trois figures 784 du numérateur, en les changeant en 000; le nombre $8976\frac{80000}{100000}$ ou $8976\frac{4}{5}$ pourra suffire dans les pratiques ordinaires.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 64831401. Je change 6 en 3, & je prens dans la Table le logarithme 34830164 qui approche le plus du logarithme 34831401, & qui appartient au nombre 3041. J'ôte ensuitte le moindre logarithme du plus grand; & j'ôte encore de la différence 1237 le plus grand logarithme 869 qu'elle peut contenir dans la petite Table, & qui est à côté de la fraction décimale $\frac{10002}{10000}$. Et du second reste 368 j'ôte encore le petit logarithme 347 de la fraction décimale $\frac{100008}{100000}$. Et du troisiéme reste 21 j'ôte à son tour le petit logarithme 17 de la fraction décimale $\frac{1000004}{1000000}$. Et enfin du dernier reste 4 j'ôte le logarithme 3 de la fraction décimale $\frac{10000007}{10000000}$, & je neglige le petit reste 1. Et le produit des nombres 3041, $\frac{10002}{10000}$, $\frac{100008}{100000}$, $\frac{1000004}{1000000}$, $\frac{10000007}{10000000}$ sera le nombre auquel appartient le logarithme proposé. Mais je me contente de prendre les huit premiers chiffres de ce produit qui en peut avoir 26. Et j'ajoûte 1 au nombre 30418658 qui comprend les 8 premiers chiffres, à cause des petits restes que j'ai négligé, & qui pourroient fournir encore quelque chose. Et parceque le caractéristique 3 est pour tous les nombres où il y a 4 chiffres; si je divise 30418659 par 10000; l'exposant $3041\frac{8659}{10000}$

Logarithmes.	*Nombres.*	
+ 64831401		3041 . . . .
— 30000000	1000	1000 2
+ 34831401		6082
— 34830164	3041	30416082 . . . . . 1er *produit*
+ 00001237		100008
— 00000869	$\frac{10002}{10000}$	243328656
+ 00000368		3041851528656 . . . . . 2d *produit*
— 00000347	$\frac{100008}{100000}$	1000004
+ 00000021		12167406114624
— 00000017	$\frac{1000004}{1000000}$	30418636960621146 24 3e *produit*
+ 00000004		10000007
— 00000003	$\frac{10000007}{10000000}$	21293 &c.
00000001		*Numérateur* 30418658253 &c. 4e *produit*
		Dénominateur 1000000

sera le nombre du logarithme 34831401. C'est pourquoy remettant au lieu de 3 le caractéristique 6, on multipliera le nombre $3041\frac{8659}{10000}$ par le nombre 1000 du caractéristique 3 qu'on avoit retranché. Et le produit $3041865\frac{9}{10}$ sera le nombre du logarithme 64831401 qu'on avoit d'abord proposé.

COROLLAIRE ET PROBLEME V.

7. *Pour trouver avec le secours seul de la petite Table à quel nombre appartient le logarithme qu'on propose.*

On ôtera le caractéristique de ce logarithme. Et on observera le reste comme au problême précédent.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 36606757883. Je change en 0 son caractéristique 3. Et du reste 06606757883 je retranche le plus grand logarithme 06020599913 de la petite Table qu'il peut contenir, & j'en marque le nombre 4 à côté. Et du reste 00586157970 j'ôte encore le logarithme 00413926852 de la fraction décimale $\frac{11}{10}$. Et du nouveau reste

Logarithmes.	*Nombres.*	
+ 36606757883		4.
− 36020599913	4000	44.. 1er *produit*
+ 00586157970		
− 00413926852	$\frac{11}{10}$	4576.... 2d *produit*
+ 00172231118		
− 00170333393	$\frac{104}{100}$	45778304..... 3e *produit*
+ 00001897725		
− 00001736831	$\frac{10004}{10000}$	4577967734912.....
+ 00000160894		
− 00000130286	$\frac{100003}{100000}$	45779997805861443 84.....
+ 00000030608		
− 00000030401	$\frac{1000007}{1000000}$	45779999637[illegible] &c. 6e *produit*
+ 00000000207		
− 00000000174	$\frac{100000004}{100000000}$	
+ 00000000033		
− 00000000030	$\frac{1000000007}{1000000000}$	*Numérateur* 45779999957 &c.
+ 00000000003		*Dénominateur* 10000000

00172231118, j'ôte auſſi le logarithme 00170333393 de la fraction décimale $\frac{104}{100}$. Et du reſte 00001897725 j'ôte de la même maniére le logarithme 00001736831 de la fraction décimale $\frac{10004}{10000}$. Et du reſte 00000160894 j'ôte à ſon tour le logarithme 00000130286 de la fraction décimale $\frac{100003}{100000}$. Et du reſte 00000030608 j'ôte encore le logarithme 00000030401 de la fraction décimale $\frac{1000007}{1000000}$. Et du reſte 00000000207 j'ôte le logarithme même 00000000174 de la fraction décimale $\frac{100000004}{100000000}$. Et enfin du reſte 00000000033 j'ôte le logarithme 00000000030 de la fraction $\frac{1000000007}{1000000000}$, & je néglige ce qui reſte. Et le produit des nombres 4, $\frac{11}{10}$, $\frac{104}{100}$, $\frac{10004}{10000}$, $\frac{100003}{100000}$, $\frac{1000007}{1000000}$, $\frac{100000004}{100000000}$, $\frac{1000000007}{1000000000}$, réſoudra la queſtion. On peut négliger les deux derniers de ces divers nombres, & ſe contenter des ſept premiers chiffres du produit 4577999. Car les ayant diviſé par 1000, parceque le caractériſtique 3 ſignifie que le produit qu'on cherche ne doit avoir que 4 chiffres, le nombre ſera $4577\frac{999}{1000}$. Et ſi on luy ajoûte $\frac{1}{1000}$ à cauſe des chiffres ſuivans qu'on retranche, & qui en approchent fort étant diviſez comme il faut; on trouvera que le nombre du logarithme propoſé 36606757883 eſt enfin le nombre entier 4578.

On le trouveroit plus facilement, ſi on retranchoit d'abord du logarithme 06606757883 le logarithme 04771212547 de 3, & du reſte 01835545336 le logarithme 01461280356 de $\frac{14}{10}$, & du ſecond reſte 00374264980 le logarithme 00374264979 de la fraction décimale $\frac{109}{100}$. Car le produit des trois nombres 3, $\frac{14}{10}$, $\frac{109}{100}$, eſt $\frac{4578}{1000}$. Et ſi on le multiplie par le nombre

Logarithmes.	*Nombres.*	
+ 36606757883		
— 30000000000	1000	3.
+ 06606757883		14
— 04771212547	3	12
+ 01835545336		42 .. 1er *produit*
— 01461280356	$\frac{14}{10}$	109
+ 00374264980		378
— 00374264979	$\frac{109}{100}$	4578 2d *produit & numérateur.*
+ 00000000001		1 *dénominateur.*

1000 auquel appartient le caractéristique 3 qu'on avoit retranché ; le produit 4578 est comme auparavant le nombre à qui le logarithme qu'on propose appartient.

Second exemple.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 34831400744. Je change en 0 son caractéristique 3. Et je retranche du reste 04831400744 le logarithme 04771212547 qui est à côté du nombre naturel 3. Et j'ôte encore du reste 00060188197 le logarithme 00043213738 de la fraction décimale $\frac{101}{100}$. Et du reste 00016974459 j'ôte le logarithme 00013009330 de $\frac{1003}{1000}$, & du reste 00003965129 j'ôte aussi le logarithme 00003906893 de la fraction $\frac{10009}{10000}$. Et du reste 00000058236 j'ôte à son tour le logarithme 00000043429 de la fraction $\frac{100001}{100000}$. Et du reste 00000014807 j'ô-

Logarithmes.	*Nombres.*	
+ 34831400744.		
— 300000000000	1000	3..
+ 048314007440		101
— 047712125472	3	.3
+ 000601881968		303 ... 1er *produit*
— 000432137378	$\frac{101}{100}$	1003
+ 000169744590		909
— 000130093302	$\frac{1003}{1000}$	303909 .... 2d *produit*
+ 000039651288		10009
— 000039068925	$\frac{10009}{10000}$	2735181
+ 000000582363		3041825181 ..... 3e *produit*
— 000000434292	$\frac{100001}{100000}$	100001
+ 000000148071		3041825181
— 000000130288	$\frac{1000003}{1000000}$	304185559925181 ..... 4e *produit*
+ 000000017783		1000003
— 000000017372	$\frac{10000004}{10000000}$	912556679775543
+ 000000000411		304186472481860775543
— 000000000391	$\frac{1000000009}{1000000000}$	10000004
000000000020		121674588992744
		304186594166644 &c. 5e *produit*
		1000000009
		2737679347.
		Numérat. 304186596904 &c. 6e *produit*
		Dénominateur 100000000

te aussi le logarithme 0000001 3029 de $\frac{1000003}{1000000}$. Et du reste 00000001778 j'ôte encore le logarithme 00000001737 de la fraction $\frac{10000004}{10000000}$. Et enfin du reste 0000000041 j'ôte le même logarithme 00000000039 de la fraction $\frac{1000000009}{1000000000}$. Et le produit des nombres 3, $\frac{101}{100}$, $\frac{1003}{1000}$, $\frac{10009}{10000}$, $\frac{100001}{100000}$, $\frac{1000003}{1000000}$, $\frac{10000004}{10000000}$, $\frac{1000000009}{1000000000}$, dont je prens seulement les 8 premiers chiffres, étant multiplié par 1000 donnera le nombre 3041 $\frac{8659}{10000}$ du logarithme qu'on propose.

VI PROBLEME.

8. *Pour trouver avec le secours des deux Tables le logarithme d'un nombre qu'on propose.*

On prendra dans la grande le logarithme des quatre premiers chiffres, ou des cinq premiers, s'il se peut. Et on divisera le nombre qu'on propose, premiérement par celuy que les quatre ou cinq premiers chiffres expriment, jusques au premier exposant qui précéde leurs rangs. Et aprés avoir multiplié le diviseur par tout l'exposant, on formera du produit un nouveau diviseur avec lequel on se réglera de la même sorte, & on en formera ensuitte un troisiéme. Et ainsi du reste, comme on peut l'observer dans l'éxemple suivant. Et à la fin on ajoûtera ensemble les divers logarithmes de tous les diviseurs, & leur somme recevant le caractéristique qui est propre au nombre résoudra la question.

Premier exemple.

Pour trouver le logarithme du nombre 30418515. Je divise ce nombre par 3041 pour avoir seulement le premier exposant 1, & ensuitte je divise tout ce même nombre par 3041 jusques à ce que j'aye l'exposant 10002. Et multipliant le diviseur 3041 par tout l'exposant 10002, je prens pour nouveau diviseur le produit même 30416082; & je divise par ce nombre celuy qu'on propose augmenté de plusieurs zéro, afin que le diviseur puis-

+ 30418515				
3041	ℰ1	3041	*Nombres.*	*Logarithmes.*
— 3041		10002	3041	34830164
+ 8515		6082	10000	00000868
.... 3041	ℰ2	30416082	100008	00000347
— 6082		10000	100000	
+ 243300000		24332865	10000	40000000
..... 30416082	ℰ8	30418515	30418515	74831379
— 24332865				
.... 0000				

SCD LYON 1

ſe parcourir les rangs. Et lorſque j'ai trouvé l'expoſant 100008, je le multiplie par le diviſeur 30416082 ; négligeant néanmoins tous les chiffres qui ſuivent les 8 premiers. Et parceque je trouve le nombre 30418515, qui revient à celuy qu'on propoſe ; je m'arrête là. Et je prens les logarithmes des nombres 3041, $\frac{10002}{10000}$, $\frac{100008}{100000}$. Et leur ſomme 34831380 eſt déja le logarithme de $3041\frac{8515}{10000}$. De ſorte que ſi on ajoûte 4 au caractériſtique 3 ; le logarithme de 30418515 ſera 74831380.

Second exemple.

Pour trouver le logarithme de 29668205. On ſe conduira comme au premier éxemple. Et le nombre 74722909 réſoudra la queſtion.

+ 29668205			
~~2966~~			
− 2966	{1		
+ 8205		2966	
.... ~~2966~~		~~10002~~	
− 5932	{2	5932	
+ 227300000		29665932	
..... ~~29665932~~		~~100007~~	
− 207661524	{7	20766 &c	
+ 19638476		296680086 &c	
..... ~~2966800~~ &c		~~1000006~~	
− ..... 1780080 &c	{6	1780 &c	
+ ..... 183767 &c		296681866 &c	
..... ~~29666~~ &c	{2	~~10000006~~	
− ..... 178009 &c		178 &c	
..... ~~5758~~		296682044 &c	

Nombres.	*Logarithmes.*
2966	34721711
$\frac{10002}{10000}$	00000869
$\frac{100007}{100000}$	00000304
$\frac{1000006}{1000000}$	00000026
$\frac{10000006}{10000000}$	00000003
10000	40000000
29668205	74722909

COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

9. *Et pour trouver avec le ſecours ſeul de la petite Table le logarithme d'un nombre qu'on propoſe.*

On prendra pour premier diviſeur de ce nombre le premier chiffre ſeul, ou les deux premiers, s'il ſe peut. Et le reſte s'achêvera comme au problême précédent.

Premier exemple.

Pour trouver le logarithme du nombre 3041 avec le ſecours ſeul de la petite Table. Je luy ajoûte pluſieurs zéro, afin que les diviſeurs puiſſent parcourir les rangs juſques où il eſt nécéſſaire. Et conſidérant le premier chiffre 3 j'en fais le premier diviſeur, & l'expoſant eſt 1. Et l'avançant d'un rang, le ſecond expoſant eſt 10. Et le produit 30 de 3 par 10, diviſant de

SCD LYON 1

de nouveau 3041 ; l'exposant est 101. Si donc je le multiplie par 30, le produit 3030 me servira pour diviser 3041000, & pour trouver un exposant nouveau 1003. Je multiplie donc encore le diviseur 3030 par l'exposant 1003, & le produit 3039090 me sert pour diviser 3041000000, ce qui donne l'exposant 10006. Et j'en trouve de la même sorte un cinquiéme 100002, & ensuitte un sixiéme 1000008, & encore un septiéme 10000004, & un huitiéme 100000006, & le dernier est nul. Je prens donc alors dans la petite Table les logarithmes des divers diviseurs 3, 10, $\frac{101}{100}$, $\frac{1003}{1000}$, $\frac{10006}{10000}$, $\frac{100002}{100000}$, $\frac{1000008}{1000000}$, $\frac{10000004}{10000000}$, $\frac{100000006}{100000000}$, 100. Et leur somme 3483016420 est le logarithme du nombre proposé 3041.

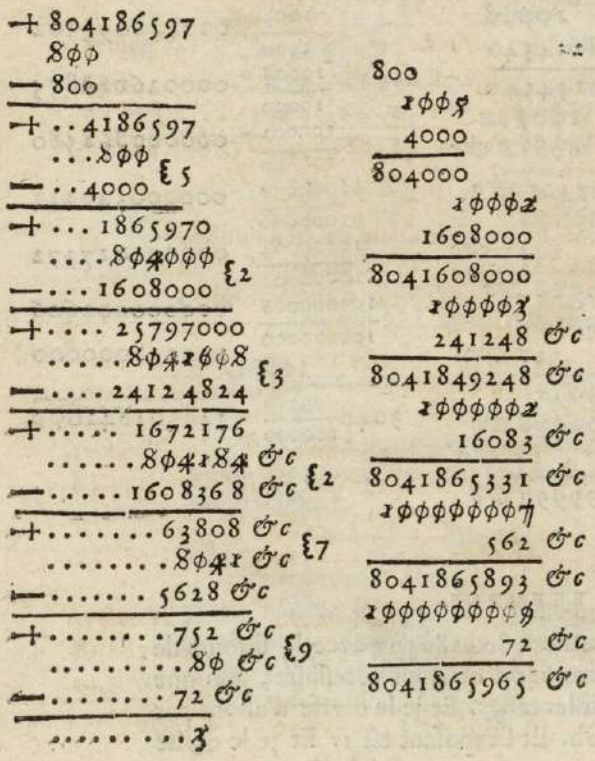
Nombres.	Logarithmes.
3	047712125472
10	100000000000
$\frac{101}{100}$	000432137378
$\frac{1003}{1000}$	000130093302
$\frac{10006}{10000}$	000026049855
$\frac{100002}{100000}$	000000868580
$\frac{1000008}{1000000}$	000000347434
$\frac{10000004}{10000000}$	000000017372
$\frac{100000006}{100000000}$	000000002606
100	200000000000
$3040\frac{99999}{100000}$	3483016420ϕϕ

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme du nombre 804186597 avec le secours de la petite Table. Je luy ajoûte des zéro selon qu'il est nécessaire, afin que les divers diviseurs puissent parcourir les rangs. Et je le divise d'abord par le produit 800 des nombres 8 & 100. Et l'exposant est 1. Et je le divise

encore par 800 jusques à l'exposant 1005. Je multiplie ensuitte le diviseur 800 par l'exposant 1005, & le produit 804000 est un second diviseur. C'est pourquoi divisant 804186597 par 804000, l'exposant est 10002, qui sert à son tour pour en trouver un troisiéme 100003, & celuy-ci un quatriéme 1000002, qui en fournit encore un cinquiéme 100000007, qui donne enfin le huitiéme 1000000009. C'est pourquoi je prens dans la petite Table les logarithmes des divers diviseurs 8, $\frac{1005}{1000}$, $\frac{10002}{10000}$, $\frac{100003}{100000}$, $\frac{1000002}{1000000}$, $\frac{100000007}{100000000}$, $\frac{1000000009}{1000000000}$. Et j'ajoûte à leur somme le caractéristique 8 des logarithmes qui appartiennent aux nombres où il y a 9 chiffres. Et la somme entiére 890535572990 est le logarithme du nombre proposé 804186597. Et on trouveroit de la même sorte que le logarithme du nombre 3041851529 est 9483138025. Et ainsi des autres.

Si cette Table étoit augmentée par tout de plusieurs chiffres, & prolongée jusques aux parties où le dénominateur est de 15 ou 20 chiffres; on trouveroit par son moyen une multitude incroyable de logarithmes, & les nombres qui leur seroient propres. Les deux derniers problêmes ne sont pas ordinairement d'usage, quoi qu'ils soient curieux. Ils peuvent pourtant beaucoup abbréger diverses opérations longues & difficiles. On voit assez que les démonstrations de tout ce qu'on a dit ici sur les logarithmes est appuyé



Nombres.	*Logarithmes.*
8	0903089986999
$\frac{1005}{1000}$	000216606176
$\frac{10002}{10000}$	000008685021
$\frac{100003}{100000}$	000001302864
$\frac{1000002}{1000000}$	000000086859
$\frac{100000007}{100000000}$	000000003040
$\frac{1000000009}{1000000000}$	000000000390
100000000	800000000000
804186597	890535572989

SCD LYON 1

ſur ce principe, que ce qu'on fait par addition & par ſouſtraction dans les logarithmes, ſe fait par multiplication & par diviſion dans les nombres auſquels ils appartiennent.

VIII PROBLEME.

10. *Pour trouver par les logarithmes un quatriéme proportionel à trois nombres.*

On prendra la ſomme des logarithmes des moyens, & on ôtera de la même ſomme le logarithme du premier. Et le reſte ſera le logarithme du quatriéme.

Premier exemple.

Pour multiplier 654 par 27. Il eſt viſible que l'unité eſt à l'un de ces nombres comme l'autre eſt au produit qu'on cherche. C'eſt pourquoi ſi on prend les logarithmes des moyens 654 & 27, qui ſont 28155777 & 14313638, & qu'on les ajoûte en une ſomme 42469415; le logarithme de l'unité qui eſt 00000000 étant retranché de la ſomme, laiſſera pour reſte cette même ſomme, qui ſera le logarithme du produit 17658. On trouvera de la même ſorte que le produit de 349 par 52 eſt 18148.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 28155777	654
+ 14313638	*par* 27
Somme 42469415.	*Produit* 17658.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 25428254	349
+ 17160033	*par* 52
Somme 42588287.	*Produit* 18148.

Second exemple.

Pour diviſer 17658 par 27. Il eſt viſible que le diviſeur 27 eſt à l'unité, comme le nombre à diviſer 17658 eſt à l'expoſant. C'eſt pourquoi ſi on prend la ſomme des logarithmes des moyens 1 & 17658, qui ſont 00000000 & 42469415, & qu'on ôte enſuitte de la même ſomme 42469415 le logarithme du premier terme 27, qui eſt 14313638; le reſte 28155777 ſera le logarithme de l'expoſant 654 que l'on cherche.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 42469415	*Produit* 17658
— 14313638	*Diviſeur* 27
Reſte + 28155777.	*Expoſant* 654.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 42469415	*Produit* 17658
— 28155777	*Diviſeur* 654
Reſte + 14313638.	*Expoſant* 27.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 42588287	*Produit* 18148
— 17160033	*Diviſeur* 52
Reſte + 35428254.	*Expoſant* 349.

Logarithmes.	*Nombres.*
+ 42588287	*Produit* 18148
— 35428254	*Diviſeur* 349
Reſte + 17160033.	*Expoſant*

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver un quatriéme nombre proportionel aux trois 6, 15, 26. On ajoûtera en une ſomme les deux logarithmes des moyens 15 & 26, qui ſont 11760913 & 14149734, & de la ſomme 25910647 on ôtera le logarithme du premier 6, qui eſt 07781513. Et le reſte 18129134 ſera le logarithme du quatriéme proportionel 65 que l'on cherche.

Il y en a qui le trouvent d'une autre maniére. Ils prennent le logarithme 100000000 de 100000000, & ils en retranchent celuy du premier terme 6. Et ils ajoûtent enſuitte au reſte les deux logarithmes des moyens; & effaçant le premier chiffre 1 dans la ſomme, ils trouvent au juſte le logarithme du quatriéme terme. Lorſqu'on retranche un logarithme de celuy dont le caractériſtique eſt 10, & où il n'y a que des zéro, le reſte s'appelle *complement* du logarithme retranché.

Nombres.	*Logarithmes.*
2d 15	+ 11760913
3e 26	+ 14149734
Somme	+ 25910647
1er 6	— 07781513
4e 65	*Reſte* + 18129134

Nombres.	*Logarithmes.*
Produit 10^8	+ 100000000
Diviſeur 6 1er *terme.*	— 07781513
Expoſant $\frac{10^8}{6}$	+ 92218487
2d *terme* 15	+ 11760913
3e *terme* 26	+ 14149734
4e *terme* 65 ∞ $\frac{10^8 26^1 15^1}{10^8 6}$.	118129134

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver un quatriéme proportionel aux trois nombres 425, 525, $1895\frac{2}{3}$. On prendra la ſomme des logarithmes des moyens 525 & $18952\frac{2}{3}$; & on en ôtera le logarithme du premier terme 425. Et le reſte ſera le logarithme du quatriéme proportionel $23690\frac{5}{6}$. Mais il y a d'autres uſages plus importans des logarithmes que ceux-ci. Et même lorſqu'on a quelque facilité pour les opérations des nombres, on peut quelquesfois finir une opération dans le temps qu'on emploie à chercher les logarithmes. Chacun en ces rencontres peut choiſir la voie qu'il trouve la plus courte. Je ne dis rien ici du ſecours des logarithmes en Géometrie. Je me

Nombres.	*Logarithmes.*
2d 525	+ 27201593
3e $18952\frac{2}{3}$	+ 42776703
Somme	+ 69978296
1er 425	— 26232493
4e $23690\frac{8}{9}$.	*Reſte* + 43745803

Nombres.	*Logarithmes.*
2d 97345	+ 49883136
3e 86799	+ 49385147
Somme	+ 99268283
1er 19948	— 42998994
4e 423574.	*Reſte* + 56269289

SCD LYON 1

contenterai de marquer en ce lieu un seul de leurs usages, qui en vaut beaucoup d'autres.

PROBLEME IX.

11. *Pour trouver entre deux nombres par les logarithmes tels & tant de moyens proportionels qu'on voudra.*

On ôtera le logarithme du moindre des deux nombres de celuy du plus grand, que je prens pour le premier. Et on ajoûtera au moindre logarithme une moitié du reste, si l'on ne suppose qu'un moyen proportionel entre les deux nombres. Et on n'ajoûtera qu'un tiers du reste au moindre logarithme, si l'on suppose deux moyens; & on ajoûtera seulement un quart, ou un cinquiéme, ou un sixiéme, ou un septiéme de ce même reste, &c; selon qu'on voudra supposer trois, ou quatre, ou cinq, ou six moyens, &c. Et la somme qu'on découvrira sera toûjours le logarithme du moindre des moyens qu'on demande. Et le logarithme recevant aussi la partie ajoûtée au moindre logarithme donnera le logarithme du moyen qui suit de plus prés celuy qu'on a trouvé. Et on trouvera de la même sorte tel autre qu'on voudra. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles, qui se peuvent même appliquer à étendre les termes de la progression au delà des termes proposez. Mais il faut retrancher la petite partie du reste, du moindre logarithme, & la retrancher aussi des restes qu'on trouvera ensuitte, lorsqu'on voudra passer au delà du moindre des deux termes qu'on donne.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouuer la racine quarrée de 8041865. Il est visible que cette racine inconnuë est moyenne proportionelle entre l'unité & le nombre qu'on propose. Si donc on prend les deux logarithmes de l'unité & du nombre 8041865, qui sont 00000000 & 69053568, & qu'on ôte le premier du second; la moitié du reste 69053568 donnera le logarithme 34526784 de la racine approchée $2835\frac{4}{5}$ qui réſoût la question. Et on trouvera de la même sorte que la racine quarrée de 19349875 est à peu prés $4398\frac{4}{5}$.

	Nombres.	*Logarithmes.*			*Nombres.*	*Logarithmes.*
	$8041\frac{865}{1000}$	39053568			$19349\frac{875}{1000}$	42866781
	1000	30000000			1000	30000000
	Produit 8041865	69053568 ∞ 2B			*Produit* 19349875	72866781
	Sa racine 2^e $2835\frac{4}{5}$	34526784 ∞ 1B			*Sa racine* $4398\frac{4}{5}$	36433390

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver la racine cubique de 938313739. Comme elle est la pre-

miere des deux moyennes proportionelles entre 1 & le nombre proposé; si on prend les deux logarithmes de l'unité & du nombre 938313739, qui sont 00000000 & 89723481, & qu'on ôte le premier du second; le tiers du reste 89723481 donnera le logarithme 29907827 de la juste racine cubique 979 que l'on cherche. Et on trouvera de la même sorte que la racine cubique de 193498755 est presque $578\frac{2}{5}$.

Nombres.	*Logarithmes.*		*Nombres.*	*Logarithmes.*	
$9383\frac{13739}{100000}$	39723481		$19349\frac{8755}{10000}$	42866798	
100000	50000000		10000	40000000	
Produit 938313739	89723481	∞ 3B	*Produit* 193498755	82866798	
Sa racine 3e 979.	29907827	∞ 1B	*Sa racine* 3^{e} $578\frac{2}{5}$.	27622266	

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer une racine 9e du nombre 1953125. Comme cette racine est le premier de 8 termes moyens proportionels entre l'unité & le nombre proposé. On prendra le logarithme du nombre 1953125, qui est 62907301. Et on divisera par 9 ce même logarithme. Et l'exposant 06989700 sera le logarithme de la racine 9e 5 qui est celle qu'on cherche. Et on trouveroit de la même sorte que la racine 5e de 979 est presque 4.

Nombres.	*Logarithmes.*		*Nombres.*	*Logarithmes.*	
$1953\frac{1}{4}$	42907301		979	29907827	∞ 5B
100	20000000		$3\frac{9644803}{10000000}$.	05981565	∞ 1B
Produit 1953125	62907301	∞ 9B			
Sa racine 9e 5	06989700	∞ 1B			

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver un moyen proportionel entre 454 & 4086. Je prens leurs logarithmes 26570559 & 36112984. Et pour suivre les régles générales je prens leur différence 09542425. Et la moitié de cette différence étant ajoûtée au moindre ou retranchée du plus grand logarithme, on trouvera le logarithme 31341771 du moyen proportionel 1362 que l'on cherche. Mais dans les cas semblables à celuy-ci, on aura plûtôt réso-

Nombres.	*Logarithmes.*	
4086	+ 36112984	
454	− 26570559	
Reste	+ 09542425	∞ 2B
Sa moitié	+ 04771212	∞ 1B
	+ 26570559	
1362	31341771	

Maniere plus courte.

Nombres.	*Logarithmes.*
4086	36112984
454	26570559
Somme	62683543
1362	31341771

SCD LYON 1

lu la queſtion, en prenant ſimplement la moitié de la ſomme des logarithmes des nombres propoſez. Car cette moitié ſera le logarithme du moyen inconnu.

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour trouver deux moyens proportionels entre 7776 & 26244. Je prens leurs logarithmes 38907563 & 44190300. J'ôte enſuitte le moindre du plus grand, & prenant le tiers du reſte 05282737, je l'ajoûte au moindre logarithme 38907563. Et la ſomme 40668475 eſt le logarithme du moindre des deux moyens 11664. Et ajoûtant encore à cette ſomme le même tiers 01760912; la nouvelle ſomme 42429387 eſt le logarithme de l'autre moyen 17496. On trouvera de la même ſorte que les deux moyens proportionels entre 13824 & 46656 ſont 20736 & 31104.

Nombres.	*Logarithmes.*
1er 26244	+ 44190300
4e 7776	— 38907563
	Reſte 05282737
Son tiers	01760912
	+ 38907563
3e 11664	40668475
	+ 01760912
2d 17496	42429387

Nombres.	*Logarithmes.*
1er 46656	+ 46689075
4e 13824	— 41406337
	Reſte 05282738
Son tiers	01760912
	+ 41406337
3e 20736	43167249
	+ 01760912
2d 31104	44928162

SIXIEME EXEMPLE.

Pour trouver ſept moyens proportionels entre 256 & 6561. Je prens leurs logarithmes 24082400 & 38169700, & j'ôte le moindre du plus grand, ce qui laiſſe un reſte 14087300, dont un 8e eſt un peu plus que 01760912. J'ajoûte donc ce 8e au moindre logarithme 24082400. Et la ſomme 25843312 eſt le logarithme de 384 qui eſt le moindre & le ſeptiéme des moyens que je cherche, ou le huitiéme des neuf termes de toute la progreſſion. J'ajoûte aprés cela le même 8e 01760912 & 1 pour le ſurplus au logarithme 25843312, & la ſomme 27604225 eſt le logarithme du 7e terme 576 de la progreſſion, ou le 6e des moyens que je cherche. Et cette ſomme recevant le 8e du reſte à ſon tour donnera le logarithme 29365137 du 5e 864 des moyens. Et continuant de la même ſorte, on trouvera les autres logarithmes des quatre autres moyens 1296, 1944, 2916, 4374.

Et on trouvera de la même ſorte que les ſept moyens proportionels entre 531441 & 20736 ſont 354294, 236196, 157464, 104976, 69984, 46656, 31104. On peut négliger quelques unitez dans les logarithmes, à cauſe des petites parties proportionelles qu'on ajoûte, & qui ne ſont pas toûjours juſtes; & des petits reſtes qui approchent quelquesfois de l'unité, & qui en forment quelques-unes étant pris pluſieurs fois.

SCD LYON 1

On pourroit étendre les termes de la progreſſion au delà du premier & du dernier terme. Mais pour l'étendre au delà du dernier ou du plus petit, il faudroit ôter ſucceſſivement la 8e partie du reſte, premierement du petit logarithme, & enſuitte du reſte qu'on trouveroit, & aprés cela encore du nouveau reſte. Et ainſi de ſuitte. Par éxemple, pour l'étendre ici au delà du 9e terme, on ôtera la partie 01760913 du moindre logarithme 43167250. Et le reſte 41406337 ſera le logarithme d'un 10e terme 13824. Et ſi on ôte encore le petit reſte 01760913 du nouveau logarithme; le reſte 39645425 ſera le logarithme d'un 11e terme 9216. Et on trouvera enſuitte le logarithme 37884512 d'un 12^e terme 6144, & le logarithme 36123600 d'un 13^e 4096, & un autre 34362687 d'un 14^e $2730\frac{2}{3}$. &c.

Nombres.	*Logarithmes.*	*Nombres.*	*Logarithmes.*
1er 6561	+ 38169700	1er 531441	+ 57254550
9^e 256	— 24082400	9^e 20736	— 43167250
	Reſte 14087300		*Reſte* 14087300
Sa 8^e partie	01760912	*Sa 8^e partie*	01760912
	+ 24082400		+ 43167250
8^e 384	25843312	8^e 31104	44928162
	+ 01760913		+ 01760913
7^e 576	27604225	7^e 46656	46689075
	+ 01760912		+ 01760913
6^e 864	29365137	6^e 69984	48449987
	+ 01760913		+ 01760913
5^e 1296	31126050	5e 104976	50210900
	+ 01760912		+ 01760913
4e 1944	32886962	4e 157464	51971813
	+ 01760913		+ 01760912
3e 2916	34647875	3e 236196	53732725
	+ 01760912		+ 01760913
2^d 4374	36408787	2^d 354294	55493638

SEPTIEME EXEMPLE.

Si 12340 livres profitent toûjours en ſorte qu'au bout de dix années le capital & tous les divers arrérages faſſent une ſomme de 20000 livres; on demande quel eſt le denier par an du profit? Pour réſoûdre la queſtion, il faut conſidérer que le capital des 12340 livres & les divers profits des dix années conſécutives ajoûtez toûjours au même capital font une progreſſion de onze termes, où les extrêmes 12340 & 20000 doivent avoir entr'eux neuf termes moyens. Car le capital des 12340 livres eſt au même capital avec les arrérages de la premiére année, comme cette ſomme eſt encore au capital avec les arrérages de la ſeconde année, & comme celle-ci eſt à ſon tour au capital avec les arrérages de la troiſiéme année. Et ainſi du reſte

juſques

juſques à la 10e, où le capital & tous les arrérages doivent rendre la ſomme des 20000. livres. C'eſt pourquoi on prendra les deux logarithmes des extrêmes 12340 & 20000, qui ſont 40913152 & 43010300, & leur différence 02097148. Et la 10e partie de cette différence, qui ſera 00209715 étant ajoûtée au petit logarithme 40913152, la ſomme ſera le logarithme d'un nombre $12950\frac{5}{100}$, qui comprend le capital & les arrérages de la premiére année. On dira donc: ſi le capital 12340 donne $12950\frac{5}{100}$, combien donneront 1000? Et par les logarithmes, on dira que le moindre 40913152 eſt au plus grand 41122867 arithmétiquement, comme le logarithme 30000000 de 1000 eſt à un quatriéme 30209715. Et ce quatriéme ſe trouvera plus facilement en ajoûtant la petite partie 00209715 au logarithme 30000000. Et ſon nombre $1049\frac{47}{100}$ rendra le capital avec ſon interêt de 1000 livres pour un an.

Nombres.	*Logarithmes.*
20000	+ 43010300
12340	— 40913152
	Reſte 02097148
Sa 10e partie	00209715
	+40913152
$12950\frac{5}{100}$	41122867

Nombres.	*Logarithmes.*
1000.	30000000
	+00209715
$1049\frac{47}{100}$	30209715

HUITIEME EXEMPLE.

Si les biens d'un pupille, qui montent à 12300 livres, doivent toûjours profiter en telle ſorte que le capital & tous les divers arrérages rendent toûjours à raiſon de 6 pour 100 par an; on demande ce qui luy ſera dû au bout de 7 ans 5 mois 9 jours? On ôtera le logarithme 20000000 de 100 du logarithme 20253059 de 106. Et le reſte 00253059 ſera le logarithme du rapport $\frac{106}{100}$, qui dénomme chaque capital avec ce qu'il rend par an. Et la 12e partie de ce reſte donnera le logarithme 00021088 d'une fraction ou de la raiſon qui dénomme chaque capital avec ce qu'il rend par mois. Et ſi on diviſe cette partie $30\frac{1}{2}$; l'expoſant 00000693 ſera à peu prés le logarithme d'une fraction qui dénomme le capital avec ce qu'il rend par jour. Et ſi on prend 7 fois le premier de ces trois logarithmes à cauſe des années, & 5 fois le ſecond à cauſe des 5 mois, & 9 fois le troiſiéme à cauſe des 9 jours; la ſomme des trois produits donnera le logarithme 01883090 d'une raiſon qui dénomme tout ce qui ſera dû à la fin des 7 ans 5 mois & 9 jours. Ainſi il ne faudra plus que multiplier cette raiſon par le capital; ou qu'ajoûter leurs logarithmes. Car leur ſomme 42782141 ſera le logarithme du

produit $18976\frac{4}{10}$ qui comprend le capital & tous les divers arrérages qui ſont dûs au pupille à la fin du terme préfix.

Et ſi on vouloit ſuppoſer qu'un homme, qui doit payer ſeulement au bout de 7 ans 5 mois 9 jours la même ſomme de 12300 livres, offre à payer argent contant, ſi on veut bien luy rabattre à raiſon de 6 pour 100 par an. On réſoûdra cette queſtion comme la précédente, en retranchant néanmoins ſur la fin le logarithme 01883090 du logarithme 40899051 du capital. Et le reſte 39015961 ſera le logarithme de $7972\frac{5}{100}$ livres, qu'il faudroit payer argent contant.

Nombres.	*Logarithmes.*		*Nombres.*	*Logarithmes.*	
106	+ 20253059		*Pour 7 ans*	01771413	
100	— 20000000		*Pour 5 mois*	00105440	
Pour un an	00253059		*Pour 9 jours*	00006237	
Pour un mois	00021088		*Somme*	01883090	
Pour un jour	00000693	*Capital* 12300		40899051	
Debte au bout du terme	$18976\frac{8}{20}$		42782141	*Somme*	
Payement argent contant	$7372\frac{1}{20}$		39015961	*Reſte*	

TABLE

DES MATIERES PRINCIPALES

CONTENUES DANS CE PREMIER VOLUME.

DANS LE I LIVRE.

DE la méthode générale des Mathématiciens & des Géométres. page 1.

Diverſes ſortes de définitions générales qui ſont plus en uſage, ſoit dans les Mathématiques, ſoit en Géométrie. p. 2, &c.

De la ſcience générale des nombres. 18.

DANS LE II LIVRE.

D'Une maniére facile de conter ou d'écrire les nombres. page 19.

De l'Addition des nombres. 21.

De leur Souſtraction. 23.

De leur Multiplication. 26.

De leur Diviſion. 32.

Du changement des plus grandes eſpéces en des moindres, ou des moindres en de plus grandes. 42.

Définitions de diverſes meſures des temps, des poids, des monnoyes, des grains, des liqueurs. 46, &c.

Des cicles Solaire, Lunaire, & de l'Indiction Romaine, des Calendes, des Nones, des Ides, des Epactes, de la période Julienne, des Epactes, &c. ibid.

De la maniére de conter des anciens Romains, & des Grecs. 57.

DANS LE III LIVRE.

DE la ſcience générale des Grandeurs. 59.

De l'Addition, de la Souſtraction des Grandeurs littérales. 60.

De leur Multiplication. 63.

De leur Diviſion. 74.

Diverſes définitions des Grandeurs compoſées. 79.

DANS LE IV LIVRE.

DE la compoſition & réſolution des Puiſſances. 81.

De l'Extraction des racines quarrées, cubiques, & autres des nombres. 92, &c.

Des mêmes opérations pour les Grandeurs littérales & complexes. 109.

SCD LYON 1

DANS LE V LIVRE.

DE la composition générale des Grandeurs, & de toutes sortes de combinaisons & de permutations. 113, &c.
Des Anagrammes. 126.
Des combinaisons des vingt-quatre lettres, & de leurs permutations. 136, &c.

DANS LE VI LIVRE.

DE la Division générale des Grandeurs. 140.
De la maniére de trouver tous les nombres simples ou premiers qui sont diviseurs d'un nombre. 150.
Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre. 151
Des mêmes opérations sur les grandeurs littérales. 153
De l'Invention des nombres parfaits. 154.
Pour trouver la mesure commune la plus grande de deux ou de plusieurs grandeurs. 156. &c.
De diverses révolutions pour les nombres pairs, impairs, & divisibles par 3, par 5, par 7, par 11, &c. 162, &c.

DANS LE VII LIVRE.

DEs rapports & des proportions. 167.
De la proportion arithmétique. 172, &c.
De la progression Arithmétique. 174.
De la proportion Géométrique, & d'une définition nouvelle & curieuse, & tres-générale qu'on en donne, & de diverses propriétez que l'on y considére. 169 & 181, &c.
De la proportion réciproque. 171 & 148.

DANS LE VIII LIVRE.

DE la composition des rapports. 206.
Des exposans des rapports. 207. &c.
Des progressions Géométriques. 212, &c.

DANS LE IX LIVRE.

DEs Fractions ou Grandeurs rompuës. 246.
Pour réduire les fractions aux mêmes dénominations. 252.
Pour réduire les fractions aux moindres, dénominations qui leur peuvent être communes. 253 & 256.
De l'Addition des fractions. 260.
De leur Soustraction. 262.
De leur Multiplication. 264.
De leur Division. 268.
Pour trouver le rapport qui est entre deux fractions, ou entre

SCD LYON 1

deux rapports. 270.
Des moindres nombres qui peuvent avoir certaines aliquotes. 272.
De la maniére la plus abbrégée de trouver le plus grand diviſeur commun de deux grandeurs complêxes. 275.
De l'extraction des racines quarrées, cubiques, ou autres des fractions numériques ou littérales. 282.
De l'approximation des racines incommenſurables. 286.
Des fractions décimales, & des diverſes opérations que l'on fait ſur elles. 288, &c.

DANS LE X LIVRE.

DEs Grandeurs incommenſurables. 295.
De leurs expoſans. 296.
De leurs communes dénominations. 299.
De leur comparaiſon. 299.
De leur Addition & Souſtraction. 300.
De leur Multiplication. 301.
Des Multiomes & de leur multiplication. 303.
De la diviſion des Grandeurs incommenſurables. 304, &c.
De l'extraction des racines quarrées des binomes, où un membre eſt commenſurable. 311.
Pour réſoûdre un binome, lors que ſa racine eſt un binome. 313, &c.
De l'extraction des racines quarrées des multinomes, où un membre eſt commenſurable, & les autres ſous le ſigne √. 319.
De l'extraction des racines cubiques des multinomes de même nature. 325, &c.
De l'extraction des racines cubiques des binomes & des multinomes, où les membres ſont engagez ſous le ſigne √C. 329.

DANS LE XI LIVRE.

DE l'uſage en général des proportions & des progreſſions. 332.
De la Regle d'or ou de trois. 333.
De la formation des Tables d'Interêts. 345.
Des Logarithmes. 347.
De la Regle de compagnie ſimple. 350.
De la Regle de trois compoſée. 353.
De la Regle de compagnie compoſée. 355.
Des Regles d'Alliage. 356, &c.
De la Réſolution d'Archimedes touchant le mélange dans la couronne d'or. 358.
Des Regles d'Alliage où tout doit être entier & ſans fraction. 363.
De la Regle des fauſſes poſitions. 368.
Des proportions & des progreſſions harmoniques. 370.

SCD LYON 1

De la proportion contr'harmonique. 371.

DANS LE XII LIVRE.

De certaines proprietez des nombres qui servent en Géométrie. 372.
Du Toisé.
De la multiplication du toisé. 376, &c.
De la multiplication & de la division dans le toisé. 386, &c.
Autre méthode plus éxacte pour les mêmes divisions. 392.
Des nombres polygones. 398.
De l'Arithmétique des infinis. 405, &c.
Des quarrez magiques. 417, &c.

POUR LE LIVRE AJOUTE' de la Table des Logarithmes.

De la formation de la Table & de ses divers usages. 429, &c.

Quelques fautes à corriger.

PAge 6, ligne 14, ajoûtez : *Theorême* est une progression qu'on s'engage à prouver. Page 46, l. 13, écrivez au coucher du Soleil où il y a au lever. Et ligne 14, écrivez au lever du Soleil où il y a au coucher. Pages 65 & 66 par tout où il y a 243 & 2187, écrivez 729 & 6561. Page 88 l. 12, ajoûtez $108b^4dd + 216b^3cdd$. Chacun pourra corriger les autres fautes ou transpositions qu'il rencontrera, & qu'on n'a pas eü le temps de bien rechercher.

L'EXTRAIT DU PREMIER OUVRAGE DE L'AUTEUR INTITULE'

Elemens des Mathématiques, & imprimé in 4° en 1675 pour ANDRE' PRALARD, *comme Monsieur Galoys l'inséra dans le Journal des Sçavans du 25e May 1676.*

CEs Elémens sont divisez en deux parties. La premiére explique la supputation des chiffres & des nombres qu'on appelle autrement Arithmétique, avec celle des espéces ou des lettres, qui est celle qu'on appelle Algébre. La seconde explique en quatre livres, & traite plus à fond qu'on n'a fait encore jusqu'ici l'Analyse, ou l'art de résoudre les questions, & de découvrir les véritez générales des Mathé-

SCD LYON

matiques, c'eſt-à-dire, celles qui regardent les grandeurs priſes généralement, ſans ſuppoſer néanmoins d'autres connoiſſances que celles qu'on accorde, mais en ſe ſervant des ſeules opérations qui ſont démontrées dans la premiére partie.

Aprés avoir établi dans ces quatre derniers Livres les fondemens de l'Analyſe, & avoir donné quelque idée de la méthode de Diophante & de celle de Viéte, l'Auteur s'arrête particuliérement à expliquer celle de Monſieur Deſcartes, parce qu'il la trouve la plus générale, la plus féconde, & la plus facile de toutes. Il en expoſe même & démontre clairement les principes, ce que Deſcartes n'avoit pas fait; & aprés en avoir déduit par ordre toutes les découvertes qu'elle renferme, il y en ajoûte d'autres nouvelles qu'il croit encore plus utiles. Car comme on peut voir dans le dernier Livre, elles luy fourniſſent des régles qui ſont beaucoup plus courtes que celles de Deſcartes, & l'on peut même en déduire analytiquement certaines connoiſſances tres-univerſelles, que ce Philoſophe n'a pas crû que l'on pût découvrir ſans le ſecours des lignes Paraboliques, ou des autres qui appartiennent à la Géométrie compoſée, comme l'hiperbolique, &c.

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY
Pour les Elemens des Mathématiques.

PAR grace & Privilege du Roy, donné à ſaint Germain en Laye le 27e Septembre 1672, Signé MALEBRANCHE. Il eſt permis à ANDRE' PRALARD, Libraire & Imprimeur, de vendre & débiter *les Elemens de Mathématiques*, &c. Et ce pendant le temps & eſpace de quinze années, à compter du jour qu'ils ſeront achevéz d'imprimer pour la premiere fois. Et défenſes ſont faites à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer les ſuſdits Elemens ſans le conſentement dudit Expoſant, à peine de trois mille livres d'amende, de confiſcation des exemplaires, & de tous dépens, dommages & interêts, comme il eſt plus au long porté par ledit Privilége.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de cette ville de Paris le 21e Octobre 1675. Signé THIERRY, *Syndic.*

Achevé d'imprimer pour la premiére fois le 20e Novembre 1675.

Les Exemplaires ont été fournis.

SCD LYON 1

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY

Pour ces nouveaux Elémens des Mathématiques.

PAR Lettres Patentes données à Paris le vingt-uniéme jour de Février l'an de Grace 1686, signées par le Roy en son Conseil, SEGONZAC, & scellées du grand sceau de cire jaune. Sa Majesté a permis au Sieur JEAN PRESTET Prêtre de faire imprimer par tel Imprimeur ou Libraire qu'il voudra un ouvrage qu'il a composé, & qui a pour titre *Nouveaux Elemens des Mathématiques*, en tels volumes, marges, caractéres, & autant de fois que bon luy semblera, pendant l'espace de six années consécutives, à commencer du jour qu'il sera achevé d'imprimer pour la premiére fois. Défenses à tous Libraires, Imprimeurs, & autres, de l'imprimer, faire imprimer, vendre, ni débiter durant ledit temps sous quelque prétexte que ce soit, même d'impression étrangére, ou autrement, en aucun lieu de l'obeïssance de Sa Majesté, sans le consentement de l'Exposant ou de ceux qui auront droit de luy; à peine de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, de confiscation des éxemplaires, & de tous dépens, dommages & interêts, comme il est plus au long porté par lesdites Lettres.

Registré sur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires le 2e Septembre 1689. Signé COIGNARD, *Syndic.*

Achevé d'imprimer pour la premiére fois le 20e Septembre 1689.

Les exemplaires ont été fournis.

Et ledit Sieur Prestet a cédé son droit de Privilége ci-dessus à André Pralard Marchand Libraire, pour en joüir conformément au traité fait entr'eux.

SCD LYON

DISCOURS
QUE L'AUTEUR PRONONCA
A LA PREMIERE OUVERTURE DES MATHEMATIQUES,
ET AU SUJET DE LEUR NOUVEL ETABLISSEMENT
DANS L'UNIVERSITE' D'ANGERS, EN 1685.

MESSIEURS,

Il y a long-temps que des perſonnes eſtimées parmi les Sçavans ont ſouhaité avec beaucoup d'ardeur de voir fleurir l'étude des Mathématiques dans vôtre illuſtre Ville. Ils ſouffroient avec peine, comme Ramus l'inſinuë clairement, que l'ancienne Univerſité d'Angers ne les eût point encore receuës dans ſon ſein; & qu'une Académie, qui paſſe avec juſtice pour une des plus ſçavantes Maîtreſſes de la France, n'eût pas encore formé le deſſein de les cultiver.

Mais aujourd'hui que la Providence a inſpiré au cœur du Grand Loüis, comme autresfois à celuy du Sage Salomon, le déſir de protéger & de favoriſer les Sciences, d'en ſoûtenir & même d'en relever de beaucoup l'éclat; il eſt juſte que cette grande Ville, toûjours féconde en beaux eſprits, & toûjours appliquée & fidelle à ſuivre les nobles inclinations de ſes Souverains, ſe propoſe enfin d'imiter un ſi bel éxemple.

Et véritablement, ſi Sa Majeſté n'a rien de plus cher que

d'affermir puiſſamment la paix & la ſureté, la grandeur & la réputation de l'Empire François ; les capitales de ſes Provinces & les principales Villes de ſon obeïſſance peuvent-elles mieux ſignaler leur zéle ? Peuvent-elles mieux répondre aux juſtes déſirs de ſon ame Royale, qu'en faiſant fleurir des Sciences, qui ont toûjours été l'ornement & l'appui des plus grands Empires, & qui donnent à la France ſous ſon auguſte Regne de ſi grands avantages ſur tous les autres Peuples ?

Auſſi ſçait-on juſques à quel point ce tres-puiſſant Prince honore & chérit les Mathématiques. Le ſuperbe Palais qu'il leur a fait bâtir en peut être luy ſeul dans les ſiécles à venir un monument trop illuſtre & trop ferme, pour en pouvoir douter. Et on verra ſans peine combien le jugement tres-avantageux, qu'il a toûjours fait de ces hautes Sciences, eſt plein de lumiére & de diſcernement, ſi l'on conſidére que mille expériences, jointes à cette prudence & à cette pénétration naturelle de ſon vaſte génie, luy ont pleinement fait connoître quelle en eſt l'importance dans la profeſſion des armes, qui fait gloire de les conſulter, de recevoir leurs ordres, & de leur obeïr, lorſqu'il s'agit de régler & d'aſſurer la marche & les campemens de ſes troupes, la défenſe & l'attaque des places, & l'ordre des batailles. Que ce n'eſt auſſi qu'à leur faveur qu'on peut tracer aux vaiſſeaux des routes aſſûrées, & guider leur cinglage, juſques ſur les flots inconſtans d'une mer, où les yeux ne découvrent que des campagnes & des montagnes d'une eau toûjours changeante & l'immenſe étenduë des Cieux. Qu'on eſt même obligé de recourir à elles en une infinité de rencontres dans la profeſſion du barreau, dans le maniement des affaires, & dans l'adminiſtration de la Juſtice & des grandes Charges ; l'égalité & les proportions ne pouvant être au juſte conſervées parmi les Peuples & les Citoyens, ſi la balance & la régle de la Géométrie & de la Science des nombres ne pêſe ou ne meſure, & ne compenſe éxactement toutes choſes. Qu'il n'y a preſque rien de plus néceſſaire pour entretenir & pour augmenter le commerce ; pour embellir les Villes & pour les enrichir ; pour inventer & pour conſerver, ou pour polir les arts ; & pour tant d'autres effets que je paſſe ſous ſilence.

C'eſt donc avec beaucoup de ſageſſe & de maturité que

Messieurs les Magistrats d'une si noble Ville ont entrepris l'établissement des Mathématiques. Ils n'ont pû souffrir de les voir négligées plus long-temps dans leur fameuse Université; & tous les membres de ce Corps florissant trouvant un si beau jour pour se procurer à eux-mêmes un tel avantage, ont souscrit avec autant de joye que de reconnoissance à ce qui s'étoit conclu en leur faveur. Et aussi-tôt on a résolu d'une commune voix de ne plus différer l'éxécution d'un dessein, qui paroissoit comme inspiré du Ciel. L'amour du bien public, & l'ardeur que de si dignes Magistrats respirent sans cesse pour la gloire de SA MAJESTE', ont achevé de les confirmer dans une résolution, qui pourroit bien un jour mériter ses loüanges & même ses faveurs, étant toute conforme, & pouvant même contribuer à ses glorieux desseins.

Ainsi, MESSIEURS, je ne doute point que vous n'approuviez tous, & que tous les bons François n'approuvent avec vous le succez tres-heureux de leur sage conduite. Je ne doute point que la postérité ne chérisse tendrement leur mémoire & leur [b] nom; & qu'elle ne s'estime redevable à leurs soins, lors qu'elle recueillera les fruits d'un établissement, qui va signaler à jamais leur Magistrature. Et j'ose bien promettre que ceux, qui viendront remplir cette place aprés moy, ne pourront s'empêcher d'y renouveller souvent des loüanges qui sont si justes & si légitimes; mais que la modestie, qui sied si bien aux personnes de leur mérite, me fait signe de taire, & ne me permet de publier aujourd'hui que par un respectueux silence.

b. Cet établissement fut fait par les soins & sous la Magistrature de Monsieur Charlot.

Que s'il y a quelque chose, MESSIEURS, qui doive diminuer cette satisfaction si générale que vous en recevez tous, & que je lis dans vos yeux & sur vos visages; c'est le choix trop disproportionné qu'on a fait de ma personne, pour venir le premier remplir une chaire & me charger d'un employ, qui demanderoit une suffisance, une expérience, & des qualitez que je ne puis avoir. Et quelles pensées, MESSIEURS, estimez-vous que j'aye? Dans quels sentimens croyez-vous que j'entre, lorsque je me voi admis avec tant d'honneur dans la docte Université d'Angers? Je sens bien, il est vrai, que je m'expose trop, & que je forme un projet qui surpasse mes forces. Mais la reconnoissance anime & encourage ma froideur ordinaire. Et si je n'ai pas le bonheur de répondre

à l'opinion trop avantageuſe que tant de perſonnes illuſtres & puiſſantes dans la ville & dans la Province ont conceuë de moy; il ſera tout au moins difficile d'égaler la forte inclination que j'ai à ſeconder leur zéle. Et afin que l'on croye, que c'eſt plûtôt une pleine effuſion de mon cœur que ma bouche, qui s'exprime & qui parle; je veux bien, dans la diſpoſition ſincére où je ſuis d'employer avec joye mon temps, mes ſoins, mon travail, & mes veilles pour l'utilité publique, que l'on n'en juge que par les effets. En quoi j'oſe eſpérer que la bonté ſouveraine de Dieu favoriſera mon obéïſſance de ſon ſecours & de ſes lumiéres.

Je ne ſuis point en peine, MESSIEURS, de juſtifier en vôtre préſence ce que j'ai avancé en faveur des Mathématiques. Et je n'ai pas beſoin d'employer pour cela les artifices & le fard d'une éloquence pompeuſe, dans le deſſein de ſurprendre vos eſprits. La profeſſion d'un Mathématicien n'eſt point d'uſer des figures de la Rhétorique. La méthode éxacte & ſévére qu'il doit inviolablement ſe preſcrire, l'oblige à expoſer ſimplement la vérité, & à ne point permettre qu'elle ait d'autre parûre que celle de la lumiére & de l'évidence, qui l'accompagnent & qui l'environnent, & qui ſuffiſent pour la rendre aimable. C'eſt ſa beauté toute ſeule qui doit ſuſpendre vos eſprits. De mon côté, je dois m'efforcer ſeulement de vous donner une idée de ces Sciences qui ſoit iuſte, & vous marquer en général quelques-uns des principaux ſecours qu'on en peut tirer, non ſeulement dans le commerce & la ſociété de la vie civile; mais ce qui eſt bien d'une autre importance, pour former l'eſprit même, & pour perfectionner la raiſon.

On reconnoît déja dans les hiſtoires & par mille monumens de l'Antiquité, en quelle eſtime elles furent toûjours chez tous les divers Peuples, & ſur tout chez ceux qui eurent un peu de politeſſe & quelque inclination pour les belles lettres. Le nom ſeul qu'elles portent, & qui ſignifie expreſſément en grec *Sciences*, *doctrine*, ou *diſcipline*, pourroit fournir un tître aſſez authentique de leur nobleſſe ancienne & de leur prix. Les Sçavans de la Gréce jugérent autresfois, & avec raiſon, que nulle autre ne méritoit comme elles le beau privilége de ce nom qu'ils leur accordérent, non ſeulement à cauſe de la vaſte étenduë des parties & des ſujets qu'elles em-

braſſent, mais beaucoup plus à cauſe de la clarté & de la certitude inébranlable de leurs connoiſſances, & de l'ordre naturel qu'elles ſuivent dans leurs raiſonnemens ; & ſur tout pour les diſtinguer de tant d'autres, qu'une variété ſurprenante d'opinions & de ſentimens leur faiſoit regarder comme confuſes & comme incertaines : ou bien, ſi l'on en veut croire Ariſtote, parce qu'ils étoient perſuadez que l'antiquité n'en avoit preſque point connu ni cultivé d'autres.

Joſephe en porte l'origine dans les temps les plus reculez; & pour favoriſer l'eſtime qu'on en faiſoit de ſon temps, il ne craint point d'aſſurer qu'une des raiſons principales, qui engageoit Dieu même à prolonger ſi loin la vie des Patriarches avant le déluge, étoit afin qu'ils euſſent le loiſir de cultiver & de perfectionner ces Sciences. Il ajoûte que depuis le déluge elles furent ſoigneuſement conſervées parmi les Chaldéens; & qu'Abraham qui en étoit originaire, alla les enſeigner aux Egyptiens, d'où elles paſſérent enſuite chez les Grecs.

Mais ſans nous arrêter à toutes ces penſées, quelque avantageuſes qu'elles ſoient; nous trouvons en remontant juſques à leur véritable origine, que Dieu même en eſt le Principe, & qu'il eſt le premier Profeſſeur qui les a enſeignées & démontrées ſenſiblement à l'homme. Il a conſulté avant tous les ſiécles les idées qu'il a des nombres, des figures, & des mouvemens; & lors qu'il a gravé ſon image ſur l'homme, il a verſé dans ſon ame un rayon de cette éclatante lumiére. La raiſon receut dans ſon ſein les ſemences fécondes des Mathématiques. Elle commença à découvrir avec admiration les idées des nombres & de la Géométrie; ces idées pures & intelligibles, qui ne peuvent ſouffrir aucun mélange terreſtre & matériel, qui ne ſont point ſujettes au changement, & qui, ſelon la ſage penſée des Platoniciens, ſont dans Dieu de toute éternité, & increées comme luy-même ; ces idées par où comme par une échelle ſans fin l'eſprit élêve ſes penſées du temps à l'éternité, du point à l'infini, du rien au tout, & de ſoi-même juſques à ſon Auteur.

Pour mettre cette vérité dans ſon jour, il faut ſçavoir que la grandeur eſt l'objet des Mathématiques, & que leur fin eſt la comparaiſon des grandeurs. Je n'entens pas ſeulement par grandeur les diverſes dimenſions des eſtres matériels, mais

généralement tout ce qui eſt capable du plus & du moins, comme les nombres, le temps, la vîteſſe, les qualitez même ſenſibles, les propriétez des corps, & celle des eſprits, les degrez de perfection, & en un mot toutes les choſes qui peuvent avoir quelque rapport fini, ou recevoir quelque augmentation ou diminution.

Or on ne peut réflêchir avec attention ſur les connoiſſances éxactes des diverſes grandeurs, ſans être intérieurement convaincu qu'elles ſont ordonnées à de tres-grands deſſeins; puis qu'il n'y a point de ſcience naturelle ſi claire & ſi éxacte, ni par conſéquent ſi parfaite que la ſcience des nombres & la Géométrie. Car celuy qui eſt le Pére & la ſource univerſelle des ſciences & des lumiéres, fait toûjours concourir ce qui eſt le plus parfait à de plus excellentes fins. Je ſçai que tous ces grands deſſeins ne ſont pas manifeſtes, & qu'un eſprit étroit comme le mien ne peut ſans être téméraire les aller ſonder avec trop de curioſité. Ceux néanmoins qui ſe préſentent à moy, où j'entre-voi quelque jour, ſuffiroient à marquer, quand ils ſeroient les ſeuls, que des Sciences ſi nobles & ſi parfaites ſont un des dons les plus ineſtimables que l'homme ait receu dans ſa Création; trop heureux, s'il eût ſçeu s'en ſervir ſelon l'inſtitution de l'Auteur de ſon Eſtre.

Car premiérement, comme rien n'eſt plus redoutable ou ne nous touche plus profondement que l'Eternité; il faut avoüer que rien auſſi n'en peut mieux découvrir la force que les idées des nombres & des progreſſions. Qu'on en choiſiſſe une des plus faciles & des plus légéres, celle par éxemple où 1 & 10 ſont les deux premiers termes. Le dixiéme monte déja ſi haut, quoi qu'il n'ait que dix chiffres, qu'il comprend plus de 40 fois le nombre entier des lieuës quarrées qui couvrent la ſurface du globe terreſtre; le vintiéme plus de 100 fois tous les pieds quarrez, & le quarantiéme plus de ſix millions & ſix cent mille fois tous les petits grains qui rempliroient ſa ſolidité, en ſuppoſant que chacun n'eût pour diamétre que la milliéme partie d'une ligne. Que ſeroit-ce donc, ſi nous allions juſqu'au cinquantiéme? Il ſurpaſſeroit ſans doute de beaucoup le nombre des grains que la ſphére tres-vaſte du Ciel où roule le Soleil pourroit contenir, ſi on s'arrête aux ſupputations d'Archimédes ou des vieux Aſtronomes. Mais que ſeroit-ce, ſi on vouloit étendre les termes juſques

SCD LYON

au ſoixantiéme ou au quatre-vintiéme ? Que ſeroit-ce ſi on vouloit encore paſſer juſques au centiéme ? Oüi certes, quand le monde dureroit autant de millions de ſiécles, qu'il peut s'écouler de minutes dans un nombre d'années égal à celuy des ſables qui rempliroient le Ciel du Soleil ; cependant toute cette durée ſi longue & ſi prodigieuſe paroîtroit encore plus légére à l'égard du centiéme terme, quoi que cent chiffres ſuffiſent pour l'écrire, qu'un ſeul des petits grains à l'égard de la maſſe entiére du globe terreſtre.

Je voi bien que l'imagination toute épouvantée s'arrête & ſe confond déja ; mais que la raiſon avance plus loin, & que d'un pas hardi elle parcoure le milliéme terme, le cent milliéme & le cent millioniéme. Que dis-je ? c'eſt trop peu. Que ſuivant la forte penſée de Monſieur de Brébœuf, elle étende ſes chiffres juſques aux deux poles de la Terre, qu'elle les étende juſques aux deux poles du premier des Cieux, juſques à ceux du ſecond, & même du troiſiéme. Qu'elle traverſe l'Empirée, & qu'elle pouſſe encore auſſi long-temps & auſſi loin qu'elle voudra la ſuite immenſe de ſa progreſſion. Qu'elle en forme alors une nouvelle, où le premier terme ſera l'unité toute ſeule, & le ſecond le dernier de tous ceux qu'elle aura parcouru. Qu'elle ſuppoſe autant de termes en celle-ci que dans la premiére. Qu'elle réïtére ou qu'elle ſuppoſe de la même ſorte tant de nouvelles progreſſions qu'elle pourra concevoir de nombres, juſques à ce qu'elle ſoit forcée de ſuccomber ; & qu'elle reconnoiſſe enfin aprés tant d'efforts que tous les ſiécles exprimez par le nombre tout-à-fait effroyable auquel elle s'arrête, & qui touche, ce ſemble, à l'infini, diſparoiſſent & s'anéantiſſent à la vûë de l'Eternité. Elle les abſorbe & les engloutit tous, comme ſi ce n'étoit qu'une ſeule année, un mois, un jour, une heure, une minute, ou cet inſtant qui prévient ma penſée, qui s'éclipſe & ſe perd auſſitôt qu'il paroît, qui paſſe ſans retour lors que je le croi préſent, & enfin qui s'échappe & qui fuit d'une fuite éternelle.

Il y a auſſi deux choſes qu'il eſt fort important de bien faire ſentir à l'eſprit de l'homme, & qui paroiſſent avec éclat dans les Mathématiques. La premiére eſt ſa grandeur qui l'élêve au deſſus des plus nobles Créatures, & qui le rend ſemblable aux Anges & une image de Dieu même ; & la ſeconde eſt ſa petiteſſe, qui le force à ſuccomber, quelque vigueur

qu'il aye, à la contemplation du moindre des atomes. N'eſt-ce pas un prodige qu'il puiſſe pénétrer ce grand nombre de véritez toutes intelligibles & toutes ſpirituelles, qu'il les puiſſe lier les unes avec les autres, & même les pouſſer & les ſuivre, ſans danger de ſe perdre, juſques dans l'infini, d'une vûë ſi perçante & ſi étenduë que rien ne puiſſe l'arrêter, & avec une évidence ſi parfaite qu'il ne reſte aucun ſujet de doute.

N'eſt-ce pas-là une preuve invincible que nôtre ame eſt ſpirituelle & diſtinguée des corps ? Le bouleverſement des petits corpuſcules & leurs divers arrangemens, ſeroient-ils capables de comprendre, comme l'ont vainement prétendu certains philoſophes, toutes ces véritez générales, qui ne conviennent pas ſeulement à quelques eſpêces de nombres, de lignes, de figures, & de grandeurs ; mais encore à tous les nombres, à toutes les lignes, à toutes les figures, & à toutes les diverſes grandeurs ? Une choſe auſſi petite & auſſi étroite qu'eſt le cerveau d'un homme pourroit-elle imprimer ſur ſoi-même des images aſſez vaſtes, pour répondre à ces objets immenſes & ſans nombres, & aux véritez infinies & infiniment étenduës chacune dans ſon genre, qu'on peut contempler dans les Mathématiques ? D'un concours fortuit de divers atomes pourroit-il jamais réſulter une connoiſſance ſi parfaitement uniforme & réglée dans tous les différens cerveaux, chez tous les divers Peuples du monde, dans tous les temps, & dans tous les lieux ? Les Mathématiques fourniſſent donc un ſujet aux hommes d'admirer l'excellence naturelle de leur ame, & de reconnoître invinciblement qu'elle ne peut être que ſpirituelle, & par conſéquent immortelle. Ce qui renverſe la penſée ridicule & la ſotte opinion de Lucréce & de la pluſpart des Epicuriens.

Mais que cela ne l'enfle point d'orgueil, puis qu'elle eſt contrainte & forcée de reſſentir preſqu'en même temps la petiteſſe & les bornes étroites dont elle eſt reſſerrée. Car ſi ſi l'on comprend dans les Mathématiques des véritez qui percent juſques dans l'infini, & ſi l'on peut même en comprendre ſucceſſivement une infinité ; il faut pourtant avoüer que toutes ces véritez ſont tres-peu de choſes en comparaiſon d'une infinité d'autres qu'on ne peut jamais pénétrer. Pour bien développer ce qu'on pourroit prendre ici pour un paradoxe,

doxe, il faut remarquer que la composition des véritez se considére selon certains degrez, qui montent & qui s'élêvent jusques à l'infini; & qu'on est à peine arrivé jusqu'au troisiême de tous ces différens degrez, que l'esprit se trouve engagé dans un labirinthe inexplicable de difficultez. Il voit, il sent alors de toutes parts des barriéres impénétrables qui le retiennent, & qui arrêtent toute la vigueur & toute l'impétuosité de ses violens efforts. *Huc usque venies, & illic confringes tumentes fluctus tuos.* Alors il est contraint, quand il ne le voudroit pas, de reconnoître que tout ce qu'il sçait est comme un rien à l'égard de ce qu'il ignore, & que tout ce qu'il comprend par l'étenduë de ses pensées est moins qu'un point par rapport aux véritez plus qu'infinîment infinies, dont il ne peut percer les obscuritez. Il voit alors clairement que son intelligence tient un rang beaucoup moindre dans l'ordre des choses intelligibles que son corps dans la vaste étenduë de la nature corporelle; & que si le corps est comme un atome englouti dans les grands & profonds abîmes de ce monde sensible; l'âme est encore infinîment plus petite dans le monde intelligible.

Les hommes donc éxerçant leur esprit, & le fatiguant même sur ces sortes de Sciences, luy font sentir sa foiblesse & ses courtes limites. D'où il peut tirer un excellent avantage, qui est d'apprendre que s'il doit marcher posément dans les recherches naturelles, où sa raison voit plus d'ouverture & de jour; il doit être incomparablement plus retenu, pour éviter l'erreur, en voulant mesurer les hautes véritez de la Religion à la régle tres-courte de la raison humaine. Car enfin si toute la vigueur de l'esprit des hommes est si-tôt forcée de succomber à des difficultez naturelles peu composées en elles-mêmes; comment oseroit-il prétendre de ne point succomber à la difficulté qu'il y a de comprendre les véritez divines, que nous sommes obligez de croire, quoi que leur sublime élévation nous les rende incompréhensibles? Il est bon de réprimer ainsi par des secours même naturels la présomption téméraire de l'esprit humain, & de luy ôter la hardiesse d'opposer ses foibles lumiéres à une autorité toute surnaturelle & divine.

Que voit-on même dans l'ordre naturel de plus capable d'élever nos esprits, & de leur donner une excellente idée de la

Grandeur de Dieu & de l'immenſité de ſon glorieux Pouvoir, que la comparaiſon générale & ſucceſſive des grandeurs? Quelque part qu'on ſe tourne, tout ce que nos yeux découvrent de ce monde, tout ce que nôtre imagination s'en peut figurer, & tout ce que nôtre eſprit en peut même comprendre, n'eſt qu'un trait léger & imperceptible dans l'ample ſein de la Toute-puiſſance. Nous avons beau enfler nos conceptions, & groſſir nos idées, nous avons beau épuiſer nos eſprits; nous n'enfantons que des atomes, au prix de ce que ſa Fécondité immortelle & inépuiſable auroit pû produire. Nos penſées ont beau prendre l'eſſor, elles ont beau s'élancer d'un vol éternel & rapide; elles ne prendront jamais les juſtes dimenſions de la longueur, de la largeur, de la hauteur & de la profondeur de la Toute-puiſſance, & jamais elles ne pourront ſe dégager ni ſortir du centre de cette ſphére immenſe & glorieuſe, dont la circonférence ne peut être nulle part.

Mais que l'eſprit abbaiſſe les yeux ſur un autre prodige non moins étonnant que les Mathématiques luy préſentent, Qu'il conſidére attentivement les objets les plus délicats. Qu'un de ces animaux inviſibles, dont les microſcopes découvrent des millions, luy offre dans ſon extrême petiteſſe des parties incomparablement plus petites; un cœur & ſes valvules, des artéres & des veines inſérées dans ce cœur, des rameaux inſérez dans ces veines, & d'autres dans ceux-ci, qui ſoient à leur tour ſéparez & ſubdiviſez en d'autres plus petits, du ſang dans ces rameaux, des humeurs dans ce ſang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes, & des eſprits fumans dans ces vapeurs. Que diviſant encore ces derniéres choſes, il épuiſe ſes forces & ſes conceptions; & que le dernier objet, où il peut arriver, ſoit maintenant celuy de nôtre diſcours. Il penſera peut-être que c'eſt-là l'extrême petiteſſe. Mais la Géométrie luy ouvre là-dedans des abîmes nouveaux; elle luy démontre avec une évidence entiére que cette partie, qui échappe ſes priſes, eſt encore elle-même diviſible juſqu'à l'infini, quoi que l'imagination s'en effraye: & par une conſéquence auſſi légitime qu'elle eſt néceſſaire, elle y trace les dimenſions & les proportions d'un monde raccourci auſſi beau, auſſi admirable, & auſſi parfait dans ſon extrême petiteſſe que celuy-ci dans ſa ſurprenante grandeur. Et elle en retrace encore de la même ſorte d'autres dans

celui-ci, dans lesquels elle en trace aussi de nouveaux, & encore d'autres semblables dans ceux-ci; prouvant sans fin & sans repos que la Toute-puissance est également inépuisable dans chacun.

Et comme si cela ne suffisoit pas; la Géométrie pousse encore ses preuves plus loin. Elle va sonder avec une assûrance parfaite ce profond abîme tout impénétrable qu'il est, & reconnoît tres-clairement qu'entre toutes les diverses longueurs, Dieu n'en voit pas luy-même une seule, qui puisse mesurer au juste & sans reste deux longueurs incommensurables, le côté du quarré par éxemple & sa diagonale. Elle apperçoit avec une pareille clarté un paradoxe encore plus étonnant; deux lignes droites réünies en un point entre deux paralléles, sur qui elles se meuvent. Car quoi qu'elles s'approchent toûjours de plus en plus, & par le mouvement même le plus insensible; jamais néanmoins elles ne peuvent concourir ensemble, quelque rapidité & quelque durée que puisse avoir leur mouvement.

Et qu'on n'en concluë point par une erreur grossiére quelque impuissance en Dieu, puisque cela même publie tres-hautement la force & l'étenduë de son Souverain Pouvoir. Toutes choses tiennent également du tout & du rien; qui peut unir ces deux extrêmes? Elles sont toutes tirées du neant, & portées jusques à l'infini; qui peut suivre ces étonnantes démarches? L'Auteur de ces merveilles les comprend, nul autre ne les peut comprendre.

Ce n'est pas que la raison, toute courte qu'elle est, ne pénétre & n'embrasse aussi l'infini, comme nous l'avons dit. Elle porte, malgré sa foiblesse & son impuissance, un certain caractére de grandeur, qui ressent la noblesse de son origine. Et dans le même temps qu'un point insensible l'arrête, qu'elle s'y brise comme contre un écuëil, & qu'elle y fait naufrage; elle ne laisse pas de percer les nuës & la hauteur des Cieux, & d'enviſager d'un regard fixe & simple une foule sans nombre de véritez, dont chacune en renferme encore une infinité d'autres. De sorte qu'on peut dire sans crainte, qu'elle n'a rien conservé du triste débris de sa belle fortune, qui luy démontre avec tant de force & de clarté que sa substance est spirituelle, & qu'elle est immortelle, ou qui luy découvre dans un si grand jour l'excellence & la bassesse de son origine.

& qui luy donne une idée si vive & si haute de la Grandeur & du Pouvoir de son Créateur.

N'est-ce donc pas, MESSIEURS, un des caractéres sensibles de la Souveraine Sageſſe, que nôtre esprit s'abîme, & qu'il se perde agréablement dans l'ocean sans rive & sans fond de tant de hautes véritez, qui sont l'objet des Mathématiques? Et ne semble-t-il pas qu'elle ait pris plaisir à les démontrer en une infinité de diverses maniéres? Pourquoi cette glorieuse Maîtresse a-t-elle placé l'homme comme un jeune disciple dans le centre du monde? Pourquoi luy a-t-elle fourni ces cristaux admirables, je veux dire les yeux; si ce n'est pour considérer les traits infinis que ses doigts divins ont tracé sur chaque Créature; si ce n'est pour contempler les figures tres-parfaites que sa main sçavante a décrites sur la surface de toute la nature; si ce n'est pour spéculer les divers phénoménes & les objets charmans dont elle a rempli l'Univers; si ce n'est pour lire le grand Livre, & pour développer les mystéres secrets de la Géométrie; si ce n'est pour admirer par tout les prodigieux effets d'une méchanique intelligente & toute inimitable & incompréhensible; & si ce n'est enfin pour publier par tout & en tout les loüanges de la même Sageſſe, qui fait réjallir sur tous ses ouvrages tant de beaux rayons de sa gloire.

Belle & agréable occupation, où l'homme étudie des Sciences, dont un Dieu ne dédaigne pas d'observer les régles. Car l'Ecriture & la raison nous enseignent également qu'il a fait & qu'il fait toutes choses avec nombre, avec poids, & avec mesure. Platon même reconnoît cette vérité, lors qu'il dit élégamment que Dieu éxerce sans interruption l'office d'un Géométre souverainement parfait, θεὸν γεωμετρεῖν ἀεὶ μάλιστα. Et en effet la Géométrie souveraine est la sage Intelligence, qui a formé comme en se joüant le globe de la terre & les orbes céleſtes avec ce qu'ils contiennent, & qui par un même jeu de ses doigts tout-puissans les conserve & les gouverne tous. Elle a comme pris en main le compas, pour y tracer tous les divers cercles que les étoiles décrivent chaque jour. Elle a imprimé à tous les astres ces mouvemens perpétuels, si reguliers dans leurs viciſſitudes, que les saisons, les années & les temps n'ont point de[b] plus juste mesure; & si constans dans leurs altérations, que si l'on y observe quelque insensible irrégularité au bout de plusieurs siécles; c'est seulement afin que l'on sçache que

b. *Genes.* 1.

rien n'eſt immuable & fixe, que celuy ſeul qui ſans agitation, & ſans troubler ſon parfait repos, agite, altére & change toutes choſes.

Je ne m'étonne pas que les Aſtronomes ne ſoient point rebutez de leurs fortes études, qu'ils dreſſent leurs inſtrumens avec tant de ſoins & de précautions, qu'une lunette les tienne ſuſpendus pendant les nuits entiéres, qu'ils faſſent mille pénibles obſervations, & mille ſupputations ennuyeuſes. C'eſt que la vûë de ces éclatantes merveilles les enlêve & les charme agréablement. Ils brûlent toûjours d'une nouvelle ardeur de connoître au juſte les régles d'une Géométrie ſi ſublime, ſi parfaite, & ſi magnifique, & ils ne peuvent ſe laſſer d'en être toûjours les admirateurs, ni d'en aimer & d'en glorifier en même temps l'Auteur.

Mais ſans nous élever juſques aux Cieux, combien de prodiges dans l'air, ſur la terre & parmi les eaux, où la Géométrie Divine déploye ſes richeſſes avec une profuſion d'autant plus aimable, qu'ils ſont plus communs & plus ordinaires? Quelque part qu'on jette les yeux, on les voit qui ſe viennent préſenter en foule. On diroit que chacun veut dérober luy ſeul toute l'attention & tous les regards. Tous ſe diſputent à l'envi le prix de la beauté ou de la perfection, & le moindre paroît à des yeux clair-voyans & ſages comme renfermer en ſoi dequoi éxercer tous les eſprits curieux pendant pluſieurs ſiécles. Comme chacun eſt l'ouvrage de Dieu, nul n'eſt indigne de ſes mains. Les lumiéres de ſa Sageſſe n'éclatent pas moins dans les plus petits que dans les plus grands, l'art n'en approcha jamais que de loin; & la plus addroite méchanique des hommes ne fut jamais qu'une ignorance imbécille auprés d'elle: puiſque ſelon l'oracle de la vérité même, on découvre tant de délicateſſe, de graces, d'art, & d'embelliſſement, dans les proportions & dans les figures, dans la diſpoſition & dans l'arrangement des parties d'une ſimple fleur, qu'elle efface tout ce que le luxe, le faſte, & la pompe ont jamais inventé de plus grand.

Mais je ne prens pas garde que la douceur toute pure & céleſte d'une vûë ſi charmante m'engage trop avant; & qu'auſſi bien l'éloquence ſimple & froide d'un Mathématicien ne trace que des traits groſſiers & imparfaits, que ſon pinceau n'eſt pas aſſez fin, qu'elle ne ſçait pas le manier avec autant

de délicateſſe & de force qu'il ſeroit néceſſaire, & que toutes ſes plus vives couleurs ſont trop foibles & trop languiſſantes pour vouloir animer le portrait de la nature, & la répréſenter au vif & dans ſon éclat. D'ailleurs il n'eſt pas néceſſaire, lorſqu'on veut former ſimplement une juſte idée des Mathématiques, de peindre la nature dans ſa haute & pleine Majeſté, ce qui ſurpaſſeroit ſans doute les forces de la nature Angélique même. Mais il ſuffit d'en ébaucher un crayon léger, & de ſe borner même à certaines parties, dont la figure, la meſure, & les mouvemens pourroient occuper les plus ſçavans hommes pendant pluſieurs ſiécles.

Car de même que l'Aſtronomie eſt toute appliquée à contempler & à meſurer les mouvemens céleſtes, & la Gnomonique à les projetter; la Coſmographie ne fait autre choſe que parcourir les terres, & d'en marquer tous les climats, & toutes les longitudes & les latitudes de ſes différentes parties, l'Hydrographie les mers, & d'y pointer ſes routes: l'Hydrographie, dis-je, cet art miraculeux, qui à la faveur d'une aiguille aimantée & de certaines régles de Géométrie, va courageuſement traverſer l'ocean tout entier, & percer juſques dans ces nouveaux mondes, qu'Alexandre & les grands Céſars n'ont jamais pû connoître, pour y chercher & pour en tirer tant de différentes richeſſes; cet art que la Divine Providence a même conſacré, lors qu'elle a voulu s'en ſervir à vérifier la prédiction de nôtre adorable Sauveur, qui paroiſſoit la plus difficile à croire, & que l'on commence enfin à bien comprendre: Que l'Evangile devoit être prêché à toute Créature & dans tout l'Univers.

La Trigonométrie s'exerce à meſurer les longueurs, les hauteurs, & toutes les ſurfaces; la Stéréometrie les eſpaces & la ſolidité des corps; & la Statique à fixer le centre de leur gravité.

L'Optique, la Dioptrique, la Catroptique, la Perſpective, & même la Peinture ſont toutes fondées ſur la connoiſſance de l'œil, & ſur les merveilles qui s'y paſſent; c'eſt-à-dire ſur la tranſmiſſion & la refraction des rayons au travers de ſes humeurs, & ſur la maniére prompte & miraculeuſe, qui change à tous momens le fond de la rétine en une riche tapiſſerie ou une fine mignature délicatement travaillée, & chargée des images d'un million d'objets qui s'y dépeignent tour à

tour, & tous en un instant, & que l'ame y voit divinement bien répréſentez. La Dioptrique apprend encore à rompre les rayons en diverſes maniéres, lors qu'ils doivent paſſer au travers des corps tranſparens; & la Catroptique à les réflêchir, lors qu'ils choquent les corps; ce qui ſert à groſſir, à diminuer, à diverſifier, & à multiplier avec beaucoup d'art l'apparence des objets dans les lunettes & dans les miroirs, & à produire ces effets ſurprenans des miroirs ardens. Et on enſeigne auſſi dans la Perſpective à projetter avec addreſſe les éloignemens, les enfoncemens, la lumiére, & les ombres des divers objets; à quoi la Peinture n'ajoûte autre choſe que le coloris, ſes traits & ſes linéamens n'étant que ceux mêmes qu'on a ſoin de bien projetter dans la Perſpective.

L'Acouſtique, s'il m'eſt permis d'expoſer ce terme, encore naiſſante & dans ſon berceau croîtroit en peu de temps, & feroit retentir ſa voix & ſes échos à des diſtances incroyables, ou avec une multiplicité toute extraordinaire, ſi on connoiſſoit un peu mieux les tours, les détours, les retours, les anfractuoſitez & les ſinuoſitez, qui doivent étendre ou tempérer les ſons, & qui les modifient ou qui les réflêchiſſent comme autant d'échos; & la diverſité preſqu'infinie des vibrations, qui doivent élever le marteau & frapper le tambour en autant de maniéres qu'il y a de chocs ſenſibles dans les corps. Et que dirai-je des mouvemens qu'excite la Muſique, & qui enlêvent l'ame? La douceur de ſes accords n'eſt-elle pas une ſuite des nombres, de la meſure, & des proportions, que les ſons doivent garder entr'eux.

Les proportions du corps réglent celles que les ſçavans Architectes choiſiſſent; leurs plus riches embelliſſemens ſont empruntez de la nature; & le ruſtique & le groteſque même, qu'ils employent juſques dans les maiſons des Princes, tire de l'agréement de ce qu'elle a de plus inculte & de plus négligé.

L'Hidrographie ne conſtruit le corps de ſes vaiſſeaux, quoi que d'une maniére informe & groſſiére, que ſur le modéle des oiſeaux & des poiſſons. La quille en eſt comme la groſſe arrête, à qui toutes les côtes rangées ſelon leur ordre tiennent tres fortement; les rames tiennent lieu d'aîlerons ou de nageoires; les mouvemens du timon ſont comme autant de battemens de queuë; la proüe eſt le bec qui fend l'air & les vagues; & les voiles ſont comme des aîles tres-légéres, qui font

voltiger ces groſſes & lourdes maſſes malgré leur charge & leur peſanteur.

Et que dirai-je de tant d'autres parties? Que dirai-je des Arts & des Méchaniques? Avec qu'elle lumiére n'expliqueroit-on pas tout ce qu'on y trouve de rare & de curieux? & de combien d'inventions excellentes & nouvelles n'auroit-on pas moyen de les enrichir, ſi on ſçavoit étudier comme il faut la nature, & qu'on prît plus de ſoin de l'imiter? Je laiſſe à d'autres à nous en bien développer les plus beaux myſtéres. Je leur laiſſe même à nous expliquer ce qui nous touche de plus prés, ce nous que nous portons nous-même: quelle eſt la ſtructure & la compoſition du corps; quels ſont tous les liens, les organes, & les reſſorts cachez qui joüent en luy, & qui nous font agir & tourner en tous ſens avec une facilité preſque auſſi prompte que le mouvement de nôtre volonté; quelle eſt l'union des parties ſimilaires & diſſimilaires, quelles ſont les jointures & les emboittemens des os, l'inſertion des muſcles & des tendons, l'origine des moëlles & des nerfs, la tiſſure & l'entrelaſſement des fibres, & la conformation des chairs, le mouvement des humeurs, du ſang, & des eſprits; comment les valvules par une circulation ſemblable à celle des eaux & des fleuves tranſmettent le ſang du cœur dans les artéres, des artéres dans les veines, & de nouveau des veines dans le cœur; quelle eſt par tout la diſtribution des eſprits; & comment tant de parties diſſemblables, inconſtantes, & fragiles agiſſent de concert, & conſervent parmi tant d'agitations & de mouvemens oppoſez & contraires une harmonie tres-juſte & tres-uniforme pendant des quatre-vint & des cent années.

Je laiſſe encore aux Phyſiciens à nous inſtruire de la fermentation des ſemences & des graines, de l'accroiſſement inſenſible des plantes & des arbres, de la formation des feüilles, des boutons, des fleurs & des fruits, de la production des métaux, des minéraux & des météores, & de tant d'autres choſes dont la Géométrie découppe, taille, & forme les figures, & où elle ſe joüe avec tant d'agréement, qu'on diroit qu'elle met ſes délices à demeurer avec nous, pour nous ouvrir ſans ceſſe ces thréſors de Sageſſe, qu'elle cache aux eſprits de chair & de ſang: *ludens in orbe terrarum, & deliciæ meæ eſſe cum filiis hominum.*

Encore

Encore donc que l'opinion ne ſoit pas toûjours une juſte diſpenſatrice des loüanges ; il faut pourtant reconnoître que les éloges dont elle a relevé de tout temps les Mathématiques, ne ſont point un effet de la flatterie. Et les Patriarches même, qui n'avoient que du dégoût & du mépris pour les amuſemens inutiles ſentoient pour elles une extrême paſſion, & s'étudioient à ſuivre à tous momens les veſtiges & les pas de la Sageſſe, qui nous invite & qui nous engage en tant de maniéres à les contempler.

Combien de fois les charmes puiſſans de l'Aſtronomie ont-ils addouci l'amertume de tous leurs ennuis ? Combien a-t-elle occupé de précieux momens de leur belle vie ? Et quels tranſports d'amour & d'admiration n'a-t-elle point excité dans leur ame céleſte envers l'Auteur de tous les prodiges qu'elle expoſoit ſans ceſſe à leurs yeux ? Leur cœur ſans doute étoit hors de luy-même, & s'écrioit dans ſes exſtaſes & ſes raviſſemens, comme l'a fait ſi ſouvent depuis un grand Roi & un grand Prophéte qui eſt deſcendu d'eux, & qui a encore eü plus de part à l'eſprit divin qui les rempliſſoit, qu'à leur illuſtre ſang : que les Cieux & les aſtres dans leurs mouvemens & leurs revolutions annoncent & publient hautement dans tout l'Univers la gloire de leur Créateur, & que tous ces grands ouvrages de ſes mains vont infinîment au delà de tout ce qui s'en peut ou dire ou penſer.

Nous voyons même dans Joſephe que l'Aſtronomie fut toûjours l'une des plus innocentes études & des plus ſolides des anciens Habitans du vieux monde. Ils avoient appris que les hommes devoient périr ſucceſſivement par un déluge d'eau & par un déluge de feu, incertains pourtant qui des deux viendroit le premier ravager la terre. Et cependant l'amour de la gloire, qui agitoit ces hommes alors fameux & d'une puiſſance formidable, & la crainte que leur memoire ne fût enſevelie avec leur nom dans la nuit éternelle d'un ſilence affreux & d'un entier oubli, eurent bien moins de force ſur leurs eſprits altiers, que le deſir de ſauver du naufrage ou de l'embraſement général le riche thréſor de l'Aſtronomie, & ce qu'on ſçavoit des Mathématiques. On en grava donc en abbrégé les principales découvertes ſur deux grandes & fortes colomnes, l'une de brique contre l'activité dévorante des flammes, & l'autre de pierre contre la fluidité pénétrante

des eaux. Et celle-ci subsistoit encore en Syrie sous l'Empire de Tite & de Vespasien.

Les Mages qui s'appliquérent à connoître la composition du monde & les revolutions céleſtes, étoient singuliérement estimez parmi les Chaldéens, parmi les Assyriens, & parmi les Médes. Les Perses & les Orientaux leur déferoient souvent l'honneur de la Royauté. Ils étoient presque les seuls qui fussent élevez à la dignité de Sacrificateurs; & il y en avoit peu qu'on jugeât plus capables qu'eux d'être appellez aux charges & au gouvernement. Et le temps, bien loin d'altérer ou d'affoiblir la réputation de ces Mages, sembloit ne servir au contraire qu'à l'affermir & à l'augmenter. Ceux que l'étoile conduisit aux pieds du Sauveur en sont une preuve: Le trouble que leur arrivée causa dans la Paleſtine eſt un effet visible de la forte impression que leurs connoissances dans l'Astronomie faisoit encore en ce temps-là sur l'esprit des Peuples, & des Rois, & des plus grands Docteurs de la terre. Et la Sageſſe visible & incarnée d'un Dieu n'en trouva point parmi tous les Gentils, qui méritât mieux de luy rendre hommage sur terre, que ceux qui lisoient avec tant de soin dans les Cieux les caractéres brillans & ineffaçables de sa Puissance infinie & de son éternelle Grandeur.

On ne séparoit point en Egypte les Mathématiques de la Sacrificature. Elles étoient un des principaux ornemens des Prêtres, & comme un hierogliphe myſtérieux qui les rendoit vénérables aux Princes, jusques-là que Pharaon voulant élever Joseph au comble de la gloire ne put luy trouver un parti plus illuſtre qu'Asénez fille du grand Prêtre d'Héliopolis. Les beaux Priviléges, les riches héritages, & tous les honneurs que ce Prince & ses Successeurs leur accordérent généreuſement, presqu'autant & peut-être plus pour favoriser leurs belles études, que par respect pour la Religion, excitérent une si noble émulation parmi les esprits, que l'Egypte a toûjours passé dans l'Antiquité pour la Maîtreſſe des Mathématiques. Moyse y fut soigneusement instruit de ce qu'elles avoient de plus curieux, & il y acquit une bonne partie de la connoissance éxacte des temps, qu'une lumiére Divine perfectionna ensuitte & consacra pour jamais dans ses Livres Saints. Les Sages de la Gréce puisérent dans l'Egypte les sources des lumiéres, que leurs Disciples ont répandu depuis dans tout

l'Univers. C'eſt l'Egypte qui a vû naître & formé dans ſon ſein les Princes des Aſtronomes & des Coſmographes, & ces excellens Maîtres de la Science des nombres & de l'Analyſe, je veux dire les Ptolomées & les Diophantes, qui pourroient bien diſputer du prix avec Archiméde. Et la ſçavante Hipatie fit voir de ſon temps, comme la Princeſſe Eliſabeth en ce ſiécle, que les filles mêmes ſe peuvent élever aux connoiſſances les plus hautes & les plus difficiles.

Ce fut par le ſecours des Sçavans de l'Egypte que Jules Céſar ſous ſon troiſiéme Conſulat & en qualité de Souverain Pontife, régla l'année qu'on nomme Julienne; & qu'Auguſte corrigea l'erreur que l'ignorance ou la négligence des Sacrificateurs y avoit gliſſée depuis la mort de Jules. Et Jules eſtimoit ce beau réglement plus glorieux à ſa mémoire que les honneurs de tous ſes triomphes. Il commanda pour ce ſujet que l'un des mois portât ſon nom; & il fut enſuite ordonné par arreſt du Sénat que le mois ſuivant porteroit le nom d'Auguſte. L'Egliſe même choiſiſſoit l'Egypte autresfois pour régler le temps de la Paſque. Les Saints Péres de Nicée, reconnoiſſans que les Aſtronomes d'Aléxandrie avoient toûjours tenu le premier rang, arrêtérent que le Patriarche de cette grande Ville auroit luy ſeul le privilége d'en indiquer le jour au Pontife Romain, qui devoit donner auſſi-tôt ſes ordres à tous les premiers Siéges de faire obſerver ce ſaint temps d'une maniére uniforme. On eſt redevable au travail des Aſtronomes de la détermination éxacte des fêtes. Et chacun ſçait que Grégoire XIII fut obligé d'aſſembler comme un fameux Concile des premiers Mathématiciens de l'Europe, lors qu'on voulut fixer à ſon point le commencement de l'année, qui s'en étoit écarté de dix jours, & empêcher en s'arrêtant à des ſupputations plus éxactes, qu'il ne s'en écartât dans la ſuite des ſiécles.

Les Mathématiques étant donc conſacrées en tant de diverſes maniéres, pourrois-je conſentir qu'on ne les conſidérât que comme des Sciences purement profanes? Non, loin d'ici ces couleurs mortes & défigurées, dont certains Orateurs prétendent réhauſſer leur éclat. Qu'un Ramus ne vienne point nous dire qu'elles furent autresfois ſi chéries d'Apollon, qu'il menaça d'achever la ruine de la Gréce déſolée par la peſte, ſi on ne doubloit le cube de ſon autel; ce qu'une

Géométrie commune ne peut éxécuter. Qu'on ne nous dise point que l'Antiquité, non contente de rendre des honneurs ordinaires aux Princes curieux de l'Astronomie, leur voulut rendre des honneurs divins; & qu'afin d'en éterniser la mémoire par des monumens que le temps, qui dévore tout, ne pût jamais détruire, elle s'avisa d'élever leurs noms au dessus des nuës, & les alla graver sur les constellations célestes. Un Virgile idolâtre d'Auguste pourroit flatter par de si vains éloges l'ambition déréglée de ce Prince. Il pourroit dire à ce Maître du Monde encore tout fier & tout glorieux d'avoir achevé la correction des années;

Qu'il ira partager l'Empire avec les Dieux,
Que ses mois rouleront à leur tour dans les Cieux;
Que l'ardent Scorpion & la Vierge éclattante
Le cédent au brillant de sa gloire naissante,
* La balance. *Et que le signe * heureux de l'aimable équité*
Est le thrône immortel qu'Auguste a mérité.

. . . . quem mox quæ sint habitura Deorum
Concilia . . . ,
Anne novum tardis sidus te mensibus addas,
Quâ locus Erigonen inter chelasque sequentes,
Panditur, ecce tibi jam brachia contrahit ardens
Scorpius, & cœli plus justâ parte relinquit.

Quand mon sujet seroit aussi sec en luy-même que mon esprit est naturellement stérile, je n'aurois pas besoin de faire une vaine parade de ces ornemens superstitieux; puis qu'ils sont si peu dignes & de mon caractére & de ma profession, & qu'une bouche éloignée du mensonge & toute consacrée pour la vérité, doit toûjours avoir honte de les employer. Il n'est pas même nécessaire de remonter dans les siécles passez, ni de parcourir la Gréce & l'ancienne Egypte, ou les divers Empires d'Orient, ni Rome même glorieuse & triomphante. Le seul siécle où nous sommes, la France seule, & nôtre Auguste Prince fourniſſent des ornemens trop pompeux & trop naturels, pour en vouloir emprunter ailleurs. Et j'avouë que ne pouvant les déployer ni les exposer tous dans une simple harangue, quelque soin que je prisse de serrer mon discours, la multitude m'embarrasseroit & me tiendroit en suspens dans le choix que j'en voudrois faire. Car les plus Sçavans de l'Europe accordent à la France d'une commune voix l'hon-

neur d'avoir rétabli & porté à un plus haut point dans ce ſiécle la ſplendeur des Mathématiques ; & ils confeſſent ingénuëment, malgré leur fiére & ſuperbe jalouſie, qu'elle fourniroit aux Anciens bien d'autres lumiéres, s'ils revenoient aujourd'hui ſur terre. C'eſt elle, & elle ſeule à qui il appartient d'avoir tiré de la pouſſiére & réparé la plus belle de toutes les parties ſur qui elles s'étendent, c'eſt-à-dire l'Analyſe qui en eſt l'ame & le thréſor, & qui a fourni à l'Antiquité ce qu'elle a eü de plus élevé ; quoi que par une ingratitude aſſez inexcuſable elle ait eſſayé de la cacher & de la ſupprimer, de peur que les hommes venant à découvrir l'art ingénieux & ſecret qui l'avoit conduite à des connoiſſances ſi extraordinaires, ne conceuſſent une opinion moins avantageuſe de la ſuffiſance & de la ſublimité de ſes plus beaux eſprits.

On ne vit jamais les Mathématiques briller en Egypte, dans la Gréce, & à Rome même ſous ſes premiers Céſars, avec tant de luſtre, qu'elles font en France aujourd'hui ſous la protection Royale & puiſſante de ſa Majeſté Tres-Chrêtienne. L'Aſtronomie rend déja dans Paris ſes oracles à toutes les nations de l'Europe & du monde entier ; & nous trouvons parmi ces hommes excellens & choiſis, qui ſont raſſemblez par les ordres de ce Prince magnifique, les Ptolomées d'Egypte, les Archimédes & les Apollonius de la ſçavante Gréce, & les Vitruves de Rome la ſuperbe, & quelque choſe encore de plus grand.

Et ce qui peut encore faire naître à ceux qui ont l'inclination françoiſe, & l'humeur guerriére, un généreux déſir d'exercer leur eſprit ſur des Sciences, qui ont encore plus de ſolidité que d'éclat, au lieu d'énerver & d'abbatre ſes forces par le repos languiſſant d'une lâche & molle oiſiveté ; c'eſt de voir que Monſeigneur le Dauphin leur ait ſi ſouvent accordé avec un doux plaiſir de tres-précieux momens, & qu'il ait puiſſamment excité la Nobleſſe Françoiſe par ſon glorieux éxemple à ſe former aux grandes actions de la guerre ſous l'agréable ſévérité de leur diſcipline ; ce qui fait que rien preſque aujourd'hui n'eſt plus à la mode parmi les jeunes Princes & les jeunes Seigneurs.

Tous ceux qui aiment véritablement les Sciences, ne croyent plus ſe pouvoir diſpenſer de cultiver celles-ci, & ils ont tout ſujet d'en être ſatisfaits, & de ne point regretter un temps qu'ils leur accordent, & qui leur en épargne dix fois plus en

ſuite dans leurs autres études: puiſque rien ne contribuë tant & en ſi peu de temps à former l'eſprit, ou à éclaircir & à fortifier la raiſon.

Je ſçai que la Logique fournit d'excellentes régles pour bien diriger nos penſées & toutes les démarches du raiſonnement. Mais je ſçai auſſi qu'on n'apprend jamais bien ces régles, ſi l'on n'a ſoin d'en faire tres-ſouvent une juſte application ſur divers ſujets. Une perſonne parfaitement inſtruite de toutes les régles de la Peinture, ne pourra jamais faire un tableau de prix, qu'elle ne les ait miſes tres-ſouvent en pratique. Un ouvrier qui veut être habile, doit beaucoup travailler, il ne ſuffit pas qu'il étudie beaucoup.

Mais on doit bien prendre garde que toute ſorte de ſujets ne ſont pas également propres à éxercer l'eſprit, & que tous ne peuvent pas également contribuer à la perfection naturelle dont il eſt capable. C'eſt pourquoi il importe beaucoup de choiſir ceux où les idées ſont les plus claires, les véritez les plus certaines, & les connoiſſances les plus éxactes & les plus conformes à nôtre raiſon. Or on ne verra ces divers avantages raſſemblez que dans les Mathématiques; & c'eſt pour cela ſans doute que Platon avoit écrit ſur la porte de ſon Académie: ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω, que nul ne vienne ici qui ne ſoit Géométre. C'eſt auſſi ce qui rendoit l'étude de la Géométrie aſſez commun parmi les Anciens, comme Quintilien le remarque. Ils avoient reconnu, ce qui paroît mieux que jamais au ſiécle où nous ſommes, que l'eſprit en reçoit de tres-belles ouvertures. Car peu à peu les véritez ſurprenantes que l'on y découvre luy paroiſſent agréables. Elles le développent & l'étendent inſenſiblement, & luy inſpirent une ardeur incroyable pour les connoiſſances qui ſurpaſſent les ſens. Et par la même elles le diſpoſent d'une maniére excellente à étudier la Morale & la Religion avec un cœur docile & dégagé des illuſions d'une raiſon aveugle & téméraire, qui court riſque, quand rien ne la corrige, & qu'elle ſuit follement ſes caprices, de creuſer d'affreux précipices, & de s'y plonger ſans reſſource.

L'eſprit humain tient un tel rang parmi les Créatures, qu'une de ſes meilleures occupations eſt de travailler à la perfection de ſon Eſtre propre, en apprenant à régler ſes penſées & ſa raiſon; & il eſt bien juſte d'y employer au moins

une partie du temps & des soins qu'on perd tres-inutilement dans mille recherches superfluës. Car comme on ne devient jamais véritablement heureux sans la droiture qui régle le cœur, ni malheureux sans la corruption qui le dérégle; jamais aussi le cœur n'est juste ou corrompu que l'esprit ne soit éclairé de quelque lumiére ou obscurci de quelques ténébres, & qu'ainsi il ne fasse un bon ou un mauvais usage de la raison qui devoit le conduire. On me dira peut-être que les lumiéres de la foy suffisent, & qu'elles montrent tout ce qu'il faut indispensablement ou sçavoir ou faire pour joüir du souverain bonheur. Mais un plus grand bien n'en détruit pas un moindre. La grace ne renverse pas les biens de la nature, ni la foy ceux de la raison; mais elle les corrige & les rend plus parfaits. Quoi que la foi l'emporte infinîment sur les Sciences naturelles; on n'est pas en droit pour cela de les mépriser: & il est juste qu'elles ayent leur usage, & même qu'elles nous servent comme autant des degrez à nous élever aux connoissances célestes & surnaturelles. C'est là sans doute une des fins principales à laquelle Dieu les a sagement ordonnées. Et on ne pourroit pas sans injustice & sans luy faire injure rejetter & blâmer ce qui vient de luy, & ce qu'il approuve dans ses Livres sacrez, où nous lisons ce que la raison dicte: qu'il est le Seigneur & le Dieu des Sciences, & le souverain Maître qui les enseigne aux hommes. *Deus Scientiarum Dominus est.* *Qui docet hominem scientiam.*

Aussi n'est-ce pas sans sujet qu'il a gravé dans l'esprit & dans le cœur des hommes l'ardeur insatiable qu'ils ont tous de voir la vérité, & l'amour invincible qu'ils sentent tous pour elle; cet amour si fort & si puissant que ceux qui la rejettent & qui la combattent sont forcez de la déguiser sous l'apparence vrai-semblable de la fausseté; comme ceux au contraire qui soûtiennent l'erreur ou la fausseté sont contraints de la revêtir d'une apparence trompeuse de la vérité: parce qu'on ne peut engager des esprits raisonnables à embrasser la fausseté, ou à rejetter la vérité, en leur répréſentant l'une & l'autre sans déguisement & sans artifice. Encore qu'on soit bien aise quelquesfois de tromper les autres, on aime néanmoins toûjours à n'être point trompé.

Cependant le seul amour de la vérité ne suffit pas pour la découvrir. Il faut avoir en la cherchant une grande justesse

& beaucoup de netteté d'eſprit, afin de n'admettre que des idées claires. Il faut une raiſon ferme & aſſurée, afin de comparer ces mêmes idées entr'elles, & de bien diſtinguer en les comparant la lumiére pure de la vérité, qui éclaire toûjours, de cette lueur fauſſe & trompeuſe de la vrai-ſemblance, qui ne fait que nous ébloüir.

Examinez, je vous prie, la fin qu'on ſe propoſe, quand on entreprend l'étude des Sciences humaines. Eſt-ce de ſçavoir ſimplement ce qu'ont dit ou penſé les ſçavans de l'Antiquité? Mais qu'elle vie ſuffiroit à lire une fois ſeule les volumes preſque infinis qu'ils nous ont laiſſé? Une lecture n'en fait-elle pas oublier une autre? & combien de travail & de veilles pour retenir par mémoire une partie tout-à-fait légére de ce qu'ils ont écrit? Non, non, ce n'eſt pas tant pour cultiver ſa mémoire que pour former ſon jugement qu'on doit s'appliquer à l'étude. Or nulle des Sciences ne produit plûtôt cet effet que les Mathématiques. Car comme les éxercices du corps les plus juſtes & les mieux réglez font qu'il devient plus fort & plus robuſte, & qu'il agit avec plus d'adreſſe, plus de ſoupleſſe & d'agilité; de même le dénoüement & les efforts redoublez de l'eſprit, ſon agitation & les différens tours qu'il prend, afin d'atteindre, d'embraſſer, & de reünir ce grand nombre de véritez qui ſont l'objet des Mathématiques, & afin de les rappeller à un petit nombre de principes ſimples & naturels, l'accoûtument à conſidérer les objets d'une vûë fixe, à les pénetrer avec plus de vivacité & d'activité, à les éxaminer avec plus d'ordre & de juſteſſe, & à en juger par conſéquent avec plus de lumiére, de préciſion, & d'éxactitude.

Il eſt vrai que ceux qui marchent avec ces précautions ne courent pas ſi vîte. Ils ne rendent pas ſi promptement raiſon de chaque choſe. Ils n'imitent point certains Sophiſtes téméraires, dont parle Cicéron, qui affectoient de répondre ſur le champ à toute ſorte de queſtions dans des conférences publiques. Ils n'imitent point auſſi les Pyrrhoniens qui révoquoient toutes choſes en doute, & ne s'appliquoient qu'à chercher des ſophiſmes pour ſoûtenir ou pour attaquer indifféremment les mêmes opinions, ſans ſe ſoucier d'éclaircir ni de chercher aucune vérité. Les premiers ſe laiſſoient entraîner au mouvement d'une vanité ridicule & précipitée, puis qu'ici-bas on ne peut connoître que fort peu de choſes, & qu'eux

prétendoient

prétendoient au contraire rendre raiſon de toutes. Mais les autres ſe laiſſoient corrompre par l'impreſſion d'une défiance injuſte & déraiſonnable. Car quoi qu'on ſçache peu de choſes, il n'eſt pas vrai qu'on n'en ſçache aucune. Si rien n'eſt certain dans le monde; cette propoſition même, il n'y a rien de certain dans le monde, eſt une propoſition qui n'eſt pas certaine. C'eſt la détruire que de la vouloir établir.

Les Mathématiciens & les Géométres croyent devoir également éviter ces deux extrémitez vitieuſes. Ils ne ſe laiſſent point ſurprendre par une crainte mal fondée que toutes nos connoiſſances ne ſoient ſuſpectes d'illuſion, ni par une confiance téméraire que rien ne peut leur être caché. Mais ils ſe conduiſent toûjours, quand ils ſuivent leurs régles, comme étant bien perſuadez que l'art de penſer ſagement & judicieuſement vaut mieux que l'art de diſcourir ſur tout ſans diſcernement & ſans jugement. Les difficultez même qu'on ne peut pénétrer, & les limites qui bornent nos recherches, arrêtent preſque ſans qu'on y penſe cette hardieſſe inconcevable de ne demeurer jamais court ſur quoi qu'on propoſe, d'éluder par des diſtinctions frivoles & par des jeux de mots les raiſonnemens les plus convainquans, & de décider d'un air impérieux & fier, & comme un Auteur grave, des choſes entiérement cachées, & que tous les hommes enſemble ne peuvent quelquesfois connoître en aucune ſorte.

Je prévoi bien que d'excellens eſprits, mais un peu trop timides, & qui n'ont pas encore aſſez ſondé juſqu'où iroient leurs forces, me propoſeront l'objection ordinaire: Qu'à la vérité les Mathématiques ſont des Sciences rares & curieuſes & tres-néceſſaires; mais que la difficulté de les apprendre fait perdre entiérement l'envie de s'y appliquer. Je répons à cela que les perſonnes raiſonnables ne doivent pas légérement ſe laiſſer entraîner au torrent de l'opinion commune que le monde en a conceu ſeulement ſur des bruits vagues & ſans éxamen; puis qu'il n'y a point de Science qui convienne mieux à la raiſon, ni qui ſe préſente plus naturellement & plus clairement à l'eſprit des hommes. Ce que je dis n'eſt point une figure, & je ne l'avance point par le mouvement d'une ſecrette inclination ou d'une complaiſance aveugle. Si l'on ne m'en croit pas, on pourra bien en croire un Auteur éclairé & qui n'eſt point ſuſpect, on pourra bien s'en rapporter au témoi-

gnagne de l'Orateur Romain. *Quis ignorat*, dit-il, *ii qui Mathematici vocantur, quantâ in obscuritate rerum, & quàm reconditâ in arte, & multiplici, subtilique versentur? Quo tamen in genere ità multi perfecti homines extitêre, ut nemo ferè studuisse ei Scientiæ vehementiùs videatur, quin quod voluerit consecutus sit.*

„ Qui ne sçait, dit ce grand homme, que ceux qu'on nomme
„ Mathématiciens, s'appliquent à des objets qui paroissent ab-
„ straits, & que leurs Sciences sont tres-vastes, tres-sublimes,
„ & tres-profondes ? Et cependant on a vû un si grand nombre
„ de personnes s'y perfectionner, que nul presque ne s'y est un
„ peu fortement appliqué, sans y reüssir aussi avantageusement
„ qu'il le pouvoit prétendre.

Et ce qui confirme sa pensée, c'est qu'il n'y a presque point eü de Peuples des plus barbares mêmes & des plus reculez, qui n'en ayent eü quelque teinture, & qui n'ayent essaïé de les cultiver. Les Romains & les Grecs ne sont pas les seuls qui les ont embrassées. Car sans parler des Perses, des Assyriens, des Chaldéens, & des anciens Peuples d'Orient ; on voit certains ouvrages assez raisonnables que les Arabes même en ont composé dans ces derniers siécles. Et les Chinois en font encore aujourd'hui tant de cas, que les premiéres Charges ne sont le plus souvent accordées qu'à ceux qu'elles en ont rendu dignes.

Mais quoi ? ne sçait-on pas qu'elles ont fourni par tout & de tout temps un million d'inventions excellentes pour diminuer le travail des hommes, & pour rendre ainsi leur vie moins pénible & plus commode. Jamais sans leur secours toute l'addresse des ouvriers n'auroit dressé ni composé tant de différentes machines, par lesquelles avec peu de forces on élêve ou on abbaisse, on suspend en équilibre, & on fait tournoyer des corps lourds & d'une grosseur énorme.

J'abuserois, MESSIEURS, de cette attention obligeante & si favorable dont vous m'honorez, si je voulois rapporter en détail les divers usages qu'on a toûjours fait de ces Sciences dans les arts méchaniques, où il faut observer quelque éxactitude & se conduire avec ordre & par régles ; puis qu'il est certain qu'on ne peut bien comparer, mesurer, ou proportionner les longueurs, les surfaces & la solidité des corps, ou les quantitez de toute sorte d'objets, ni décrire ou projetter aucune des figures qui sont tant soit peu réguliéres, & qui con-

SCD LYON 1

ſervent quelque uniformité, ſans faire uſage de quelqu'une des véritez que ces Sciences renferment.

Il eſt vrai qu'ordinairement les ouvriers ne ſont ni Géométres, ni Mathématiciens, & qu'ils connoiſſent pourtant quelques-unes de ces mêmes véritez. Mais ils ne les connoiſſent que méchaniquement, c'eſt-à-dire ſans en pénétrer les raiſons, ni les liaiſons & les conſéquences. Il importe peu que leur connoiſſance ſoit une connoiſſance de lumiére, il ſuffit qu'elle le ſoit de ſentiment ou d'expérience pour les régler dans la pratique. Mais pour ceux qui inventent les régles, & qui les rapportent à leurs véritables principes, il faut que leur connoiſſance ſoit pleine de lumiére, & principalement s'ils les veulent porter au dernier degré de perfection, & les réduire à toute la juſteſſe & à toute la ſimplicité néceſſaire dans la pratique.

L'induſtrie de tous les ouvriers pourroit-elle bien valoir le génie d'un ſeul Archimédes? Qu'il faiſoit beau voir ce grand homme, lors qu'il régloit par ſon eſprit les défenſes de ſa Ville, & qu'il réſiſtoit par la force invincible de ſes inventions à toute la puiſſance des Romains. Lors que Marcel Général de l'armée Romaine faiſoit avancer ſes troupes juſques aux pieds des murs de Syracuſe, on les voyoit auſſi-tôt accablées par les roches entiéres qu'Archimédes faiſoit pleuvoir ſur eux; & à peine la grandeur du péril les avoit-elle forcé, malgré tout leur grand cœur, à précipiter leur retraite, qu'un nombre infini de pierres voloient aprés eux, & les pourſuivoient juſques à l'entrée de leurs vaiſſeaux. Ceux qui oſoient venir à l'attaque par mer n'étoient pas mieux receus. Car diverſes machines pouſſées par de puiſſans efforts, & armées de grands crocs heurtoient & enfonçoient pluſieurs de leurs vaiſſeaux. Et ceux qui étoient à couvert des coups de ces funeſtes machines, ne l'étoient pas de la fureur des feux, qui rempliſſoient l'air de leurs tourbillons, & qui fondant ſur eux de toutes parts les embraſoient & réduiſoient en cendres preſque dans un moment. De ſorte que l'eſprit d'un ſeul homme faiſoit une réſiſtance incomparablement plus forte qu'une armée toute entiére ne l'auroit pû faire. Et cependant tous les puiſſans reſſorts de ſes redoutables machines, & les rares ouvrages qu'il avoit fait en diverſes rencontres, n'étoient qu'un jeu pour luy & qu'une légére production de ſes connoiſſances.

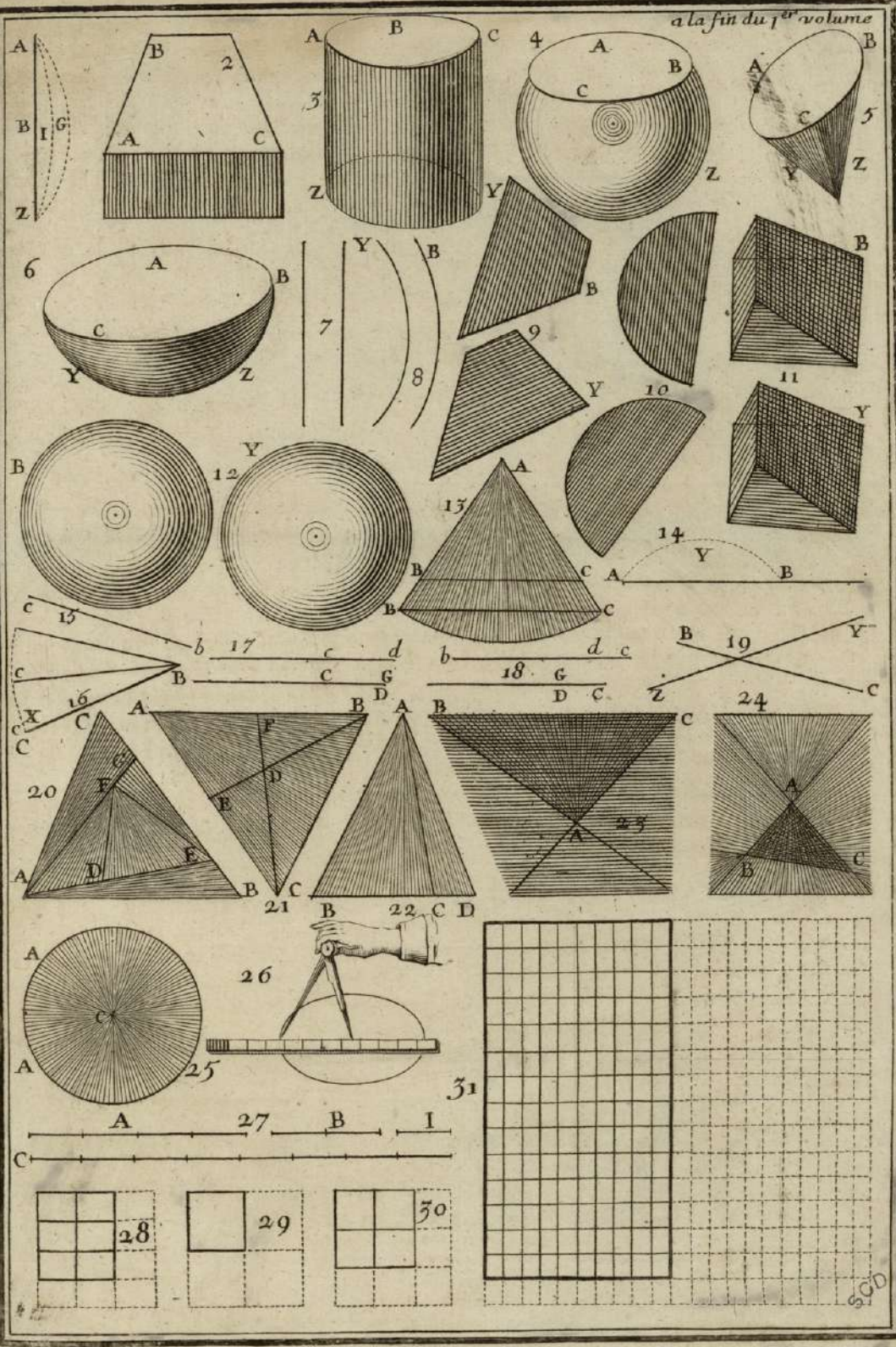
Et il eût bien fait voir de plus grands prodiges, s'il eût pû trouver un point fixe hors du monde.

Et certes s'il y a sujet d'admirer & d'estimer les Mathématiques, lors qu'on vient à découvrir la vaste étenduë de leurs connoissances, le bel ordre & l'enchaînement naturel des véritez qu'elles exposent à nos yeux, & tout ce qu'elles communiquent à tous les beaux Arts & aux Méchaniques de force & de lumiére ; elles ne méritent pas moins d'estime & d'admiration, quand on vient à considérer la facilité, la simplicité, & le petit nombre des principes qui leur servent de base & de fondement, & qui leur fourniſſent avec une fécondité merveilleuse tant de belles & de riches productions. Les principes en sont faciles, ils ne sont tous que des axiomes ou des notions communes. Ils sont simples & en petit nombre, l'application au plus d'une vintaine adroitement ménagez suffit pour expliquer le corps presque entier des Mathématiques.

Il n'y a donc rien qui doive arrêter ceux qui se portent avec ardeur à l'étude des belles lettres & des hautes Sciences, de donner à celles-ci une partie de leur application. Mille expériences ont fait connoître que les grands esprits qui les cultivent se surpassent eux-mêmes ; que les médiocres deviennent grands & élevez ; & que ceux même qui sont les plus resserrez & du dernier ordre, ne laissent pas néanmoins d'acquérir une ouverture & une suffisance raisonnable. Si l'on veut prendre une résolution constante & courageuse, on reconnoîtra facilement par soi-même la vérité de mes paroles. J'aurai soin de mon côté de choisir un ordre naturel & facile, puis que rien n'importe plus, & que tout en dépend ; & je procurerai selon toute l'étenduë de mes forces la satisfaction & l'utilité de tous ceux qui me feront l'honneur de m'entendre.

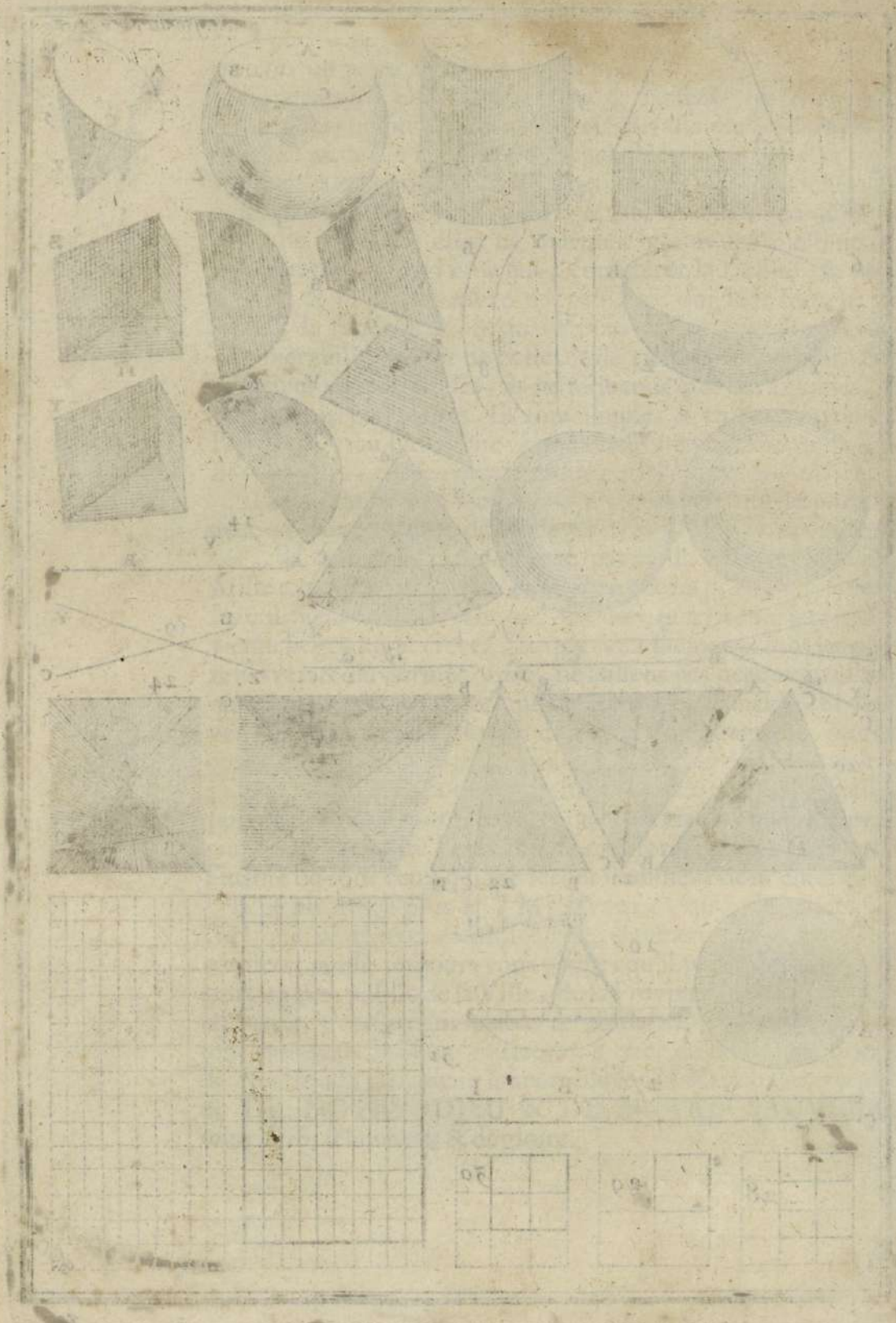
Il ne me reste plus ici, MESSIEURS, qu'à demander au Ciel que ce nouvel établissement, commencé sous ses doux auspices, puisse toûjours vous plaire ; qu'il puisse être avantageux au bien public de la Ville, de la Province, & de l'Etat, & au service de nôtre invincible & puissant Monarque ; & sur tout que nous puissions toûjours en tirer de nouveaux sujets de rendre à la Grandeur immortelle & à la Majesté Souveraine DE NOTRE DIEU & DE NOTRE SAUVEUR toute sorte d'honneur & de gloire.

SCD LYON



SCD Lyon 1
Mathématiques

SCD LYON 1

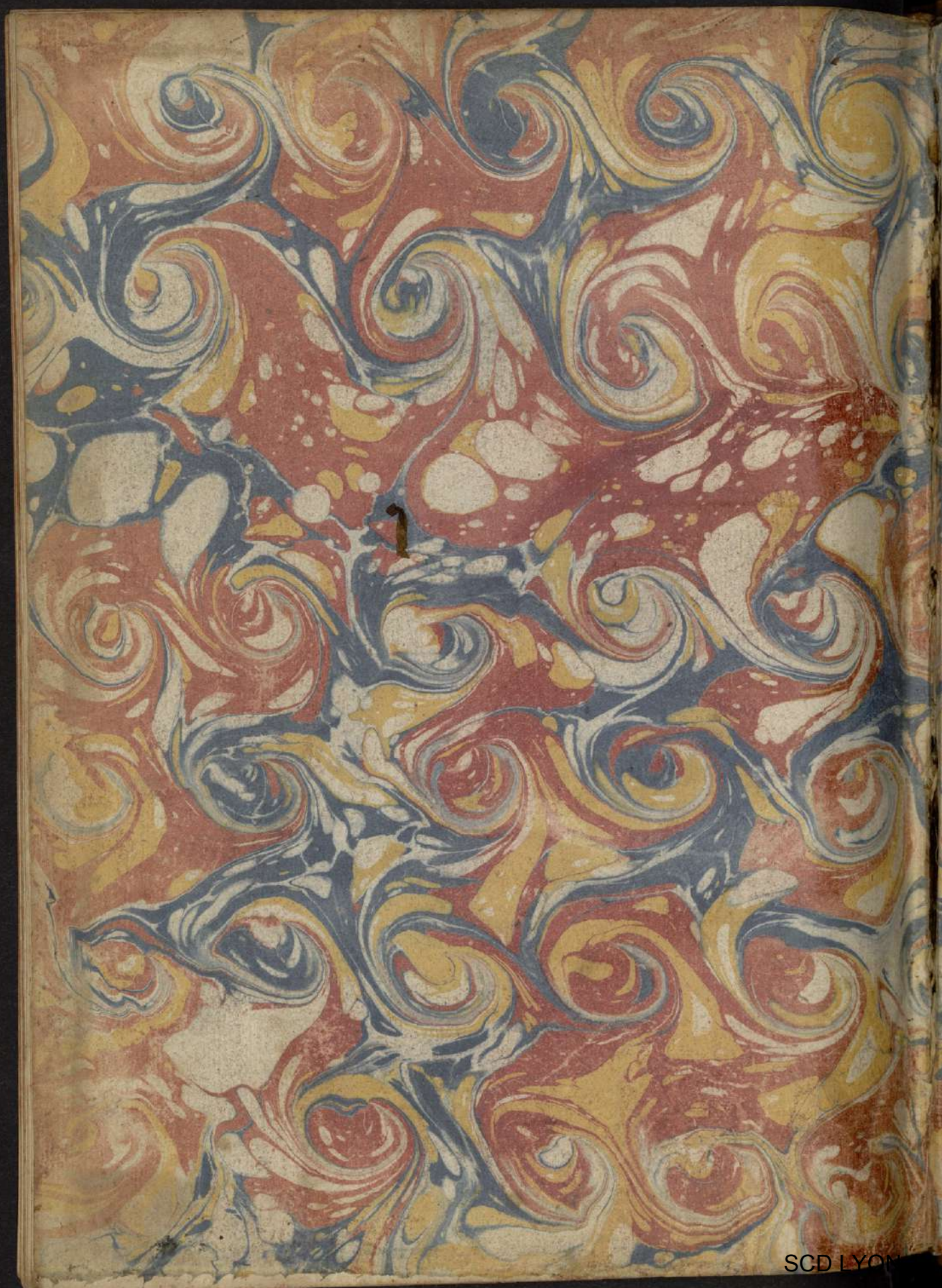


SCD LYON

SCD LYON 1

K

SCD LYON 1


SCD LYON

SCD LYON

SCD LYON